

# Vorlesung: Quantenfeldtheorie II

Department Physik, Universität Hamburg  
Übungsblatt 8

Sommersemester 2013  
Ausgabetermin 10.06.13, 08:30h  
Besprechung 17.06.13, 10:00h

- Aufgabe 1

Berechnen Sie in einer  $SU(N)$ -Eichtheorie (QCD) das quadrierte spin- und farbgemittelte Matrix-Element  $|\mathcal{M}_{gg \rightarrow q\bar{q}}|^2$ , also den Prozess

$$g(p_1) + g(p_2) \rightarrow q(p_3) + \bar{q}(p_4),$$

für die Fusion von zwei Gluonen in ein Quark-Anti-Quark-Paar zu führender Ordnung in der Kopplungskonstanten als Funktion der Mandelstam-Variablen  $s, t, u$ .

Verwenden Sie die axiale Eichung ( $n \cdot n = 0$ ) für die Polarisation der einlaufenden Gluonen, d.h., die Polarisationssumme

$$\sum_{\lambda} \epsilon_{\mu}^{*(\lambda)}(p_i) \epsilon_{\nu}^{(\lambda)}(p_i) = -g_{\mu\nu} + \frac{p_{i,\mu} n_{\nu} + p_{i,\nu} n_{\mu}}{p_i \cdot n}.$$

Hierbei können Sie den axialen Vektor  $n_{\mu}$  jeweils durch den Impuls eines am Streuprozess beteiligten Teilchens ausdrücken.

Hinweis: Das korrekte Ergebnis ist

$$\overline{\sum} |\mathcal{M}_{gg \rightarrow q\bar{q}}|^2 = g_s^4 \frac{1}{2(N^2 - 1)} \left\{ \left( N - \frac{1}{N} \right) \frac{t^2 + u^2}{tu} - 2N \frac{t^2 + u^2}{s^2} \right\}.$$

- Aufgabe 2

Wiederholen Sie die Rechnung aus Aufgabe 1 und verwenden Sie für die Polarisationssumme

$$\sum_{\lambda} \epsilon_{\mu}^{*(\lambda)}(p_i) \epsilon_{\nu}^{(\lambda)}(p_i) = -g_{\mu\nu}.$$

Zeigen Sie, dass die unphysikalischen Freiheitsgrade durch den Beitrag externer Geister  $c$  und  $\bar{c}$ , also des Prozesses

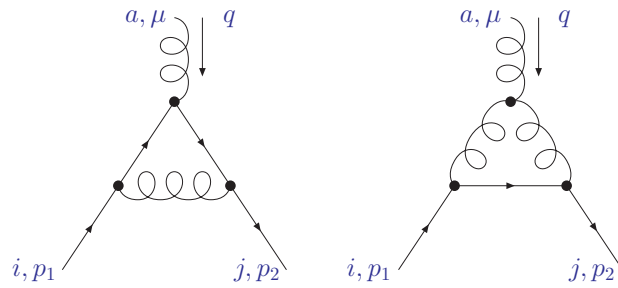
$$c(p_1) + \bar{c}(p_2) \rightarrow q(p_3) + \bar{q}(p_4),$$

kompensiert werden.

- Aufgabe 3  $\rightarrow$  Seite 2

• Aufgabe 3

Berechnen Sie in einer nicht-Abelschen Eichtheorie zu einer Schleife in dimensionaler Regularisierung  $D = 4 - 2\epsilon$  den divergenten Anteil folgender Diagramme. Nehmen Sie an, dass die Fermionen masselos sind, also  $p_i^2 = 0$ .



Hinweis: Zeigen Sie, dass

$$t^b t^a t^b = \left( c_2(r) - \frac{1}{2} c_2(G) \right) t^a .$$