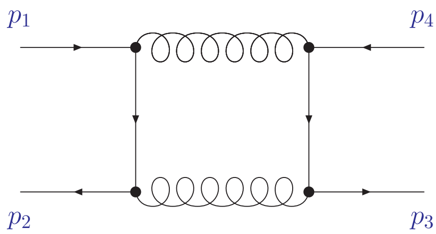
Vorlesung: Quantenfeldtheorie II

Department Physik, Universität Hamburg — Sommersemester 2013
Übungsblatt 10 — Ausgabetermin 24.06.13, 08:30h
Abgabe für Bonus und Besprechung 01.07.13, 10:00h

- Aufgabe 1 (6 Punkte)

Betrachten Sie folgendes Diagramm zu einer Schleife für den Prozess

$$f(p_1) + \bar{f}(p_2) \to f(p_3) + \bar{f}(p_4)\,.$$



a) Berechnen Sie in einer $SU(N)$-Eichtheorie (QCD) für $f = q$ (Quarks) den Farbfaktor des Diagramms.
Hinweis: Verwenden Sie die Fierz-Identität

$$(t^a)_{i_1}^{\ j_1}(t^a)_{i_2}^{\ j_2} = \delta_{i_1}^{j_2}\delta_{i_2}^{j_1} - \frac{1}{N}\delta_{i_1}^{j_1}\delta_{i_2}^{j_2}\,.$$

b) Geben Sie im Standard-Modell für drei Lepton-Familien ($f = e, \mu, \tau$) alle Prozesse an, die durch das Diagramm beschrieben werden.

- Aufgabe 2 (7 Punkte)

Betrachten Sie eine $SU(2) \otimes U(1)_Y$ Eichtheorie mit zwei Higgs-Feldern ϕ_1 und ϕ_2 in der fundamentalen zwei-dimensionalen Darstellung r_2 der $SU(2)$ und beide mit Hyperladung $y = 1/2$.

a) Geben Sie die kinetischen Terme dieser Theorie und explizit die kovarianten Ableitungen für ϕ_1 und ϕ_2 an.

b) Entwickeln Sie die Skalarfelder um die Vakuumerwartungswerte $v_{1,2}$ und nehmen Sie an, dass diese parallel sind, also für die Minima gilt $\phi^i_{1,0} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \end{pmatrix}$ und $\phi^i_{2,0} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix}$.

c) Wie viele physikalische Higgs-Bosonen und wie viele Goldstone Bosonen gibt es?

- Aufgabe 3 (7 Punkte) $\longrightarrow$ **Seite 2**

- Aufgabe 3 (7 Punkte)
  Betrachten Sie eine $N \times N$ Matrix von Dirac Fermionen ψ_{ij} mit $i, j = 1, \ldots, N$, die sich lokal transformieren wie

  $$\psi_{ij} \rightarrow \psi'_{ij} = U_{ik}\, U_{jl}\, \psi_{kl}\,,$$

  wobei U eine unitäre $N \times N$ Matrix ist.

  a) Geben Sie kovariante Ableitung für ψ_{ij} an für die Kopplung an das Eichfeld A_μ.
  Hinweis: Das Eichfeld transformiert sich wie $A_\mu \rightarrow A'_\mu = U A_\mu U^\dagger - \frac{\mathrm{i}}{g}\, (\partial_\mu U)\, U^\dagger$.

  b) Geben Sie die Lagrange-Dichte an und zeigen Sie die Invarianz unter den Eichtransformationen.