Vorlesung: Quantenfeldtheorie I

Department Physik, Universität Hamburg
Übungsblatt 9

Wintersemester 2012/2013
Abgabetermin 14.01.13, 12:00h
Besprechung 16.01.13, 14:00h

- Aufgabe 1 (7 Punkte)

  Eine gebräuchliche Klassifizierung von skalaren Integralen nach der Anzahl der Propagatoren definiert

$$\begin{aligned} A_0(m) &= \left(\mu^2\right)^{2-D/2} \int \frac{d^D\ell}{(2\pi)^D} \frac{1}{(\ell^2 - m^2 + i\varepsilon)}\,, \\ B_0(p^2, m_1, m_2) &= \left(\mu^2\right)^{2-D/2} \int \frac{d^D\ell}{(2\pi)^D} \frac{1}{(\ell^2 - m_1^2 + i\varepsilon)\,((p-\ell)^2 - m_2^2 + i\varepsilon)}\,, \end{aligned}$$

  und so weiter.

  a) Berechnen Sie A_0 und B_0 in $D = 4-2\epsilon$ mittels dimensionaler Regularisierung und gegebenenfalls mit Hilfe von Feynman-Parametern. Entwickeln Sie Ihr Ergebnis für $\epsilon \to 0$.

  b) Drücken Sie das Tensor-Integral erster Stufe B^μ durch A_0 und B_0 aus, wobei

$$B^\mu(p^2, m_1, m_2) = \left(\mu^2\right)^{2-D/2} \int \frac{d^D\ell}{(2\pi)^D} \frac{\ell^\mu}{(\ell^2 - m_1^2 + i\varepsilon)\,((p-\ell)^2 - m_2^2 + i\varepsilon)}\,.$$

- Aufgabe 2 (3 Punkte)
  Berechnen Sie in D-Dimensionen die folgende Spur für $k^2 = 0$,

$$\mathrm{tr}\left[\not{p}_1 \gamma^\mu \not{k} \gamma^\nu \not{p}_2 \gamma_\nu \not{k} \gamma_\mu\right]\,.$$

- Aufgabe 3 (10 Punkte)

  Betrachten Sie die Lagrangedichte eines reellen Skalarfeldes ϕ

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{\lambda}{3!}\phi^3\,.$$

  Nehmen Sie an, dass die Selbstwechselwirkung klein ist, $\lambda \ll 1$ und berechnen Sie zu führender Ordnung die Selbstenergie des Skalarfeldes. Zeichnen Sie das dazugehörige Feynman-Diagramm, schreiben Sie das Matrix-Element im Impulsraum auf und berechnen Sie das Schleifen-Integral in $D = 4 - 2\epsilon$ mittels dimensionaler Regularisierung und mit Hilfe von Feynman-Parametern. Extrahieren Sie in Ihrem Ergebnis die Singularität in ϵ.

  Hinweis:
  Verwenden Sie das Ergebnis für $B_0(p^2, m, m)$ aus Aufgabe 1.