Vorlesung: Quantenfeldtheorie I

Department Physik, Universität Hamburg — Wintersemester 2012/2013
Übungsblatt 6 — Abgabetermin 10.12.12, 12:00h
Besprechung 12.12.12, 14:00h

- Aufgabe 1 (10 Punkte)
  Betrachten Sie den $2 \to 2$ Streuprozess der Teilchen i, j, k, l mit Impulsen

$$i(p_1) + j(p_2) \to k(p_3) + l(p_4)\,,$$

  wobei $p_i^2 = m_i^2$. Das invariante Matrix-Element $\mathcal{M}_{ij\to kl}$ der Reaktion ist eine Funktion der Mandelstam-Variablen $s = (p_1 + p_2)^2$, $t = (p_1 - p_3)^2$, $u = (p_2 - p_3)^2$ und den Teilchenmassen m_i^2, also $\mathcal{M}_{ij\to kl}(s, t, u, m_i^2)$.
  Berechnen Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\cos\theta^*$ als Funktion von s, m_i^2 und $\cos\theta^*$, wobei θ^* der Polar-Winkel im Schwerpunkt-System der einlaufenden Teilchen ist.
  Hinweis: Verwenden Sie im Laborsystem, dass

$$d\sigma \;=\; \frac{1}{4E_1E_2|v_1 - v_2|}\,\frac{d^3\vec{p}_3}{(2\pi)^3}\frac{1}{2E_3}\frac{d^3\vec{p}_4}{(2\pi)^3}\frac{1}{2E_4}(2\pi^4)\delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4)\,|\mathcal{M}_{ij\to kl}|^2\;,$$

  und zeigen Sie, dass Sie den Flussfaktor sowie t und u ausdrücken können durch s, m_i^2 und $\cos\theta^*$ und integrieren Sie so weit wie möglich über den lorentzinvarianten Phasenraum.

- Aufgabe 2 (5 Punkte)
  Betrachten Sie die Lagrangedichte für fermionische Materie gekoppelt an ein Skalarfeld über eine Higgs-Yukawa Kopplung, also

$$\mathcal{L} \;=\; \bar{\psi}\left(\mathrm{i}\gamma^\mu\partial_\mu - m_\psi\right)\psi + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m_\phi^2\phi\phi + y_\psi\phi\bar{\psi}\psi\,,$$

  wobei ψ ein Dirac-Spinor und ϕ ein reelles Skalarfeld sei. Nehmen Sie an, dass die Higgs-Yukawa Kopplung klein ist, $y_\psi \ll 1$, und berechnen Sie das Matrix-Element für den Zerfall $\phi \to \bar{\psi}\psi$ zu führender Ordnung in y_ψ.

- Aufgabe 3 (5 Punkte)
  Betrachten Sie die Lagrangedichte des Stückelberg-Modells

$$\mathcal{L} \;=\; -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}\left(mA_\mu - \partial_\mu\phi\right)\left(mA^\mu - \partial^\mu\phi\right) - \frac{1}{2}\left(\partial_\mu A^\mu + m\phi\right)^2\;,$$

  wobei $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ und A_μ und ϕ reell sind.
  Zeigen Sie, dass die Lagrangedichte $\mathcal{L}$ für ein $\alpha(x)$ invariant ist unter folgender Transformation der Felder $A_\mu(x) \to A_\mu(x) + \partial_\mu\alpha(x)$ und $\phi(x) \to \phi'(x) = \phi(x) + m\alpha(x)$ und geben Sie die Bedingung für $\alpha(x)$ an.