Vorlesung: Quantenfeldtheorie I

Department Physik, Universität Hamburg
Übungsblatt 5

Wintersemester 2012/2013
Abgabetermin 26.11.12, 12:00h
Besprechung 28.11.12, 14:00h

- Aufgabe 1 (8 Punkte)

  Betrachten Sie die Lagrangedichte für ein Dirac-Feld ψ

  $$\mathcal{L} = \bar{\psi}\,(\mathrm{i}\gamma^\mu\partial_\mu - m)\,\psi\,.$$

  Zeigen Sie, dass die Lagrangedichte $\mathcal{L}$ invariant ist unter den diskreten Symmetrien C, P und T für Ladungskonjugation, Parität und Zeitumkehr.
  Hinweis: Es gelten die folgenden Transformationen der Felder mit $\eta_a \in \mathbf{C}$ und $\eta_a\eta_a^* = 1$.

  $$\begin{aligned} C\psi(t,\vec{x})C &= -\mathrm{i}\left(\bar{\psi}(t,\vec{x})\gamma^0\gamma^2\right)^T\,, & C\bar{\psi}(t,\vec{x})C &= -\mathrm{i}\left(\gamma^0\gamma^2\psi(t,\vec{x})\right)^T\,, \\ P\psi(t,\vec{x})P &= \eta_a\gamma^0\psi(t,-\vec{x})\,, & P\bar{\psi}(t,\vec{x})P &= \eta_a^*\bar{\psi}(t,-\vec{x})\gamma^0\,, \\ T\psi(t,\vec{x})T &= \gamma^1\gamma^3\psi(-t,\vec{x})\,, & T\bar{\psi}(t,\vec{x})T &= -\bar{\psi}(-t,\vec{x})\gamma^1\gamma^3\,. \end{aligned}$$

- Aufgabe 2 (5 Punkte)

  Ein Majorana-Spinor ist ein vier-komponentiger Spinor von der Form

  $$\psi_a^M(x) = \begin{pmatrix} \chi_a(x) \\ -\mathrm{i}\sigma^2\chi_a^*(x) \end{pmatrix}\,,$$

  wobei $\chi_a(x)$ ein masseloser zwei-komponentiger Weyl-Spinor ist, $a = 1, 2$.

  a) Zeigen Sie, dass ein Majorana-Fermion sein eigenes Anti-Teilchen ist.

  b) Schreiben Sie die Lagrangedichte für Majorana-Spinoren,

  $$\mathcal{L} = \bar{\psi}^M\,(\mathrm{i}\gamma^\mu\partial_\mu - m)\,\psi^M\,,$$

  als Funktion von $\chi_a(x)$.

- Aufgabe 3 (7 Punkte)

  Zeichnen Sie für die Korrelationsfunktion $\langle\Omega|T\,\{\phi(x)\,\phi(y)\}\,|\Omega\rangle$ in der ϕ^4-Theorie alle Feynman Diagramme bis zur Ordnung λ^2 und geben Sie für jedes dieser Diagramme den entsprechenden Ausdruck durch Feynman Propagatoren und einschließlich der Symmetriefaktoren an.
  Hinweis: Die Wechselwirkung in der ϕ^4-Theorie wird beschrieben durch das Integral über der Hamilton-Operator $\int dt\,H_I(t) = \frac{\lambda}{4!}\int d^4z\,\phi^4(z)$