

Vorlesung: Quantenfeldtheorie I

Department Physik, Universität Hamburg
Übungsblatt 10

Wintersemester 2012/2013
Abgabetermin 21.01.13, 12:00h
Besprechung 23.01.13, 14:00h

- Aufgabe 1 (6 Punkte)

Betrachten Sie den Prozess $\gamma(q) \rightarrow \gamma(p_1)\gamma(p_2)$, zeichnen Sie die dazugehörigen Feynman-Diagramme zu führender Ordnung in QED und zeigen Sie durch explizite Rechnung, dass das Matrix-Element $\mathcal{M}_{\gamma \rightarrow \gamma\gamma}$ verschwindet.
Hinweis: Informieren Sie sich über das Furry-Theorem.

- Aufgabe 2 (7 Punkte)

Berechnen Sie das skalare Integral in $D = 4 - 2\epsilon$

$$I(m) = \int \frac{d^D \ell}{(2\pi)^D} \frac{(\ell^2)^n}{(\ell^2 - m^2 + i\epsilon)},$$

und zeigen Sie, dass in dimensionaler Regularisierung $I(0) = 0$.

- Aufgabe 3 (7 Punkte)

Die Abhängigkeit der elektrischen Ladung e von der Skale des Impulsübertrags μ wird beschrieben durch die sogenannte β -Funktion

$$\beta_e = \mu \frac{de(\mu)}{d\mu}.$$

wobei die renormierte Ladung $e(\mu)$ in der QED mittels der unrenormierte Ladung e_0 wie folgt definiert ist,

$$e_0^2 \rightarrow Z_3^{-1} e(\mu)^2.$$

Die Renormierungskonstante $Z_3 = 1 + \delta Z_3$ in $D = 4 - 2\epsilon$ Dimensionen ist zu führender Ordnung (und für verschwindende Elektronmasse $m = 0$) gegeben durch

$$\delta Z_3 \simeq -\frac{2}{3\pi} \alpha \frac{(4\pi)^\epsilon}{\mu^{2\epsilon}} \Gamma(\epsilon),$$

wobei $\alpha = e^2/(4\pi)$.

Berechnen Sie die β -Funktion der QED zu führender Ordnung.

Wie ändert sich die Ladung $e(\mu)$, wenn die Skale μ anwächst ?

Was passiert, wenn Sie das Vorzeichen der β -Funktion umdrehen ?