

# Vorlesung: Quantenfeldtheorie I

Department Physik, Universität Hamburg  
Übungsblatt 10

Wintersemester 2012/2013  
Abgabetermin 21.01.13, 12:00h  
Besprechung 23.01.13, 14:00h

- Aufgabe 1 (6 Punkte)

Betrachten Sie den Prozess  $\gamma(q) \rightarrow \gamma(p_1)\gamma(p_2)$ , zeichnen Sie die dazugehörigen Feynman-Diagramme zu führender Ordnung in QED und zeigen Sie durch explizite Rechnung, dass das Matrix-Element  $\mathcal{M}_{\gamma \rightarrow \gamma\gamma}$  verschwindet.  
Hinweis: Informieren Sie sich über das Furry-Theorem.

- Aufgabe 2 (7 Punkte)

Berechnen Sie das skalare Integral in  $D = 4 - 2\epsilon$

$$I(m) = \int \frac{d^D \ell}{(2\pi)^D} \frac{(\ell^2)^n}{(\ell^2 - m^2 + i\epsilon)},$$

und zeigen Sie, dass in dimensionaler Regularisierung  $I(0) = 0$ .

- Aufgabe 3 (7 Punkte)

Die Abhängigkeit der elektrischen Ladung  $e$  von der Skale des Impulsübertrags  $\mu$  wird beschrieben durch die sogenannte  $\beta$ -Funktion

$$\beta_e = \mu \frac{de(\mu)}{d\mu}.$$

wobei die renormierte Ladung  $e(\mu)$  in der QED mittels der unrenormierte Ladung  $e_0$  wie folgt definiert ist,

$$e_0^2 \rightarrow Z_3^{-1} e(\mu)^2.$$

Die Renormierungskonstante  $Z_3 = 1 + \delta Z_3$  in  $D = 4 - 2\epsilon$  Dimensionen ist zu führender Ordnung (und für verschwindende Elektronmasse  $m = 0$ ) gegeben durch

$$\delta Z_3 \simeq -\frac{2}{3\pi} \alpha \frac{(4\pi)^\epsilon}{\mu^{2\epsilon}} \Gamma(\epsilon),$$

wobei  $\alpha = e^2/(4\pi)$ .

Berechnen Sie die  $\beta$ -Funktion der QED zu führender Ordnung.

Wie ändert sich die Ladung  $e(\mu)$ , wenn die Skale  $\mu$  anwächst ?

Was passiert, wenn Sie das Vorzeichen der  $\beta$ -Funktion umdrehen ?