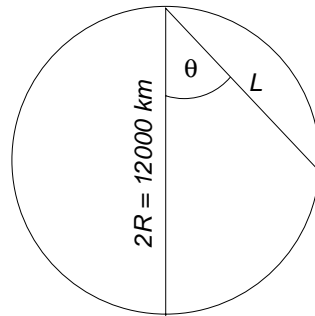


Übung zur Vorlesung “Statistische Methoden der Datenanalyse”
H. Kolanoski, M. Kowalski – SS 2002

Blatt 12

Aufgabe 19: Abschätzung der Neutrinooszillations-Parameter mit der ML Methode (10 Punkte)

In jüngster Zeit haben die Evidenzen für nichtverschwindende Neutrinomassen sowie Mischung der Neutrinoarten (Flavor) stark zugenommen. Einen wichtigen Anstoss dabei haben die Resultate des Super-Kamiokande Experiments gegeben. Als Funktion des Zenitwinkels der Einfallrichtung, wurde ein Defizit im Spektrum der zu beobachteten neutrinoinduzierten Myonen beobachtet. Man interpretiert dieses Defizit als ein Oszillationseffekt, in dem die in der Erdatmosphäre entstehenden Myon-Neutrinos auf dem Weg zum Detektor in einen nicht zu beobachteten Neutrino flavor oszillieren. Die Weglänge L ist dabei eine Funktion der Zenithwinkels (siehe Figur).



Es werden folgende (erdachte) Werte beobachtet:

$\cos(\theta)$	Ereignisse
0	108
-0.2	90
-0.4	76
-0.6	44
-0.8	25
-1	8

Ohne Oszillationen werden durchschnittlich $\mu = 100$ Ereignisse in jedem $\cos(\theta)$ Bin erwartet. Die Oszillationswahrscheinlichkeit als Funktions des Flavor-Mischungsparameters, a_{mix} , und des Massenunterschiedes, Δm^2 , ist gegeben als:

$$P_{oszi} = a_{mix} \sin^2 \left(1.27 \cdot \frac{(\Delta m^2 / \text{eV}^2)(L / \text{km})}{(E / \text{GeV})} \right)$$

Nehmen Sie für die Energie der Neutrinos, $E=20$ GeV, an. Die erwarteten Ereignisszahlen werden durch Oszillationen modifiziert:

$$\mu_{oszi} = \mu \cdot (1 - P_{oszi})$$

Es geht nun darum, aus den Beobachteten Ereignissraten, etwas über die Parameter a_{mix} und Δm^2 auszusagen. Es sollen die wahrscheinlichsten Werte sowie das 95 % Vertrauensintervall bestimmt werden.

- a) Konstruieren Sie die Log-Likelihood-Funktion L . Nehmen Sie dazu an, dass die Ereignissraten um den Mittelwert poissonverteilt sind.
- b) Finden Sie das Maximum (bzw. das Minimum von $-L$). Wir empfehlen eine Funktion zu programmieren, die Ihnen bei übergebenen Parameter Δm^2 und a_{mix} , $-L$ berechnet. Eine solche Matlab-Funktion kann mithilfe von der Matlab-Funktion `fminsearch` minimiert werden. Als Startwerte für die Minimierung empfehlen wir $a_{mix} = 0.8$ und $\Delta m^2 = 0.001\text{eV}^2$.
- c) Machen Sie eine Aussage über die Stabilität des gefundenen Minimums, indem Sie die Startwerte variieren und die Variation des gefundenen Nullpunktes verfolgen.
- d) Schätzen Sie das 2 dimensionale 95 % Vertrauensintervall ab. Hierzu können Sie zum Beispiel die Likelihood-Funktion in der Umgebung der optimalen Werte auswerten und über die Relation, $2\Delta L = \chi^2$ (5.27 im Skript), sowie der Abbildung 4.3, die 95 % Konturen abschätzen. Die geeignete Darstellungsform ist durch einen Contour-Plot gegeben (`contour` in Matlab) mit der Kontur des maximal verträglichen ΔL Wertes.