

Übung zur Vorlesung “Statistische Methoden der Datenanalyse”  
H. Kolanoski (kolanoski@ifh.de) – SS 2000

Blatt 5

**Aufgabe 12: Geradengleichung (10 Punkte)**

Eine Teilchenspur geht durch 2 flache Detektoren, die jeweils eine Projektion des Durchstosspunktes der Teilchenbahn in der  $x - z$ -Ebene messen. Die Detektoren stehen bei  $z_1$  und  $z_2$  parallel zur  $x$ -Achse. Es werden Durchstosspunkte  $x_1, x_2$  mit den Auflösungen  $\sigma_1 = 100 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_2 = 150 \mu\text{m}$  gemessen, die  $z$ -Auflösung sei vernachlässigbar.

- Bestimmen Sie die Teilchenbahn als eine Gerade, die durch die Messpunkte geht.
- Bestimmen Sie die Kovarianzmatrix von Achsenabschnitt und Steigung.
- Bestimmen Sie die Transformation, die diese Kovarianzmatrix diagonal macht.
- Bestimmen Sie den Fehler bei der Bestimmung des Durchstosspunktes bei  $z = z_0$ , allgemein und für die Werte (in cm):

$$z_0 = -5, z_1 = 5, z_2 = 8, x_1 = 2.20, x_2 = 2.91$$

**Aufgabe 13: Gewichtete Mittelwertbildung (5 Punkte)**

Wir haben in Abschnitt 4.2 für den Fall einer Stichprobe  $x_i, i = 1, \dots, n$  mit gleichen Varianzen  $\sigma_i = \sigma$  gezeigt, dass die Mittelwertbildung für das arithmetische Mittel am effektivsten ist.

- Leiten Sie eine Formel für den effektivsten Mittelwert her, wenn die  $\sigma_i$  im allgemeinen unterschiedlich sind (‘gewichtetes Mittel’).
- Gegeben ist eine Grundgesamtheit mit Mittelwert  $\mu$  und Varianz  $\sigma^2$ . Bestimmen Sie die Mittelwerte und Varianzen von  $m$  Stichproben mit jeweils unterschiedlichem Umfang  $n_j, j = 1, \dots, m$  und den Mittelwert der Mittelwerte und dessen Varianz und Standardabweichung.

**Aufgabe 14: Signal und Untergrund (5 Punkte)**

Bei einer Zählratenmessung hat man in der Regel Untergrund zu berücksichtigen. Die gemessene Zählrate  $N$  ergibt sich aus Signal  $N_S$  und Untergrund  $N_U$ :

$$N = N_S + N_U$$

Die Untergrundrate kann man häufig durch eine getrennte Messung (zum Beispiel leeres Target bei einem Streuexperiment) bestimmen. Bestimmen Sie eine optimale Aufteilung der insgesamt zur Verfügung stehenden Zeit  $T$  für die ‘Volltarget’- und ‘Leertarget’-Messung (die optimale Aufteilung sollte den Fehler der interessierenden Messung von  $dN_S/dt$  minimieren).