

Übung zur Vorlesung “Statistische Methoden der Datenanalyse” H. Kolanoski, M. Kowalski – SS 2002

Blatt 1

Aufgabe 1: Effizienz einer Ostereiersuche (8 Punkte)

Bei der Ostereiersuche tritt immer das Problem auf, dass man am Ende nicht weiss, ob alle Eier gefunden wurden. Wie könnten Sie wenigstens eine Abschätzung darüber bekommen, wie effizient Sie beim Eiersuchen sind? Eine gängige Methode für eine solche Abschätzung besteht darin, mehrere unabhängige Suchen zu machen und dann die Ergebnisse zu vergleichen.

In diesem Fall fangen Sie zu suchen an, finden 20 Eier, die Sie aber liegen lassen. Dann sucht Ihr Freund (Ihre Freundin) und findet 22 Eier, von denen 18 Eier die gleichen sind, die auch Sie gefunden haben. Schätzen Sie ab, wieviel Eier noch irgendwo im Gras liegen. Nehmen sie an, dass die Suchenden gleich begabt sind und dass alle Eier die gleiche Wahrscheinlichkeit haben, gefunden zu werden.

Anleitung:

- Skizzieren Sie die beiden gefundenen Mengen und deren Durchschnitt.
- Schätzen Sie die Wahrscheinlichkeiten für das Finden eines Eies jeweils durch die gefundene Anzahl und die unbekannt Gesamtzahl der Eier ab. Andererseits kann Sie diese Wahrscheinlichkeit für einen Sucher jeweils durch Vergleich mit dem anderen, unabhängigen Sucher bestimmt werden. Schreiben Sie die Beziehung für die bedingte Wahrscheinlichkeit ‘Ei gefunden gegeben der andere hat es auch gefunden’ auf.
- Benutzen Sie das Additionstheorem, um schließlich die gesuchte Effizienz, das ist die Wahrscheinlichkeit, das ein Ei von dem einen oder dem anderen Sucher (oder beiden) gefunden wurde, zu bestimmen.

Aufgabe 2: Supernova-Entdeckung (8 Punkte)

Der Diplomand A hat den Ehrgeiz berühmt zu werden: er will eine Supernova-Explosion in unserer Milchstraße entdecken. Obwohl sowas nur etwa alle 50 bis 100 Jahre passiert, hofft er auf sein Glück. Und er hat tatsächlich eine Chance, weil es seine Aufgabe ist, Signale von Neutrinos im tiefen Eis der Antarktis zu analysieren (AMANDA-Experiment). Neutrinos sind Teilchen, die in den ersten 10s einer Supernova-Explosion emittiert werden und die wegen ihrer geringen Wechselwirkung mit Materie bis zur Erde kommen können, auch wenn zum Beispiel das von der Explosion stammende Licht von stellarer und interstellarer Materie absorbiert wird. Mit einigem Aufwand kann man diese Neutrinos (zum Beispiel im Eis der Antarktis) nachweisen.

Ohne auf die Details der Messung einzugehen nur soviel: Das Experiment registriert kontinuierlich Untergrundsignale, deren Mittelwert man recht gut bestimmen kann. Der Diplomand summiert jeweils die Signale in 10-Sekunden-Intervallen auf. Die Signale sind Fluktuationen unterworfen, denen man einen statistischen Fehler zuordnen kann. Etwa 80% der Supernovae würden ein Signal hervorrufen, das etwa um das Fünffache des Fehlers höher liegt als der Mittelwert des Untergrundes. Fluktuationen von mindestens dem Fünffachen des Fehlers kommen nur mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa $3 \cdot 10^{-5}$ vor.

- a) Schätzen Sie ab, wie lange der Diplomand im Mittel warten muss, bis er eine potentielle Entdeckung macht.
- b) Berechnen Sie mit Hilfe des Bayes-Theorems, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein beobachtetes Signal von einer Supernova stammt.
- c) Wie könnte man den Supernova-Nachweis sicherer machen? Hinweis: es gibt mehrere Experimente die Supernova-Neutrinos nachweisen können. Wieviel unabhängige Experimente braucht man, um innerhalb von 10 Jahren keinen falschen Alarm auszulösen?

Aufgabe 3: Information verändert Wahrscheinlichkeiten (4 Punkte)

Dass die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis nicht absolut fest mit dem Ereignis verknüpft ist, sondern zum Beispiel von dem Grad der Information des Betrachters abhängt, sieht man an dem folgenden, häufig zitierten Beispiel:

Bei einem Quiz kann man ein Auto gewinnen, das hinter einer von drei Türen steht. Man muss sich nur vor die richtige Tür stellen.

Ein Kandidat stellt sich vor eine der Türen. Um die Sache spannender zu machen, sagt der Quizmaster: "Sehen Sie mal, da steht es nicht!" und öffnet dann eine der beiden anderen Türen, hinter der tatsächlich nichts steht. Dann bekommt der Kandidat die Chance noch einmal zu wechseln.

- a) Was würden Sie tun?
- b) Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten für einen Gewinn jeweils für das Stehenbleiben und das Wechseln an.