

Vorhersagen für Effekte schwerer neutraler  
Eichbosonen am  $ep$ -Beschleuniger HERA

**Diplomarbeit**

Humboldt-Universität zu Berlin  
Mathematisch-Naturwissenschaftliche-Fakultät I  
Institut für Physik

eingereicht von

André Krüger  
geb. am 19.08.1973 in Hennigsdorf

Berlin, September 1998

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Schwere neutrale Eichbosonen</b>	<b>11</b>
3.1	Einleitung . . . . .	11
3.2	Modellunabhängiger Lagrangian . . . . .	11
3.3	Mischung von $Z$ und $Z'$ . . . . .	20
3.4	Vorhersagen . . . . .	21
<b>4</b>	<b><math>Z'</math>-Suche am <math>ep</math>-Beschleuniger HERA</b>	<b>23</b>
4.1	HERA . . . . .	25
4.2	Der Streuquerschnitt für $ep \rightarrow eX$ . . . . .	25
4.3	Strahlungskorrekturen $ep \rightarrow eX(\gamma)$ . . . . .	26
4.4	Bisherige Vorhersagen . . . . .	27
4.5	Experimentelle Resultate . . . . .	28
<b>5</b>	<b>FORTRAN-Programme</b>	<b>29</b>
5.1	Das FORTRAN-Programm EPZE . . . . .	29
5.2	Das Programmpaket HECTOR . . . . .	30
5.3	Das FORTRAN-Programm ZE . . . . .	32
<b>6</b>	<b>Vorhersagen</b>	<b>39</b>
<b>7</b>	<b>Ausblick</b>	<b>44</b>
<b>A</b>	<b>Lokale Eichinvarianz und Gruppen</b>	<b>52</b>

<b>B</b>	<b>GUT-Modelle</b>	<b>55</b>
B.1	$SU(5)$ . . . . .	55
B.2	$SO(10)$ . . . . .	57
B.3	$E_6$ . . . . .	58
<b>C</b>	<b>Herleitung des Streuquerschnitts</b>	
	für $ep \rightarrow eX$	<b>60</b>
<b>D</b>	<b>Strukturfunktionen</b>	<b>69</b>

# 1 Einleitung

---

Ich werde einleitend einen Einblick in die Physik der großen Vereinheitlichung geben und die damit verbundene Annahme eines zusätzlichen schweren, elektrisch neutralen Eichbosons plausibel machen. Nach heutigem Stand der modernen Physik existieren vier elementare Wechselwirkungen, die elektromagnetische Wechselwirkung, die schwache Wechselwirkung, die starke Wechselwirkung und nicht zuletzt die Gravitation [1]. Die drei erstgenannten Wechselwirkungen können im Rahmen einer Yang-Mills-Theorie für die Elementarteilchenphysik adäquat beschrieben werden. Aufgrund der Tatsache, daß die Kopplungsstärken der einzelnen Wechselwirkungen sich in störungstheoretischer Behandlung als energieabhängig herausstellen, war man sich nach einigen Untersuchungen darüber einig, daß es ab einem bestimmten Punkt der Energieskala möglich sein sollte, alle Wechselwirkungen durch eine Eichtheorie zu erfassen. Das Ergebnis wird als „GUT“ ( Grand Unification Theory ) bezeichnet. Zunächst konnte diese Vereinigung erfolgreich mit der elektromagnetischen und der schwachen Wechselwirkung zur elektroschwachen Wechselwirkung durchgeführt werden. Während die starke, schwache und die elektromagnetische Wechselwirkung einzeln durch die Eichgruppen  $SU(3)_C$ ,  $SU(2)$  und  $U(1)$  beschrieben werden, wird die elektroschwache Wechselwirkung durch die Produktgruppe  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  vollständig erfaßt [1]. Das Ziel weiterer Bemühungen ist die Vereinigung der elektroschwachen und der starken Wechselwirkung. Dazu ist es notwendig eine höher dimensionierte Eichgruppe zu finden, die durch spontane Symmetriebrechung in die Produktgruppen  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  ( Standardmodell ) der Eich-

gruppen der einzelnen Wechselwirkungen zerfällt. Die Dimension der Generatoren dieser Eichgruppe ist dabei zunächst noch ungewiß, da es verschiedenste Möglichkeiten gibt, wie die verschieden dimensionierten Gruppen in die entsprechend gleichen Produktgruppen  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  der Untergruppen faktorisieren.

Eine der am häufigsten untersuchten Gruppen, ist die Eichgruppe  $SU(5)$ . Diese wird auch als minimale Eichgruppe der „GUT“ bezeichnet, da keine Gruppe kleinerer Dimension existiert, die ebendiese Produktgruppen beinhaltet. Die Untersuchung der  $SU(5)$  ergab einige qualitativ interessante Antworten, auf Fragen, die durch alleinige Erforschung der Eichgruppen der einzelnen Wechselwirkungen nicht hatten beantwortet werden können. Nichtsdestotrotz klärt dieses Modell nicht alle Fragen, so zum Beispiel:

- Protonlebensdauer zu kurz vorhergesagt
  
- Gravitation nicht einbezogen

Diese und weitere Tatsachen machen die Untersuchung höher dimensionierter Eichgruppen erforderlich. Diese Eichgruppen müssen wiederum die Produktgruppe  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  und weitere Untergruppen beinhalten, deren Existenz dann weitere Eichbosonen erforderlich machen. Die zur Zeit populärsten Gruppen sind die spezielle orthogonale Gruppe  $SO(10)$  und die exzeptionelle Gruppe  $E_6$ , die mittels spontaner Symmetriebrechung folgenderweise in die Produktgruppen  $SU(3)_C$ ,  $SU(2)_L$  und  $U(1)$  zerfallen:

$$E_6 \quad \longrightarrow \quad SO(10) \times U(1)_\psi \quad (1.1)$$

$$SO(10) \longrightarrow SU(5) \times U(1)_\chi \quad (1.2)$$

$$SU(5) \longrightarrow SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \quad (1.3)$$

Die zusätzlich auftretenden Untergruppen  $U(1)_\psi$  und  $U(1)_\chi$  bzw. das damit zusätzlich auftretende Eichboson  $Z'$  wird das Objekt nachfolgender Betrachtungen sein [2, 3]. Dabei wird ein elektroschwach ankoppelndes, elektrisch neutrales  $Z'$  angenommen, das sich problemlos in die  $(V - A)$ -Struktur der elektroschwachen Ströme eingliedern läßt.

Ziel dieser Arbeit soll es nun sein, das zusätzliche Eichboson  $Z'$  im Rahmen der „GUT“-Eichgruppenkandidaten  $E_6$  und  $SO(10)$  herzuleiten, bisherige experimentelle Resultate anzuführen und eigene Aussagen zum Streuquerschnitt des Prozesses:

$$e^\pm p \rightarrow \gamma, Z, Z' \rightarrow e^\pm X \quad (1.4)$$

im Rahmen der Kinematik des Beschleunigers HERA zu treffen.

Diese und weiterführende Betrachtungen zu Eichgruppen und der elektroschwachen Wechselwirkung sind in [4] und [5] nachzulesen.

## 2 Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik

---

In diesem Kapitel wird zunächst ausschließlich die elektroschwache Wechselwirkung näher erläutert [6] [7] [8] [1] [9] [10]. Der Kern zur Beschreibung dieser Wechselwirkung ist die Produktgruppe  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Die  $SU(2)_L$ -Gruppe ist die Gruppe des schwachen Isospins und die  $U(1)_Y$ -Gruppe, die der schwachen Hyperladung. Die  $SU(2)_L$ -Gruppe beinhaltet aufgrund ihrer Dimension drei Generatoren ( $I_W^1, I_W^2, I_W^3$ ) und somit drei Eichbosonfelder ( $W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3$ ). Die  $U(1)_Y$ -Gruppe besitzt dagegen nur einen Generator ( $Y_W$ ) und damit auch nur ein Eichbosonfeld ( $B_\mu$ ). Obwohl die Gruppe  $U(1)$  nachher im wesentlichen die elektromagnetische Wechselwirkung beschreibt, ist die schwache Hyperladung ( $Y_W$ ) nicht mit der elektrischen Ladung zu identifizieren. Die elektrische Ladung  $Q$  wird durch die dritte Komponente des schwachen Isospins ( $I_W^3$ ) und der schwachen Hyperladung ( $Y_W$ ) über eine Gell-Mann-Nishijima-Relation beschrieben:

$$Q = I_W^{3L} + \frac{Y_W^L}{2} = I_W^{3R} + \frac{Y_W^R}{2} \quad (2.1)$$

$$I_W^{3L} = \pm \frac{1}{2} \quad (2.2)$$

$$I_W^{3R} = 0 \quad (2.3)$$

Dabei koppeln nur linkshändige Fermionen an die Felder der  $SU(2)_L$ -Gruppe und lassen sich so zu linken Dubletts zusammenfassen. Die Werte der dritten Komponente des schwachen Isospins für diese Fermionfelder beträgt ( $I_W^3 = \pm \frac{1}{2}$ ). Die rechtshändigen Fermionen lassen sich entsprechend nur als Singuletts darstellen, deren Isospin bezüglich der  $SU(2)_L$  dann Null sein muß. Um

nun die Werte der elektrischen Ladung  $Q$  für die einzelnen Fermionen zu erhalten, muß die schwache Hyperladung  $Y_W$  wie folgt festgelegt werden:

$$Y_W^L = 2(Q - I_W^{3L}) \quad (2.4)$$

$$Y_W^R = 2Q \quad (2.5)$$

Dabei gilt (2.4) für linke Dubletts und (2.5) für rechte Singulets.

Um die Massen der bekannten geladenen und neutralen massiven Bosonen zu erzeugen, muß ein geeigneter Higgs-Mechanismus verwandt werden. Das entsprechende Mediumfeld  $\Phi$  hat folgende Gestalt.

$$\Phi = e^{i\frac{\Theta^a(x)\tau^a}{v}} \frac{\tau^a}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v + H(x)) \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Hier wurde das Mediumfeld bereits in Polarkoordinaten angegeben. Die Felder  $\Theta^a(x)$  stellen die Felder der drei Goldstone-Bosonen dar und  $H(x)$  das Higgs-Feld. Die Einführung des Higgs-Terms erzeugt also die Massen der drei Bosonen  $W^\pm$  und  $Z$ . Durch Anwendung des Eichprinzips (Anhang A) auf die freie Lagrangedichte  $L_0$  erhält man die Lagrangedichte der elektroschwachen Glashow-Salam-Weinberg-Theorie  $L_{GSW}$ :

$$\begin{aligned} L_0 &= i \sum_{i=e,\mu,\tau\dots} \bar{l}_L^i \gamma^\mu \partial_\mu l_L^i + i \sum_{i=e,\mu,\tau} \bar{l}_R^i \gamma^\mu \partial_\mu l_R^i \\ &+ i \sum_{i=u,c,t\dots} \bar{q}_L^i \gamma^\mu \partial_\mu q_L^i + i \sum_{i=u,c,t} \bar{q}_R^i \gamma^\mu \partial_\mu q_R^i \end{aligned} \quad (2.7)$$

Die volle Lagrangedichte der GSW-Theorie besteht aus folgenden Anteilen:

$$L_{GSW} = L_{Eich} + L_{Fermion} + L_{Higgs} + L_{Yukawa} \quad (2.8)$$

$$L_{Eich} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}W^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned}
L_{Fermion} &= i \sum_{i=e,\mu,\tau\dots} \bar{l}_L^i \gamma^\mu D_\mu l_L^i + i \sum_{i=e,\mu,\tau\dots} \bar{l}_R^i \gamma^\mu D_\mu l_R^i \\
&+ i \sum_{i=u,c,t\dots} \bar{q}_L^i \gamma^\mu D_\mu q_L^i + i \sum_{i=u,c,t\dots} \bar{q}_R^i \gamma^\mu D_\mu q_R^i
\end{aligned} \tag{2.10}$$

$$L_{Higgs} = (D_\mu \Phi)^\dagger D_\mu \Phi - V(\Phi) \tag{2.11}$$

$$\begin{aligned}
L_{Yukawa} &= -(\kappa_e \bar{\Psi}_L^e \Phi e_R + \kappa_\mu \bar{\Psi}_L^\mu \Phi \mu_R + \kappa_\tau \bar{\Psi}_L^\tau \Phi \tau_R) + h.c. \\
&+ \text{analoge Quarkterme}
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Hierbei bezeichnen die mit  $L$  indizierten Felder die linkshändigen Dubletts und analog dazu die mit  $R$  indizierten die rechten Singulets. Die so entstandenen kovarianten Ableitungen haben dann folgende Gestalt:

$$D_\mu f_L^i = (\partial_\mu + ig \frac{\tau^a}{2} W_\mu^a + ig' \frac{Y_W^L}{2} B_\mu) f_L^i \tag{2.13}$$

$$D_\mu \Phi = (\partial_\mu + ig \frac{\tau^a}{2} W_\mu^a + ig' \frac{Y_W^L}{2} B_\mu) \Phi \tag{2.14}$$

$$D_\mu f_R^i = (\partial_\mu + ig' \frac{Y_W^R}{2} B_\mu) f_R^i \tag{2.15}$$

$$a = 1, 2, 3$$

Die Parameter  $f$  und  $\bar{f}$  stehen hier stellvertretend für  $l_i$  und  $q_i$ .

Aus dem kinetischen Teil von  $L_{Higgs}$  und aus  $L_{Yukawa}$  des so entstandenen Lagrangian der elektroschwachen GSW-Theorie, lassen sich nun ohne weiteres die Massenformeln für die  $W^\pm$ -Bosonen, der Leptonen und des Higgs-Bosons bestimmen. Es sei weiterhin angemerkt, daß sich die Fermionmassen der eben genannten Elementarteilchen **nicht** auf diese Art bestimmen lassen. Die in den Massenformeln auftretenden Parameter  $\kappa_i$  müssen an die experimentell ermittelten Fermionmassen angepaßt werden. Für die Massenformeln der Fermionen, des Higgs-Bosons und der  $W^\pm$ -Bosonen erhält man:

$$M_{W^\pm} = \frac{1}{2} g v \tag{2.16}$$

$$m_i = \frac{\kappa_i v}{\sqrt{2}} \quad (2.17)$$

$$M_H = \sqrt{2\lambda}v \quad (2.18)$$

Dabei sind  $v$  und  $\lambda$  Parameter des Higgs-Potentials:

$$V(\Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (2.19)$$

$$v = \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}} \quad (2.20)$$

Durch explizite Berechnung des kinetischen Teils des Higgs-Terms erkennt man schnell, daß nichtdiagonale Massenterme für die Eichbosonen  $W_\mu^3$  und  $B_\mu$  existieren. Durch Diagonalisierung der Massenmatrix ( durch Übergang zu physikalischen Feldern ) erhält man das masselose Photon und dessen massiven, elektrisch neutralen Partner, das  $Z$ -Boson.

$$\begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{g'^2 v^2}{4} & -\frac{gg'v^2}{4} \\ -\frac{gg'v^2}{4} & \frac{g^2 v^2}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Der Übergang zu den physikalischen Feldern  $Z_\mu$  und  $A_\mu$  erfolgt mittels Rotation um den bekannten elektroschwachen Mischungswinkel  $\theta_W$ , der auch als *Weinberg-Winkel* bezeichnet wird.

$$Z_\mu = \cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu \quad (2.22)$$

$$A_\mu = \sin \theta_W W_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu \quad (2.23)$$

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g} \quad (2.24)$$

Auf diese Art und Weise erhält man die Massenformeln für das Photon und das  $Z$ -Boson:

$$M_Z = \frac{1}{2} \sqrt{g^2 + g'^2} v \quad (2.25)$$

$$M_A = 0 \quad (2.26)$$

Durch Ersetzen der Felder  $W_\mu^1$  und  $W_\mu^2$  durch:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \quad (2.27)$$

$$\tau^\pm = \frac{1}{2}(\tau^1 \pm i\tau^2) \quad (2.28)$$

erhält man den geladenen Teil des Stroms mit den Bosonen  $W_\mu^+$  und  $W_\mu^-$ .

Ebenso erhält man aus dem elektrisch neutralen Anteil

$$-L_{NC} = \bar{f}_L \gamma^\mu (ig \frac{\tau_3}{2} W_\mu^3 + ig' \frac{Y_W^L}{2} B_\mu) f_L + \bar{f}_R \gamma^\mu (ig' \frac{Y_W^R}{2} B_\mu) f_R \quad (2.29)$$

$$= \bar{f} \gamma^\mu [ig \frac{\tau_3}{2} \frac{1 - \gamma_5}{2} W_\mu^3 + ig' \frac{Y_W}{2} (\frac{1 - \gamma_5}{2} + \frac{1 + \gamma_5}{2}) B_\mu] \quad (2.30)$$

nach Einsetzen der Relationen (2.1), (2.22), (2.23) und (2.24), die bekannte  $(V - A)$ -Struktur.

$$-L_{NC} = \bar{f} [ie \gamma^\mu Q A_\mu + \frac{ig}{\cos \theta_W} \gamma^\mu (\frac{\tau_3}{2} \frac{1 - \gamma_5}{2} - Q \sin^2 \theta_W) Z_\mu] f \quad (2.31)$$

Dabei ist  $e$  die elektrische Ladung, die sich wie folgt ergibt:

$$e = g \sin \theta_W \quad (2.32)$$

Durch Umsortieren der Kopplungsparameter nach Anteilen von  $\gamma_5$  erhält man die entsprechenden Vektor- ( $V$ ) und Axialvektoranteile ( $A$ ) des Stroms.

$$v_\gamma^f = Q_f \quad (2.33)$$

$$a_\gamma^f = 0 \quad (2.34)$$

$$v_Z^f = (\frac{I_{3L}^f}{2} - Q_f s_W^2) \quad (2.35)$$

$$a_Z^f = \frac{I_{3L}^f}{2} \quad (2.36)$$

$$s_W = \sin \theta_W \quad (2.37)$$

Im nächsten Kapitel wird nun das Entstehen der Kopplungen für ein um  $Z'$  erweiterten Lagrangian hergeleitet.

## 3 Schwere neutrale Eichbosonen

---

Die in der Einleitung genannten Gruppen finden in diesem Abschnitt ihre eigentliche Notwendigkeit und offenbaren ihre Bedeutung hinsichtlich der unterschiedlichen Kopplungskonstanten, Massen, eventuelle Mischungen mit dem bereits detektierten  $Z$ -Boson und anderer observabler Größen.

### 3.1 Einleitung

---

Es gibt noch keinerlei experimentelle Hinweise darauf, daß ein weiteres Eichboson existiert. Die Suche dieses Bosons ist in drei Bereiche einzuteilen, Präzisionstests elektrisch neutraler Prozesse bei niedrigen Energien, Zwangsbedingungen an  $Z - Z'$ -Mischung am  $Z$ -Pol und die direkte Suche bei hohen Energien. Für eingehendere Informationen dieser Art verweise ich auf die Referenzen [11, 12].

### 3.2 Modellunabhängiger Lagrangian

---

Der entsprechende Lagrangian für ein um  $Z'$  erweitertes Standardmodell setzt sich wie im vorangegangenen Kapitel aus einem links- und einem rechtshändigen Anteil zusammen. Es gilt also:

$$L = L_L + L_R \tag{3.1}$$

Diese Anteile des Lagrangians entsprechen folgendem Teil des Brechungsschemas:

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)_{Q'} \quad (3.2)$$

Die links- bzw. rechtshändigen Anteile ergeben sich ähnlich wie im Kapitel 2. Allerdings wurde überall davon ausgegangen, daß die Felder der Eichbosonen mit unterschiedlichen Stärken an die links- bzw. rechtshändigen Fermionfelder ankoppeln. So entstehen unter bestimmten Annahmen:

$$-L_R = \bar{f}_R \gamma^\mu (i\tilde{g}_1 \frac{Y_R}{2} \tilde{B}_\mu + i\tilde{g}_2 \frac{Q'_R}{2} \tilde{Z}'_\mu) f_R \quad (3.3)$$

$$-L_L = \bar{f}_L \gamma^\mu (ig \frac{\tau^a}{2} W_\mu^a + i\tilde{g}_1 \frac{Y_L}{2} \tilde{B}_\mu + i\tilde{g}_2 \frac{Q'_L}{2} \tilde{Z}'_\mu) f_L \quad (3.4)$$

$$a = 1, 2, 3$$

Die hier aufgeführten Felder der Eichbosonen  $\tilde{B}_\mu$  und  $\tilde{Z}'_\mu$  sind noch nicht die Eichfelder aus denen dann die physikalischen Felder der Bosonen hervorgehen. Die Möglichkeit der Mischung der Felder zweier  $U(1)$ -Gruppen auf Loop-Niveau (Fig.1), wie sie in den Produktgruppen im Einleitungskapitel auftreten, führt zu einem Mischungsterm im Eichteil des Lagrangians [13].

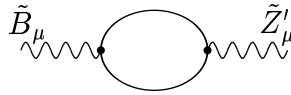


Fig.1: Mischung auf Loop-Niveau

Der Eichteil des Lagrangians hat dann folgende Gestalt:

$$L_{Eich} = -\frac{\chi_1}{4} \tilde{B}_{\mu\nu} \tilde{B}^{\mu\nu} - \frac{\chi_2}{4} \tilde{Z}'_{\mu\nu} \tilde{Z}'^{\mu\nu} - \frac{\chi}{2} \tilde{B}_{\mu\nu} \tilde{Z}'^{\mu\nu} \quad (3.5)$$

$$\tilde{Z}'_{\mu\nu} = \partial_\mu \tilde{Z}'_\nu - \partial_\nu \tilde{Z}'_\mu \quad (3.6)$$

$$\tilde{B}_{\mu\nu} = \partial_\mu \tilde{B}_\nu - \partial_\nu \tilde{B}_\mu \quad (3.7)$$

Durch Rotation der Felder  $\tilde{B}_\mu$  und  $\tilde{Z}'_\mu$  um einen Winkel  $\Theta$  mit der Bedingung, daß der gemischte Term dadurch gleich Null wird, erhält man vier neue Kopplungskonstanten.

$$\begin{pmatrix} \tilde{B}_\mu \\ \tilde{Z}'_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Theta & -\sin \Theta \\ \sin \Theta & \cos \Theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B'_\mu \\ Z'_{1\mu} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Der Rotationswinkel  $\Theta$  ist durch die Parameter  $\chi_1$ ,  $\chi_2$  und  $\chi$  vollständig festgelegt.

$$\tan 2\Theta = \frac{2\chi}{\chi_1 - \chi_2} \quad (3.9)$$

Die Eliminierung des Mischungsterms auf Loop-Niveau führt also zu einer Mischung im Lagrangian auf Baumgraphen-Niveau mit folgenden neuen Kopplungskonstanten:

$$g'_{11} = \frac{\tilde{g}_1 \cos \Theta}{\sqrt{a}} \quad (3.10)$$

$$g'_{12} = \frac{\tilde{g}_2 \sin \Theta}{\sqrt{a}} \quad (3.11)$$

$$g'_{21} = -\frac{\tilde{g}_1 \sin \Theta}{\sqrt{b}} \quad (3.12)$$

$$g'_{22} = \frac{\tilde{g}_2 \cos \Theta}{\sqrt{b}} \quad (3.13)$$

$$a = \chi_1 \cos^2 \Theta + \chi_2 \sin^2 \Theta + 2\chi \cos \Theta \sin \Theta \quad (3.14)$$

$$b = \chi_1 \sin^2 \Theta + \chi_2 \cos^2 \Theta - 2\chi \cos \Theta \sin \Theta \quad (3.15)$$

Durch diese Umformung erhält der Lagrangian für den neutralen Strom die untenstehende Form [14, 15].

$$L_{NC} = L_{NC}^R + L_{NC}^L \quad (3.16)$$

Mit der folgenden Form für die einzelnen Komponenten werden (3.3) und (3.4) zu:

$$\begin{aligned}
-L_{NC}^R &= \frac{1}{2} \bar{f}_R \gamma^\mu (ig'_{11} Y_R B'_\mu + ig'_{12} Y_R Z'_{1\mu} \\
&\quad + ig'_{21} Q'_R B'_\mu + ig'_{22} Q'_R Z'_{1\mu}) f_R \quad (3.17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-L_{NC}^L &= \frac{1}{2} \bar{f}_L \gamma^\mu (ig\tau_3 W_{3\mu} + ig'_{11} Y_L B'_\mu \\
&\quad + ig'_{12} Y_L Z'_{1\mu} + ig'_{21} Q'_L B'_\mu + ig'_{22} Q'_L Z'_{1\mu}) f_L \quad (3.18)
\end{aligned}$$

Dadurch erhält der Eichteil des vollen Lagrangians die bekannte Gestalt.

$$L_{Eich} = -\frac{1}{4} B'_{\mu\nu} B'^{\mu\nu} - \frac{1}{4} Z'_{1\mu\nu} Z'^{1\mu\nu} \quad (3.19)$$

Durch eine Rotation der Eichfelder um den Winkel  $\theta_K$  ( $c_K = \cos \theta_K, s_K = \sin \theta_K$ ), kann der Lagrangian in die folgende Form überführt werden [14]:

$$-L_{NC}^R = \frac{1}{2} \bar{f}_R \gamma^\mu (ig_{11} Y_R B_\mu + ig_{12} Y_R Z'_\mu + ig_{22} Q'_R Z'_\mu) f_R \quad (3.20)$$

$$-L_{NC}^L = \frac{1}{2} \bar{f}_L \gamma^\mu (ig\tau_3 W_{3\mu} + ig_{11} Y_L B_\mu + ig_{12} Y_L Z'_\mu + ig_{22} Q'_L Z'_\mu) f_L \quad (3.21)$$

Dabei hängen die Eichfelder wie folgt zusammen:

$$\begin{pmatrix} B'_\mu \\ Z'_{1\mu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_K & -s_K \\ s_K & c_K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ Z'_\mu \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Für die Kopplungskonstanten gilt:

$$g_{11} = g'_{11} c_K + g'_{12} s_K \quad (3.23)$$

$$g_{12} = -g'_{11} s_K + g'_{12} c_K \quad (3.24)$$

$$g_{21} = g'_{21} c_K + g'_{22} s_K \equiv 0 \quad (3.25)$$

$$g_{22} = -g'_{21} s_K + g'_{22} c_K \quad (3.26)$$

Unter der Annahme, daß die Kopplung von  $Q'$  an  $B_\mu$  entsprechend schwach ist, wird die Kopplungskonstante  $g_{21}$  identisch zu Null gesetzt, um die Herleitung der Felder  $Z_\mu$  und  $A_\mu$  aus Kapitel 2 analog zum Standardmodell durchführen zu können. Diese Bedingung liefert uns eine Bestimmungsgleichung für  $\theta_K$ . Mit weiterer Umformung hinsichtlich einer vektoriellen und axialvektoriellen Kopplungsstruktur erhält man:

$$v_{Z'}^f = \frac{1}{2}[Q'_L + Q'_R + \frac{g_{12}}{g_{22}}(Y_L + Y_R)] \quad (3.27)$$

$$a_{Z'}^f = \frac{1}{2}[Q'_L - Q'_R + \frac{g_{12}}{g_{22}}(Y_L - Y_R)] \quad (3.28)$$

$$g_{22} = g_{Z'} \quad (3.29)$$

Diese Umformung führt zu folgendem Lagrangian [14, 16, 17, 18]:

$$-L_{NC} = ieJ_\gamma^\mu A_\mu + ig_Z J_Z^\mu Z_\mu + ig_{Z'} J_{Z'}^\mu Z'_\mu \quad (3.30)$$

$$J_i^\mu = \sum_f \bar{\Psi}_f \gamma^\mu (v_i^f - a_i^f \gamma_5) \Psi_f, \quad i = \gamma, Z, Z' \quad (3.31)$$

$$(3.32)$$

Dabei sind die Kopplungsparameter  $v_i^f, a_i^f$  für das  $Z$ -Boson und das Photon wie üblich (2.33-2.37).

Bezüglich des anfangs dargestellten Zerfalls von  $E_6$  in die entsprechenden  $U(1)$ -Gruppen,

$$E_6 \rightarrow SO(10) \times U(1)_\Psi \rightarrow SU(5) \times U(1)_\chi \times U(1)_\psi \quad (3.33)$$

gibt es drei verschiedene Modelle ( $\chi, \psi$  und  $\eta$ ) [19, 3, 20]. Analog zur  $U(1)$ -Gruppe des Elektromagnetismus gibt es auch hier allgemeine Ladungen [21].

$$Q_\beta^{L,R} = Q_\chi^{L,R} \cos \beta + Q_\psi^{L,R} \sin \beta \quad (3.34)$$

$$\bar{Q}_\beta^{L,R} = -Q_\chi^{L,R} \sin \beta + Q_\psi^{L,R} \cos \beta \quad (3.35)$$

Wobei nur die erste weiterhin berücksichtigt wird, da man das zur zweiten Ladung gehörende Eichboson als sehr viel schwerer annimmt und es daher keinen detektierbaren Einfluß auf den Streuquerschnitt haben sollte [22, 23, 24, 25, 26]. Die erstgenannte Ladung  $Q_\beta$  ist dabei mit der Ladung  $Q'$  aus den Kopplungen  $v_{Z'}^f$  und  $a_{Z'}^f$  des zusätzlichen  $Z'$ -Bosons zu identifizieren.

$$Q'_{L,R} \leftrightarrow Q_\beta^{L,R} \quad (3.36)$$

Es entsteht folgendes Brechungsschema:

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)_{Q_\beta} \quad (3.37)$$

Der Winkel  $\beta$  ist hier einzig bestimmend für das jeweilige Modell.

$$Q_\chi \rightarrow \beta = 0 \quad (3.38)$$

$$Q_\psi \rightarrow \beta = \frac{\pi}{2} \quad (3.39)$$

$$Q_\eta \rightarrow \beta = -\arctan \sqrt{\frac{5}{3}} \quad (3.40)$$

Der Winkel  $\beta$  für das  $\eta$ -Modell entsteht, wenn die Gruppe  $E_6$  direkt in eine Untergruppe mit Rang ( $r = 5$ ) bricht. Die letztgenannte Ladung wird häufig in superstringorientierten Modellen verwendet, daraus resultiert hier auch der konkrete Wert für  $\beta$  [21].

Mit einer Art Gell-Mann-Nishijima-Relation für die Ladungen  $Q_\chi$  und  $Q_\psi$  [27, 28, 29] und der jeweiligen Normierungsbedingung, ergeben sich die Werte wie folgt:

$$Q_\chi = 4I_{3R} - 3(Y_L + Y_R) \quad (3.41)$$

$$Q_\psi = 3(Y_R - Y_L) \quad (3.42)$$

$$\sum_{i=e^-, u_L^c, \dots} Q_\chi^{i^2} = 2 \quad (3.43)$$

$$\sum_{i=e^-, u_L^c, \dots} Q_\psi^{i^2} = 3 \quad (3.44)$$

Zusätzlich dazu wurde  $g_{12} = 0$  gesetzt, da der Kopplungseffekt entsprechend schwach ist. Es entstehen die in Tabelle (1) aufgeführten Werte der Kopplungen. Für die Ladungen ergeben sich noch folgende Zusatzbedingungen:

$$-Q_\chi^{l_{qL}} = \frac{1}{3}Q_\chi^{l_L} \quad (3.45)$$

$$Q_\psi^{l_{qL}} = Q_\psi^{l_L} \quad (3.46)$$

$$Q_\chi^{l_{qR}} = Q_\chi^{l_R} \quad (3.47)$$

$$Q_\psi^{l_{qR}} = Q_\psi^{l_R} \quad (3.48)$$

Die Kopplungskonstanten der SM-Fermionen an das zusätzliche Eichboson können jetzt auf die gleiche Weise wie für das  $Z$ -Boson ermittelt werden. Ausgehend vom Lagrangian und dem Prinzip der minimalen Kopplung kann man nun über die Einführung der kovarianten Ableitungen und unter Beachtung der Chiralität der Fermionfelder, die Vektor- und die Axialvektorkopplungen für das  $Z'$  angeben.

Darüberhinaus existiert die Zerfallsmöglichkeit der  $SO(10)$ -Gruppe in ein links-rechts-symmetrisches Modell:

$$SO(10) \rightarrow SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L} \quad (3.49)$$

Ausgehend von dieser Form des Lagrangians:

$$-L_{NC} = ig_{B-L} J_{B-L}^\mu B_\mu + ig_L J_{3L}^\mu W_\mu^{3L} + ig_R J_{3R}^\mu W_\mu^{3R} \quad (3.50)$$

erhält man die altbekannte Form (3.29), wenn man die Felder  $A_\mu, Z_\mu, Z'_\mu$  wie folgt einführt:

$$A_\mu = e \left( \frac{W_\mu^{3L}}{g_L} + \frac{W_\mu^{3R}}{g_R} + \frac{B_\mu}{g_{B-L}} \right) \quad (3.51)$$

$$Z_\mu = e \left[ \frac{W_\mu^{3L}}{g_Y} + \frac{g_Y}{g_L} \left( \frac{W_\mu^{3R}}{g_R} + \frac{B_\mu}{g_{B-L}} \right) \right] \quad (3.52)$$

$$Z'_\mu = g_Y \left( \frac{W_\mu^{3R}}{g_{B-L}} - \frac{B_\mu}{g_R} \right) \quad (3.53)$$

$$\frac{1}{g_Y^2} = \frac{1}{g_R^2} + \frac{1}{g_{B-L}^2} \quad (3.54)$$

$$g_Y = \frac{g_L}{\tan \theta_W} \quad (3.55)$$

Die Kopplungskonstanten ergeben sich hier zu:

$$e = g_L s_W \quad (3.56)$$

$$g_Z = \frac{g_L}{c_W} \quad (3.57)$$

$$g_{Z'} = \sqrt{\frac{5}{3}} s_W g_Z \quad (3.58)$$

Dieses sogenannte  $LR$ -Modell beinhaltet natürlich andere Kopplungen  $v_{Z'}^f, a_{Z'}^f$  die von den Kopplungskonstanten  $g_L$  und  $g_R$  der  $SU(2)_L$  - und  $SU(2)_R$  - Gruppe abhängen [30]. Das  $Z'$ -Boson koppelt dabei an folgenden Strom:

$$J_{Z'}^\mu = \sqrt{\frac{3}{5}} \left( \alpha J_{3R}^\mu - \frac{1}{2\alpha} J_{B-L}^\mu \right) \quad (3.59)$$

Der Parameter  $\alpha$  ergibt sich aus den bereits erwähnten Kopplstärken  $g_L$  und  $g_R$  und dem Weinberg-Winkel wie folgt:

$$\alpha = \sqrt{\frac{c_W^2 g_R^2}{s_W^2 g_L^2} - 1} \quad (3.60)$$

Der Strom  $J_{3R}^\mu$  ist die dritte Komponente des Stroms der mit der Gruppe  $SU(2)_R$  zu assoziieren ist [31, 32].

**Achtung! Die Brechung  $E_6 \rightarrow SO(10) \times U(1)_\psi$  bei der  $SO(10)$  wie in (3.49) zerfällt, ist hier unsinnig, da  $Z'$  bereits aus der Gruppe  $SU(2)_R$  als Mischung von  $W_{3R}$  und  $B$  hervorgeht.**

Die Vektor- und Axialvektorkopplungen für ein zusätzliches  $Z'$  für das  $E_6$ - und das  $LR$ -Modell sind in der nachfolgenden Tabelle (1) aufgeführt [14]. Ausgehend von dieser Darstellung untersucht man das Verhalten von  $Z'$  mit

$f$	$E_6:$	$a_{Z'}^f$	$v_{Z'}^f$
$\nu$		$3 \frac{\cos \beta}{\sqrt{40}} + \frac{\sin \beta}{\sqrt{24}}$	$3 \frac{\cos \beta}{\sqrt{40}} + \frac{\sin \beta}{\sqrt{24}}$
$e$		$\frac{\cos \beta}{\sqrt{10}} + \frac{\sin \beta}{\sqrt{6}}$	$2 \frac{\cos \beta}{\sqrt{10}}$
$u$		$-\frac{\cos \beta}{\sqrt{10}} + \frac{\sin \beta}{\sqrt{6}}$	0
$d$		$\frac{\cos \beta}{\sqrt{10}} + \frac{\sin \beta}{\sqrt{6}}$	$-2 \frac{\cos \beta}{\sqrt{10}}$
$f$	$LR:$	$a_{Z'}^f$	$v_{Z'}^f$
$\nu$		$\frac{1}{2\alpha}$	$\frac{1}{2\alpha}$
$e$		$\frac{\alpha}{2}$	$\frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha}{2}$
$u$		$-\frac{\alpha}{2}$	$-\frac{1}{3\alpha} + \frac{\alpha}{2}$
$d$		$\frac{\alpha}{2}$	$-\frac{1}{3\alpha} - \frac{\alpha}{2}$

Tabelle 1: Vektor- und Axialvektorkopplungen von  $Z'$  an SM-Fermionen in  $E_6$ - und  $LR$ -Modellen

entsprechend gestrichenen Kopplungsparametern, deren Werte im weiteren natürlich noch unbekannt sind [33] [34].

### 3.3 Mischung von $Z$ und $Z'$

---

Einige Anzeichen sprechen dafür, daß es eine Mischung von  $Z$  und  $Z'$  gibt, so daß  $Z$  und  $Z'$  zwar die Symmetrieeigenzustände aber nicht die Masseneigenzustände sind. Diese Eigenart läßt sich analog zum Phänomen  $B - W_3$ -Mischung mit Hilfe eines Mischungswinkels  $\theta_M$  beschreiben. Dabei verändert sich die Erscheinungsform des Lagrangian nur in der Art, daß anstatt  $Z$  und  $Z'$  jetzt  $Z_1$  und  $Z_2$  mit den entsprechenden Kopplungskonstanten im Lagrangian auftauchen [35, 36].  $Z_1$  und  $Z_2$  ergeben sich aus  $Z$  und  $Z'$  wie folgt:

$$Z_1 = Z \cos \theta_M + Z' \sin \theta_M \quad (3.61)$$

$$Z_2 = Z' \cos \theta_M - Z \sin \theta_M \quad (3.62)$$

Die Kopplungen  $v_i^f$  und  $a_i^f$  verändern sich analog dazu [37] [38] [39]. Approximationen des Mischungswinkels aufgrund von Meßdaten von LEP 1 lassen nur eine schwache Mischung zu, da die gemessenen Observablen ziemlich präzise mit Vorhersagen des Standardmodells übereinstimmen. Entsprechend den eingangs erwähnten verschiedenen Modellen, die ein  $Z'$  beinhalten, gibt es dementsprechend unterschiedliche Werte für den Mischungswinkel  $\theta_M$ . Eine Approximation für die Mischungswinkel [40, 41] in den verschiedenen Modellen ergibt:

$$-0.004 \leq \theta_M \leq 0.015, \quad \chi - Modell \quad (3.63)$$

$$-0.003 \leq \theta_M \leq 0.020, \quad \Psi - Modell \quad (3.64)$$

$$-0.029 \leq \theta_M \leq 0.010, \quad \eta - Modell \quad (3.65)$$

$$-0.002 \leq \theta_M \leq 0.015, \quad LR - Modell \quad (3.66)$$

Diese Variante der Mischung wird aufgrund der nacheinanderfolgenden Mischung von  $B - W_3$  und  $Z - Z'$ , Zwei-Schritt-Verfahren genannt. In bereits erwähnten  $LR$ -Modellen favorisiert man oft das Ein-Schritt-Verfahren, bei dem diese Mischung durch eine  $3 \times 3$ -Matrix beschrieben wird, deren Einträge aus trigonometrischen Funktionen bestehen, die vom Weinberg-Winkel  $\theta_W$ , dem  $Z - Z'$ -Mischungswinkel  $\theta_M$  und einem zusätzlichen Winkel  $\theta_{LR}$  abhängen [38, 14, 42, 43].

Diese Verfahren und Mischung werden hier nicht näher erläutert, da dieser Effekt entsprechend schwach ist und eher in LEP-Daten als in HERA-Daten nachweisbar sein dürfte.

### 3.4 Vorhersagen

---

Es wäre natürlich interessant zu erfahren, ob das hypothetische Boson  $Z'$  tatsächlich ein weiteres schwach ankoppelndes Boson mit anderen Werten für Kopplungskonstante und Kopplungen ist, oder ob es nur eine weitaus schwerere Variante des bekannten  $Z$  darstellt. Um diese Frage beantworten zu können, müssen anhand von Observablen die Parameter  $g_{Z'}, v_{Z'}^f, a_{Z'}^f$  und der Mischungswinkel  $\theta_M$  untersucht werden.

Die weiteren Betrachtungen beziehen sich nun noch auf die Masse des  $Z'$  die durch folgende Abschätzung aus den unterschiedlichen Modellen einer  $E_6$ -GUT folgen:

$$M_{Z'} > M_{Z'}^{lim} \approx \frac{g_2}{g_1} \sqrt{s \frac{O}{\Delta O}} \quad (3.67)$$

Der Parameter  $M_{Z'}^{lim}$  ist eine Abschätzung für die untere Grenze der möglichen  $Z'$ -Masse. Diese Abschätzung wurde für den Prozeß  $e^- e^+ \rightarrow f \bar{f}$  ge-

macht [44]. Die Konstanten  $g_1, g_2$  sind die Kopplungskonstanten für die Masseneigenzustände und der Parameter  $O$  bzw.  $\Delta O$  beziehen sich hier auf eine beliebige Observable bzw. deren Fehler. Eine einfacher zu handhabende Variante dieser Approximation, die dann nur von einem Faktor  $a$ , der Luminosität  $L$  und dem Verhältnis  $r$  zwischen systematischem und zufälligem Fehler abhängt.

$$M_{Z'}^{lim} \approx a \frac{g_2}{g_1} \left[ \frac{Ls}{1+r^2} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (3.68)$$

$$(3.69)$$

Der Parameter  $a$  beträgt dabei  $1.9TeV$ , wenn nur Leptonen ankoppeln und  $2.8TeV$ , wenn sowohl Leptonen als auch Quarks ankoppeln [16, 45].  $s$  ist das Quadrat der Schwerpunktsenergie.

Zum Abschluß des Kapitels sollen noch einige Werte für die untere Grenze von  $M_{Z'}$  angegeben werden [44].

Die Aussagen über  $M_{Z'}$  für verschiedene Prozesse schwanken zwischen ein-

$\frac{M_{Z'}}{GeV}$	$\chi$	$\psi$	$\eta$	$LR$
$L = 0.5 fb^{-1}$	390	210	240	420
$L = 1.0 fb^{-1}$	470	260	290	500

Tabelle 2: Vorhersagen für  $M_{Z'}$  von HERA mit  $\sqrt{s} = 314GeV$  Ref.[46]

gen hundert GeV und mehreren TeV (siehe Tabelle 2, 3, 4). Die Werte aus Tabelle (3) sind Vorhersagen für  $M_{Z'}^{lim}$  für Neutrino-Elektron-Streuungen. In Tabelle (4) stehen analog dazu Vorhersagen für untere Massengrenzen aus Proton-Proton- bzw. Antiproton-Proton-Streuungen.

$\frac{M_{Z'}}{GeV}$	$\chi$	$\psi$	$\eta$	$LR$
Ref.[47]	262	135	100	253
Ref.[48]	215	54	87	
Ref.[49]	500	155	190	220

Tabelle 3: Vorhersagen für  $M_{Z'}^{lim}$  aus  $\nu_e e \rightarrow \nu_e e$

$\frac{\sqrt{s}}{TeV}$	L*fb	$\chi$	$\psi$	$\eta$	$LR$
2( $p\bar{p}$ )	10	1.04	1.05	1.07	1.10
14( $pp$ )	100	4.38	4.19	4.29	4.53
60( $pp$ )	100	13.3	12.0	12.3	13.5
200( $pp$ )	1000	43.6	39.2	40.1	43.2

Tabelle 4: Vorhersagen für  $M_{Z'}^{lim}$  in TeV aus  $(\bar{p})pp \rightarrow f\bar{f}$  Ref.[50]

## 4 $Z'$ -Suche am $ep$ -Beschleuniger HERA

---

Das Anliegen dieses Kapitels besteht im wesentlichen darin, daß differentielle Streuquerschnitte von Elektron(Positron)-Proton-Streuungen hinsichtlich der Möglichkeit eines  $Z'$ -Austauschs untersucht werden sollen. Darüberhinaus gibt es einen kurzen Überblick über den  $ep$ -Beschleuniger HERA.

Es wird eine kurze Herleitung des differentiellen Streuquerschnitts in Bornscher Näherung erfolgen und die Korrektur desselben bezüglich Bremsstrahlung in **LLA** ( **L**eading **L**ogarithmic **A**pproximation ) erläutert. Die wesent-

liche Abhängigkeit des differentiellen Streuquerschnitts von den Parametern des  $Z'$  ( Masse, Kopplungskonstante und Kopplungen ) wird sich im Propagatorterm und den Strukturfunktionen manifestieren.

Dabei wird die der Berechnung eines Streuquerschnittes für einen Streuprozess eines Elementarteilchens mit einem zusammengesetzten Teilchen ( Nukleon ) zugrundeliegende Idee erläutert werden ( siehe Anhang ).

Der grafisch dargestellte Prozeß soll dabei untersucht werden:

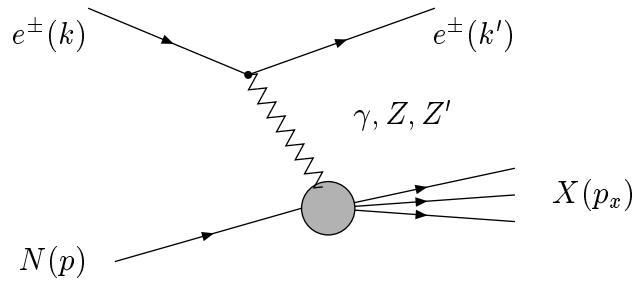


Fig.2  $e^\pm p \rightarrow \gamma, Z, Z' \rightarrow e^\pm X$

Dabei sind nachstehend aufgeführte Parameter die kinematisch wichtigen Variablen:

$$\nu = E - E' \quad (4.1)$$

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu} \quad (4.2)$$

$$y = \frac{Q^2}{sx} \quad (4.3)$$

$$s = (k + p)^2 \approx 2ME \quad (4.4)$$

$$Q^2 = 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2} \approx sxy \quad (4.5)$$

Hier sind  $E$  und  $E'$  die Energie des ein- bzw. auslaufenden Fermions,  $M$  die Protonmasse,  $x$  und  $y$  die allseits bekannten Bjorken-Skalenvariablen,  $s$  das Quadrat der Schwerpunktsenergie im Laborsystem und  $\theta$  der Streuwinkel.

## 4.1 HERA

---

Bei dem  $ep$ -Beschleuniger HERA handelt es sich um eine Ring-Anlage zur Beschleunigung von Elektronen und Hadronen, die am DESY Hamburg installiert ist.

Dabei erreichen die Hadronen eine Energie von 820 GeV und die Elektronen eine Energie von 26 GeV. Es finden zahlreiche Experimente in der tiefinelastischen Lepton-Nukleon-Streuung statt. Dort werden Präzisionstests der starken Wechselwirkung (QCD) durchgeführt.

## 4.2 Der Streuquerschnitt für $ep \rightarrow eX$

---

Der Streuquerschnitt wird hier nur angegeben. Die Berechnung des Streuquerschnittes wird im Anhang C explizit vorgeführt. So erhält man für den Prozeß  $e^\pm p \rightarrow \gamma, Z, Z' \rightarrow e^\pm X$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x \partial y} &= 2\pi\alpha^2 \frac{s}{Q^4} [\sigma(\gamma, \gamma) + \sigma(Z, Z) + \sigma(Z', Z')] \\ &+ 2[\sigma(\gamma, Z) + \sigma(\gamma, Z') + \sigma(Z, Z')] \end{aligned} \quad (4.6)$$

Die einzelnen Beiträge berechnen sich dabei wie folgt:

$$\sigma(i, j) = \chi_i(Q^2)\chi_j(Q^2)[Y_+V + Y_-A] \quad (4.7)$$

$$\chi_n(Q^2) = \frac{g_n^2}{4\pi\alpha} \frac{Q^2}{Q^2 + M_n^2}, \quad Y_\pm = [1 \pm (1-y)^2] \quad (4.8)$$

$$V = [C_V(e) + \lambda Q_e C_A(e)][C_V(u)(u + \bar{u}) + C_V(d)(d + \bar{d})] \quad (4.9)$$

$$A = -[Q_e C_A(e) + \lambda C_V(e)][C_A(u)(u - \bar{u}) + C_A(d)(d - \bar{d})] \quad (4.10)$$

$$C_V(f) = v_i^f v_j^f + a_i^f a_j^f, \quad C_A(f) = v_i^f a_j^f + a_i^f v_j^f \quad (4.11)$$

$$i, j = \gamma, Z, Z'$$

Mit dem Parameter  $\lambda$  wird die Strahlpolarisation berücksichtigt. Die Funktionen  $u, \bar{u}, d, \bar{d}$  bezeichnen die bereits anfangs erwähnten Strukturfunktionen der  $u, (\bar{u}), d, (\bar{d})$  Quark(Antiquark) partonen, deren Struktur auf unterschiedliche Weise realisiert werden kann [51]. Eine Parametrisierung ( Duke-Owens-Parametrisierung ) ist im Anhang D ausführlich angegeben.

Die Parameter  $x$  und  $y$  sind die bereits erwähnten Bjorken-Skalenvariablen. Die Kopplungsparameter  $v_i^f, a_i^f$  sind die Obengenannten für  $SM$ -Fermionen. Das gleiche gilt auch für die gestrichenen Größen  $v_{Z'}^f$  und  $a_{Z'}^f$ , die in Tabelle (1) aufgeführt sind. Alle anderen gestrichenen Größen in (4.12)-(4.16) treten im Zusammenhang mit  $Z'$  auf und müssen daher im Experiment ermittelt werden.

Auf dem hier skizzierten Weg lassen sich alle Streuquerschnitte und Strukturfunktionen für derartige Experimente ermitteln.

### 4.3 Strahlungskorrekturen $ep \rightarrow eX(\gamma)$

---

Über den Streuquerschnitt in Bornscher Näherung hinaus sind die bezüglich Bremsstrahlung im Anfangs- bzw. Endzustand korrigierten Werte für den Streuquerschnitt und andere Observablen interessant.

Daher erfolgt an dieser Stelle eine kurze Einführung in die Idee der **LLA**(**L**eading **L**ogarithmic **A**pproximation). Die Idee besteht darin, daß sich die Kinematik des Streuprozesses ändert und diese Änderung als Integration über eine neue Variable  $z$ , von der die neuen Variablen  $\hat{x}, \hat{y}$  und  $\hat{s}$  auf unterschiedliche Weise abhängen können, dargestellt wird.

Das Integral wird mit einer Funktion gewichtet, die sich im allgemeinen Fall

als Faltung darstellen läßt. Die neuen Variablen  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  und  $\hat{s}$  sollen im weiteren für den Fall hadronischer Variablen angegeben werden.

$$\hat{x} = x \quad (4.12)$$

$$\hat{y} = \frac{y_h}{z} \quad (4.13)$$

$$\hat{s} = sz \quad (4.14)$$

Der so korrigierte Streuquerschnitt erhält dann folgende Form:

$$\frac{d\sigma_{QED}}{dxdy} = \frac{\alpha}{2\pi} \ln \frac{Q^2}{m_e^2} \int_0^1 dz A(z) \quad (4.15)$$

$$A(z) = P_{ee}^{(1)} \left\{ \Theta(z - z_0) I(x, y, z) \frac{d\sigma_0}{dxdy} \Big|_{x=\hat{x}, y=\hat{y}, s=\hat{s}} \frac{d\sigma_0}{dxdy} \right\} \quad (4.16)$$

$$P_{ee}^{(1)} = \frac{1 + z^2}{1 - z} \quad (4.17)$$

$$I(x, y, z) = \frac{1}{z} \quad (4.18)$$

$$z_0 = y_h \quad (4.19)$$

Diese Formel gilt für Bremsstrahlungsbeiträge in erster Näherung im Anfangs- und im Endzustand. Durch Berechnung und Aufsummation der übrigen Beiträge erhält man den vollen korrigierten Streuquerschnitt [51].

## 4.4 Bisherige Vorhersagen

---

In diesem Kapitel sollen nun bisherige Vorhersagen für die untere Grenze der  $Z'$ -Masse folgen. Alle Vorhersagen für die Asymmetrie-Werte und differentielle Streuquerschnitte wurden für einen Mischungswinkel  $\theta_M = 0$  zwischen  $Z$  und  $Z'$  durchgeführt. Die Vorhersagen für die Massengrenzen wurden für tiefinelastische  $ep$ -Streuung getroffen.

Modell	unpolarisiert	polarisiert	Asymmetrie	HERA
$\eta$	$e^-$ 210	$e_R^-$ 500	$A_{LR}^{--}$ 400	200
$\chi$	$e^+$ 390	$e_R^+$ 450	$A_{LR}^{--}$ 340	300
$\psi$	$e^+$ 130	$e_L^-$ 180	$A_{LL}^{-+}$ 140	130
$LR$	$e^-$ 730	$e_R^-$ 1190	$A_{RR}^{-+}$ 1120	470

Tabelle 5: Beste untere Grenze für  $M_{Z'}$ (GeV) für  $\theta_M = 0$  aus diff.Streuquerschnitt, Asymmetrie und HERA-Limits Ref.[52]

## 4.5 Experimentelle Resultate

---

Die hier angegebenen Werte für die untere Grenze von  $M_{Z'}$  wurden aus HERA-Daten für neutrale elektroschwache Reaktionen abgeleitet. Es wurden sowohl Streuquerschnitte als auch Links-rechts-Asymmetrien berücksichtigt [53]. Diese Resultate sind die einzigen die für die HERA-Kinematik ermittelt wurden.

Modell	unpolarisiert	bestes Ergebnis	untere Grenze
$\eta$	$e^-$ 180	$A_{LR}^{--}$ 200	110
$\chi$	$e^+$ 300	$e^+$ 300	270
$\psi$	-	$A_{LL}^{++}$ 130	-
$LR$	$e^-$ 350	$A_{RR}^{++}$ 470	320

Tabelle 6: Beste untere Grenze für  $M_{Z'}$ (GeV) aus diff.Streuquerschnitt, Asymmetrie und HERA-Limits Ref.[54]

## 5 FORTRAN-Programme

---

Ein wesentlicher Punkt und damit Teil meiner Arbeit ist die praktische Anwendung und Überprüfung der Ergebnisse theoretischer Überlegungen und Herleitungen. Dazu war es notwendig, in Anlehnung des Programms EPZE ein eigenes FORTRAN-Programm ZE zu schreiben und das Programmpaket HECTOR um eben dieses Programm zu erweitern.

### 5.1 Das FORTRAN-Programm EPZE

---

Eins der frühen FORTRAN-Programme, die die Berechnung von Links-Rechts-Asymmetrien von Streuquerschnitten tiefinelastischer Lepton-Nukleon-Streuungen mit  $Z'$ -Beiträgen ermöglichen, ist das Programm EPZE.

Das Programm wurde von T. Riemann, J. Blümlein und A. Leike geschrieben und so gegliedert, daß sämtliche Beiträge für neutrale elektroschwache

Reaktionen gesondert berechnet werden können. Die Einbeziehung von QED-Korrekturen sind im begrenzten Maß möglich. Die Berechnung der Werte erfolgt ausschließlich für die Duke-Owens-Parametrisierung der Parton-Verteilungsfunktionen. Diese Parametrisierung ist im Programm ZE und später im Programmpaket HECTOR realisiert worden und kann dort genutzt werden. Mit Hilfe dieser Parametrisierung wurden dann die noch folgenden Vergleiche der Links-Rechts-Asymmetriewerte durchgeführt.

## 5.2 Das Programmpaket HECTOR

---

Bei dem Programmpaket HECTOR handelt es sich um ein FORTRAN-Programm, das die Berechnung von Streuquerschnitten für neutrale und geladene Ströme in Bornscher Näherung und mit QED und elektroschwachen Korrekturen ermöglicht [55]. Es besteht aus einer Vielzahl von Subroutinen. Die Berechnung der gewünschten Werte erfolgt einzig durch Einstellung der betreffenden Parameter in den Subroutinen HECTOR.INP und `hecset.f`, wo die Bedeutung der Parameter im einzelnen erläutert wird.

Die weitere Aufgabe bestand nun darin, daß bereits existierende Programmpaket HECTOR um den Beitrag von  $Z'$  zu erweitern. Dazu mußte das von mir erstellte FORTRAN-Programm ZE umgeschrieben und in HECTOR eingegliedert werden. Darüberhinaus mußten in HECTOR ebenfalls einige Subroutinen neu- bzw. umgeschrieben werden. Die Entscheidung, ob der  $Z'$ -Beitrag mitberechnet werden soll, wird über die Flagge IPRIME gesteuert. Durch Wertzuweisung (IPRIME=0,1,2,3) kann der Beitrag für die verschiedenen Eichgruppen berechnet werden (0=SM, 1= $E_6$ -Modell, 2=LR-Modell, 3=modellunabhängig). Die

Berechnung eines bezüglich Strahlungskorrekturen korrigierten Streuquerschnitts erfolgt ausschließlich für den Teil `HELIOS` vollständig, da hier nur Strahlungskorrekturen für Bremsstrahlung im Anfangs- bzw. Endzustand berechnet wird. In den Teilen `TERAD` und `DISEP` werden zusätzlich elektroschwache Korrekturen berechnet. Für diese Teile von `HECTOR` kann über die Flagge `IPRIME` die Addition des  $Z'$ -Beitrages in Bornscher Näherung oder die mit `HELIOS` korrigierte Variante des Streuquerschnitts durchgeführt werden. Über die Flaggen `IPDF` und `IDUKOW` können verschiedene Verteilungsfunktionen der Partonen im Proton realisiert werden. Ansonsten benutzt der erweiterte Teil natürlich die bereits implementierten Parton-Verteilungsfunktionen, um ein sinnvolles Ergebnis zu liefern. An dieser Stelle werden die um- bzw. neugeschriebenen Subroutinen aufgezählt, um nur einen kurzen Überblick über den Umfang der Arbeit zu geben. Alle Details dazu müssen im Programmlisting selbst nachgelesen werden.

- `HECTOR.INP,MAKEFILE,HECFFR.F,SETOUT.F,ZPRBRN.F`
- `TMAIN.F,CMAIN.F,SIGBRN.F,HECSET.F,ZPCOUP1.F,ZPCOUP2.F`
- `GENSTF.F,STRUCF.F,STRUCF1.F`

Die Berechnung von elektroschwachen Korrekturen (Loops, Vertexkorrekturen usw.) wurde hier noch nicht vorgenommen, ist aber ohne weiteres im Rahmen späterer Arbeiten durchführbar.

### 5.3 Das FORTRAN-Programm ZE

---

Die effektive und schnelle Nutzung der Rechenergebnisse für den differentiellen Streuquerschnitt in Abhängigkeit von den Bjorken-Skalenvariablen  $x$  und  $y$  und der Schwerpunktsenergie  $s$ , machte es erforderlich, ein FORTRAN-Programm zu schreiben. In diesem fungieren die Variablen  $x, y$  und  $s$  als Eingabeparameter. Man ist aufgrund der Struktur mit Hilfe des Programms in der Lage, Werte für den Streuquerschnitt für verschiedene Kopplungen für  $Z'$  und unterschiedliche Parametrisierungen für die Strukturfunktionen zu errechnen. Um die Arbeit mit dem Programm möglichst einfach und übersichtlich zu gestalten, ist es in mehrere Unterprogramme gegliedert, in denen die einzelnen relevanten Teile des Streuquerschnittes ( Kopplungen, Strukturfunktionen, usw. ) berechnet werden.

Im Hauptprogramm werden die Werte für die Konstanten angegeben und die Kopplungen der Bosonen an die Fermionen festgelegt, wobei für die Kopplung von  $Z'$  mehrere Varianten zur Auswahl stehen. Die Nutzung multipler Möglichkeiten wird ( auch in den Unterprogrammen ) durch die Einstellung der dafür vorgesehenen Parameter erreicht, deren Funktion dort auch gleich näher erläutert wird. Dann erfolgt der Zugriff auf ein Unterprogramm in dem der Streuquerschnitt in Bornscher Näherung berechnet wird. Dazu wird der Streuquerschnitt in die quadratischen Anteile der einzelnen Bosonen und die Interferenzterme zerlegt. Die weitere Gliederung erfolgt nun nach Kopplungen an Elektron bzw. Positron und die mittels Strukturfunktionen parametrisierten Kopplungen an die Quarks. Diese als Vektorelemente auftretenden Terme werden wiederum in zwei weiteren Unterprogrammen berechnet, die

ebendort aufgerufen werden. Im Unterprogramm für das Kopplungsverhalten der Leptonen an das jeweilige Eichfeld, werden die Kopplungen unter Berücksichtigung der Strahlpolarisation berechnet und an das aufrufende Programm übergeben. Das nun verbleibende Unterprogramm berechnet die Kopplungen der Partonen an die Eichfelder und besteht damit im wesentlichen aus dem Anteil der Strukturfunktionen, für die ebenfalls mehr als eine Möglichkeit zur Verfügung stehen. Zur weiteren Veranschaulichung der Zusammensetzung des Programms folgt hier eine kurze Auflistung der einzelnen Routinen und die Erläuterung ihrer Aufgabe im Kontext des Programms.

- ZPRIME.F

Hauptprogramm (Flaggensetzung, Kopplungsparameterfestlegung, Ein- und Ausgabe)

- BORN.F

Subroutine (Berechnung des diff. Streuquerschnittes in Bornscher Näherung)

- COUPLE.F

Subroutine ( Berechnung der Kopplungen der Eichbosonen an Elektron/Positron)

- STRUCF.F

Subroutine ( Berechnung der Kopplungen der Eichbosonen an die Partonen und der Verteilungsfunktionen der Partonen im Hadron)

Die mit diesem Programm errechneten Werte für den Streuquerschnitt wurden anschließend mit den Daten des Programms EPZE verglichen und stimmen mit diesen gut überein ( siehe Abb.1-4 ). Das Programm EPZE wurde in Zusammenarbeit von T. Riemann, A. Leike und J. Blümlein erarbeitet und bezieht sich ebenfalls auf die Existenz eines zusätzlichen Eichbosons. Das von mir erstellte Programm ZE errechnet den differentiellen Streuquerschnitt für den Prozeß  $e^\pm p \rightarrow \gamma, Z, Z' \rightarrow e^\pm X$  ausschließlich in Bornscher Näherung. Die Erweiterung des Programms bezüglich Strahlungskorrekturen und Vakuumpolarisationen können nachträglich völlig unproblematisch vorgenommen werden. Der Ein- und Ausgabe-Modus des Programms ist hier so einfach wie möglich gehalten, da es als Subroutine in das Programmpaket HECTOR eingegliedert werden soll. Die Eingliederung des Programms in HECTOR wird im folgenden Kapitel beschrieben. Es existieren natürlich noch andere Programme mit denen die Berechnung von  $Z'$ -Beiträgen möglich ist, als da wären: ZEFIT[56] ZFITTER[57] [36] Abbildung 1 stellt die Links-Rechts-Asymmetrie der von EPZE und ZE berechneten Werte dar. Wie zu sehen ist, stimmen die Werte gut überein. In den Abbildungen ( 2-4 ) wurde analog wie in Abbildung (1) verfahren. Diese Abbildungen wurden mit der Kinematik der nun folgenden Abbildungen ( Abb. 5-8 ) produziert.

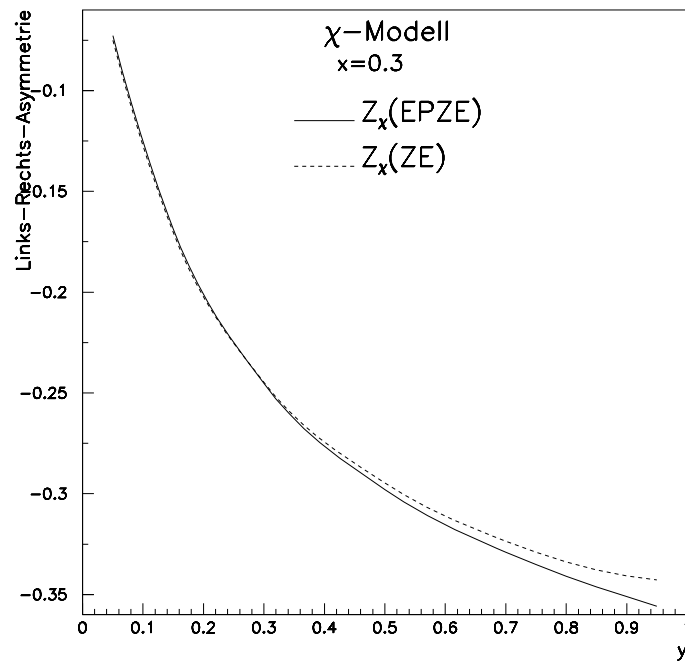


Abbildung 1: Vergleich der Links-Rechts-Asymmetrie-Werte für  $\chi$ -Modell von EPZE und ZE berechnet

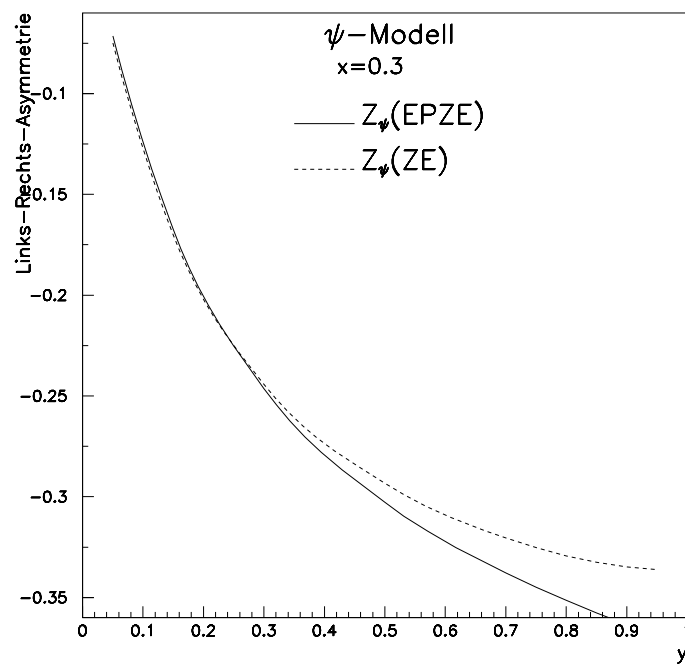


Abbildung 2: Vergleich der Links-Rechts-Asymmetrie-Werte für  $\psi$ -Modell von EPZE und ZE berechnet

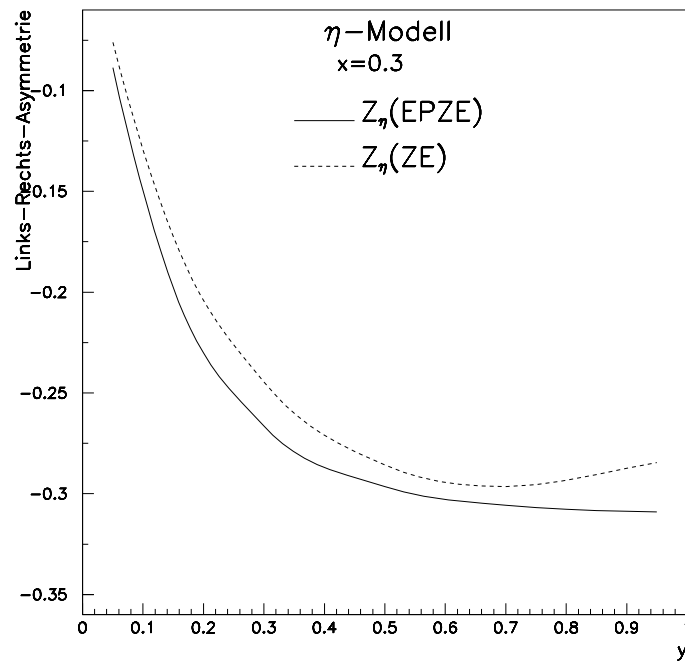


Abbildung 3: Vergleich der Links-Rechts-Asymmetrie-Werte für  $\eta$ -Modell von EPZE und ZE berechnet

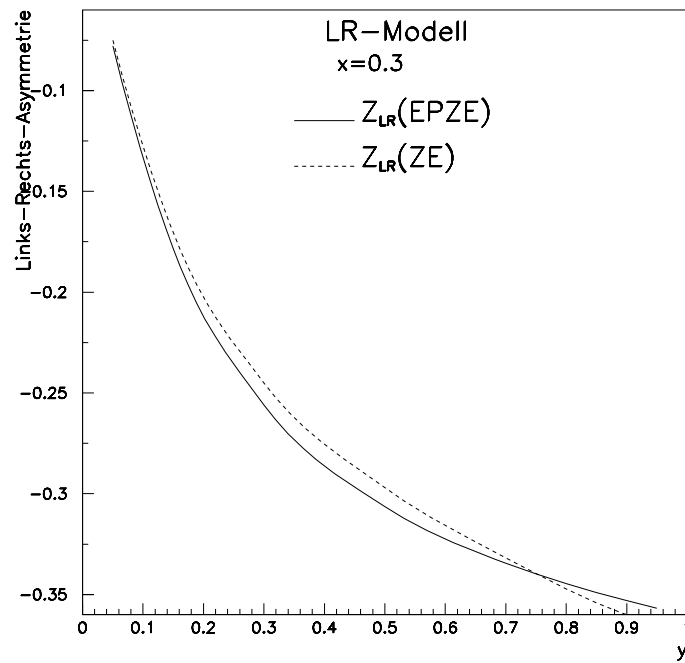


Abbildung 4: Vergleich der Links-Rechts-Asymmetrie-Werte für LR-Modell von EPZE und ZE berechnet

## 6 Vorhersagen

---

In den folgenden vier Abbildungen sind die, mit HECTOR und EPZE errechneten, Links-Rechts-Asymmetrien dargestellt. Darüberhinaus sind die Asymmetriewerte für das Standardmodell ( von HECTOR und EPZE errechnet ) eingetragen. Die Rechnungen erfolgten für  $s = 90000 GeV^2$  für das Quadrat der Schwerpunktsenergie im Laborsystem im Rahmen der Duke-Owens-Parametrisierung für die Partonverteilungsfunktionen.

Alle Abbildungen sind für Werte in Bornscher Näherung produziert worden, da für den  $Z'$ -Anteil Korrekturen jeglicher Art noch nicht vorgesehen sind ( siehe Kapitel 7 ).

Tabelle (6) enthält die von HECTOR errechneten Asymmetriewerte. Die obere der ausgezogenen Kurven ist die mit HECTOR berechnete in  $O(\alpha L)$  QED-korrigierte Kurve des jeweiligen Modells. Die in der Tabelle aufgeführten Werte sind in den Abbildungen ( 5-8 ) grafisch dargestellt.

Dabei wurden verschiedene Massen für  $Z'$  berücksichtigt, welche im wesentlichen den für die  $Z'$ -Masse vorhergesagten Bereich erfassen. Abbildung 1 stellt die Abweichungen vom Standardmodell für das  $\chi$ -Modell für die Bjorken-Skalenvariablen  $x$  (  $x = 0.3$  ) und  $y$  ( siehe Tabelle (6) ) für eine  $Z'$ -Masse (  $M_{Z'} = 100 GeV$  ) dar. In den Abbildungen ( 6-8 ) wurde analog wie in Abbildung (5) verfahren. In allen Fällen ist ein deutlicher Unterschied zu den EPZE-Daten erkennbar.

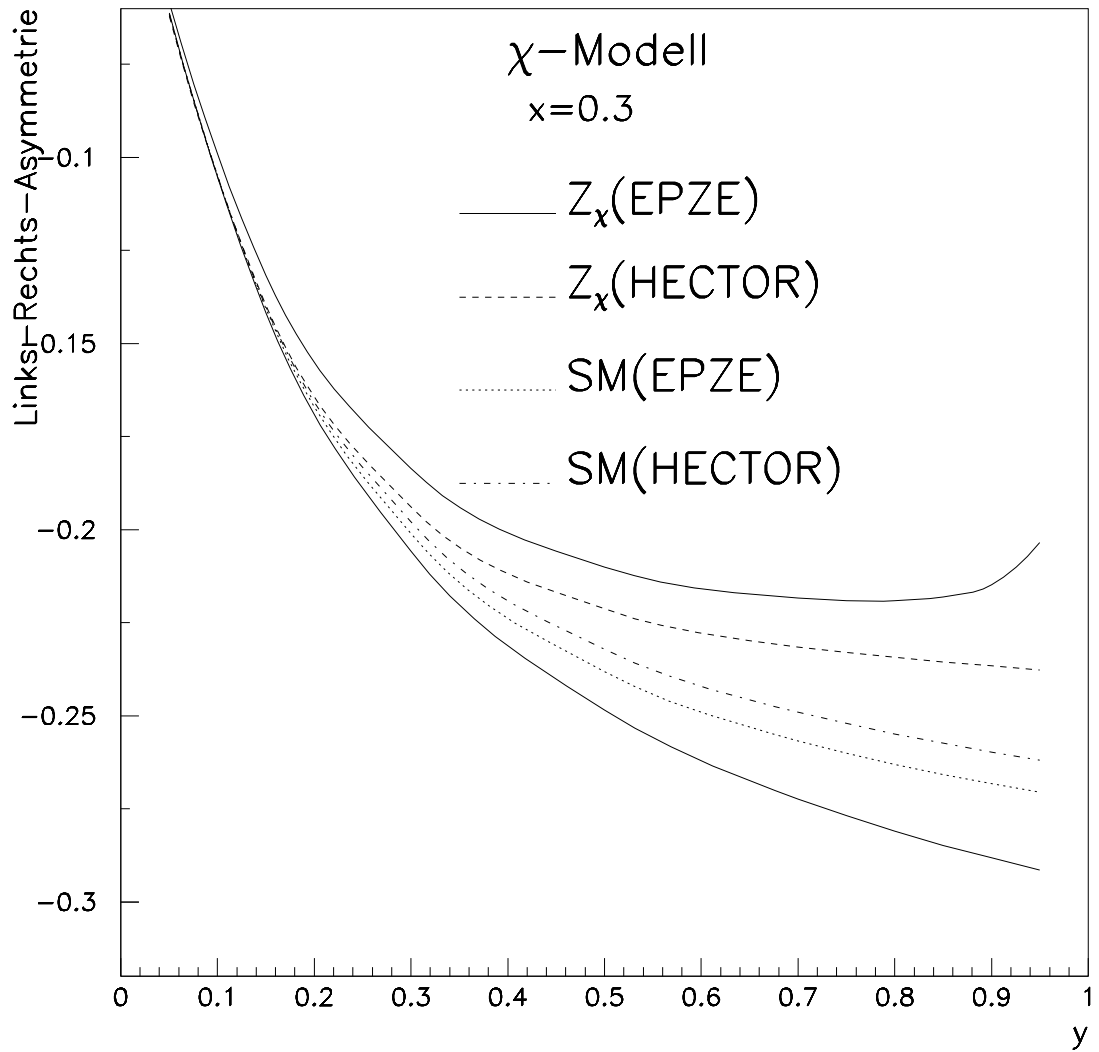


Abbildung 5: Vergleich der Links-Rechts-Asymmetrie-Werte für  $\chi$ -Modell mit dem Standardmodell, mit Masse  $M_{Z'} = 100\text{GeV}$

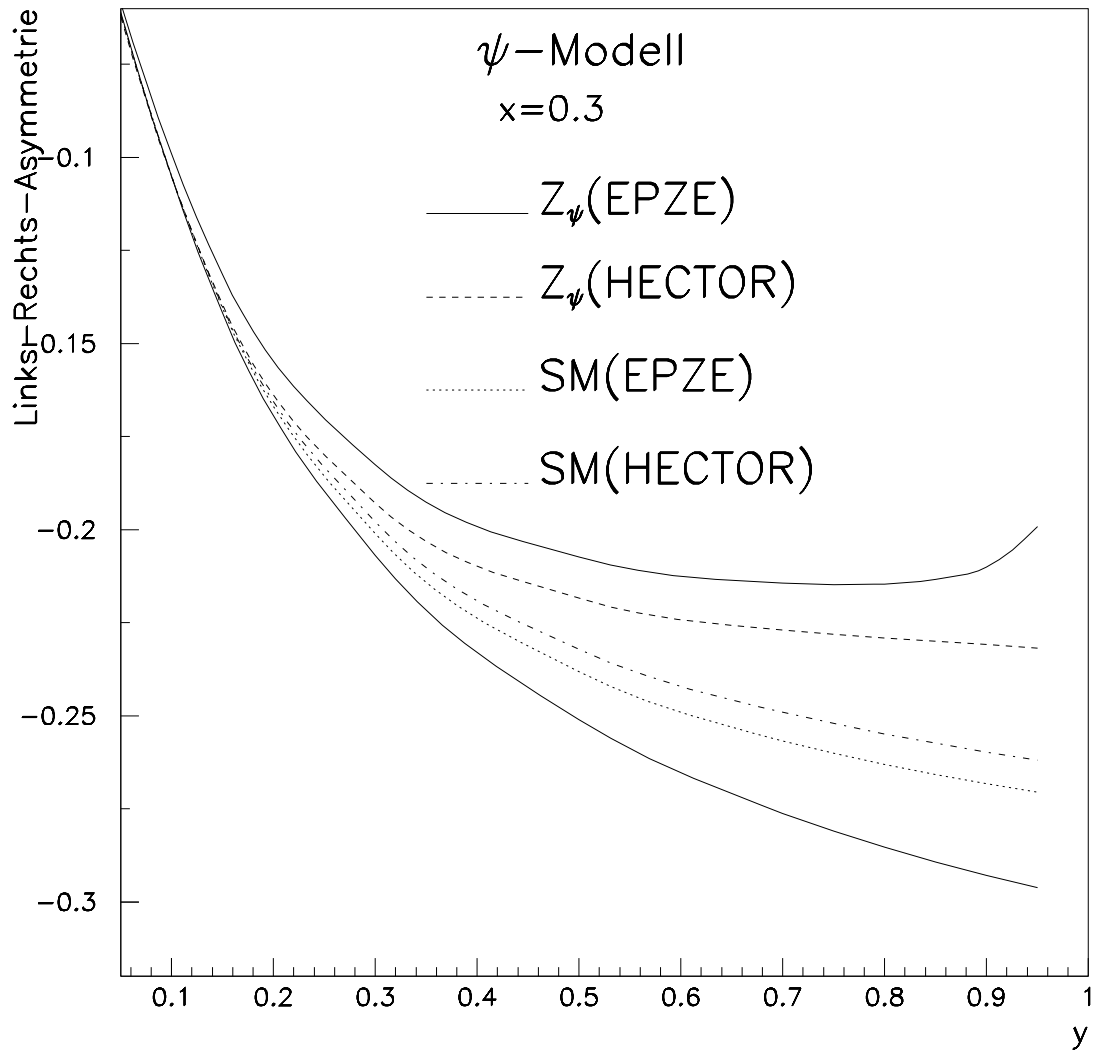


Abbildung 6: Vergleich der Links-Rechts-Asymmetrie-Werte für  $\psi$ -Modell mit dem Standardmodell, mit Masse  $M_{Z'} = 350\text{GeV}$

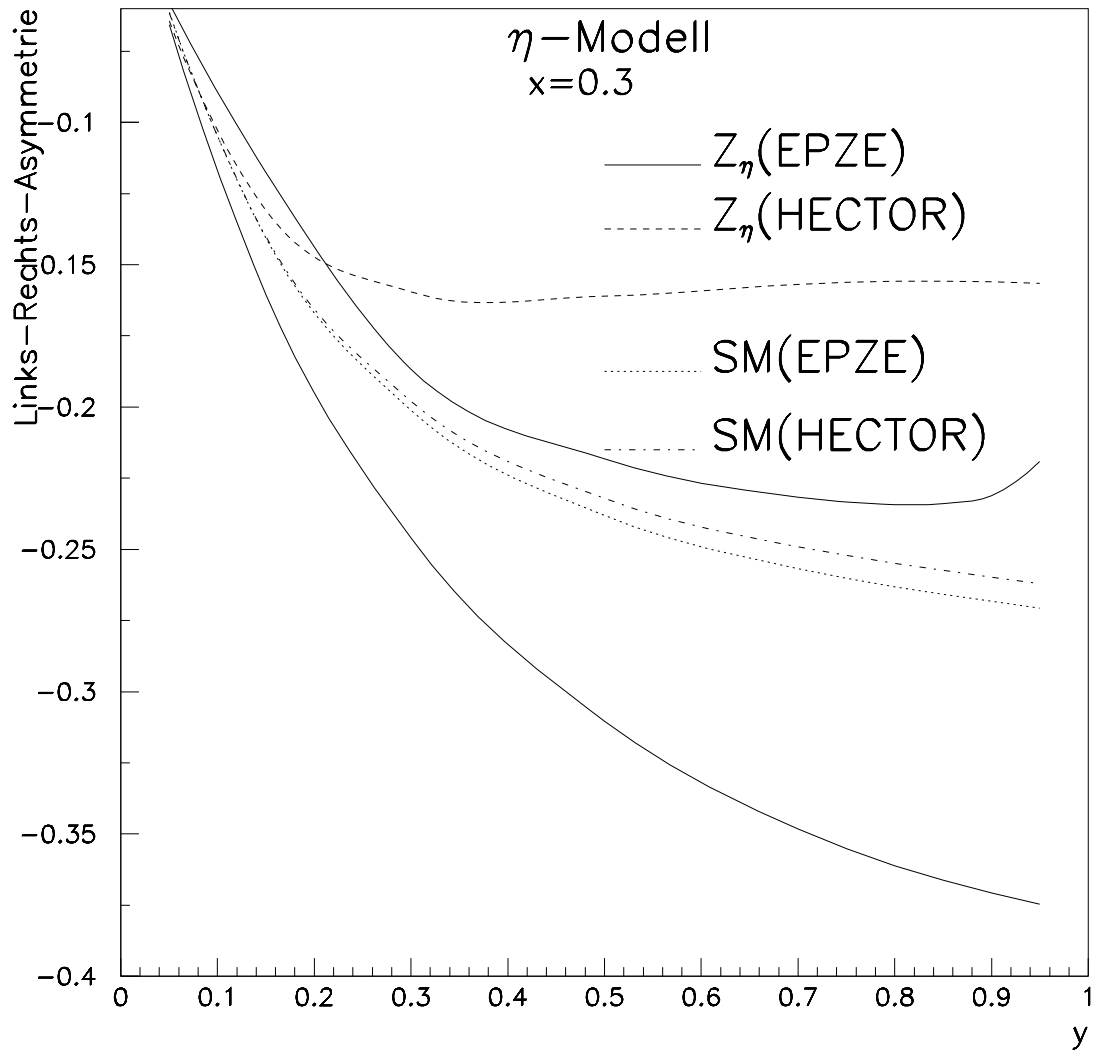


Abbildung 7: Vergleich der Links-Rechts-Asymmetrie-Werte für  $\eta$ -Modell mit dem Standardmodell, mit Masse  $M_{Z'} = 300\text{GeV}$

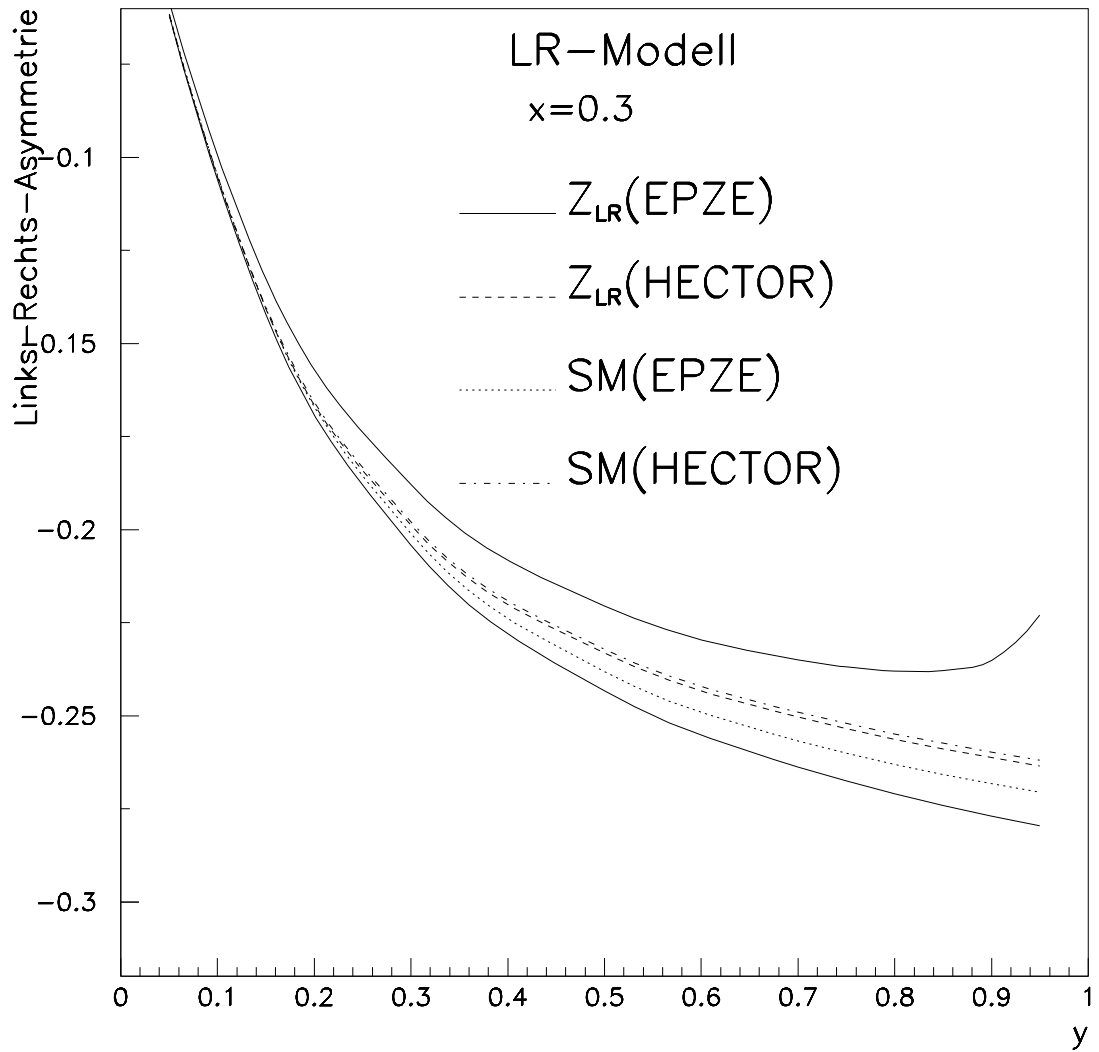


Abbildung 8: Vergleich der Links-Rechts-Asymmetrie-Werte für LR-Modell mit dem Standardmodell , mit Masse  $M_{Z'} = 1000 GeV$

$A_{LR}^{--}$	$y$	$\chi$	$\psi$	$\eta$	$LR$
	0.05	-0.06197	-0.06212	-0.06434	-0.06184
	0.15	-0.1397	-0.1396	-0.1309	-0.1407
	0.30	-0.1939	-0.1928	-0.1595	-0.1988
	0.50	-0.2213	-0.2184	-0.1610	-0.2332
	0.70	-0.2315	-0.2270	-0.1569	-0.2504
	0.75	-0.2330	-0.2281	-0.1562	-0.2535
	0.80	-0.2343	-0.2291	-0.1558	-0.2563
	0.85	-0.2355	-0.2300	-0.1557	-0.2589
	0.90	-0.2366	-0.2309	-0.1560	-0.2612
	0.95	-0.2377	-0.2318	-0.1565	-0.2635

Tabelle 7: Mit HECTOR errechnete Asymmetrie-Werte für die verschiedenen Modelle (  $\chi, \psi, \eta, LR$  )

## 7 Ausblick

---

Mit dem erweiterten Programmpaket HECTOR können Streuquerschnitte in Bornscher Näherung und mit diversen Korrekturen berechnet werden. Die so erhaltenen Daten können dann grafisch dargestellt und mit Meßdaten von HERA-Läufen verglichen werden.

Obwohl bei HERA aufgrund größerer Schwerpunktsenergien als bei LEP die Wahrscheinlichkeit ein  $Z'$ -Austausch zu detektieren viel größer ist, dürften

die bei HERA gemessenen Daten noch nicht für Präzisionstests ausreichen. Für zukünftige HERA-Läufe sollte das Programmpaket HECTOR dann zur Auswertung der erhaltenen Meßdaten genutzt werden können.

Die in HECTOR realisierte Erweiterung um einen  $Z'$ -Beitrag, ermöglicht nur die Berechnung des Beitrages in Bornscher Näherung und den korrigierten Streuquerschnitt bezüglich Bremsstrahlung im Anfangs- und Endzustand. Die Berechnung von elektroschwachen Korrekturen auf Loop-Niveau bezüglich des um  $Z'$  erweiterten Streuquerschnitts können und müssen später noch im Programm implementiert werden.

## Literatur

- [1] D. Ebert, “Eichtheorien” (Akademie-Verlag, Berlin, 1989).
- [2] R. W. Robinett, J. L. Rosner, *Phys. Rev.* **D26** (1982) 2396.
- [3] R. W. Robinett, *Phys. Rev.* **D26** (1982) 2388.
- [4] H. Saller, “Vereinheitlichte Feldtheorien der Elementarteilchen” (Springer-Verlag, Berlin, 1985).
- [5] H. Kalka, G. Soff, “Supersymmetrie” (Teubner-Verlag, Stuttgart, 1997).
- [6] S. L. Glashow, *Nucl. Phys.* **22** (1961) 579.
- [7] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264.
- [8] S. L. Glashow, J. Iliopoulos, and L. Maiani, *Phys. Rev.* **D2** (1970) 1285.
- [9] O. Nachtmann, “Elementarteilchenphysik-Phaenomene und Konzepte” (Vieweg u. Sohn, Braunschweig, 1986).
- [10] K. Grotz, H. V. Klapdor, “Die schwache Wechselwirkung in Kern-, Teilchen- und Astrophysik” (Teubner-Verlag, Stuttgart, 1989).
- [11] S. Riemann, “Beyond the Standard Model V”, in *Balholm, 1997*, 1997.
- [12] T. Burgsmüller, “HEP’97 Conference”, in *Jerusalem, 1997*, 1997.
- [13] B. Holdom, *Phys. Lett.* **B166** (1986) 196.
- [14] A. Leike, The Phenomenology of extra neutral gauge bosons, hep-ph/9805494.

- [15] F. del Aguila, *Acta Phys. Polon.* **B25** (1994) 1317–1336.
- [16] A. Leike, Scaling of  $Z'$  Limits at the Linear Collider, hep-ph/9708436.
- [17] A. Leike, S. Riemann, “ $Z'$  Constraints from  $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$  at NLC”, in *Proc. of Physics with  $e^+e^-$ -Linear Colliders (The European Working Groups 4 Feb-1 Sept 1995), Hamburg, Deutschland, 30 Aug-1 Sept 1995* (P. Zerwas, ed.), 1996.
- [18] P. Osland, A. A. Pankov, *Phys. Lett.* **B403** (1997) 93–100.
- [19] G. Belanger, S. Godfrey, *Phys. Rev.* **D35** (1987) 378.
- [20] D. London, J. L. Rosner, *Phys. Rev.* **D34** (1986) 1530.
- [21] F. del Aguila, M. Cvetič, P. Langacker, *Phys. Rev.* **D52** (1995) 37–43.
- [22] E. Ma, “Supersymmetric Scalar Masses,  $Z'$  and  $E(6)$ ”, in *Presented at 7th Mexican School of Particles and Fields and 1st Latin American Symposium on High-Energy Physics, Merida, Yucatan, Mexico, 30 Okt-6 Nov 1996*, 1996.
- [23] F. del Aguila, G. A. Blair, M. Daniel, G. G. Ross, *Nucl. Phys.* **B283** (1987) 50–72.
- [24] J. L. Hewett, T. G. Rizzo, *Phys. Rep.* **183** (1989) 194.
- [25] J. L. Hewett, T. G. Rizzo, J. A. Robinson, *Phys. Rev.* **D33** (1986) 1476.
- [26] J. L. Hewett, T. G. Rizzo, J. A. Robinson, *Phys. Rev.* **D34** (1986) 2179.
- [27] J. L. Rosner, *Phys. Lett.* **B387** (1996) 113–117.

- [28] E. Cohen, J. Ellis, K. Enqvist, D. V. Nanopoulos, *Phys. Lett.* **165B** (1985) 76.
- [29] E. Witten, *Nucl. Phys.* **B258** (1985) 75.
- [30] C. N. Leung, J. L. Rosner, *Phys. Rev.* **D29** (1984) 2132.
- [31] L. S. Durkin, P. Langacker, *Phys. Lett.* **B166** (1986) 436.
- [32] M. Cvetič, P. Langacker, B. Kayser, *Phys. Rev. Lett.* **68** (1992) 2871–2874.
- [33] A. Leike, S. Riemann, *Z. Phys.* **C75** (1997) 341–348.
- [34] S. Riemann, “Study of  $Z'$  Couplings to Leptons and Quarks at NLC”, in *Presented at DPF/DPB Summer Study on New Directions for High Energy Physics (Snowmass 1996), Snowmass, CO, 25.06.-12.07.1996, 1996.*
- [35] A. Leike, S. Riemann, T. Riemann, “Z z-prime mixing in presence of standard weak loop corr.”, preprint LMU-91/06 (Dec. 1991) (1991), [hep-ph/9808374](#).
- [36] A. Leike, S. Riemann, T. Riemann, *Phys. Lett.* **B291** (1992) 187–194.
- [37] A. Leike, *Phys. Lett.* **B396** (1997) 245–250.
- [38] K. S. Babu, Ch. Kolda, J. March-Russel, *Phys. Rev.* **D57** (1998) 6788–6792.
- [39] A. Leike, *Acta Phys. Polon.* **B28** (1997) 2495.

- [40] S. Riemann, “Search for a  $Z'$  at the  $Z$  Resonance”, in *In \*Les Arcs 1993, Proc., '93 electroweak interactions and unified theories\* 163-168. and Hamburg DESY-DESY Zeuthen 93-02 (93/05, rec. Jun.) 4 p.*, 1993.
- [41] L3 Collaboration, O. Adriani *et al.*, *Phys. Lett.* **B306** (1993) 187.
- [42] J. Polak, M. Zralek, *Nucl. Phys.* **B363** (1991) 385.
- [43] J. Polak, M. Zralek, *Phys. Rev.* **D46** (1992) 3871–3875.
- [44] A. Leike, “Scaling of  $Z'$  Exclusion Limits and  $Z'$  Measurements with Energy, Luminosity and systematic Errors”, in *Presented at Joint Meeting of the 'Fundamental Structure of Matter' and 'Tests of the Electroweak Symmetry Breaking', Ouranoupolis, Griechenland, 27-31 Mai 1997*, 1997.
- [45] F. Cuypers, *Nucl. Phys.* **B474** (1996) 72.
- [46] P. Chiappetta, J. M. Virey, *Phys. Lett.* **B389** (1996) 89–92.
- [47] P. Vilain *et al.*, *Phys. Lett.* **B332** (1994) 465.
- [48] J. M. Conrad, M. H. Shaevitz, T. Bolton, Precision measurements with high-energy neutrino beams, hep-ex/9707015, subm. to Rev. Mod. Phys.
- [49] O. G. Miranda, V. Semikoz, J. W. F. Valle, *Phys. Rev.* **D58** (1998) 013007.
- [50] A. Leike, *Phys. Lett.* **B402** (1997) 374.

- [51] A. Leike, J. Blümlein, T. Riemann, “Radiative Corrections to DIS in the Presence of an Additional  $Z'$  at LEP and LHC”, in *Proc. of the ECFA Large Hadron Collider Workshop, Aachen, 4-9 Oct 1990, CERN 90-10(1990) Vol.II, p. 1010-1013*, 1990.
- [52] F. Cornet and H. U. Martyn, “Contact Interactions and new Vector Bosons at LEP / LHC”, in *Proceedings of the ECFA Large Hadron Collider Workshop, Aachen, 4-9 Oct 1990, CERN 90-10 (1990) Vol.II, p. 1010-1013*, 1990.
- [53] F. Cornet and R. Ruckl, “Sensitivity of w-prime and z-prime searches at hera”, in *Contributed to the DESY Workshop on Physics at HERA, Hamburg, Germany, Oct 12-14, 1987*, 1987.
- [54] U. Amaldi *et al.*, *Phys. Rev.* **D36** (1987) 1385.
- [55] A. Arbuzov, D. Bardin, J. Blümlein, L. Kalinovskaya, T. Riemann, “HECTOR 1.11: A Program for the Calculation of QED, QCD and electroweak Corrections to e p and lepton+- N deep inelastic neutral and charged current Scattering”, *Comput. Phys. Commun.* **94** (1996) 128.
- [56] S. Riemann, Fortran program ZEFIT v. 5.0 (1997);  
obtainable from [http://www.ifh.de/~riemanns/uu/zefit5\\_0.uu](http://www.ifh.de/~riemanns/uu/zefit5_0.uu).
- [57] D. Bardin *et al.*, “ZFITTER v. 4.5: An analytical program for fermion pair production in e+ e- annihilation”, CERN preprint CERN-TH. 6443/92 (1992), hep-ph/9412201.
- [58] F. E. Close, “An Introduction to Quarks and Partons” (Academic Press, London, 1979).

[59] D. Gomez Dumm, *Phys. Lett.* **B411** (1997) 313.

[60] D. W. Duke and J. F. Owens, *Phys. Rev.* **D30** (1984) 49–54.

# A Lokale Eichinvarianz und Gruppen

---

Das Prinzip der lokalen Eichinvarianz spielt in der Formulierung von Yang-Mills-Theorien eine wichtige Rolle. Die Eichung der Felder der Lagrangedichte durch eine lokale Eichtransformation sollte die Lagrangedichte selbst invariant lassen.

$$\Psi'(x) = U(\Lambda(x))\Psi(x) \quad (\text{A.1})$$

$$U(\Lambda(x)) = e^{ig\Lambda^a(x)t^a} \quad (\text{A.2})$$

Dazu ist es notwendig zu jedem Generator  $t^a$  ein Eichbosonenfeld  $A^{a\mu}(x)$  einzuführen.

$$t^a \leftrightarrow A^{a\mu}(x) \quad (a = 1, \dots, N^2 - 1) \quad (\text{A.3})$$

Weiterhin muß das Prinzip der minimalen Kopplung berücksichtigt werden.

$$\partial^\mu \rightarrow D^\mu = \partial^\mu + igA^{a\mu}t^a \quad (\text{A.4})$$

$D^\mu$  ist die kovariante Ableitung und  $g$  die Kopplungskonstante. Die Felder der Eichbosonen transformieren sich dann wie folgt:

$$A'^{a\mu}t^a = UA^{a\mu}t^aU^\dagger - \frac{i}{g}U\partial^\mu U^\dagger \quad (\text{A.5})$$

Die Generatoren  $t^a$  sind die Generatoren der Eichgruppen. In der Elementarteilchenphysik haben die Lie-Gruppen eine ausgezeichnete Stellung inne, da die Generatoren  $t^a$  dieser Eichgruppen Elemente der zugehörigen Lie-Algebren sind. Die Lie-Algebren als solche sind endlichdimensional und lassen

sich als Matrizen darstellen. Die entsprechende Operation ist die Kommutation der einzelnen Elemente, die natürlich wieder ein Element der Algebra ergibt :

$$\begin{aligned} [t^a, t^b] &= if^{abc}t^c \quad (a, b, c = 1 \dots d) \\ a, b, c &= N^2 - 1 \quad \text{für } SU(N) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Während die  $t^a$  hier die Elemente der Lie-Algebra sind, beschreibt  $d$  deren entsprechende Dimension. Die Parameter  $f^{abc}$  sind die total antisymmetrischen, reellen Strukturkonstanten, deren konkrete Werte in der einschlägigen Literatur nachgeschlagen werden können. Entsprechend dem Rang  $r = N - 1$  der jeweiligen Lie-Algebra existieren maximal  $r$  untereinander vertauschbare Generatoren.

Neben der *Fundamentaldarstellung* durch spezielle unitäre  $(N \times N)$ -Matrizen existieren weitere Darstellungen durch Matrizen  $T^a$  der Dimension  $M > N$  mit  $(a = 1, \dots, N^2 - 1)$ , die der gleichen Lie-Algebra genügen.

$$[T^a, T^b] = if^{abc}T^c \quad (\text{A.7})$$

Die Darstellung durch  $(M \times M)$ -Matrizen mit  $M = N^2 - 1$  heißt *adjungierte Darstellung*. Entsprechend der Dimension der Matrizen werden die Eichbosonen in entsprechend dimensionierte Multipletts eingeordnet [1].

Die Dimensionen der Darstellungen und die Faktorisierung in die Untergruppen kann mit Hilfe der sogenannten Young-Tableaus berechnet werden. Der Dimension der Fundamentaldarstellung für die Gruppe  $SU(5)$  folgend, werden die Elementarteilchen entsprechend eingeordnet [4] [58].

$$15 = \tilde{5} \oplus 10 \quad (\text{A.8})$$

Das heißt für die Gruppe  $SU(5)$  werden die 15 Elementarteilchen der ersten Familien, ihre Chiralität berücksichtigend, in eine 5-plett Struktur ( $\tilde{5}$ ) und eine Dekuplettstruktur ( $10$ ) eingeordnet. Letztere läßt sich als antisymmetrische  $5 \times 5$  Matrix darstellen.

Darüberhinaus existieren noch die, der jeweiligen Gruppe entsprechenden, Produktdarstellungen, die in der Elementarteilchenphysik mit der adjungierten Darstellung der  $N^2 - 1$  Eichbosonen übereinstimmen [1].

Die Produktdarstellung  $N \otimes \bar{N}$  zerfällt dabei wie folgt:

$$N \otimes \bar{N} = 1 \oplus (N^2 - 1) \tag{A.9}$$

Diese Relation bringt die Kopplung der Fermionen ( $N$ ) und Antifermionen ( $\bar{N}$ ) der Fundamentaldarstellung an die  $N^2 - 1$  Eichbosonen der adjungierten Darstellung der Gruppe zum Ausdruck.

## B GUT-Modelle

---

Im Kapitel 1 (Einleitung) wurde bereits die allgemeine Problematik der Beschreibung aller Wechselwirkungen durch eine Eichgruppe angedeutet und auf einen geringen Rahmen potentieller Anwärter eingeschränkt.

In den nun folgenden Unterkapiteln werden die oben genannten Eichgruppen, die dafür in Frage kommen, hinsichtlich der Zerfallsmoden, Darstellung der elementaren Fermionfelder und Vor- bzw. Nachteile näher beschrieben. Dabei wird die Beschreibung der Gravitation als fundamentale Wechselwirkung nicht behandelt.

### B.1 $SU(5)$

---

In diesem Unterkapitel wird die spezielle Eichgruppe ( $SU(5)$ ) als minimales GUT-Modell vorgestellt.

Die folgende Darstellung beinhaltet folgenden Sachverhalt:

*Die Symmetrie einer Gruppe wird durch einen geeigneten Higgs-Mechanismus (spontan) zur (Rest)-symmetrie einer Untergruppe gebrochen.*

$$SU(5) \longrightarrow SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \quad (\text{B.1})$$

Wie bereits im vorhergehenden Kapitel erwähnt wurde, versucht man drei der fundamentalen Wechselwirkungen in einer Eichgruppe zusammenzufassen, nachdem diese Vereinheitlichung bereits vorher bei elektromagnetischer

( $U(1)$ ) und schwacher Wechselwirkung ( $SU(2)$ ) zu elektroschwacher Wechselwirkung ( $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ) erfolgreich durchgeführt werden konnte.

Zunächst ist es notwendig, daß eine irreduzible Darstellung einer höherdimensionalen Gruppe existiert, die bei spontaner Symmetriebrechung in die entsprechenden Untergruppen zerfällt. Das Georgi-Glashow-Modell beinhaltet für diesen Fall ausschließlich die minimale mögliche Gruppe  $SU(5)$ , die wie oben bereits beschrieben, eine reduzible Darstellung der 15 elementaren Fermionen:

$$15 = \tilde{5} \oplus 10 \tag{B.2}$$

als  $\tilde{5}$ -plett Struktur und als Dekuplett zuläßt.

Wenn man weiterhin die Anzahl der Eichbosonen auf die bereits erwähnte Weise ermittelt, stellt man sehr leicht fest, daß es eine Anzahl neuer Eichteilchen geben muß, die sowohl eine Ladung der Gruppe  $SU(3)_C$  als auch eine elektrische Ladung tragen.

$$24 = (8, 1) \oplus (1, 3) \oplus (1, 1) \oplus (3, 2) \oplus (\bar{3}, 2) \tag{B.3}$$

Die jeweils erste Angabe ist die Anzahl der unterschiedlichen Ladungen bezüglich der Gruppe  $SU(3)_C$ , während die zweite die unterschiedlichen elektrischen Ladungen kennzeichnet. So beschreibt die erste Paarung  $(8, 1)$  die acht Gluonen der starken Wechselwirkung und alle weiteren Paare, in ebendieser Reihenfolge, die Bosonen der schwachen Wechselwirkung ( $W^\pm, Z$ ) und das Photon ( $\gamma$ ). Die beiden letzten Paare sind demzufolge also den neuen Eichbosonen zuzuordnen. Die als X- und Y-Bosonen bezeichneten Eichteilchen tragen die drei Farb- bzw. Antifarbladungen und die elektrischen Ladungen  $|Q| = 4/3, 1/3$  in Einheiten der Elementarladung  $e$  [1]. Diese Eigen-

schaft macht es ihnen möglich Leptonen und Quarks ineinander umzuwandeln und sagt somit also auch den Protonzerfall voraus. Allerdings müssen diese zusätzlichen Bosonen sehr massiv und ihre Kräfte daher auch extrem kurzreichweitig sein, da ansonsten Zerfälle dieser Art bereits registriert worden wären. Das Georgi-Glashow-Modell beantwortet nicht alle Fragen der großen Vereinheitlichung, so wie man sich dies erhofft hatte. Beispielsweise macht das Modell keinerlei Aussagen über die verschiedenen Familien, diese müssen von Hand eingeführt werden, die Protonlebensdauer wird zu kurz vorhergesagt, eine adäquate Beschreibung der CP-Verletzung ist nicht möglich, es existiert ein Massenhierarchieproblem und darüberhinaus wird die Gravitation als vierte fundamentale Wechselwirkung nicht erfaßt, um die Schwachpunkte des Modells nur kurz anzusprechen.

Nichtsdestotrotz gibt das Georgi-Glashow-Modell qualitativ einige interessante Ausblicke auf Phänomene, deren Entdeckung in den nächsten Jahren bevorstehen dürften.

## B.2 $SO(10)$

---

Die Gruppe  $SO(10)$  beinhaltet folgende Zerfallsmoden:

$$SO(10) \longrightarrow SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L} \quad (\text{B.4})$$

$$SO(10) \longrightarrow SU(5) \times U(1)_\chi \quad (\text{B.5})$$

Der Zerfall in (B.13) beschreibt das sogenannte  $LR$ -Modell und beinhaltet natürlich andere Kopplungen, die von den Kopplungsstärken  $g_L$  und  $g_R$  der  $SU(2)_L$ - und  $SU(2)_R$ -Gruppe abhängen. Auch mit der Gruppe  $SO(10)$  als

„GUT“-Gruppe besteht weiterhin das Problem, die Fermionmassen im Experiment bestimmen zu müssen. Die Fermionmassen werden also nicht durch die Theorie vorhergesagt. Das  $SO(10)$ -Modell beinhaltet, abhängig vom Zerfallsmodus, eine Rechts-Links-Symmetrie und ordnet darüberhinaus alle elementaren Fermionfelder in eine irreduzible Darstellung (16-plett mit Neutrino  $\nu$ ):

$$16 = 10 \oplus \tilde{5} \oplus 1 \quad (\text{B.6})$$

Diese Darstellung gilt ausschließlich für SM-Fermionen und die Gruppe ermöglicht ein massives Neutrino [4]. Die Anzahl der Eichbosonen der  $SO(10)$  beträgt 45.

### B.3 $E_6$

---

Der Zerfall der Gruppe  $E_6$  in maximal mögliche Untergruppen ist:

$$E_6 \longrightarrow SU(3)_C \times SU(3)_L \times SU(3)_R \quad (\text{B.7})$$

Sollte  $Z'$  in die Kombination  $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_\chi$  von Untergruppen einzuordnen sein, wäre dies überaus begrüßenswert, da diese die oben genannten drei Familien erklären würde [59]. Hier soll aber nur der Zerfall:

$$E_6 \longrightarrow SO(10) \times U(1)_\psi \quad (\text{B.8})$$

betrachtet werden.

Der Zerfall der Gruppe  $E_6$  macht die Einordnung der 15 elementaren Fermionfelder in ein 27-plett möglich. Neben den elementaren Feldern existieren

noch 12 exotische Fermionen. Deren Einordnung in das 27-plett wie folgt aussieht:

$$27 = 16 \oplus 10 \oplus 1 \tag{B.9}$$

Die Anzahl der Eichbosonen beträgt 78.

## C Herleitung des Streuquerschnitts

für  $ep \rightarrow eX$

Der Feynman-Graph für den hier untersuchten Prozeß der tiefinelastischen Lepton-Nukleon-Streuung.

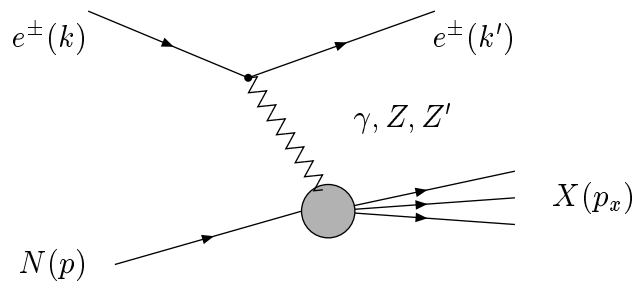


Fig.3  $e^\pm p \rightarrow \gamma, Z, Z' \rightarrow e^\pm X$

Die wichtigen, hier auftretenden kinematischen Variablen im Überblick:

$$\nu = E - E' \quad (\text{C.1})$$

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu} \quad (\text{C.2})$$

$$y = \frac{Q^2}{sx} \quad (\text{C.3})$$

$$s = (k + p)^2 \approx 2ME \quad (\text{C.4})$$

$$Q^2 = 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2} \approx sxy \quad (\text{C.5})$$

$E$  und  $E'$  sind die Energie des streuenden Leptons vor- bzw. nach der Streuung. Bei  $x$  und  $y$  handelt es sich um die Bjorken- Skalenvariablen ( $0 \leq x < 1$  und  $0 \leq y \leq 1$ ).  $s$  ist das Quadrat der Schwerpunktsenergie im Laborsystem.  $\theta$  ist der Streuwinkel.

Das Übergangsmatrixelement  $T_{fi}$  hängt im wesentlichen von den Strömen der beteiligten Stoßpartner ab, so daß sich sagen läßt:

$$T_{fi} \sim \bar{u}(k)\gamma_\mu v(k')g^{\mu\nu} \langle X(p')|J_\nu|N(p) \rangle \quad (\text{C.6})$$

Der zuletztstehende Ausdruck beschreibt den hadronischen Übergangstrom, der sich nun, da es sich um ein zusammengesetztes Teilchen handelt, nicht wie der leptonische Stromterm darstellen läßt. Die eigentliche Idee ist, daß das Lepton mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit nur mit einem der Partonen kollidiert, das ja wiederum ein Elementarteilchen ist und dessen Strom man analog zum Leptonstrom aufschreiben kann [9].

Nach der Berechnung der entstehenden Spuren erhält man für den leptonischen Anteil des differentiellen Wirkungsquerschnittes:

$$l_{\mu\nu} = k_\mu k'_\nu + k'_\mu k_\nu - g_{\mu\nu}(k'k) \quad (\text{C.7})$$

Dabei tragen die Partonen einen Teil des Nukleonimpulses  $\vec{p}$ , so daß  $\vec{p}_i = \xi\vec{p}$  gilt, wobei  $\vec{p}_i$  den Partonimpuls bezeichnet. Der Parameter  $\xi$  heißt Bjorken-Skalenvariable. Am Schluß der Rechnung geht man davon aus, daß die Partonenmasse vernachlässigbar gegenüber dem Impuls ist und nähert dann  $p_i = \xi p$ . Da die Divergenz des hadronischen Stroms aufgrund der Ladungserhaltung Null sein muß, kann das entsprechende hadronische Matrixelement des Stroms nur aus tensoriellen Termen bestehen, die, mit dem Viererimpuls  $q$  des virtuellen Austauschteilchens multipliziert, Null ergeben.

$$q_\nu \langle X(p')|J_\nu|N(p) \rangle = 0 \quad (\text{C.8})$$

Der Hadronanteil des differentiellen Streuquerschnitts besteht also nur aus Tensorausdrücken deren Produkt mit  $q_\mu$  und  $q_\nu$  Null ergeben. Dabei sind die

Tensoren noch mit skalaren Funktionen multipliziert, die von der Bjorken-Skalenvariable und vom Impulsübertrag abhängen.

Die einzigen Tensoren, die dieser Bedingung Rechnung tragen, sind:

$$\left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right); \quad \left(p_\mu - \frac{(pq)q_\mu}{q^2}\right) \left(p_\nu - \frac{(pq)q_\nu}{q^2}\right); \quad i\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} q^\alpha p^\beta \quad (\text{C.9})$$

Der zuletzt angegebene Term wird nur relevant, da  $Z$  und  $Z'$  sowohl vektor- als auch axialvektorartig, im Rahmen der elektroschwachen Wechselwirkung, ankoppeln. Nun berechnet man also den Streuquerschnitt der Streuung des Leptons mit einem quasifreien Parton, formt das Ergebnis entsprechend der angegebenen Tensoren um ( in dem Fall für den Partonimpuls ), skaliert alle Partonimpulse bezüglich der Bjorken-Skalenvariable, multipliziert das Ergebnis mit den Verteilungsfunktionen  $N_i(\xi)$  der Partonen im Hadron, integriert über  $\xi$  in den Grenzen  $(0, 1)$  und summiert über die Partonen  $i$ . Es gilt also:

$$\sigma(p, q) = \sum_i \int_0^1 d\xi N_i(\xi) \sigma(p_i, q) \quad (\text{C.10})$$

Nach diesem Konzept wurden nun die differentiellen Streuquerschnitte für die Prozesse  $ep \rightarrow \gamma, Z', Z \rightarrow eX$  und  $ep \rightarrow Z', Z \rightarrow eX$  ausgerechnet [9]. Die Ermittlung der Strukturfunktionen und des Streuquerschnitts werden nur für den Prozeß  $e^\pm p \rightarrow \gamma, Z' \rightarrow e^\pm X$  ausführlich dargestellt, da dies für den Prozeß  $e^\pm p \rightarrow Z, Z' \rightarrow e^\pm X$  analog erfolgt.

$$\begin{aligned} iT &= \bar{u}(k') ieQ_e \gamma_\mu u(k) D_\gamma^{\mu\nu}(q) \langle X(p_X) | J_\nu^\gamma | N(p) \rangle \\ &+ \bar{u}(k') ig_{Z'} \gamma_\mu (v_e' - a_e' \gamma_5) u(k) D_{Z'}^{\mu\nu}(q) \langle X(p_X) | J_\nu^{Z'} | N(p) \rangle \quad (\text{C.11}) \end{aligned}$$

Dabei stellen  $D_\gamma^{\mu\nu}(q)$  und  $D_{Z'}^{\mu\nu}(q)$  die jeweiligen Propagatoren dar:

$$D_\gamma^{\mu\nu}(q) = \frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2 + i\epsilon} \quad (\text{C.12})$$

$$D_{Z'}^{\mu\nu}(q) = \frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2 - M_{Z'}^2 + i\epsilon} \quad (\text{C.13})$$

Mit dem Grenzübergang  $m_e \rightarrow 0$  entstehen für die leptonischen Terme folgende Spuren:

$$Tr\{k'\gamma_\mu k\gamma_\nu\} \quad (C.14)$$

$$Tr\{k'\gamma_\mu(v_e' - a_e'\gamma_5) k\gamma_\nu(v_e' - a_e'\gamma_5)\} \quad (C.15)$$

$$Tr\{k'\gamma_\mu k\gamma_\nu(v_e' - a_e'\gamma_5)\} \quad (C.16)$$

Die Spuren reduzieren sich im wesentlichen auf die unten stehenden Terme mit folgenden Ergebnissen:

$$Tr\{k'\gamma_\mu k\gamma_\nu\} = 4\{k_\mu k'_\nu + k'_\mu k_\nu - g_{\mu\nu}(k'k)\} \quad (C.17)$$

$$Tr\{k'\gamma_\mu k\gamma_\nu\gamma_5\} = 4i\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}k'^\alpha k^\beta \quad (C.18)$$

Für die Terme der Partonströme folgt die gleiche Spurenstruktur. Aus der allgemeinen Struktur für den differentiellen Streuquerschnitt folgt:

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{s,s'} |T|^2 \delta(k'^2 - m_{e_\pm}^2) \\ &* \delta(p_x^2 - m_x^2) \delta(k + p - k' - p_x) \frac{1}{2k^0 2p^0 |\vec{v}_k - \vec{v}_p|} d^4 k' d^4 p_x \quad (C.19) \end{aligned}$$

Wobei sich das T-Matrixelement wie folgt zusammensetzt:

$$\begin{aligned} \sum_{s,s'} |T|^2 &= \frac{2e^2 Q_e^2}{q^4} [k'_\mu k_\nu + k_\mu k'_\nu - g_{\mu\nu}(k'k)] W^{1\mu\nu} \\ &+ \frac{2g_{Z'}^2}{(q^2 - M_{Z'}^2)^2} [(v_e'^2 + a_e'^2) [k'_\mu k_\nu + k_\mu k'_\nu - g_{\mu\nu}(k'k)] \\ &- 2iv_e' a_e' \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_\alpha' k^\beta] W^{2\mu\nu} \\ &+ \frac{4eQ_e g_{Z'}}{q^2(q^2 - M_{Z'}^2)} [v_e' [k'_\mu k_\nu + k_\mu k'_\nu - g_{\mu\nu}(k'k)] \\ &- ia_e' \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_\alpha' k^\beta] W^{3\mu\nu} \quad (C.20) \end{aligned}$$

Wie wir ja bereits wissen, gilt für die erwähnten Tensorstrukturen:

$$W^{j\mu\nu} = \sum_i \int_0^1 d\xi N_i(\xi, Q^2) W_i^{j\mu\nu} \quad (\text{C.21})$$

Es entstehen drei unabhängige Beiträge ( $j = 1, 2, 3$ ) für die quadratischen Anteile von  $\gamma, Z'$  und dem Interferenzterm. Die Funktionen  $N_i(x, Q^2)$  sind die ebenfalls bereits erwähnten Verteilungsfunktionen der Partonen, deren Angabe im Rahmen der Duke-Owens-Parametrisierung im Anschluß erfolgt. Um diese Form des Streuquerschnitts zu erhalten, ist es notwendig sich zu überlegen, daß nur ein Parton beim Streuvorgang relevant ist. Dazu berechnet man den Streuquerschnitt mit einem Parton ( als Elementarteilchen ) als Streupartner. Da man aber nicht weiß welches der Partonen am Streuvorgang beteiligt ist, muß man Verteilungsfunktionen der Partonen im Nukleon einführen. Weiterhin ist die Tatsache zu berücksichtigen, daß ein Parton nur einen Bruchteil  $\xi$  ( $0 \leq \xi < 1$ ) des Nukleonimpulses ( $p_i = \xi p$ ) trägt. Jetzt kann man unter Berücksichtigung der angeführten Überlegungen die  $W^{i\mu\nu}$  berechnen. Damit ergeben sich die Strukturfunktionen für den Prozeß  $e^\pm p \rightarrow \gamma, Z' \rightarrow e^\pm X$  der einzelnen Tensorausdrücke zu:

$$\underline{W}^{1\mu\nu} : \quad (\text{C.22})$$

$$W_1^{(1)}(\nu, Q^2) = \sum_i e^2 Q_i^2 N_i(x, Q^2) \quad (\text{C.23})$$

$$W_2^{(1)}(\nu, Q^2) = 2 \sum_i e^2 Q_i^2 N_i(x, Q^2) \frac{x}{M\nu} \quad (\text{C.24})$$

$$\underline{W}^{2\mu\nu} : \quad (\text{C.25})$$

$$W_1^{(2)}(\nu, Q^2) = \sum_i g_{Z'}^2 (v_i'^2 + a_i'^2) N_i(x, Q^2) \quad (\text{C.26})$$

$$W_2^{(2)}(\nu, Q^2) = 2 \sum_i g_{Z'}^2 (v_i'^2 + a_i'^2) N_i(x, Q^2) \frac{x}{M\nu} \quad (\text{C.27})$$

$$W_3^{(2)}(\nu, Q^2) = \sum_i v_i' a_i' \frac{1}{M\nu} g_{Z'}^2 N_i(x, Q^2) \quad (\text{C.28})$$

$$\underline{W}^{3\mu\nu} : \quad (\text{C.29})$$

$$W_1^{(3)}(\nu, Q^2) = \sum_i g_{Z'} e Q_i v_i' N_i(x, Q^2) \quad (\text{C.30})$$

$$W_2^{(3)}(\nu, Q^2) = 2 \sum_i g_{Z'} e Q_i v_i' \frac{x}{M\nu} N_i(x, Q^2) \quad (\text{C.31})$$

$$W_3^{(3)}(\nu, Q^2) = \sum_i g_{Z'} e Q_i a_i' \frac{1}{M\nu} N_i(x, Q^2) \quad (\text{C.32})$$

Die Strukturfunktionen für den Prozeß  $e^\pm p \rightarrow Z, Z' \rightarrow e^\pm X$  ergeben sich ebenso:

$$\underline{W}^{1\mu\nu} : \quad (\text{C.33})$$

$$W_1^{(1)}(\nu, Q^2) = \sum_i g_Z^2 (v_i^2 + a_i^2) N_i(x, Q^2) \quad (\text{C.34})$$

$$W_2^{(1)}(\nu, Q^2) = 2 \sum_i g_Z^2 (v_i^2 + a_i^2) N_i(x, Q^2) \frac{x}{M\nu} \quad (\text{C.35})$$

$$W_3^{(1)}(\nu, Q^2) = \sum_i v_i a_i \frac{1}{M\nu} g_Z^2 N_i(x, Q^2) \quad (\text{C.36})$$

$$\underline{W}^{2\mu\nu} : \quad (\text{C.37})$$

$$W_1^{(2)}(\nu, Q^2) = \sum_i g_{Z'}^2 (v_i'^2 + a_i'^2) N_i(x, Q^2) \quad (\text{C.38})$$

$$W_2^{(2)}(\nu, Q^2) = 2 \sum_i g_{Z'}^2 (v_i'^2 + a_i'^2) N_i(x, Q^2) \frac{x}{M\nu} \quad (\text{C.39})$$

$$W_3^{(2)}(\nu, Q^2) = \sum_i v_i' a_i' \frac{1}{M\nu} g_{Z'}^2 N_i(x, Q^2) \quad (\text{C.40})$$

$$\underline{W}^{3\mu\nu} : \quad (\text{C.41})$$

$$W_1^{(3)}(\nu, Q^2) = \sum_i g_Z g_{Z'} (v_i v_i' + a_i' a_i) N_i(x, Q^2) \quad (\text{C.42})$$

$$W_2^{(3)}(\nu, Q^2) = 2 \sum_i g_Z g_{Z'} (v_i v_i' + a_i' a_i) \frac{x}{M\nu} N_i(x, Q^2) \quad (\text{C.43})$$

$$W_3^{(3)}(\nu, Q^2) = \sum_i g_Z g_{Z'} (v_i a_i' + v_i' a_i) \frac{1}{M\nu} N_i(x, Q^2) \quad (\text{C.44})$$

Die beiden einzelnen Streuquerschnitte (C.58) und (C.59) lassen sich nun natürlich bequem zum Streuquerschnitt für den Prozeß  $e^\pm p \rightarrow \gamma, Z', Z \rightarrow e^\pm X$  kombinieren. Bei den Parametern  $E, E', \nu$  handelt es sich um die Energie des Leptons vor bzw. nach dem Streuvorgang und deren Differenz  $\nu = E - E'$ . Die auftretenden Funktionen  $\chi, \chi'$  und  $\Omega$  ergeben sich zu:

$$\chi = \frac{g_Z}{q^2 - M_Z^2} \quad (\text{C.45})$$

$$\chi' = \frac{g_{Z'}}{q^2 - M_{Z'}^2} \quad (\text{C.46})$$

$$\Omega = \cos \theta \quad (\text{C.47})$$

So erhält man also für die Streuquerschnitte für den Prozeß  $e^\pm p \rightarrow \gamma, Z' \rightarrow e^\pm X$  in Bornscher Näherung:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial E' \partial \Omega} = & \frac{E'^2}{16\pi^2 M} \left[ \frac{e^2 Q_e^2}{Q^4} [2M^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2^{(1)}(\nu, Q^2) \right. \\ & + 4\sin^2 \frac{\theta}{2} W_1^{(1)}(\nu, Q^2)] \\ & + \chi'^2 [(v_e'^2 + a_e'^2) [2M^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2^{(2)}(\nu, Q^2) \\ & + 4\sin^2 \frac{\theta}{2} W_1^{(2)}(\nu, Q^2)] \\ & + 16v_e' a_e' M \sin^2 \frac{\theta}{2} [E + E'] W_3^{(2)}(\nu, Q^2)] \\ & + \frac{2eQ_e}{q^2} \chi' [v_e' [2M^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2^{(3)}(\nu, Q^2) \\ & + 4\sin^2 \frac{\theta}{2} W_1^{(3)}(\nu, Q^2)] \\ & + 4a_e' M [E + E'] \sin^2 \frac{\theta}{2} W_3^{(3)}(\nu, Q^2)] \quad (\text{C.48}) \end{aligned}$$

Desgleichen folgt für  $e^- p \rightarrow Z', Z \rightarrow e^- p$ :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \sigma}{\partial E' \partial \Omega} = & \frac{E'^2}{16\pi^2 M} [\chi^2 [(v_e^2 + a_e^2) [2M^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2^{(1)}(\nu, Q^2) \\
& + 4\sin^2 \frac{\theta}{2} W_1^{(1)}(\nu, Q^2)] \\
& + 16v_e a_e M \sin^2 \frac{\theta}{2} [E + E'] W_3^{(1)}(\nu, Q^2)] \\
& + \chi'^2 [(v_e'^2 + a_e'^2) [2M^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2^{(2)}(\nu, Q^2) \\
& + 4\sin^2 \frac{\theta}{2} W_1^{(2)}(\nu, Q^2)] \\
& + 16v_e' a_e' M \sin^2 \frac{\theta}{2} [E + E'] W_3^{(2)}(\nu, Q^2)] \\
& + \chi \chi' [2(v_e v_e' + a_e a_e') [2M^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2^{(3)}(\nu, Q^2) \\
& + 4\sin^2 \frac{\theta}{2} W_1^{(3)}(\nu, Q^2)] \\
& + 8(v_e a_e' + a_e v_e') M [E + E'] \sin^2 \frac{\theta}{2} W_3^{(3)}(\nu, Q^2)] \quad (\text{C.49})
\end{aligned}$$

Um die in Kapitel 4 angegebene Formel für den Streuquerschnitt zu erhalten, ist es notwendig eine Variablentransformation durchzuführen. Es ist üblich, den Streuquerschnitt für eine tiefinelastische Lepton-Nukleon-Streuung in Abhängigkeit von den Bjorken-Skalenvariablen  $x$  und  $y$  anzugeben. Diese hängen von der Energie des gestreuten Leptons  $E'$  und dem Streuwinkel  $\theta$  in der oben angegebenen Weise ab [10]. So gilt also laut Vektoranalysis:

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \sigma}{\partial E' \partial \Omega} \frac{\partial(E', \Omega)}{\partial(x, y)} \quad (\text{C.50})$$

Ersetzt man nun alle Variablen  $E'$  und  $\Omega$  durch  $x$  und  $y$  und multipliziert die Gleichung für den Streuquerschnitt mit der Determinante erhält man die in Kapitel 5 angegebene Gleichung. Für die Determinante gilt:

$$\frac{\partial(E', \Omega)}{\partial(x, y)} = \frac{My}{1-y} \quad (\text{C.51})$$

So das nun für den Streuquerschnitt folgt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x \partial y} &= 2\pi\alpha^2 \frac{s}{Q^4} [\sigma(\gamma, \gamma) + \sigma(Z, Z) + \sigma(Z', Z')] \\ &+ 2[\sigma(\gamma, Z) + \sigma(\gamma, Z') + \sigma(Z, Z')] \end{aligned} \quad (\text{C.52})$$

$$\sigma(i, j) = \chi_i(Q^2)\chi_j(Q^2)[Y_+V + Y_-A] \quad (\text{C.53})$$

$$\chi_n(Q^2) = \frac{g_n^2}{4\pi\alpha} \frac{Q^2}{Q^2 + M_n^2}, \quad Y_{\pm} = [1 \pm (1-y)^2] \quad (\text{C.54})$$

$$V = [C_V(e) + \lambda Q_e C_A(e)][C_V(u)(u + \bar{u}) + C_V(d)(d + \bar{d})] \quad (\text{C.55})$$

$$A = -[Q_e C_A(e) + \lambda C_V(e)][C_A(u)(u - \bar{u}) + C_A(d)(d - \bar{d})] \quad (\text{C.56})$$

$$C_V(f) = v_i^f v_j^f + a_i^f a_j^f, \quad C_A(f) = v_i^f a_j^f + a_i^f v_j^f \quad (\text{C.57})$$

$$i, j = \gamma, Z, Z'$$

$$e^{\pm} p \rightarrow \gamma, Z, Z' \rightarrow e^{\pm} X$$

## D Strukturfunktionen

---

Die nun folgenden Funktionen sind im Rahmen der Duke-Owens-Parametrisierung angegeben. Dabei handelt es sich bei den mit  $UD$  und  $D$  indizierten Funktionen um die Valenzquarkverteilungen für up- und down-Quark bzw. nur des down-Quarks und die mit  $SEA$  indizierten sind dann die entsprechenden für die Seequarks, die in der unten angegebenen Weise vom Parameter  $S$  abhängen. Diese ist nur eine von vielen Parametrisierungen der Verteilungsfunktionen der Partonen im Nukleon und wurde 1984 von Duke und Owens nach LEP-Daten angepaßt und vorgeschlagen. Die Verteilungsfunktionen wurden dabei im Intervall  $4GeV^2 \leq Q^2 \leq 200GeV^2$  an die Daten angepaßt und für größere  $Q^2$  nach der Altarelli-Parisi-Gleichung entwickelt.

$$\Lambda^2 = 0.04GeV \quad (D.1)$$

$$S = \log\left(\frac{\log\left(\frac{|Q^2|}{\Lambda^2}\right)}{\log\left(\frac{4}{\Lambda^2}\right)}\right) \quad (D.2)$$

$$A_{UD} = 0.419 + 0.004S - 0.007S^2 \quad (D.3)$$

$$B_{UD} = 3.46 + 0.724S - 0.066S^2 \quad (D.4)$$

$$C_{UD} = 4.40 - 4.86S + 1.33S^2 \quad (D.5)$$

$$A_D = 0.763 - 0.237S + 0.026S^2 \quad (D.6)$$

$$B_D = 4.00 + 0.627S - 0.019S^2 \quad (D.7)$$

$$C_D = -0.421S + 0.033S^2 \quad (D.8)$$

$$A_{SEA} = 1.265 - 1.132S + 0.293S^2 \quad (D.9)$$

$$B_{SEA} = -0.372S - 0.029S^2 \quad (D.10)$$

$$C_{SEA} = 6.31S - 0.273S^2 \quad (D.11)$$

$$D_{SEA} = -10.5S - 3.17S^2 \quad (D.12)$$

$$E_{SEA} = 14.7S + 9.80S^2 \quad (D.13)$$

$$G_{SEA} = 8.05 + 1.59S - 0.153S^2 \quad (D.14)$$

$$A_C = 0.135S - 0.075S^2 \quad (D.15)$$

$$B_C = -0.036 - 0.222S - 0.058S^2 \quad (D.16)$$

$$C_C = -3.03S + 1.50S^2 \quad (D.17)$$

$$D_C = 17.4S - 11.3S^2 \quad (D.18)$$

$$E_C = -17.9S + 15.6S^2 \quad (D.19)$$

$$G_C = 6.35 + 3.26S - 0.909S^2 \quad (D.20)$$

$$H_D = \frac{1}{\beta(A_D, B_D + 1)(1 + \frac{C_D A_D}{(1 + A_D + B_D)})} \quad (D.21)$$

$$H_{UD} = \frac{1}{\beta(A_{UD}, B_{UD} + 1)(1 + \frac{C_{UD} A_{UD}}{(1 + A_{UD} + B_{UD})})} \quad (D.22)$$

$$H_S = 1 + xC_S + x^2D_S + x^3E_S \quad (D.23)$$

$$H_C = 1 + xC_C + x^2D_C + x^3E_C \quad (D.24)$$

$$D_{VAL} = H_D x^{A_D} (1 - x)^{B_D} (1 + C_D x) \quad (D.25)$$

$$UD_{VAL} = 3H_{UD} x^{A_{UD}} (1 - x)^{B_{UD}} (1 + C_{UD} x) \quad (D.26)$$

$$SEA = A_S x^{B_S} (1 - x)^{G_S} H_S \quad (D.27)$$

$$CSEA = A_C x^{B_C} (1 - x)^{G_C} H_C \quad (D.28)$$

$$\beta(A, B) = \frac{\Gamma(A)\Gamma(B)}{\Gamma(A + B)} \quad (D.29)$$

$$S_6 = \frac{SEA}{6} \quad (D.30)$$

$$U_U = UD_{VAL} - D_{VAL} + S_6 \quad (\text{D.31})$$

$$C_C = CSEA \quad (\text{D.32})$$

$$D_D = D_{VAL} + S_6 \quad (\text{D.33})$$

$$U_V = U_U - S_6 \quad (\text{D.34})$$

$$D_V = D_D - S_6 \quad (\text{D.35})$$

$$U_P = U_V + 2(S_6 + C_C) \quad (\text{D.36})$$

$$D_P = D_V + 4S_6 \quad (\text{D.37})$$

$$U_M = U_V \quad (\text{D.38})$$

$$D_M = D_V \quad (\text{D.39})$$

Die so gewonnenen Funktionen  $U_P$ ,  $D_P$ ,  $U_M$ ,  $D_M$  sind die zur Berechnung des Streuquerschnittes verwendeten Parton-Verteilungsfunktionen.

Die Funktionen  $U_P, U_M, D_P, D_M$  sind mit denen in (C.70) und (C.71) zu vergleichen:

$$U_P = u + \bar{u} \quad (\text{D.40})$$

$$D_P = d + \bar{d} \quad (\text{D.41})$$

$$U_M = u - \bar{u} \quad (\text{D.42})$$

$$D_M = d - \bar{d} \quad (\text{D.43})$$

Diese Parametrisierung der Strukturfunktionen ist natürlich nur eine Möglichkeit und bei weitem nicht umfassend. Die Struktur der Parametrisierung ist allerdings ähnlich zu anderen und soll hier nur als Beispiel dienen. Weitere Parametrisierungen sind im Programm HECTOR realisiert und nutzbar. Die Duke-Owens-Parametrisierung ist eine der ersten und bekanntesten Parametrisierungen für Strukturfunktionen [60][9].

Ich bedanke mich bei den Mitgliedern der Theoriegruppe des DESY Zeuthen für ihre Hilfe. Besonders dankbar bin ich Prof. D. Ebert und Dr. T. Riemann für ihre Betreuung und für das sorgfältige Lesen des Manuskripts. Weiterhin bedanke ich mich bei meinen Eltern, die mich in jeder Phase meiner Arbeit unterstützt haben.

Hiermit bestätige ich, daß ich die vorliegende Arbeit ohne unerlaubte fremde Hilfe angefertigt habe.

Ich bin mit der Auslage meiner Diplomarbeit in der Bibliothek der Humboldt-Universität zu Berlin einverstanden.

Berlin, den .....

Unterschrift

.....

André Krüger