Ausgabe: 06.11.2001
Abgabe: 13.11.2001 in der Vorlesung

Übung zur Vorlesung Struktur der Materie (c) "Kern– und Elementarteilchenphysik" WS 2001/2002

H. Kolanoski, C. Stegmann

Blatt 3

Aufgabe 1: (5 Punkte)
Zeigen Sie die Lorentz-Invarianz des Maßes für einen Boost in z-Richtung

$$dn_{fj} = \frac{1}{(2\pi)^3}\frac{d^3\vec{p}_{fj}}{2E_j} = \frac{1}{(2\pi)^3}\frac{d^3\vec{p}\,'_{fj}}{2E'_j} = dn'_{fi}$$

Aufgabe 2: (15 Punkte)
Der Wirkungsquerschnitt für die Kollision von Teilchen 1 und 2 und die Erzeugung von Teilchen 3 und 4 ($1 + 2 \rightarrow 3 + 4$) lautet:

$$d\sigma = \frac{S}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2)^2}}|\mathcal{M}|^2 \frac{d^3\vec{p_3}}{(2\pi)^3 2E_3}\frac{d^3\vec{p_4}}{(2\pi)^3 2E_4} \cdot (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4)$$

wobei $p_i = (E_i/c, \vec{p_i})$ der Viererimpuls des i-ten Teilchens ist. S ist ein statistischer Faktor: $1/j!$ für jede Gruppe von j identischen Teilchen im Endzustand. Berechnen Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die obige Streuung im Schwerpunktssystem. Gehen Sie dazu wie folgt vor:

a) Zeigen Sie, dass für den Flussfaktor

$$\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2)^2} = (E_1 + E_2)|\vec{p_1}|$$

gilt.

b) Zerlegen Sie die Delta-Funktion in eine Raum- und Zeitanteil, d.h. $\delta^4(p_1+p_2+p_3+p_4) = \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4)\delta^3(-\vec{p_3} - \vec{p_4})$. Warum sieht die δ-Funtion so aus? Drücken Sie die auslaufenden Energien mit Hilfe der relativistischen Energie-Impuls-Beziehung über die Impulse aus. Führen Sie jetzt die Integration über $\vec{p_4}$ aus.

c) $|\mathcal{M}|^2$ hängt im Allgemeinen sowohl von der Richtung als auch vom Betrag von $\vec{p_3}$ ab. Die Winkelintegration lässt sich daher ohne Kenntnis der Amplitude nicht ausführen. Transformieren Sie $d^3\vec{p_3}$ in Kugelkoordinaten und betrachten Sie im weiteren $\frac{d\sigma}{d\Omega}$.

d) Substituieren Sie

$$E = \left(\sqrt{m_3^2 + |\vec{p_3}|^2} + \sqrt{m_4^2 + |\vec{p_4}|^2}\right).$$

Was ist E? Führen Sie jetzt die verbleibende Integration über E aus. Das Ergebnis lautet:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{8\pi}\right)^2 \frac{S|\mathcal{M}|^2}{(E_1 + E_2)^2}\frac{|\vec{p_f}|}{|\vec{p_i}|},$$

wobei $|\vec{p_f}|$ der Betrag sowohl des einen wie des anderen auslaufenden und $|\vec{p_i}|$ der Betrag der entsprechenden einlaufenden Impulse ist.