

Übung 2

zur Vorlesung im WS09/10

Einführung in die Astroteilchenphysik

2.1 Zustandsgleichungen (12P)

Leiten Sie die in der Vorlesung benutzten Zustandsgleichungen $p(\rho)$ für ein Teilchensystem ab, indem Sie, wie bei der Ableitung der idealen Gasgleichung, den Zusammenhang zwischen dem Druck und den mittleren Impulsen der Teilchen betrachten. Geben Sie die Zustandsgleichung für folgende Grenzfälle an:

- Strahlung bzw. relativistische Teilchen;
- nicht-relativistische Teilchen.
- Bestimmen Sie die zeitliche Entwicklung des Skalenparameters $R(t)$, wenn jeweils einer der beiden Fälle a,b dominiert und $k = 0$ gilt.
- Bestimmen Sie $R(t)$ für den Fall der Dominanz der Vakuumenergie und $k = 0$. Für die Vakuumenergie gilt die Zustandsgleichung $p = -\rho_v c^2 = \text{const}$. Benutzen Sie dazu Gleichung (2.37), um das Vorzeichen der Beschleunigung richtig zu benutzen.

2.2 Dichte der kosmischen Hintergrundstrahlung (12P)

Gleichung (2.73) im Skript gibt den spektralen Energiefluß (Energie pro Frequenzintervall, Flächen-, Zeit- und Raumwinkeleinheit) der kosmischen Hintergrundstrahlung entsprechend einer Schwarzkörperstrahlung an.

- Zeigen Sie, dass das Spektrum bei Expansion des Weltalls seine Form beibehält.

Bestimmen Sie für die heutigen Parameter:

- den gesamten Energiefluß durch Integration der Gleichung (2.73) über alle Frequenzen;
- die dazugehörige Energiedichte der Strahlung;
- den gesamten Photonenfluß (durch Integration entsprechend wie in b);
- die Photonendichte.

Hinweis:

$$\int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = 2.404, \quad \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$