

# Kapitel 3

## Kosmische Strahlung

### 3.1 Einführung<sup>1</sup>

Die Erde wird fortwährend von hochenergetischen Teilchen aus dem Weltall getroffen. Dieses Phänomen wurde 1912 von dem österreichischen Physiker Viktor Franz Hess entdeckt. Zuvor war die natürliche Radioaktivität bereits bekannt und man ging davon aus, dass die an der Erdoberfläche gemessene ionisierende Strahlung von radioaktiven Nukliden in der Erdkruste verursacht wird. In einem Heißluftballon stieg Hess bis auf Höhen von 5000 m auf (Abb. 3.1). Er führte mehrere Elektrometer zur Messung der Intensität von ionisierender Strahlung mit und entdeckte, dass die Intensität der Strahlung mit zunehmender Höhe ansteigt. Er folgerte daraus, dass uns diese Strahlung aus dem Weltall erreicht. Der Namen Kosmische Strahlung (cosmic rays) wurde später durch Millikan geprägt. Für seine Untersuchungen wurde er 1936 mit dem Nobelpreis in Physik ausgezeichnet.

Weitere Wissenschaftler folgten Viktor Hess bei der Erforschung der damals neuartigen Strahlung. Mit einer Nebelkammer konnte Dimitry Skobelzyn 1927 zum ersten mal Sekundärteilchen, die von der Kosmischen Strahlung in der Erdatmosphäre erzeugt werden, photographieren. Im Jahr 1938 entdeckte Pierre Auger bei Koinzidenzexperimenten in den Alpen, dass in zwei Detektoren, die einige hundert Meter voneinander entfernt aufgestellt waren, Teilchen zur gleichen Zeit nachgewiesen werden. Er schloß daraus auf die Existenz ausgedehnter Luftschauer (Abb. 1.1, links), deren Primärteilchen Energien von etwa  $10^{15}$  eV besitzen mussten. In den Jahren 1932-1947 war die Kosmische Strahlung überwiegend für die Teilchenphysik von Bedeutung. So wurden in Nebelkammern und Photoemulsionen verschiedenste Elementarteilchen wie Positronen (Abb. 1.1, rechts), Myonen, Pionen (Abb. 3.2) und Kaonen entdeckt. Durch diese Entdeckungen wurde der Bau von Beschleunigern stimuliert, mit denen ab den 1950iger Jahren solche Teilchen erzeugt und detaillierter untersucht werden konnten.

Die Kosmische Strahlung wird je nach ihrem Ursprung in solare, galaktische und extragalaktische Kosmische Strahlung eingeteilt. Bei Sonneneruptionen werden Teilchen bis in den GeV-Bereich erzeugt. Der genaue Ursprung der nicht-solaren Kosmischen Strahlung, in der Teilchenenergien bis zu  $10^{20}$  eV nachgewiesen wurden,

---

<sup>1</sup>Siehe auch die Webseiten: <http://www.astroteilchenphysik.de> und [http://de.wikipedia.org/wiki/Kosmische\\_Strahlung](http://de.wikipedia.org/wiki/Kosmische_Strahlung)



Abbildung 3.1: Der Entdecker der Kosmischen Strahlung, Viktor Hess, in der Gondel seines Heißluftballons.

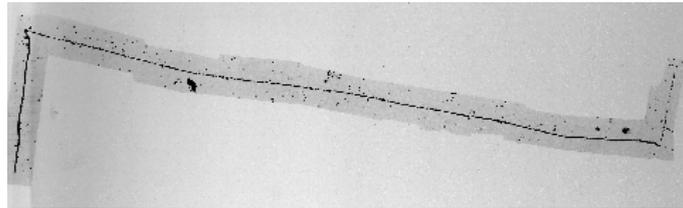


Abbildung 3.2: Teilchenspuren aufgenommen während eines Ballonfluges in einer Photoemulsion: Zerfall eines Pions in ein Myon, das dann in ein Elektron zerfällt ( $\pi - \mu - e$  - Zerfall).



Abbildung 3.3: Photographie einer Supernova-Explosion (Krebsnebel).

ist bisher unbekannt. Kandidaten hierfür sind unter anderem Schockfronten von Supernovaexplosionen (Abb. 3.3) oder kosmische Jets von schwarzen Löchern oder Pulsaren. Für Teilchenenergien kleiner als  $10^{18}$  eV wird ein Ursprung innerhalb der Milchstraße angenommen, während für größere Energien auch andere Galaxien oder Quasare in Betracht kommen.

Im engeren Sinn ist meistens mit ‘Kosmischer Strahlung’ die geladene Komponente gemeint. Man könnte den Begriff aber auch allgemeiner auf hochenergetische Teilchenstrahlung aus dem All, insbesondere auch Neutrinos und Photonen (Kapitel 5, 4), ausdehnen.

Das Energiespektrum der geladenen Komponente der Kosmischen Strahlung erstreckt sich über viele Größenordnungen und fällt dabei sehr steil ab (Abb. 1.3). Obwohl inzwischen schon recht lange an der Kosmischen Strahlung geforscht wird, sind viele grundsätzliche Fragen noch nicht vollständig beantwortet: Was sind ihre Quellen und wie werden die Teilchen zu solch hohen Energien beschleunigt? Wie breitet sich die Kosmische Strahlung durch das interstellare Medium bis zur Erde aus? Werden die Eigenschaften der Strahlung dabei verändert? Was sind die höchsten in der Kosmischen Strahlung vorkommenden Energien?

Zur Beantwortung dieser Fragen werden weltweit verschiedene Experimente durchgeführt. Dabei werden unterschiedliche experimentelle Techniken zum Nachweis der Teilchenstrahlung eingesetzt, die sich auch nach der Art der nachzuweisenden Strahlung richten. Bis zu Energien von etwa  $10^{15}$  eV bei geladenen Teilchen und bis etwa  $10^{10}$  eV bei Photonen kann die Kosmische Strahlung direkt mit Detektoren an hochfliegenden Ballons am oberen Rand der Atmosphäre (etwa 40 km Höhe) oder mit weltraumgestützten Experimenten (Space Shuttle, Satelliten) nachgewiesen werden. Bei höheren Energien wird der Teilchenfluß so klein, dass man sehr große Nachweisflächen und lange Meßzeiten benötigt. Solche Detektoranlagen lassen sich nur am Erdboden realisieren, wo die Kosmische Strahlung indirekt durch Nachweis der Sekundärwechselwirkungen in der Erdatmosphäre gemessen wird. Der Nachweis von Neutrinos erfordert sehr große Detektorvolumina (zum Beispiel Wassertanks oder das antarktische Gletschereis), die ebenfalls nur am Erdboden realisiert werden können.

Die geladene Komponente der primären Kosmischen Strahlung besteht im wesentlichen aus Protonen und  $\alpha$ -Teilchen mit einem geringen Anteil an schwereren Elementen und Elektronen. Der sehr geringe Anteil an Antimaterie, meistens Positronen und Antiprotonen, deutet darauf hin, dass Antimaterie erst durch Wechselwirkungen im interstellaren Raum erzeugt wird.

Die geladenen Teilchen der Kosmischen Strahlung werden in interstellaren Magnetfeldern vielfach abgelenkt und treffen daher isotrop auf die Erde, d.h. aus der Einfallsrichtung der Teilchen kann nicht auf ihre Quellen zurückgeschlossen werden (außer möglicherweise bei den höchsten, sehr seltenen Energien). Informationen über ihren Ursprung bieten aber die Elementzusammensetzung und das Energiespektrum der Kosmischen Strahlung.

Heute glaubt man, dass ein Großteil der Teilchen der Kosmischen Strahlung in Supernovaexplosionen beschleunigt wird (mehr dazu in Kapitel 7). Supernova-Explosionen sind Explosionen von Sternen am Ende ihrer Entwicklung, bei denen gewaltige Energiemengen freigesetzt werden. Dabei werden große Mengen Materie

ausgestoßen, die in der Wechselwirkung mit dem interstellaren Medium eine Stoßwelle von magnetisiertem Plasma ausbilden. An den Magnetfeldern der Stoßwelle werden die geladenen Teilchen hin und her reflektiert, wobei sie im Mittel Energie gewinnen (Fermi-Mechanismus). Diese Theorie wird durch die Elementzusammensetzung der Kosmischen Strahlung gestützt, welche der Zusammensetzung der Materie in unserem Sonnensystem sehr ähnlich ist und daher auf einen gemeinsamen Ursprung hindeutet. Auch die im Sonnensystem vorkommenden Elemente sind durch Kernfusion in Sternen und Supernova-Explosionen entstanden.

Die Erde wird durch die dichte Atmosphäre und das Magnetfeld weitgehend vor der Kosmischen Strahlung geschützt. Die verbleibende durchdringende Strahlung zusammen mit der Umweltradioaktivität scheint aber gerade auszureichen, um mit genetischen Mutationen die biologische Evolution in Gang zu halten.

## 3.2 Spektren

Trägt man die Zahl der Teilchen, die pro Energieintervall, Fläche, Zeit und Raumwinkelintervall auf die Erde treffen, in Abhängigkeit von ihrer Energie auf,

$$\phi(E) = \frac{dN}{dE dA d\Omega dt}, \quad (3.1)$$

so erhält man das Energiespektrum der Kosmischen Strahlung wie in der Abbildung 3.4 gezeigt. Es fällt sehr steil ab, das heißt mit zunehmender Energie werden die Teilchen viel seltener, bei einer 10-mal höheren Energie nimmt der Fluß der Teilchen um etwa einen Faktor 1000 ab. Bei Energien um  $10^{12}$  eV werden etwa 10 Teilchen pro Quadratmeter und Minute gemessen, bei  $10^{20}$  eV nur noch etwa 1 Teilchen pro Quadratkilometer in 200 Jahren. In der Abbildung 1.3 sind zusätzlich die Energien der zur Zeit größten künstlichen Teilchenbeschleuniger der Welt, dem TEVATRON am Fermilab in den USA und dem demnächst am CERN in Genf in Betrieb gehenden Beschleuniger LHC eingetragen. Diese Energien beziehen sich auf die gleiche Schwerpunktenenergie eines Nukleon-Nukleon-Systems. Wenn man die Strahlenergien von etwa 1 TeV und 7 TeV betrachtet, stellt man fest, dass die in der Kosmischen Strahlung vorkommenden Energien um mindestens 7 Größenordnungen die von Menschenhand erreichbaren Energien übersteigen. Es ist nicht zu erwarten, dass die Quellen der Kosmischen Strahlung als die größten Beschleuniger im Universum jemals von irdischen Beschleunigern abgelöst werden. Auch in Zukunft wird die Untersuchung der Kosmischen Strahlung in Ergänzung zu Experimenten an künstlichen Beschleunigern wichtige Erkenntnisse über die Elementarteilchen und ihre Wechselwirkungen liefern.

Die charakteristischen Merkmale des Energiespektrums sind:

- Zu niedrigen Energien hin bricht der steile Verlauf des Spektrums ab, weil das Erdmagnetfeld die Teilchen ablenkt und bei Energien unterhalb von einigen GeV überhaupt keine Teilchen mehr durchläßt (siehe Abschnitt 3.4). Oberhalb von etwa 30 GeV ist der Einfluß des Erdmagnetfeldes gering.
- In einem Energiebereich von einigen GeV bis etwa  $10^{14}$  eV, wo das so genannten

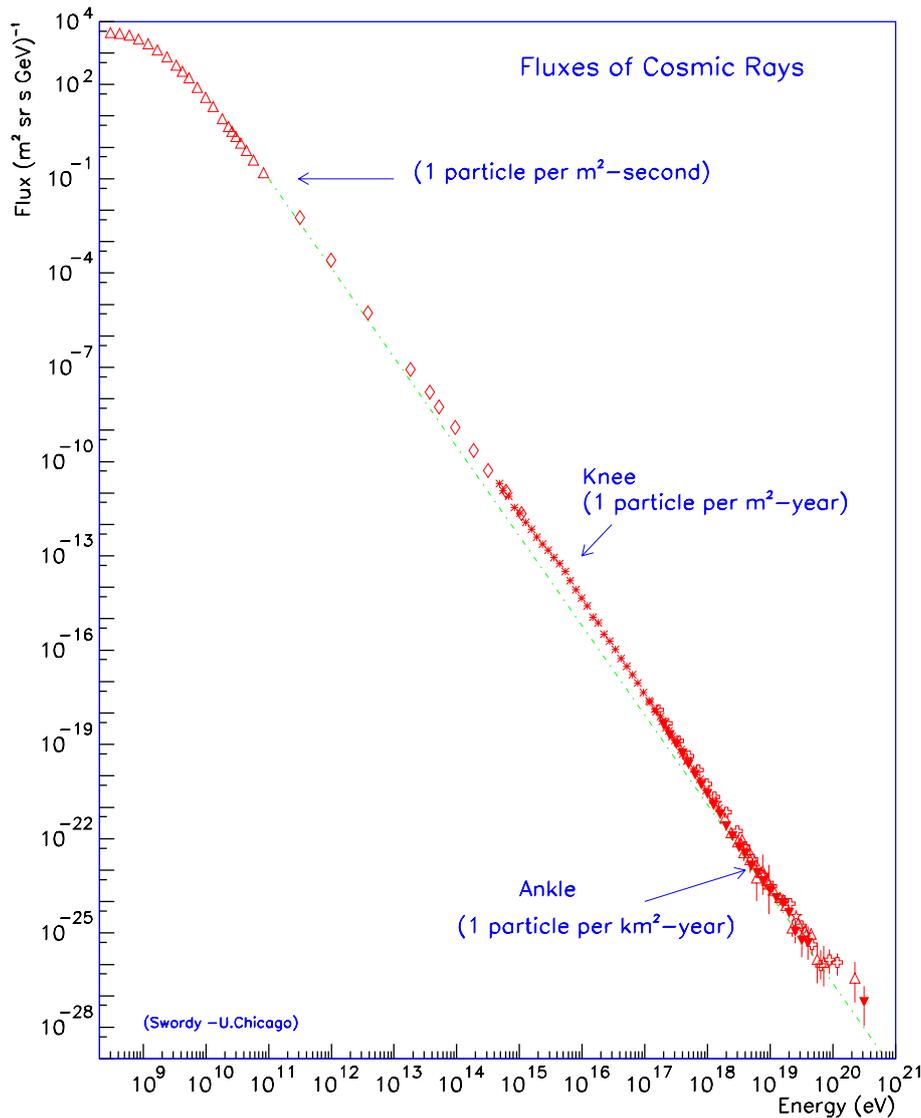


Abbildung 3.4: Energiespektrum der geladenen Komponente der Kosmischen Strahlung.

‘Knie’ beginnt, folgt der Fluß einem Potenzgesetz:

$$\phi(E) = \phi_0 E^{-\gamma} = \phi_0 E^{-2.7} \approx 1.8 \cdot 10^4 (E/\text{GeV})^{-2.7} \frac{\text{Nukleonen}}{\text{m}^2 \text{ s sr GeV}}. \quad (3.2)$$

- Oberhalb des Knies wird das Spektrum steiler und folgt ab etwa  $10^{16}$  eV wieder einem Potenzgesetz wie in (3.2) mit  $\gamma \approx 3.0$  (Abb. 3.5).
- Oberhalb von etwa  $10^{18}$  eV wird das Spektrum wieder etwas flacher: man spricht von dem ‘Knöchel’.
- Oberhalb von etwa  $10^{20}$  eV sollte das Spektrum eigentlich auf Grund des GZK-Cutoffs, den wir im Folgenden erläutern, überhaupt keine Teilchen mehr zu sehen sein. Frühere experimentelle Ergebnisse dazu haben sich teilweise widersprochen (Abb. 3.5). Wegen der extrem geringen Raten ist eine Überprüfung

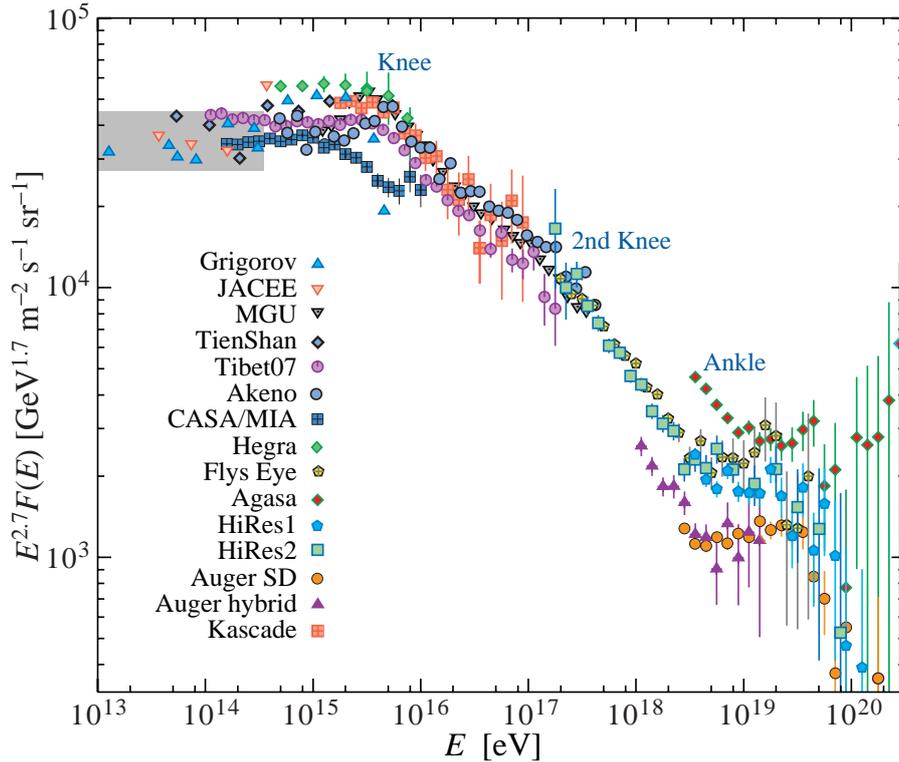


Abbildung 3.5: Mit  $E^{-2.7}$  multiplizierte Energiespektren (alle Teilchensorten summiert), die in Luftschauerexperimenten gemessen wurden. Die Änderungen des Spektrums am Knie und Knöchel sind gut zu erkennen, aber auch die großen (statistisch unverträglichen) Fluktuationen zwischen verschiedenen Experimenten. In dem schattierten Bereich gibt es auch direkte Messungen mit Ballons und Satelliten.

nicht so einfach. Von dem AUGER-Experiment, das vor wenigen Jahren in Argentinien in Betrieb genommen wurde, erhofft man sich Aufklärung dieser Frage (siehe Abschnitt 3.8).

Die geladene Komponente der Kosmischen Strahlung hat insgesamt eine Energiedichte von etwa  $1 \text{ MeV/m}^3$  in dem interstellaren Raum und liegt damit in der gleichen Größenordnung wie das optische Sternenlicht ( $0.6 \text{ MeV/m}^3$ ), wie der Mikrowellenhintergrund ( $0.26 \text{ MeV/m}^3$ ) und wie das galaktische Magnetfeld ( $0.25 \text{ MeV/m}^3$ ) (Tabelle 3.1). Wegen des stark abfallenden Spektrums der Kosmischen Strahlung tragen Energien oberhalb etwa  $100 \text{ GeV}$  sehr wenig zur Energiedichte bei.

Der größte Teil der Kosmischen Strahlung stammt aus galaktischen Quellen. Au-

Tabelle 3.1: Beiträge zur Energiedichte im interstellaren Raum der Milchstraße.

Beitrag	[ $\text{MeV/m}^3$ ]
Sternlicht (optisch)	0.6
Kosmische Strahlung	1
Mikrowellenhintergrund	0.26
galaktisches Magnetfeld	0.25

Bei den höchsten Energien werden die geladenen Teilchen von dem galaktischen Magnetfeld (typisch  $3 \cdot 10^{-10} \text{ T} = 3 \mu\text{G}$ ) eingefangen mit einer mittleren Verweildauer von etwa  $10^7$  Jahren.

Da in unserer Galaxis keine Quellen bekannt sind, die Energien im Bereich des Knöchels erzeugen könnten, nimmt man an, dass die höchsten Energien extragalaktischen Ursprung haben. Allerdings können Teilchen mit Energien von  $10^{20} \text{ eV}$  und darüber wegen der dann möglichen inelastischen Wechselwirkungen mit den Photonen des Mikrowellenhintergrunds (Greisen, Zatsepin und Kusmin, ‘GZK’) keine großen Entfernungen zurücklegen. Das Protonenspektrum sollte abgeschnitten werden (GZK-Cutoff), wenn die Photon-Proton-Energie im Schwerpunktsystem etwa die Masse der ersten Nukleonresonanz ( $\Delta$ -Resonanz,  $M_\Delta = 1.232 \text{ GeV}$ ) erreicht und die folgende Reaktion mit hohem Wirkungsquerschnitt ( $\approx 550 \mu\text{b}$ ) auftreten kann:



Die GZK-Abschneideenergie bestimmt sich dann aus ( $p_p$ ,  $p_\gamma$  sind die Proton- und Photon-Viererimpulse und  $E_p$ ,  $E_\gamma$  die jeweiligen Energien):

$$(p_p + p_\gamma)^2 \approx M_\Delta^2 \Rightarrow E_p = \frac{M_\Delta^2 - M_p^2}{4 E_\gamma} \approx 10^{20} \text{ eV} \quad (3.4)$$

Mit der Dichte und Energieverteilung der Photonen des Mikrowellenhintergrunds (Abschnitt 2.5) berechnet man eine mittlere freie Weglänge von etwa 5 Mpc, vergleichbar mit Ausdehnung unseres lokalen Galaxienhaufens. Das heißt, Teilchen mit Energien oberhalb  $10^{20} \text{ eV}$  können bestenfalls von Nachbargalaxien kommen. Da man aber auch dort keine Quellen von solch hohen Energien ausmachen kann, wird nun die Klärung durch das AUGER-Experiment mit höchster Spannung erwartet.

### 3.3 Zusammensetzung

Im Mittel besteht Kosmische Strahlung zu etwa 98% aus Atomkernen und zu 2% aus Elektronen. Die Kerne teilen sich auf in 87% Wasserstoffkerne, d.h. Protonen, 12% Heliumkerne, und etwa 1% schwere Kerne, dabei wurden alle Elemente des Periodensystemes von Wasserstoff bis zu den Aktiniden nachgewiesen (zum Beispiel Abb. 3.6).

Wegen der stark abfallenden Energiespektren werden die Mittelwerte der relativen Beiträge durch Energien im GeV-Bereich dominiert. Bis zu etwa 100 TeV gibt es direkte Messungen der Spektren der beitragenden Elemente, die mit Ballons und Satelliten ausgeführt wurden (Abb. 3.9).

Die chemische Zusammensetzung der kosmischen Strahlung (Abb. 3.7) zeigt auffallende Ähnlichkeiten mit der Häufigkeit der Elemente im Sonnensystem. In beiden Fällen sieht man den Effekt, dass Nuklide mit gerader Massenzahl  $A$  und/oder Ladungszahl  $Z$  stabiler sind (wegen der Paarungsenergie; siehe Abb. 3.8). Die stabileren Nuklide werden bevorzugt in Fusionsreaktionen produziert und sind auch weniger anfällig auf Zerfall oder Spallation. Die Übereinstimmung in den relativen Häufigkeiten von C, N, O und Fe deutet auf eine Elementsynthese in den Sternen hin (CNO-Zyklus, Fe als Ende der Fusionskette, siehe Kapitel 6).

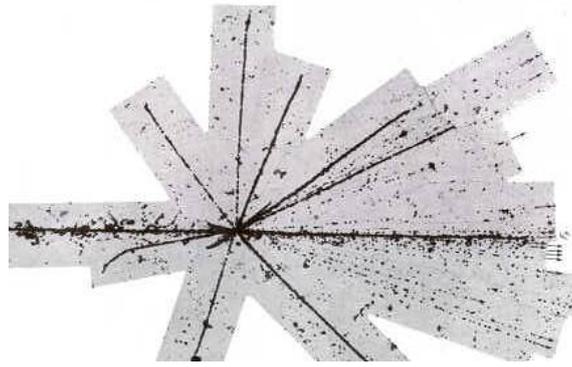


Abbildung 3.6: Spur eines hochenergetischen Schwefelkerns in einer Photoemulsion (Powell, 1959). Der Schwefelkern kommt von links und macht eine Wechselwirkung mit einem Kern der Emulsion, aus der Spallationsfragmente (kurze dicke Spuren), ein führendes Fragment in Vorwärtsrichtung und relativ isotrop verteilt leichtere Bruchstücke erzeugt werden.

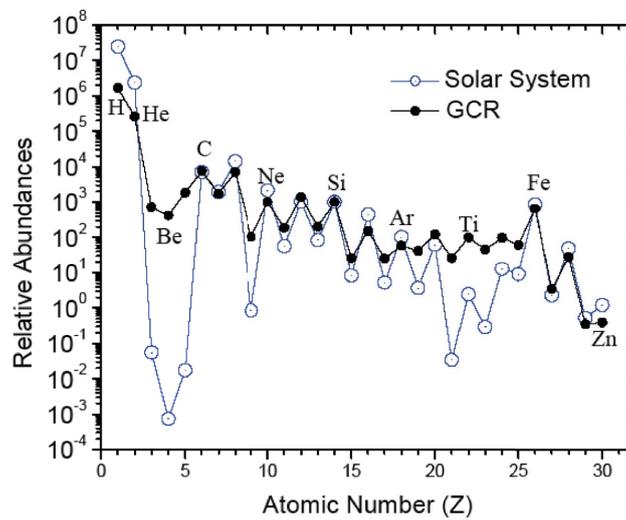


Abbildung 3.7: Relative Häufigkeit der Elemente in der Kosmischen Strahlung (volle Punkte) und im Sonnensystem (offene Punkte).

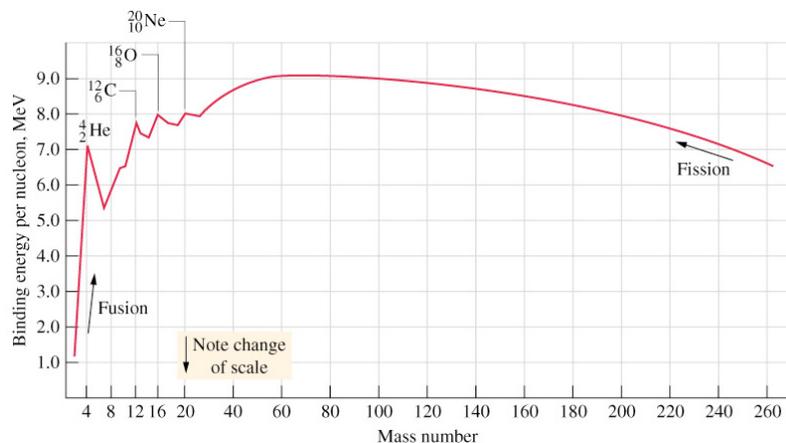


Abbildung 3.8: Bindungsenergie pro Nukleon aufgetragen gegen die Massenzahl.

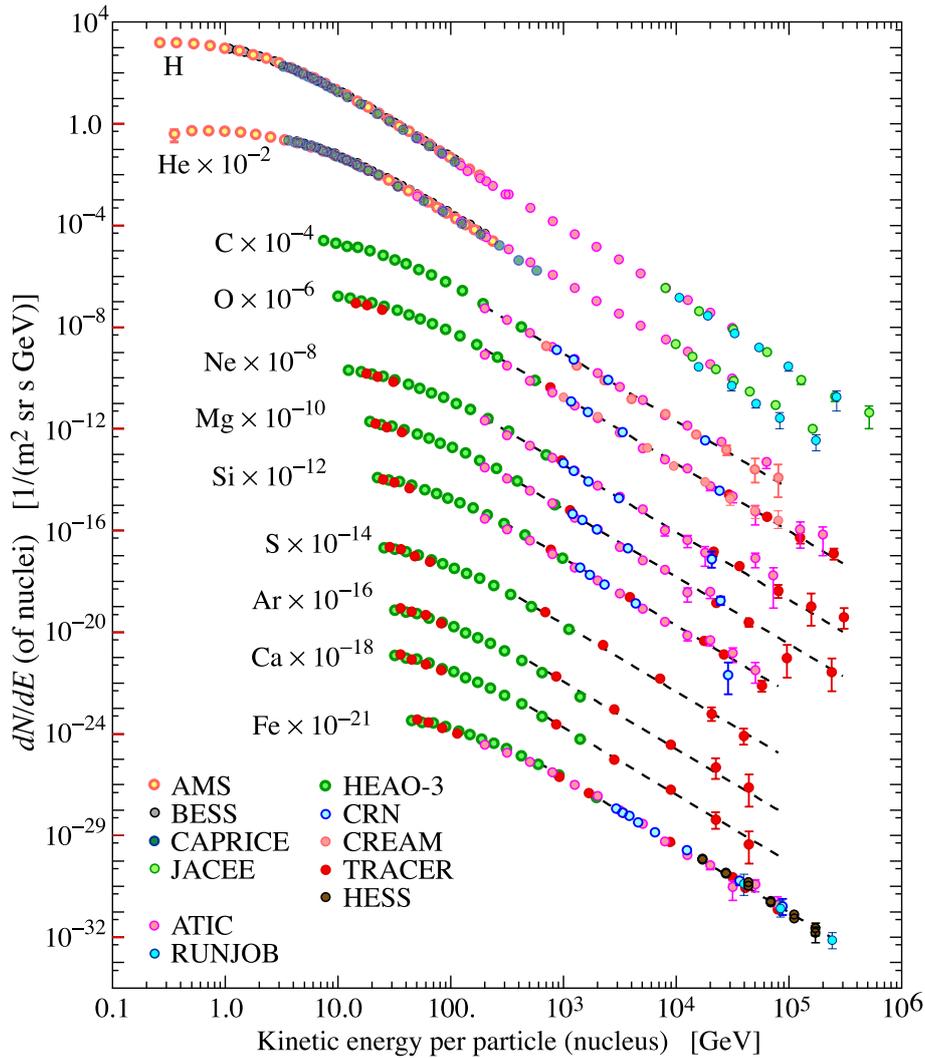


Abbildung 3.9: Hauptkomponenten der primären Kosmischen Strahlung (aus PDG).

Die größten Unterschiede treten bei Li, Be und B auf. Wegen ihrer relativ schwachen Bindungsenergie und weil sie in thermonuklearen Reaktionen nur als Zwischenprodukte auftreten, sind sie in Sternen relativ selten. Zum Beispiel ist  ${}^8\text{Be}$ , obwohl es ein gg-Kern ist, instabil weil die Fusion von zwei  ${}^4\text{He}$ -Kernen endotherm ( $\Delta E = 92 \text{ keV}$ ) ist. In der Kosmischen Strahlung treten die Elemente Li, Be und B häufiger auf, weil sie in Sekundärreaktionen vor allem von C, N und O mit dem interstellaren Gas erzeugt werden. Eine relative größere Häufigkeit tritt auch bei den Elementen Sc, Ti, V und Mn auf, die als Spallationsprodukte von Fe und Ni entstehen. Die Häufigkeiten der bevorzugt sekundär erzeugten Elemente ist ein Maß für die Dichte und Zusammensetzung des interstellaren Mediums und erlaubt Abschätzungen über die mittlere Verweildauer der Strahlung in der Milchstraße.

Nach ihrer Beschleunigung breiten sich die Teilchen der Kosmischen Strahlung in der Galaxis aus, bis einige davon zufällig die Erde erreichen. Die Zeit, die die Teilchen hierfür benötigen, kann durch radioaktive Nuklide in der Kosmischen Strahlung bestimmt werden. Diese zerfallen im Laufe der Zeit während der Ausbreitung und aus dem Verhältnis von bestimmten stabilen zu instabilen Nukliden kann die mittlere

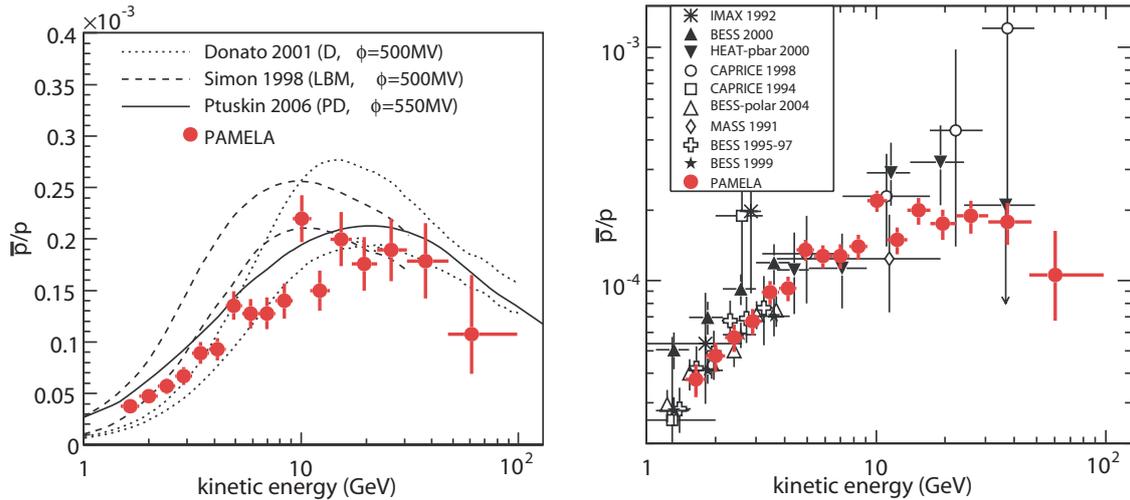


Abbildung 3.10: Das von dem Satellitenexperiment Pamela gemessene Verhältnis des Anti-Protonen- zu Protonenflusses als Funktion der kinetischen Energie. Links: Vergleich mit Modellvorhersagen, rechts: Vergleich mit früheren Messungen, der zeigt, dass Pamela die Genauigkeit erheblich verbessert hat.

Verweildauer der Teilchen der Kosmischen Strahlung zu etwa  $10^7$  Jahre abgeschätzt werden. Da sich die Teilchen mit annähernd Lichtgeschwindigkeit bewegen, legen sie dabei gewaltige Wegstrecken zurück. Diese sind viel größer als der Durchmesser der Galaxis und man geht deshalb davon aus, dass sie sich in ungeordneten Bahnen, durch Magnetfelder abgelenkt, bewegen und dabei die gesamte Galaxis erfüllen.

Der geringe beobachtete Fluß von Antimaterie, wie Positronen und Antiprotonen, läßt den Schluss zu, dass Antimaterie bevorzugt in sekundären Reaktionen mit dem interstellaren Gas erzeugt wird. Zum Beispiel werden Elektronen und Positronen in dem Energiebereich von 5 bis 100 GeV im Verhältnis 10 zu 1 beobachtet. Das Verhältnis von Anti-Protonen zu Protonen ist etwa  $10^{-4}$  bei ähnlichen Energien (Abb. 3.10). Da man in Kosmischer Strahlung bisher nur geringfügig Antimaterie nachweisen konnte, wird dies als entscheidendes Indiz angesehen, dass es in unserem Universum keine größere Ansammlungen von Antimaterie gibt und es somit beim Urknall zu einer Asymmetrie von Materie und Antimaterie gekommen sein muß.

Die Messung der Zusammensetzung der Kosmischen Strahlung bei Energien oberhalb von etwa 100 TeV, bei denen über den Nachweis von Luftschauern indirekt auf die primäre Strahlung zurückgeschlossen werden muss, ist vergleichsweise viel schwieriger und die Situation deshalb auch viel weniger klar. Wir werden in dem Abschnitt 3.8.3 über Luftschauer-Experimente darauf zurückkommen.

### 3.4 Magnetische Effekte

Der Gyroradius  $\rho$  eines Teilchens mit Impuls  $p$ , Ladung  $ze$  in einem Magnetfeld  $B$  ist:

$$\rho = \frac{p}{zeB}. \quad (3.5)$$

Der rechte Teil gilt, wenn man  $r$  in Meter,  $p$  in MeV und  $B$  in Tesla angibt (eine 300 MeV Teilchen hat einen Krümmungsradius von 1 m in einem Feld von 1 T). Der Faktor

$$R = \frac{p}{ze} = \rho \cdot B \quad (3.6)$$

wird die ‘magnetische Steifigkeit’ (‘magnetic rigidity’) genannt und ist ein Maß für die Fähigkeit des Teilchens, in Magnetfeldern nicht die Richtung zu verlieren. Die Dimension von  $R$  ist  $[R] = \text{Volt}$ .

### 3.4.1 Ablenkung im Erdmagnetfeld

Die allgemeine Behandlung von Teilchenbahnen im Erdmagnetfeld ist kompliziert wegen der Inhomogenität und Unregelmäßigkeit des Feldes. Wir wollen im Folgenden annehmen, dass das Erdfeld ein ideales Dipolfeld ist:

$$B(r, \lambda) = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi r^3} B \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda} \quad (3.7)$$

mit dem Dipolmoment

$$p_m \approx 8.1 \cdot 10^{22} \text{ A m}^2 \quad (\text{und } \mu_0/4\pi = 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}). \quad (3.8)$$

Die magnetische Breite  $\lambda$  ist der Winkel des Ortsvektors  $\vec{r}$  gegen die magnetische Äquatorebene ( $\lambda = 0$  in der Äquatorebene). Mit (3.7) und (3.8) ergibt sich auf der Erdoberfläche am Äquator ein Feld von etwa  $31 \mu\text{T}$ . Die Dipolachse ist etwa  $11.5^\circ$  gegen die Erdachse geneigt (tatsächlich ist auch der Dipol gegen den Erdmittelpunkt verschoben, was wir hier aber nicht berücksichtigen wollen). Zur Erinnerung: der magnetische Nordpol, der die Quelle der Feldlinien ist, liegt am geographischen Südpol, und der magnetische Südpol liegt am geographischen Nordpol (Abb. 3.11 links).

Für Kreisbahnen um die Dipolachse in der Äquatorebene ergibt sich durch Einsetzen von (3.7) in (3.5) der so genannte Størmer-Radius ( $R$  ist wieder die in (3.6) definierte Steifigkeit):

$$r_s = \sqrt{\frac{\mu_0 p_m z e}{4\pi p c}} = \sqrt{\frac{\mu_0 p_m}{4\pi R}} \quad (3.9)$$

Vom geographischen Nordpol aus gesehen bewegen sich positiv geladene Teilchen im Uhrzeigersinn auf dieser Kreisbahn, also von Osten nach Westen. Wenn der Størmer-Radius gleich dem Erdradius  $r_E$  ( $r_E = 6.38 \cdot 10^6 \text{ m}$ ) wird, ergibt sich für die minimale Steifigkeit, die ein vom östlichen Horizont kommendes positiv geladenes Teilchen haben muß, um die Erde zu erreichen:

$$R_S^* = \frac{p c}{z e} = \frac{\mu_0 p_m c}{4\pi r_E^2} = 59.6 \text{ GV}. \quad (3.10)$$

In [5] ist eine allgemeine Formel angegeben, mit der man die minimale Steifigkeit eines Teilchens berechnen kann, das einen Punkt bei einem Radius  $r$  auf einem magnetischen Breitengrad  $\lambda$  aus einer durch  $(\theta, \phi)$  gegebenen Richtung erreichen soll<sup>1</sup>:

$$R_S(r, \lambda, \theta, \phi) = R_S^* \frac{r_E^2 \cos^4 \lambda}{r^2 (1 + \sqrt{1 - \cos^3 \lambda \sin \theta \sin \phi})^2}. \quad (3.11)$$

<sup>1</sup>Auf der Web-Seite <http://hpamsmi2.mi.infn.it/~wwwams/rig.html> findet man unter ‘Rigidity Cut-Off Page’ ein interaktives Programm um Cut-Offs zu berechnen.

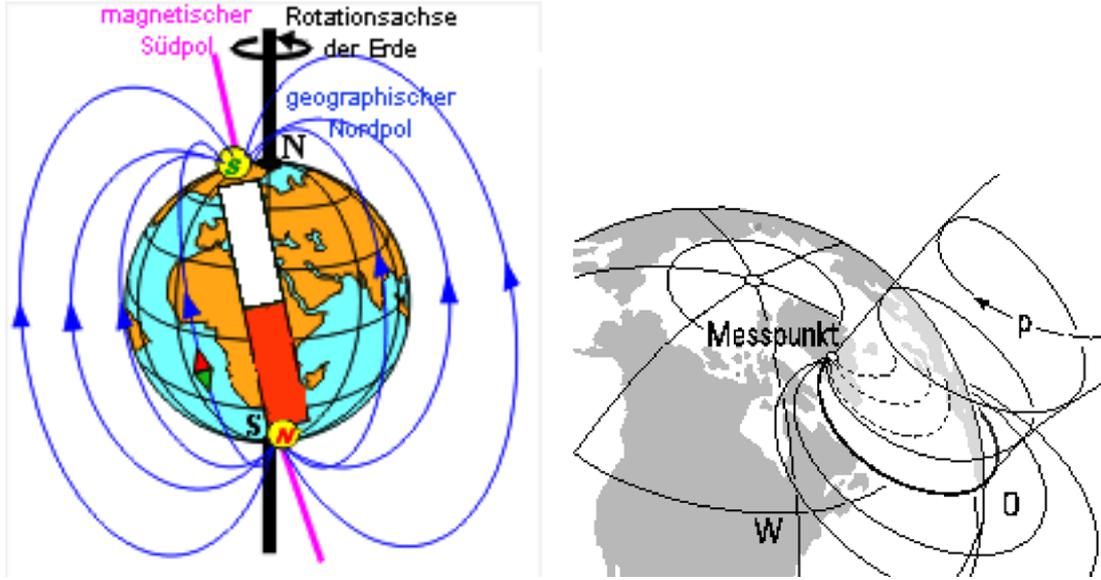


Abbildung 3.11: Erdmagnetfeld (links), Bahnen kosmischer Strahlung im Erdmagnetfeld (rechts).

Hier ist  $\theta$  der Zenitwinkel, das heißt, der Winkel zur Vertikalen am Standort eines Beobachters (nach oben zeigt die Vertikale zum Zenit,  $\theta = 0^\circ$  nach unten zum Nadir,  $\theta = 180^\circ$ ). Der Azimutwinkel  $\phi$  um die Vertikale ist so definiert, dass sich Teilchen mit  $\phi = 0^\circ$  nach magnetisch Süd, mit  $\phi = 90^\circ$  nach Westen und mit  $\phi = 270^\circ$  nach Osten bewegen. Dann ist  $R_S^*$  in Gleichung (3.10) ein spezieller Wert (Teilchen kommt von Osten tangential auf die Erdoberfläche):

$$R_S^* = R_S(r_E, 0^\circ, 90^\circ, 90^\circ) \quad (3.12)$$

Die Bedeutung des 'rigidity cutoff's' in (3.11) läßt sich auch wie folgt verstehen: Man kann ein Teilchen mit umgekehrter Ladung (also zum Beispiel ein Antiproton) von dem Punkt bei  $(r, \lambda)$  in umgekehrte Richtung starten lassen. Die Teilchen, deren Steifigkeit kleiner als  $R_S(r, \lambda, \theta, \phi)$  in (3.11) ist, erreichen keine asymptotischen Bahnen für  $r \rightarrow \infty$ . Tatsächlich hat Størmer das auch so gerechnet, um die Zahl der Fehlversuche zu minimieren.

Unter anderem enthält die Gleichung (3.11) auch den Ost-West-Effekt (Abb. 3.11 rechts): Für Teilchen, die aus dem Westen kommen, ist der Cutoff  $R_S$  kleiner (immer bezogen auf die dominierende positiv geladene Komponente). Zum Beispiel ergibt sich für Teilchen, die in der Äquatorebene horizontal von Westen auf der Erde ankommen:

$$R_S(r_E, 0^\circ, 90^\circ, 270^\circ) = R_S^* \frac{1}{(1 + \sqrt{2})^2} = 10.2 \text{ GV}, \quad (3.13)$$

zu vergleichen mit dem Cutoff  $R_S^* = 59.6 \text{ GV}$  für die entsprechend vom Osten kommenden Teilchen. Ein Teilchen, das den Äquator aus dem Zenit,  $\theta = 0$  trifft, hat den Cutoff:

$$R_S(r_E, 0^\circ, 0^\circ, -) = R_S^* \frac{1}{4} = 14.9 \text{ GV}, \quad (3.14)$$

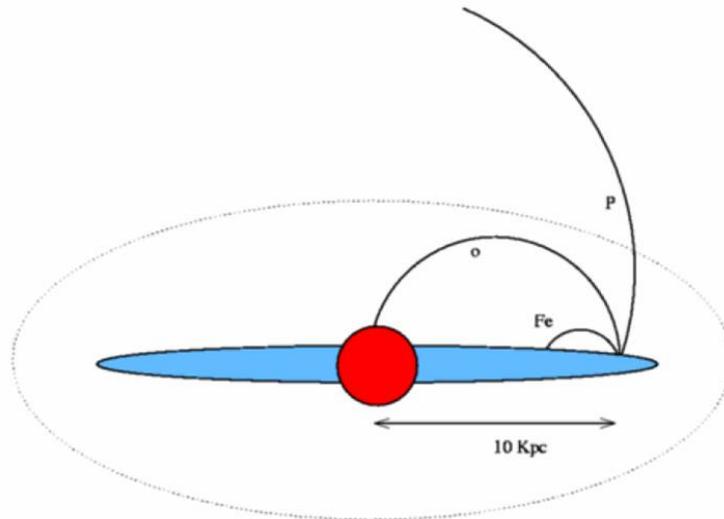


Abbildung 3.12: Einfang durch das galaktische Magnetfeld. Kerne mit höherem  $Z$  haben bei gleicher Energie einen kleineren Gyroradius.

### 3.4.2 Das galaktische Magnetfeld

Wie bereits erwähnt, ist unserer Milchstraße erfüllt von Magnetfelder mit einer typischen Stärke von  $3 \cdot 10^{-10} \text{ T} = 3 \mu\text{G}$ . Die Feldverteilung zeichnet im wesentlichen die Struktur der Spiralarme nach. Die galaktische Kosmische Strahlung wird von diesen Feldern eingefangen und isotropisiert. Die mittleren Lebensdauern eines kosmischen Teilchens in der Milchstraße ist etwa  $10^7$  Jahre, wodurch sich die Strahlung akkumuliert. Nur die höchstenergetischen Teilchen können so nicht gehalten werden: zum Beispiel hat ein Proton mit einer Energie von  $10^{20}$  eV in einem Feld von  $3 \cdot 10^{-10} \text{ T}$  einen Gyroradius von

$$\rho = \frac{p/\text{GeV}}{0.3 \cdot B/\text{T}} \text{ m} = 10^{21} \text{ m} \approx 30 \text{ kpc}. \quad (3.15)$$

Bei einem Radius der Milchstraße von etwa 15 kpc schließt man, dass Teilchen mit diesen Energien extragalaktischen Ursprungs sein müssen (siehe aber die Bemerkung zum GZK-Cutoff auf Seite 51).

Da bei gleicher Energie die Steifigkeit von Kernen mit Kernladung  $z$  um das  $z$ -fache kleiner ist, vermutet man, dass oberhalb des Knies der Anteil schwererer Kerne zunimmt (Abb. 3.12).

## 3.5 Intensitätsschwankungen

Die galaktische Kosmische Strahlung ist langfristig sehr konstant. Das weiß man unter anderem durch die Messung der Häufigkeiten der Produkte von Spallationsreaktionen der Strahlung in Meteoriten. Daraus konnte geschlossen werden, dass sich die mittlere Intensität der galaktischen Kosmischen Strahlung seit mindestens 100 Millionen Jahren höchstens um einen Faktor zwei geändert hat.

Abgesehen von der langfristigen Konstanz gibt es kurzfristige periodische und nichtperiodische Schwankungen der Intensität der Kosmischen Strahlung. So schwankt

die Intensität in Abhängigkeit vom 11-jährigen Sonnenfleckenzyklus; je mehr Sonnenflecken vorhanden sind, desto geringer die Intensität der galaktischen Kosmischen Strahlung (GCR). Von Sonnenflecken werden Teilchen, vor allem Protonen und Elektronen, mit Energien bis zu wenigen GeV ausgestoßen, die als Sonnenwind die Erde erreichen. Durch diesen Teilchenstrom wird das Erdmagnetfeld stark deformiert. Daneben gibt es noch eine 27-tägige Schwankung, die mit der Sonnenrotation verknüpft ist. Von erdgebundenen Detektoren werden auch schwache ganz- und halbtägige Schwankungen beobachtet. Sonnen-Flares oder sonstige Sonnenaktivitäten können auch plötzliche vorübergehende Intensitätsabfälle hervorrufen (Forbush-Ereignisse). Seltener wird auch ein plötzlicher Anstieg der Intensität beobachtet.

### 3.6 Luftschauber

Die auf die Erdatmosphäre treffende Kosmische Strahlung sieht eine Flächendichte, die so genannte totale 'atmosphärische Tiefe' (gesamte Atmosphäre bis Meereshöhe), von

$$X = 1030 \text{ g cm}^{-2} \quad (3.16)$$

Dabei verteilt sich die Masse in der Höhe etwa nach der Barometrischen Höhenformel:

$$\rho(h) = \rho_0 e^{-h/H} \quad (3.17)$$

Die Integration über die Höhe von  $\infty$  bis  $h$  ergibt die atmosphärische Tiefe bei der Höhe  $h$ :

$$x(h) = X \cdot e^{-h/H}, \quad \text{mit } H \approx 8 \text{ km} \quad (3.18)$$

Die Protonen und Kerne der Kosmischen Strahlung wechselwirken mit den Atomkernen der Atmosphäre über die starke Wechselwirkung. Die mittlere freie Weglänge ergibt sich bei einem Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  pro Targetteilchen und einer Dichte  $n$  der Targetteilchen zu:

$$\lambda_I = \frac{1}{n \cdot \sigma} \quad (3.19)$$

Die Teilchendichte kann mit

$$n = \frac{\rho \cdot N_A}{A} \quad (3.20)$$

durch die Massendichte  $\rho$ , das Atomgewicht  $A$  und die Avogadro-Konstante  $N_A$  ausgedrückt werden. Damit lässt sich die mittlere freie Weglänge in den gleichen Einheiten wie die atmosphärische Tiefe, nämlich als Flächendichte angeben:

$$\lambda'_I = \lambda_I \cdot \rho = \frac{A}{N_A \cdot \sigma} \quad (3.21)$$

Für Protonen ist die mittlere freie Weglänge in Luft in diesen Einheiten  $\lambda'_I \approx 90 \text{ g cm}^{-2}$ , die Atmosphäre stellt also  $1030/90 \approx 12$  Wechselwirkungslängen dar, was sie praktisch undurchdringlich macht. Der mittleren freien Weglänge  $\lambda'_I$  entspricht eine mittlere Höhe für die erste Wechselwirkung:

$$x(h) = \lambda'_I = x(h) = X \cdot e^{-h/H} \quad \Longrightarrow \quad h = H \cdot \ln \frac{X}{\lambda'_I} \approx 20 \text{ km} \quad (3.22)$$



Die hadronische Komponente, vorwiegend Protonen und Kerne, erzeugen in der oberen Atmosphäre durch inelastische Reaktionen Teilchenschauer (Abb. 3.13). In der starken Wechselwirkung werden in inelastischen Reaktionen vor allem Pionen ( $\pi^\pm$ ,  $\pi^0$ , Tabelle 3.2) erzeugt, die dominant in folgende Kanäle zerfallen:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \quad (3.23)$$

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (3.24)$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (3.25)$$

Der Anteil der neutralen Pionen ist wegen Isospinsymmetrie etwa ein Drittel. Sie zerfallen praktisch spontan in zwei Photonen (elektromagnetische Wechselwirkung). Die Photonen lösen dann einen elektromagnetischen Schauer aus, das heißt eine Kaskade von Photonen, Elektronen und Positronen, auf die sich die Energie verteilt. Weil sich die Energie relativ schnell in der Kaskade aufteilt, nennt man den elektromagnetischen Anteil die **weiche Komponente** des Luftschauers. Die Absorptionslänge der Kaskade ist durch die Strahlungslänge  $x_0$  gegeben ( $x_0^{Luft} = 36.7 \text{ g cm}^{-2}$ ).

Die geladenen Pionen haben eine viel längere Lebensdauer (Tabelle 3.2), so dass Zerfall und inelastische Reaktionen miteinander konkurrieren können. Das Verhältnis Zerfall/Reaktion ist wegen der Energieabhängigkeit der mittleren Zerfallslänge (mit den Lorentz-Variablen  $\gamma = E/m$ ,  $\beta = v/c$  und der Lebensdauer  $\tau$ ),

$$\lambda_\tau = \gamma \beta c \tau = \frac{|\vec{p}|}{m} c \tau \quad (3.26)$$

und der Dichteabhängigkeit der Wechselwirkungslänge

$$\lambda_I = \frac{A}{\rho N_A \sigma_I} \quad (3.27)$$

stark abhängig von der Energie des Teilchens und der Dichte des Mediums: bei niedrigen Energien und geringen Dichten dominiert der Zerfall, bei hohen Energien und hohen Dichten die starken Wechselwirkungen. Zum Beispiel ist für ein Pion mit  $E = 1 \text{ GeV}$  die mittlere Zerfallslänge  $\lambda_\tau = 55 \text{ m}$ , das entspricht in der Höhe der ersten Wechselwirkung nur etwa 1% einer Wechselwirkungslänge, das heißt der Zerfall ist etwa 100 mal häufiger. Zerfalls- und Reaktionswahrscheinlichkeiten werden also erst bei Pionenergien um  $100 \text{ GeV}$  etwa gleich. Wenn ein Pion eine inelastische Wechselwirkung macht, erzeugt es wieder Pionen, von den wieder ein Drittel neutrale Pionen sind, die zu der weichen, elektromagnetischen Komponente beitragen. Die **hadronische Komponente** des Luftschauers besteht überwiegend aus Pionen.

Die aus dem Pionzerfall stammenden Myonen (und Neutrinos) stellen die **harte Komponente** des Schauers dar, weil die Myonen eine geringe Wechselwirkung mit Materie haben (elektromagnetisch) und auf Grund ihrer etwa 100-mal längeren Lebensdauer oberhalb einer Energie von einigen GeV eine sehr hohe Chance haben, bis zur Erde zu kommen. Die beim Zerfall der geladenen Pionen entstehenden Myonen können ihrerseits weiter zerfallen, wobei Elektronen und Neutrinos entstehen.

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad (3.28)$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e \quad (3.29)$$

Ein Schauer besitzt somit

- eine weiche elektromagnetische (Elektronen und Gamma-Teilchen),
- eine harte myonische
- sowie eine hadronische Komponente,

die einzeln nachgewiesen werden können und zum Nachweis von Teilchen der Kosmischen Strahlung genutzt werden. Entsprechend unterscheidet man zwischen primärer und sekundärer Kosmischer Strahlung, wobei primäre Strahlung die auf die Atmosphäre auftreffenden Teilchen bezeichnet<sup>2</sup>, während die sekundäre Strahlung erst in Wechselwirkungen der primären Kosmischen Teilchen entsteht.

Den größten Anteil hat die elektromagnetische Komponente, weil nach der anfänglichen Ausbildung eines hadronischen Schauers in der Kaskade immer wieder neutrale Pionen erzeugt werden, die spontan in zwei Photonen zerfallen und damit aus der hadronischen Kaskade ausscheiden. Während in größerer Höhe die elektromagnetische Komponente vor allem durch die  $\pi^0$ -Photonen gebildet wird, tragen am Erdboden vor allem Elektronen aus dem Myonzerfall bei (bei hohen Energien, die allerdings seltener sind, tragen auch die  $\pi^0$ -Photonen bei). Die harte Komponente stammt aus den Zerfällen geladener Pionen und Kaonen, die keine starke Wechselwirkung gemacht haben. Auf dem Erdboden ist die Rate der kosmischen Myonen, wie man sie zum Beispiel bei Tests von Detektoren mißt, etwa 1 Teilchen pro 10s und pro  $\text{cm}^2$  mit einer Zenitwinkelverteilung  $\sim \cos^2 \theta$  (die bei hochenergetischen Myonen für große Zenitwinkel in eine Verteilung  $\sim \sec \theta = 1/\cos \theta$  übergeht).

## 3.7 Wechselwirkungen der Luftschauerteilchen

In diesem Abschnitt wollen wir die elektromagnetischen Wechselwirkungen, der in einer hadronischen Kaskade erzeugten Teilchen betrachten<sup>3</sup>. Alle geladenen Teilchen verlieren nahezu kontinuierlich Energie durch Ionisation der durchlaufenen Materie. Elektronen und Photonen vernichten ihre Energie in elektromagnetischen Schauern, die hauptsächlich über Bremsstrahlung und Paarbildung ablaufen. Bremsstrahlung spielt auch bei sehr hochenergetischen Myonen eine Rolle.

### 3.7.1 Ionisation

Der mittlere Energieverlust pro Weglänge durch Ionisation der umgebenden Materie wird durch die Bethe-Bloch-Formel beschrieben:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{D \cdot Z \cdot \rho}{A} \cdot \frac{z^2}{\beta^2} \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 \Delta T_{max}}{I^2} \right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} - \frac{C}{Z} \right] \quad (3.30)$$

Dabei ist:

$$- D = 4\pi \cdot N_A \cdot r_e^2 \cdot m_e c^2 = 0.307 \text{ MeV} \cdot \text{cm}^2/\text{g} \quad (r_e = \text{klassischer Elektronenradius}).$$

<sup>2</sup>In einem anderen Kontext bezeichnet man auch als ‘primäre Teilchen’ die in den kosmischen Quellen beschleunigten und als ‘sekundäre Teilchen’ die auf dem Wege durch das Weltall in Reaktionen erzeugten (siehe auch die Diskussion der Elementverteilung zu Abb. 3.7).

<sup>3</sup>Siehe dazu auch das 2. Kapitel im Skript der Vorlesung ”Detektoren”: <http://www-zeuthen.desy.de/~kolanosk/det07/skript.html>

- $z, \beta, \gamma$  sind Ladungszahl, Geschwindigkeit und Lorentz-Faktor des Teilchens.
- $Z, A, \rho$  sind Kernladungszahl, Massenzahl und die Dichte des Mediums.
- $I$  ist ein effektives Ionisationspotential der Atome des Mediums. Es gilt etwa  $I \approx 16 \cdot Z^{0.9}$  eV.
- $\Delta T_{max}$  ist der maximale Energieübertrag auf ein Hüllenelektron, der sich beim zentralen Stoß ergibt.
- $\delta, C$  sind Korrekturen zu dieser Formel: Dichtekorrekturen ( $\delta$ ) bei großen Energien und Schalenkorrekturen ( $C$ ) bei kleinen Energien.

Tabelliert findet man auch hier im allgemeinen den auf die Dichte normierten Energieverlust:

$$\frac{dE}{\rho dx} \quad \text{in den Einheiten} \quad \frac{\text{MeV cm}^2}{\text{g}} \quad (3.31)$$

In Abb. 3.14 ist die typische Abhängigkeit des Energieverlustes von der Energie wiedergegeben. Bei kleinen Energien dominiert der  $1/\beta^2$ -Term, bei hohen der  $\ln \gamma^2$ -Term. Der Anstieg bei hohen Energien ist ein relativistischer Effekt: die transversale Komponente des elektrischen Feldes wächst mit  $\gamma$ . Die Reichweite des Feldes wird allerdings begrenzt durch die Abschirmwirkung der umgebenden Atome ('Dichteefekt': Sättigung von  $dE/dx$  bei hohen Energien). Dazu kommt allerdings, dass auch  $\Delta T_{max}$  proportional zu  $\gamma$  wächst. Dieses Anwachsen wird nur begrenzt, wenn durch die Nachweismethode sehr hohe Energieüberträge ausgeschlossen werden können (zum Beispiel sind in Blaskammerbildern die angestoßenen Elektronen als sogenannte  $\delta$ -Elektronen sichtbar). Zwischen dem  $1/\beta^2$ -Abfall und dem relativistischen Anstieg liegt ein breites Minimum um  $\beta\gamma = 3 - 4$  beziehungsweise  $\beta \approx 0.95$ . Die  $\beta$ - oder  $\gamma$ -Abhängigkeit wird für die Teilchenidentifikation benutzt: Teilchen mit unterschiedlicher Masse haben aber bei gleichem Impuls unterschiedliches  $\beta$  und  $\gamma$ . Dadurch verschieben sich die  $dE/dx$ -Kurven als Funktion des Impulses für verschiedene Massen.

**Landau-Verteilung:** Die Bethe-Bloch-Formel gibt den mittleren Energieverlust pro Weglänge  $dE/dx$  an. Tatsächlich ist der Energieverlust aber ein statistischer Prozess mit Fluktuationen: der Energieverlust  $\Delta E$  auf einer Wegstrecke  $\Delta x$  setzt sich aus vielen kleinen Beiträgen  $\delta E_n$ , die einzelnen Ionisations- oder Anregungsprozessen entsprechen, zusammen:

$$\Delta E = \sum_{n=1}^N \delta E_n \quad (3.32)$$

Je nach Dicke der Probe, also entsprechend der Zahl  $N$ , variiert die Energieverlustverteilung zwischen einer Gaussverteilung und der im allgemeinen asymmetrischen Landau-Verteilung (Abb. 3.15).

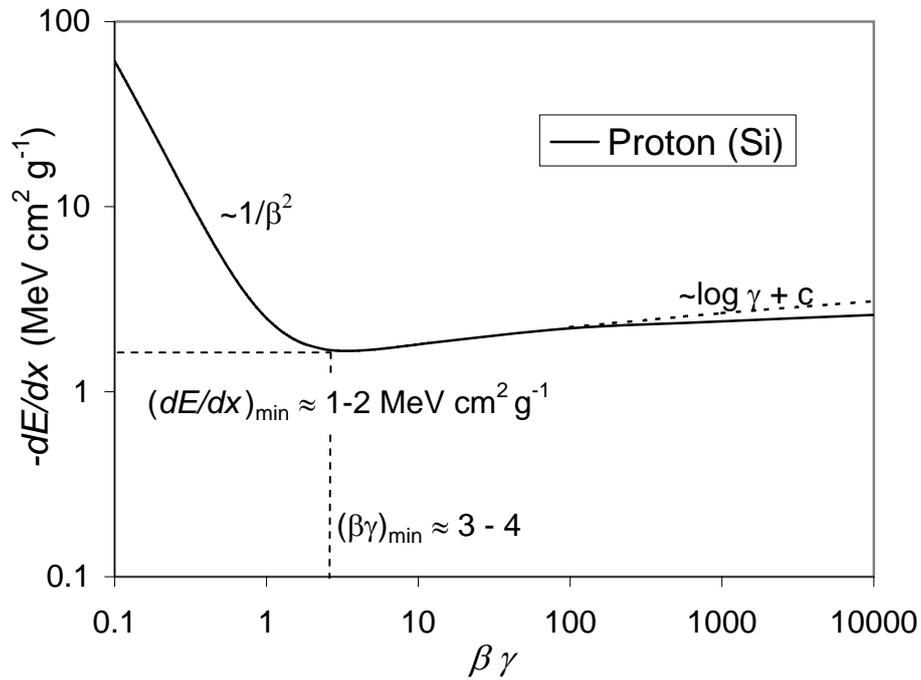


Abbildung 3.14: Die charakteristische Abhängigkeit des mittleren Energieverlustes von  $\beta$  oder  $\gamma$  bei gegebener Masse.

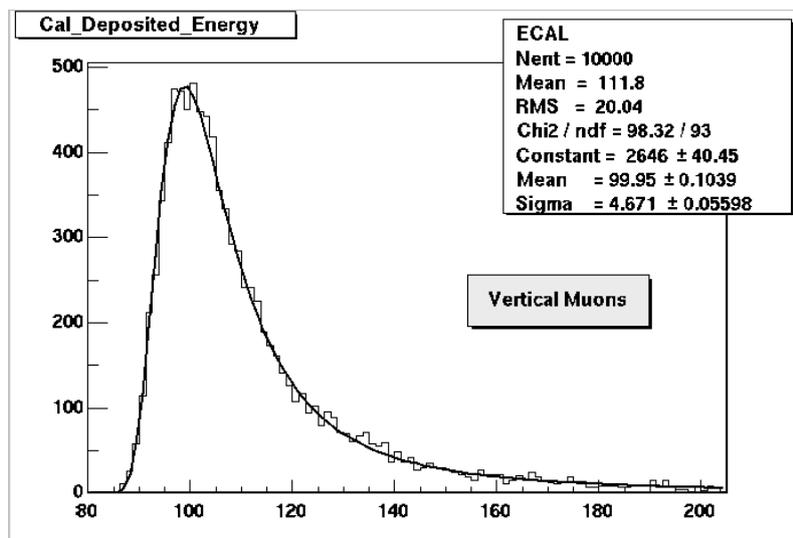


Abbildung 3.15: Beispiel einer Landau-Verteilung (Energieverlust von 10 GeV Myonen in einem Kalorimeter).

**Reichweite:** In genügend dickem Material kommen die Teilchen zur Ruhe, wenn sie ihre gesamte kinetische Energie  $T_0$  verloren haben. Die Reichweite  $R$  ergibt sich aus der Integration des Energieverlustes entlang des Weges, wobei zu beachten ist, dass sich dabei  $dE/dx$  eine Funktion der momentanen Energie  $T$  ist:

$$dE = \frac{dE}{dx}(T) \cdot dx \quad \Rightarrow \quad dx = \frac{dE}{dE/dx} \quad \Rightarrow \quad R = \int_{T_0}^0 \frac{dE}{dE/dx} \quad (3.33)$$

### 3.7.2 Bremsstrahlung

Beim Durchgang durch Materie werden geladene Teilchen im Coulomb-Feld eines Kerns beschleunigt. Man kann den Bremsstrahlungsprozess in Abb. 3.16 als Rutherford-Streuung mit zusätzlicher Abstrahlung betrachten.

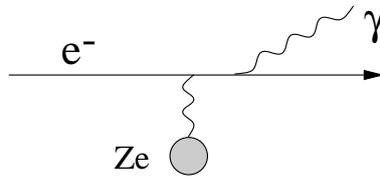


Abbildung 3.16: Bremsstrahlung bei der Rutherford-Streuung im Coulomb-Feld eines Kerns.

Wir betrachten im Folgenden den Energieverlust pro Weglänge für Elektronen, bei denen wegen der  $1/m^2$ -Abhängigkeit die Bremsstrahlung (siehe weiter unten) schon bei relativ geringen Energien dominiert (in Blei bereits ab etwa 7 MeV, in Luft ab etwa 100 MeV; für die etwa 200-mal schwereren Myonen wird Bremsstrahlung ab einigen 100 GeV wichtig)

Der Energieverlust pro Weglänge ist proportional zu der Energie des Elektrons:

$$\frac{dE}{E} = -\frac{dx}{x_0} \quad \Rightarrow \quad \left( \frac{dE}{dx} \right)_{rad} = -\frac{E}{x_0} \quad (3.34)$$

Die Integration dieser Gleichung ergibt:

$$E(x) = E_0 \cdot e^{-\frac{x}{x_0}} \quad (3.35)$$

Das heißt, auf der Weglänge  $x_0$  hat ein Elektron im Mittel  $1/e$  seiner ursprünglichen Energie verloren. Die dadurch definierte Strahlungslänge  $x_0$  hängt von den Eigenschaften des Mediums ab. Eine gute Näherung der etwas komplizierteren exakten Formel für die Strahlungslänge ist (Bezeichnungen wie in der Bethe-Bloch-Formel (3.30)):

$$\frac{1}{x_0} = 4 \alpha r_e^2 Z(Z+1) \cdot \frac{N_A \cdot \rho}{A} \cdot \ln \left( \frac{287}{Z^{1/2}} \right) \quad (3.36)$$

Tabelliert findet man die Strahlungslänge als  $\rho \cdot x_0$  mit der Dimension  $\text{g}/\text{cm}^2$  (Tab. 3.3).

Der Strahlungs- und Ionisationsenergieverlust zeigen eine unterschiedliche Abhängigkeit von der Energie  $E$ , der Masse  $m$  des Teilchens und von der Kernladung  $Z$  des Mediums:

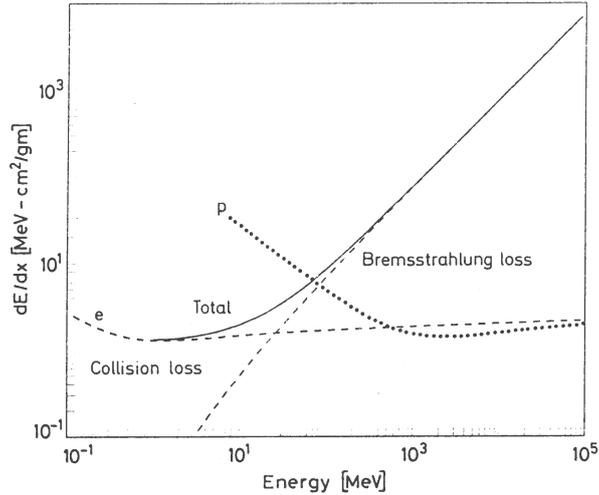


Abbildung 3.17: Energieverlust durch Ionisation und Bremsstrahlung für Elektronen als Funktion der Energie. Die beiden Anteile (gestrichelte Linien) kreuzen sich bei der kritischen Energie. Zum Vergleich ist auch der Energieverlust durch Ionisation für Protonen angegeben.

$$\begin{aligned} \text{Ionisation:} & \quad \sim Z \cdot \ln E/m \\ \text{Bremsstrahlung:} & \quad \sim Z^2 \cdot E/m^2 \end{aligned}$$

Die Energieabhängigkeit bedingt, daß bei niedrigen Energien die Ionisation und bei höheren die Abstrahlung dominiert. ‘Kritische Energie’,  $E_k$ , wird die Energie genannt, an der sich beide Kurven kreuzen (siehe Abb. 3.17):

$$\left( \frac{dE}{dx}(E_k) \right)_{rad} = \left( \frac{dE}{dx}(E_k) \right)_{ion} \quad (3.37)$$

Näherungsweise ergibt sich für die  $Z$ -Abhängigkeit der kritischen Energie [17]:

$$E_k \approx \frac{610 \text{ MeV}}{Z + 1.24} \quad (\text{feste und flüssige Medien}), \quad E_k \approx \frac{710 \text{ MeV}}{Z + 0.92} \quad (\text{Gase}). \quad (3.38)$$

Strahlungslänge und kritische Energie sind wichtige Parameter für die Entwicklung eines elektromagnetischen Schauers (siehe weiter unten).

Der Energieverlust von hochenergetischen Myonen kann annähernd durch eine lineare Energieabhängigkeit beschrieben werden (Abb. 3.18):

$$-\frac{dE}{dx} = a + bE \quad (3.39)$$

Dabei ist  $a$  der Energieverlust durch Ionisation (im Sättigungsbereich) und  $bE$  der Bremsstrahlungsbeitrag. Die kritische Energie ergibt sich dann aus  $a = bE_k^\mu$  oder

$$E_k^\mu = \frac{a}{b} \quad (3.40)$$

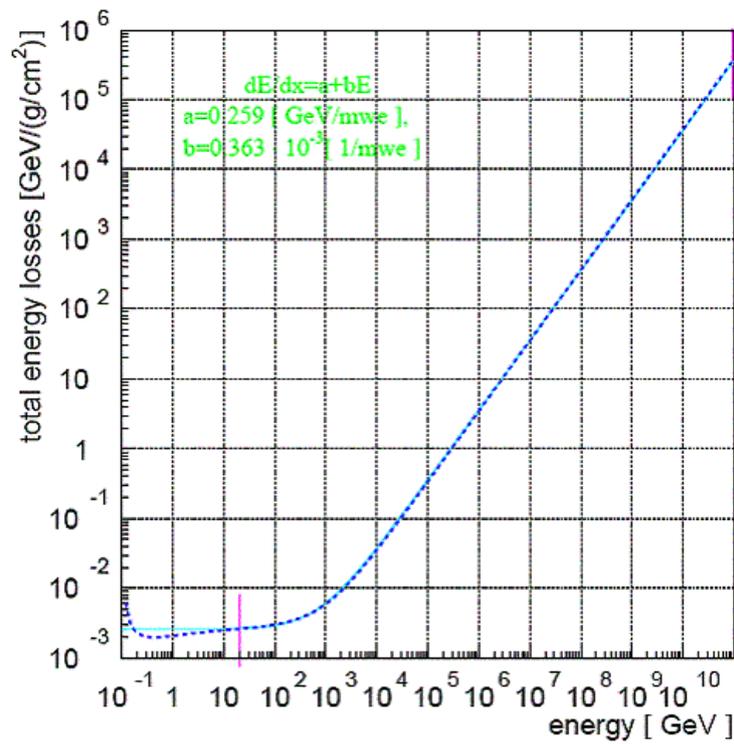


Abbildung 3.18: Energieverlust von Myonen in Eis.

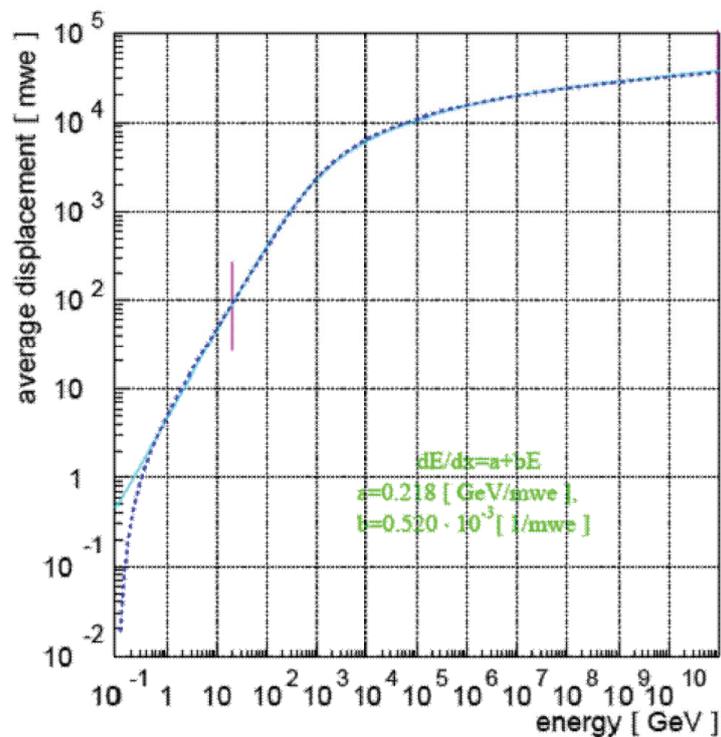


Abbildung 3.19: Reichweite von Myonen in Fels. Die Reichweite (hier ‘displacement’) ist in den üblichen Einheiten mwe (meter water equivalent: 1 mwe = 100 g cm<sup>-2</sup>) angegeben. Der ‘Standardfels’ hat die Parameter  $\rho = 2.65$  g/cm<sup>3</sup>,  $A = 22$ ,  $Z = 11$ .

Tabelle 3.3: Strahlungslänge (angegeben als  $\rho X_0$  in Einheiten Masse/Fläche) und kritische Energie, sowie die dafür relevanten atomaren Eigenschaften, für einige Materialien. [<http://pdg.lbl.gov/AtomicNuclearProperties/>].

Material	Z	Dichte (g/cm <sup>3</sup> )	$X_0$		$E_k$ (MeV)	$E_k^\mu$ (GeV)
			(g/cm <sup>2</sup> )	(cm)		
C	6	2.21	42.65	19.3	84	1060
Al	13	2.70	24.01	8.9	43	612
Si	14	2.33	21.82	9.36	40	582
Fe	26	7.87	13.84	1.76	22.4	347
Cu	29	8.96	12.86	1.43	20	317
Pb	82	11.35	6.37	0.56	7.3	141
Szintillatoren:						
CsI	55, 53	4.53	8.39	1.85	11.0	198
Polystyren	1, 6	1.06	43.79	41.3	93.11	1183
Gase (20° C, 1 atm):						
He	2	$0.1249 \cdot 10^{-3}$	82.76	662610	243	2352
Luft	$\approx 7.36$	$1.205 \cdot 10^{-3}$	36.66	30423	86	1115
Ar	18	$1.66 \cdot 10^{-3}$	19.55	11763	38.03	572
Xe	54	$5.48 \cdot 10^{-3}$	8.48	1547	12.30	232
H <sub>2</sub> O	1,8	1.0	36.1	36.1	134	1032

Durch Integration über den Energieverlust (3.39) läßt sich mit (3.33) die energieabhängige Reichweite der Myonen mit Anfangsenergie  $E_0$  bestimmen:

$$R(E_0) = \frac{1}{b} \ln(1 + E_0/E_k^\mu) \quad (3.41)$$

Zum Beispiel spielt die Reichweite der Myonen eine wichtige Rolle für die Abschirmung von kosmischer Strahlung in Untergrundexperimenten (Abb.3.19).

### 3.7.3 Wechselwirkungen von Photonen

Für die Beschreibung von elektromagnetischen Schauern genügt es, folgende Wechselwirkungen von Photonen mit Materie zu betrachten (Abb. 3.20):

- Photoeffekt: Das Photon überträgt seine gesamte Energie auf ein Hüllenelektron.
- Compton-Effekt: Das Photon wird an einem Hüllenelektron elastisch gestreut. Die Energie des gestreuten Photons läßt sich aus der Kinematik als Funktion

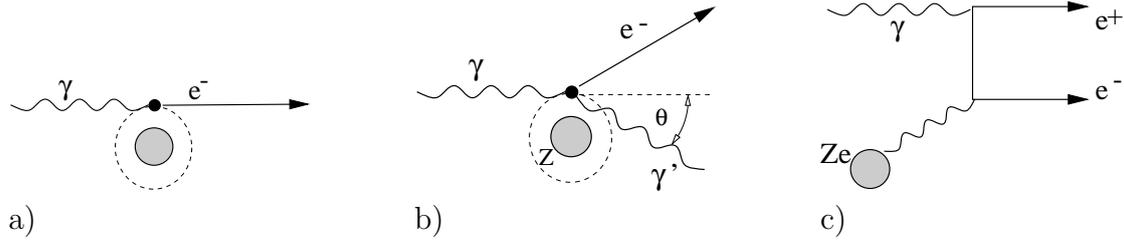


Abbildung 3.20: Diagramme für a) den Photoeffekt, b) den Compton-Effekt und c) die Paarbildung.

des Streuwinkels  $\theta$  berechnen:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (3.42)$$

In der Gamma-Astronomie spielt der ‘inverse Compton-Effekt’ eine große Rolle, bei dem beschleunigte, hochenergetische Elektronen ihre Energie auf niederenergetische Photonen, insbesondere CMB-Photonen, übertragen.

- **Paarbildung:** Das Photon konvertiert im Kernfeld in ein Elektron-Positron-Paar. Der Wirkungsquerschnitt steigt nahe der Schwelle,  $E_\gamma > 2m_e$  relativ steil an und erreicht bei hohen Energien einen Sättigungswert entsprechend einer mittleren freien Weglänge, die proportional zur Strahlungslänge ist:

$$\lambda_{\text{Paar}} \approx \frac{9}{7} x_0 \quad (3.43)$$

Diese Prozesse dominieren bei Photonenergien oberhalb der Ionisationsschwelle. Bei niedrigeren Energien spielen Thomson-Streuung, die Streuung niederenergetischer Photonen an Elektronen, und Rayleigh-Streuung, die kohärente Photonstreuung an einem Atom, eine wichtige Rolle. Der Thomson-Wirkungsquerschnitt wird häufig als Bezugsgröße für andere Photon-Wirkungsquerschnitte benutzt:

$$\sigma_{\text{Th}} = \frac{8\pi r_e^2}{3} = 0.665 \text{ barn} \quad (3.44)$$

Photonen werden aufgrund der beschriebenen Effekte mit einer Wahrscheinlichkeit proportional der Wegstrecke  $dx$  absorbiert beziehungsweise, bei dem Compton-Effekt, aus der ursprünglichen Richtung herausgestreut. Man definiert deshalb einen Absorptionskoeffizienten  $\mu$ , der die Absorptionswahrscheinlichkeit pro Weglänge angibt:

$$-\frac{1}{N} \frac{dN}{dx} = \mu \quad (3.45)$$

Wenn  $dN_T$  die Anzahl der Targetteilchen pro Wegstrecke  $dx$  und pro Fläche  $F$  und  $\sigma$  der Absorptionsquerschnitt bezeichnen, dann ergibt sich für die Absorptionswahrscheinlichkeit  $dN_T \cdot \sigma / F$  und für die Absorptionswahrscheinlichkeit pro Weglänge:

$$-\frac{1}{N} \frac{dN}{dx} = \mu = \frac{dN_T \cdot \sigma}{dx \cdot F} = \rho \frac{N_A}{A} \sigma = n \cdot \sigma, \quad (n = \text{Teilchendichte}) \quad (3.46)$$

Das Reziproke ist die “mittlere freie Weglänge”:

$$\lambda = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{n \cdot \sigma} \quad (3.47)$$

Tabelliert sind auch hier wieder die auf die Dichte 1 bezogenen Größen, die sogenannten “Massenabsorptionskoeffizienten”:

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{N_A}{A} \sigma \quad \text{und} \quad \rho \cdot \lambda \quad (3.48)$$

Tabellen für verschiedene Photonenergien und verschiedenen Materialien findet man zum Beispiel auf der Web-Seite von NIST (National Institute of Standards and Technology)<sup>4</sup>.

Die Anzahl der Photonen in einem Strahl folgt nach (3.45) einem Exponentialgesetz:

$$N(x) = N_0 e^{-\mu x} \quad (3.49)$$

Das ist zu vergleichen mit dem Verhalten geladener Teilchen, die durch Ionisation kontinuierlich Energie verlieren und eine diskrete Reichweite haben.

### 3.7.4 Elektromagnetische Schauer

Ein hochenergetischer elektromagnetischer Schauer (Abb. 3.21) entwickelt sich als eine Abfolge von Bremsstrahlungs- und Paarbildungsprozessen (beides proportional zu  $Z^2$ ). Ein auf den Absorber auftreffendes Elektron (Abb. 3.21) strahlt ein Photon ab, das Photon bildet ein Elektron-Positron-Paar, die dann auch wieder abstrahlen usw. Der Prozess geht etwa so lange, bis alle Elektronen die kritische Energie  $E_k$  erreicht haben und dann im wesentlichen durch Ionisation die Energie abgeben. Die Ionisation der Schauerteilchen kann zum Nachweis des Schauers benutzt werden.

Die Anzahl der Schauerteilchen läßt sich zu

$$N_{max} \approx \frac{E_0}{E_k} \quad (3.50)$$

abschätzen. In einem einfachen Modell (Abb. 3.21 rechts) nimmt man an, dass sich nach einer Strahlungslänge  $x_0$  die Teilchenanzahl jeweils verdoppelt. Dann hat man am Ende des Schauers nach  $n$  Strahlungslängen  $2^n$  Teilchen mit der Energie  $E_k$ . Daraus lässt sich dann die notwendige Anzahl  $n$  von Strahlungslängen eines Detektors berechnen:

$$E_0 = 2^n E_k \Rightarrow n \ln 2 = \ln \frac{E_0}{E_k} \quad (3.51)$$

Wegen des exponentiellen Aufspaltens im Schauer wächst deshalb die Schauertiefe  $t$  (und damit die notwendige Detektorgröße) nur logarithmisch mit der Energie:

$$t_{max} \sim \ln E_0/E_k \quad (3.52)$$

Die Längeneinheit ist die Strahlungslänge  $x_0$ . Da die Anzahl der Schauerteilchen  $N$  proportional zur Energie ist, der Fehler von  $N$  aber  $\sqrt{N}$  ist, ergibt sich:

$$N \sim E \quad \Rightarrow \quad \sigma_E \sim \sqrt{E} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sigma_E}{E} \sim \frac{1}{\sqrt{E}} \quad (3.53)$$

<sup>4</sup><http://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/cover.html>

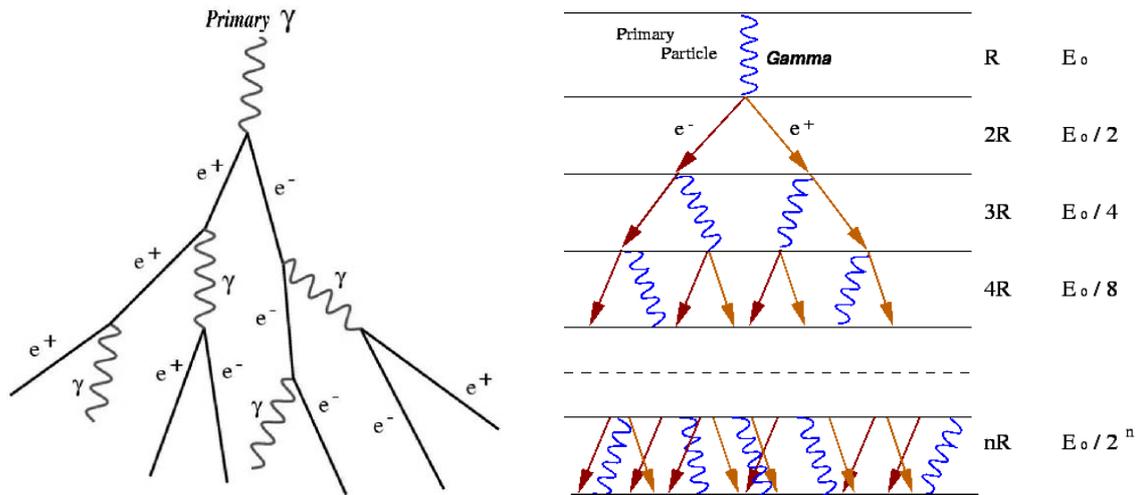


Abbildung 3.21: Entwicklung eines elektromagnetischen Schauers als Abfolge von Bremsstrahlungs- und Paarbildungsprozessen. Rechts das im Text diskutierte einfache Modell für die Schauerentwicklung.

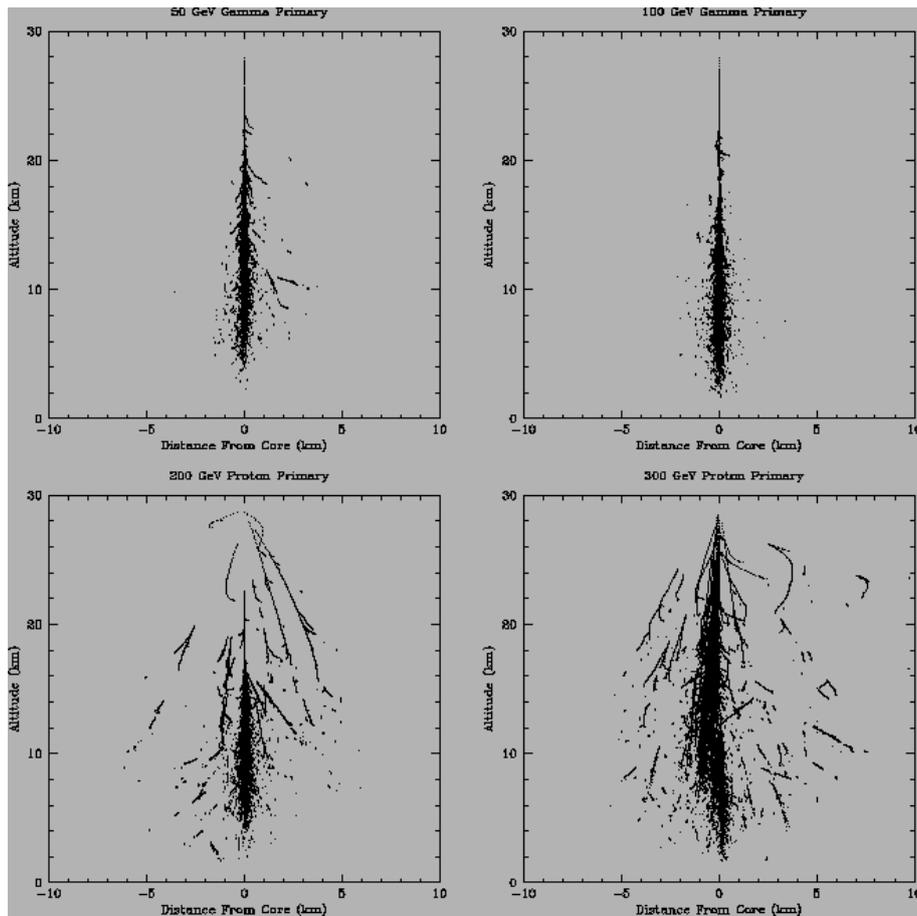


Abbildung 3.22: Vergleich von Profilen elektromagnetischen und hadronischer Schauere verschiedener Energien.