Moderne Physik: Elementarteilchenphysik, Astroteilchenphysik, Kosmologie

Ulrich Husemann

Humboldt-Universität zu Berlin

Sommersemester 2008

Termine

- Klausur
  - Prüfungsordnung sieht zweistündige Klausur vor
  - Termin: Donnerstag, 24.07.08
    - 9–11 Uhr s.t.
    - Raum: 2'101
  - Masterstudierende: 3 Wochen vor Beginn der Prüfungswoche anmelden (29.06.08)

Kapitel 8

Big-Bang-Kosmologie

Kapitel 8.1

Hubble-Gesetz und Rotverschiebung

Hubble-Gesetz

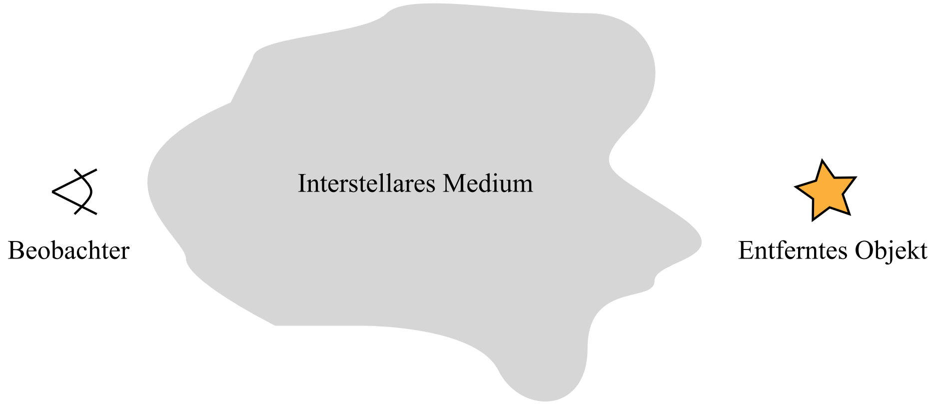
- Edwin Hubble (1928):
  - Fast alle Galaxien bewegen sich von der Erde weg
  - Relative Geschwindigkeit v proportional zu Entfernung D

$$v = H_0 \cdot D$$

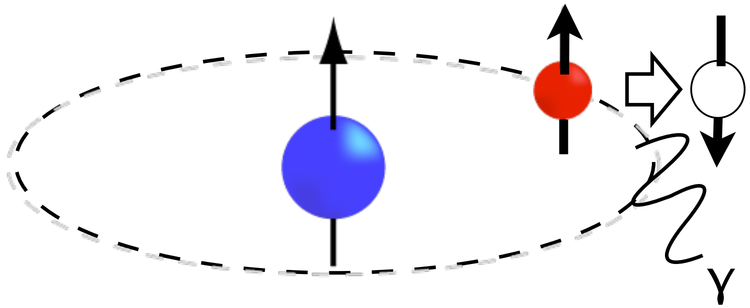
  - Hubble-Konstante heute: $H_0 = 73^{+3}_{-4}$ km s^{-1} Mpc^{-1}
  - Geschwindigkeitsmessung durch Dopplereffekt: Auseinanderbewegung → Rotverschiebung von Spektrallinien
  - Interpretation der Allgemeinen Relativitätstheorie: nicht Galaxien bewegen sich im Raum voneinander weg, sondern Raum-Zeit selbst expandiert

Spektrallinien von Wasserstoff

- Licht entfernter Sterne: Streuung/Absorption im interstellaren Medium



- Häufigstes Element im Universum: Wasserstoff
- 21-cm-Linie (Radioteleskopie):
  - Hyperfeinaufspaltung durch Kopplung der Spins von Proton und Elektron
  - Kleine Reaktionsrate ($2{,}9 \cdot 10^{-15}$ s^{-1}) aber riesige H-Vorkommen



Relativistischer Dopplereffekt

	Sender entfernt sich	Empfänger entfernt sich
Klassisch	Wellenlänge größer: $$\lambda' = \lambda(1+\beta)$$	Ausbreitungsgeschwindigkeit kleiner: $$\lambda' = \frac{\lambda}{1-\beta}$$
Relativistisch	Zeitdilatation des Senders: $$\lambda'' = \frac{\lambda'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$ Gesamteffekt: $$\lambda'' = \lambda\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$$	Zeitdilatation des Empfängers: $$\lambda'' = \lambda'\sqrt{1-\beta^2}$$ Gesamteffekt: $$\lambda'' = \lambda\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$$

Rotverschiebung

- Definition: Rotverschiebung $z := \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} \quad \Leftrightarrow \quad z + 1 = \frac{\lambda'}{\lambda}$
- Für β << 1: $\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \approx 1 + \beta \Rightarrow z \approx \beta$
- Geschwindigkeit aus Rotverschiebung $v = zc = H_0 \cdot D$ (Näherung für z << 1)
- Anwendung der Rotverschiebung
  - Spektralverschiebung einfach messbar → Abstandsmessung
  - Endliche Lichtgeschwindigkeit: Blick in die Vergangenheit
- Größte gemessene Rotverschiebung: z ≈ 7 (IOK-1) → Entfernung 12.9 Milliarden LJ ≈ 4 Gpc → nur 750 Millionen Jahre nach Urknall!

Kapitel 8.2

Homogenes isotropes Universum

Kosmologisches Prinzip

- Theorien der Gravitation:
  - Klassische Theorie (Newton) → Näherung für kleine Massen und Geschwindigkeiten
  - Derzeit gültig: Allgemeine Relativitätstheorie (ART, Einstein)
- Kosmologisches Prinzip: auf den größten Längenskalen ist das Universum ...
  - Homogen: gleiche Dichte von Masse/Energie
  - Isotrop: Von jedem Punkt im Universum sieht das Universum in jede Richtung gleich aus
- Ziel: Weltmodell nach kosmologischem Prinzip

Klassisches Modell: Kinematik

- Modell: Kugel mit radialer Expansion (oder Kontraktion)
  - Ortsvektor für Punkt in Kugel zur Zeit t_0: $\vec{r}(t_0) = \vec{x}$
  - Radiale Expansion: $\vec{r}(t) = a(t) \cdot \vec{x}$ (a = Skalenfaktor, $a(t_0) = 1$)
  - Geschwindigkeit: $\vec{v} = \dot{\vec{r}}(t) = \dot{a}(t) \cdot \vec{x} = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \cdot \vec{r} =: H(t) \cdot \vec{r}$ (H(t) = Expansionsrate)
  - Relative Geschwindigkeit zwischen zwei Punkten $\vec{r}, \quad \vec{r} + \Delta\vec{r}$

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}(\vec{r} + \Delta r) - \vec{v}(\vec{r}) = H(t) \cdot \Delta\vec{r}$$

→ vgl. Hubble-Gesetz: $v = H_0 \cdot D$

Klassisches Modell: Dynamik

- Gravitationskräfte treiben Expansion/Kontraktion
  - Masse einer Kugel mit Radius x bei t = t_0: $M(x) = \frac{4\pi}{3} \cdot \rho_0 \cdot x^3$ (ρ_0 = Dichte bei t_0)
  - Masse konstant bei Expansion → Dichte nimmt ab
$$M(t) = \frac{4\pi}{3} \cdot \rho(t) \cdot r^3(t) = M(x) \Rightarrow \rho(t) = \frac{\rho_0}{a^3(t)}$$
  - Bewegungsgleichung (Newton): $\ddot{\vec{r}}(t) = -\frac{G \cdot M(t)}{r^2(t)}$
$$\frac{\ddot{r}(t)}{r(t)} = \frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3} \cdot \rho(t) = -\frac{4\pi G}{3} \cdot \frac{\rho_0}{a^3}$$

→ Integration: Gleichung für Expansionsrate
→ Multipliziere mit $2 \cdot \dot{a} \cdot a$, denn
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(-\frac{1}{a}\right) = \frac{\dot{a}}{a^2}, \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\dot{a}^2 = 2\dot{a}\ddot{a}$$

Klassisches Modell: Dynamik

- Expansionsrate bis auf dimensionslose Konstante K bestimmt (später als Raumkrümmung interpretiert)

$$\dot{a}^2(t) = \frac{8\pi G}{3} \cdot \frac{\rho_0}{a(t)} - Kc^2 \quad \Rightarrow \quad H^2(t) = \left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \cdot \rho(t) - \frac{Kc^2}{a^2(t)}$$

  - K < 0: rechte Seite (RS) immer positiv = ständige Expansion
  - K = 0: RS positiv = ständige Expansion, Expansionsrate → 0
  - K > 0: RS kann 0 werden = Expansion und Kontraktion

- K = 0: definiere kritische Dichte und Dichteparameter (Konvention: $t = t_0$ = jetzt)

$$\rho_{\mathrm{krit}} = \frac{3H_0^2}{8\pi G}, \quad \Omega_0 = \frac{\rho}{\rho_{\mathrm{krit}}}$$

Korrekturen durch ART

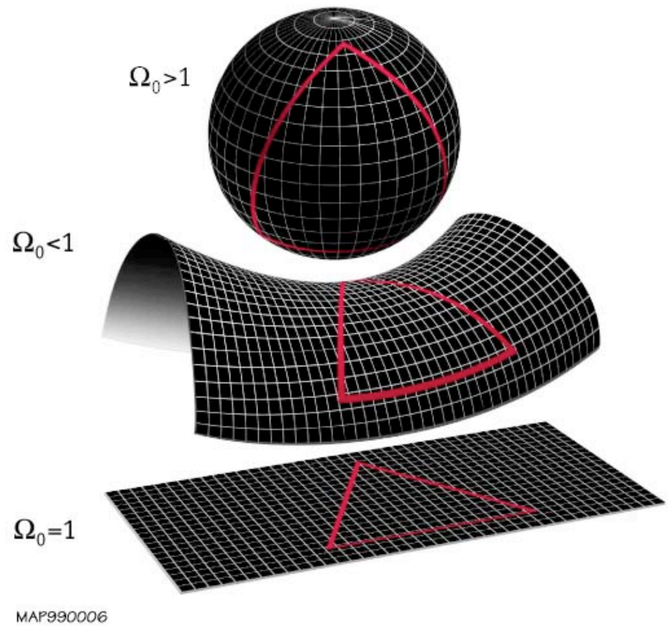
- Allgemeine Relativitätstheorie (ART):
  - Expansionsrate bestimmt durch alle Energieformen: Masse, Strahlung, ... → Massendichte wird Energiedichte und Druck
  - Kosmologische Konstante Λ:
    - Eingeführt durch Einstein, um Universum ohne Expansion zu beschreiben, später als „größe Eselei [seines] Lebens" verworfen
    - Heute: Interpretation als „dunkle Energie" → fördert Expansion des Universums
  - ART + kosmolog. Prinzip → Friedmann-Lemaître-Gleichungen

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) + \frac{\Lambda}{3}$$

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{Kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

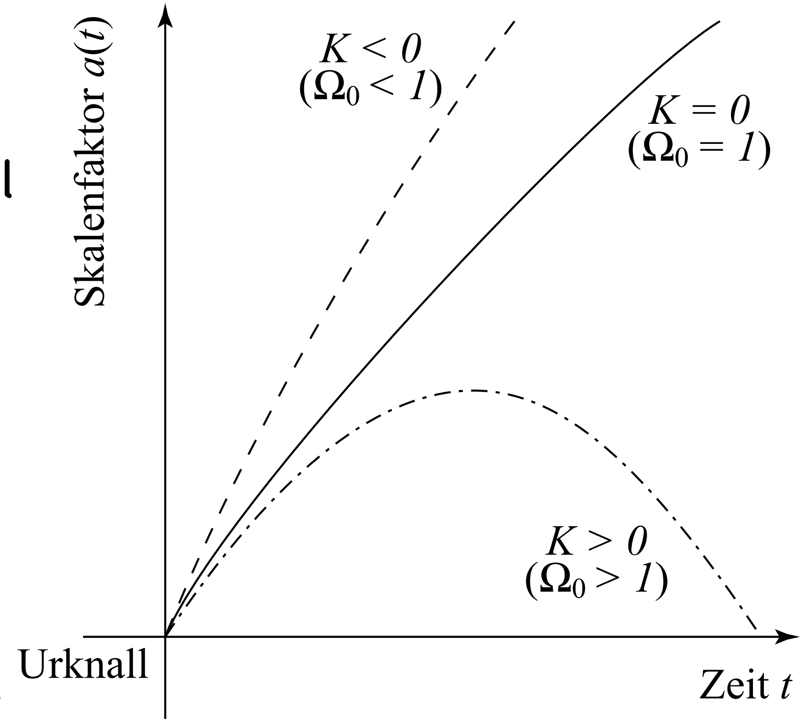
Interpretation mittels ART

- ART = geometrische Feldtheorie
  - Energie verformt Raumzeit → Gravitationskraft
  - Expansion der Raumzeit selbst (in nichts anderes eingebettet) → Analogien: Ameise auf Gummiband/Luftballon, Rosinen im Kuchen, ...
- K = Raumkrümmung:
  - K > 0 ($\Omega_0 > 1$): sphärisch (2D-Analogie: Kugel)
  - K = 0 ($\Omega_0 = 1$): flach
  - K < 0 ($\Omega_0 < 1$): hyperbolisch (2D-Analogie: Sattelfläche)



Interpretation mittels ART

- Entwicklung des Skalenparameters:
  - Zeitpunkt mit $a = 0$: Urknall (Big Bang)
  - Abhängig von kosmischer Energiedichte:
    - $K > 0$: Big Bang und Big Crunch
    - $K = 0$: asymptotische Expansion
    - $K < 0$: beschleunigte Expansions



- Kosmologische Daten: Universum ist flach (bis auf lokale „Beulen") → Energiedichte im Universum = kritische Dichte ($\Omega_0 = 1$)

Kosmische Rotverschiebung

- Kurze Abstände: Rotverschiebung durch Relativbewegung (Dopplereffekt)
- Kosmologische Abstände: Raumausdehnung dominiert
- Lichtwellenlänge wächst mit Raumausdehnung, also mit Skalenfaktor a (jetzt: a = 1, $\lambda = \lambda_{\text{beobachtet}}$)

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta a}{a} \quad \Rightarrow \lambda_{\text{emittiert}} = C \cdot a(t_{\text{emittiert}}) = \lambda_{\text{beobachtet}} \cdot a(t_{\text{emittiert}})$$

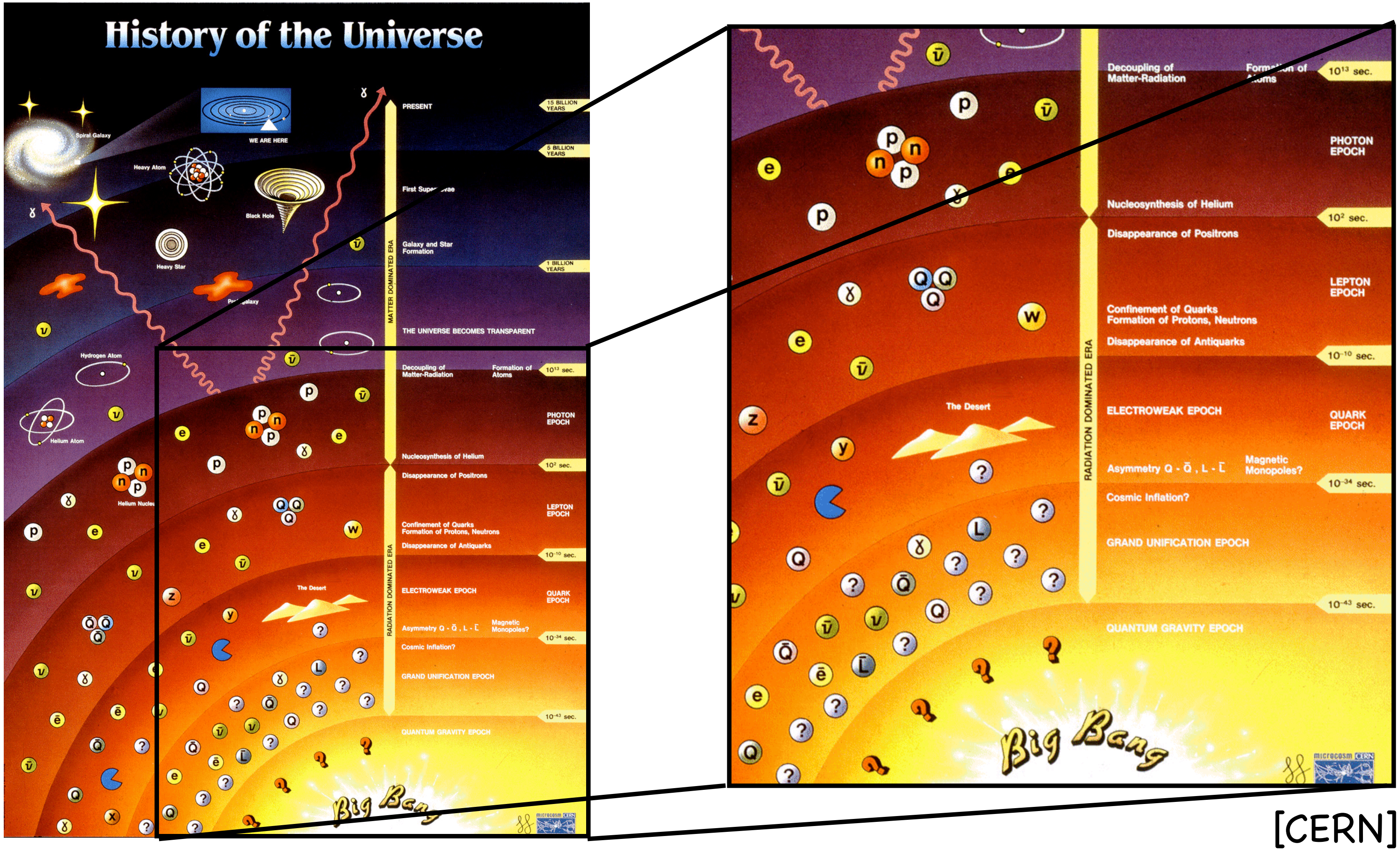
- Rotverschiebung: $z = \frac{\lambda_{\text{beobachtet}}}{\lambda_{\text{emittiert}}} - 1 = \frac{1}{a} - 1$
- Übersetzung in altes Hubble-Gesetz (nur für H = H_0 = const, d.h. z << 1, ansonsten stark modellabhängig!)

$$D = \int_{t_{\text{em}}}^{t_{\text{beob}}} \frac{c \cdot \mathrm{d}t'}{a(t')} = \int_{a(t_{\text{em}})}^{a(t_{\text{beob}})} \frac{c \cdot \mathrm{d}a'}{a' \cdot \dot{a}'} = \int_{a(t_{\text{em}})}^{1} \frac{c \cdot \mathrm{d}a'}{a'^2 \cdot H_0} = \frac{c}{H_0}\left(\frac{1}{a(t_{\text{em}})} - 1\right) = \frac{z \cdot c}{H_0}$$

Kapitel 8.3

Entwicklung des frühen Universums

Geschichte des Universums



[CERN]

Rotverschiebung & Temperatur

- Photonen aus dem frühen Universum (Mikrowellenhintergrund) → Schwarzkörperstrahlung

$$u(\omega) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \frac{\hbar\omega}{\exp\left[\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right] - 1}$$

- Expansion des Universums:
  - Rotverschiebung der Photonen: $\omega_{beob} = \omega_{em} \cdot a = \omega_{em}/(1+z)$
  - Photonendichte : $dn(\omega_{beob}) = dn(\omega_{em}) \cdot a^3 = dn(\omega_{em})/(1+z)^3$
  - Resultat: beobachtetes Spektrum hat dieselbe Form, mit geringerer Temperatur: $T_{beob} = T_{em}/(1+z)$
    → Rotverschiebung Maß für Temperatur im Universum