

Übung zur Vorlesung “Statistische Methoden der Datenanalyse” H. Kolanoski, A. Schälicke – SS 2008

Übung 8

8.1 Winkelsumme mit LS und Minuit

Drei Winkel eines Dreieckes, gemessen zu $\alpha = 82^\circ$, $\beta = 40^\circ$ und $\gamma = 61^\circ$ ($\sigma_\alpha = \sigma_\beta = \sigma_\gamma = 1^\circ$), sollen nun mit der Minimum χ^2 Methode verbessert werden.

Die Nebenbedingung $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ soll dazu als zusätzlicher quadratischer Faktor

$$\frac{(\alpha + \beta + \gamma - 180^\circ)^2}{\varepsilon} \quad (1)$$

mit $\varepsilon = 10^{-4}$ zur χ^2 Funktion hinzugefügt werden.

Bestimmen Sie verbesserte Schätzungen für die drei Winkel mit MINUIT. Ein Beispiel MINUIT-Programm finden Sie auf der Webseite der Übung. Vergleichen Sie die Ausgaben von MINUIT, mit den Resultaten aus Aufgabe 7.2.

8.2 Funktionsanpassung im Histogramm

Bei einem Elektron-Proton-Kollisionsexperiment am HERA-Beschleuniger in Hamburg wurden auch J/ψ -Mesonen produziert ($m = 3.097 \text{ GeV}$). Wenn ein J/ψ -Meson in ein Elektron-Positron-Paar zerfällt, kann man aus der invarianten Masse des Elektron-Positron-Paares das J/ψ -Meson rekonstruieren. Der Untergrund wird durch fehlidentifizierte Pion-Paare dominiert.

- a) In der Datei `jpsi-zeus.dat` finden Sie eine solche Massenverteilung, wie sie im ZEUS-Detektor gemessen wurde. Bestimmen Sie mit der LS-Methode die Anzahl der Ereignisse im Peak. Dazu kann das Signal durch eine Gaussfunktion angenähert werden. Welche Funktion empfiehlt sich für die Abschätzung des Untergrundes?
- b) Zusatz: Die Elektron/Pion-Separation kann im ZEUS-Detektor durch Verwendung des *Transition Radiation Detectors* deutlich verbessert werden (Datei `jpsi-zeus-trd.dat`). Wieviele J/ψ finden Sie nun? Bestimmen Sie das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis im Bereich von 2σ um den J/ψ -Peak im Vergleich zu a).

8.3 Zusatz: χ^2 -Minimierung mit Kovarianzmatrix

Zwei Experimente bestimmen die gleiche physikalische Größe x . Experiment A maß $x_A = 8.0 \pm 0.2$ und Experiment B erhielt $x_B = 8.5 \pm 0.2$.

- a) Was ist der beste Schätzwert für ein kombiniertes Ergebnis beider Experimente, wenn beide Experimente eine gemeinsame (additive) systematische Unsicherheit $\sigma_C = 0.8$ besitzen (Hinweise siehe Rückseite)?
- b) Wie ändert sich das Ergebnis, wenn der systematische Fehler durch eine Skalierungsunsicherheit $\sigma_f = 10\%$ gegeben ist?

Kovarianzmatrix bei systematischen Fehlern

- Die Kovarianzmatrix für zwei Messwerte $x \pm \sigma_x$ und $y \pm \sigma_y$ und gemeinsamen systematischen Fehler σ_C ergibt sich zu

$$V = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 + \sigma_C^2 & \sigma_C^2 \\ \sigma_C^2 & \sigma_y^2 + \sigma_C^2 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad V^{-1} = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} \sigma_y^2 + \sigma_C^2 & -\sigma_C^2 \\ -\sigma_C^2 & \sigma_x^2 + \sigma_C^2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

mit $D = \sigma_x^2 \cdot \sigma_y^2 + (\sigma_x^2 + \sigma_y^2) \cdot \sigma_C^2$, vgl. z.B. R. Barlow, *Statistics* oder auch G. D'Agostini, *On the Use of the Covariance Matrix to Fit Correlated Data*, DESY-93-175.

- Bei einer Skalierungsunsicherheit σ_f hängt die Kovarianzmatrix von den Messwerte x und y ab

$$V = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 + \sigma_f^2 \cdot x^2 & \sigma_f^2 \cdot x \cdot y \\ \sigma_f^2 \cdot x \cdot y & \sigma_y^2 + \sigma_f^2 \cdot y^2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Hinweise zu Minuit

- Vor der Verwendung von MINUIT in Python müssen folgende Umgebungsvariablen gesetzt werden:

```
export PYTHONPATH=/users/eel/dreas/python/packages
export LD_LIBRARY_PATH=/usr/global/root/lib:/users/eel/dreas/python/lib
```

- Ein einfache MINUIT-Sitzung sieht z.B. so aus

```
from numpy import *
import minuit

data = [(1,1.1,0.1), (2,1.9,0.1), (3,2.9,0.1), (4,4.1,0.1)]

def f(x, a, b):          # Fit-Funktion
    return a + b*x

def chi2(a, b):          # Chi2 Berechnung
    return sum([(f(x, a, b) - y)**2 / yerr**2 for x, y, yerr in data])

m = minuit.Minuit(chi2) # Initialisierung
m.migrad()              # Minimierung
m.hesse()               # Bestimmung der Kovarianzmatrix

# Ergebnisse
print m.values
print m.errors
print m.matrix(correlation=True)
```

Weitere Informationen finden Sie unter <http://code.google.com/p/pyminuit>, im PyMinuit Reference Guide oder auch auf den CERN Seiten: MINUIT Program Library Long Writeup D506 und The Minuit2 Package.

- Hinweise zu Matrixoperationen finden Sie auf der Webseite der Übung.