

Übung zur Vorlesung “Statistische Methoden der Datenanalyse” H. Kolanoski, A. Schälicke – SS 2008

Übung 5

4.3 Korrelationsmatrix – Fortsetzung

Gegeben ist Stichprobe Ω_f einer zweidimensionalen Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x, y)$ (Datei `test.dat` auf der Webseite der Übung).

- f) Erzeugen Sie die Randverteilungen für x und y aus der Stichprobe. Vergleichen Sie die Verteilungen mit der entsprechenden Gaussverteilung mit den Parametern aus b).
- g) Bestimmen Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit

$$f^*(y | 4.2 < x < 4.4).$$

- h) Wiederholen Sie f) und g) mit den selbsterzeugten Zufallszahlen und vergleichen Sie die Ergebnisse mit der Stichprobe.
- i) Zusatz: Zeichnen Sie die 1σ Ellipse in die Verteilung aus a) . Wieviele Ereignisse liegen innerhalb, der 1σ -Ellipse?

5.1 Geradengleichung

Eine Teilchenspur geht durch 2 flache Detektoren, die jeweils eine Projektion des Durchstosspunktes der Teilchenbahn in der $x - z$ -Ebene und in der $y - z$ -Ebene messen. Im folgenden wollen wir nur die $x - z$ -Projektion betrachten. Die Detektoren stehen bei z_1 und z_2 senkrecht zur z -Achse. Es werden werden Durchstosspunkte x_1, x_2 mit den Auflösungen $\sigma_1 = 100 \mu\text{m}$, $\sigma_2 = 150 \mu\text{m}$ gemessen, die z -Auflösung sei vernachlässigbar.

- a) Bestimmen Sie die Teilchenbahn als eine Gerade, die durch die Messpunkte geht.
- b) Bestimmen Sie die Kovarianzmatrix von Achsenabschnitt und Steigung.
- c) Bestimmen Sie die Transformation, die diese Kovarianzmatrix diagonal macht (Hinweis: die Transformation ergibt sich sehr einfach aus der Bedingung, dass die nicht-diagonalen Elemente Null sind).
- d) Bestimmen Sie den Fehler bei der Bestimmung der x -Koordinate der Teilchenbahn bei $z = z_0$, allgemein und für die Werte (in cm):

$$z_0 = -5, z_1 = 5, z_2 = 8, x_1 = 2.20, x_2 = 2.91$$

5.2 χ^2 -Verteilung

Untersuchen Sie die Zufallszahl $\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(x_i - \mu_i)^2}{\sigma_i^2}$, wobei x_i , $i = 1, \dots, N$ unabhängige gaussverteilte Zufallszahlen darstellen.

- Erzeugen Sie eine χ^2 Verteilung für $N=4, 12$, und 60 .
- Bestimmen Sie (experimentell) Erwartungswert und Varianz von χ^2 .
- Vergleichen Sie die Verteilungen aus a) mit einer entsprechenden Gaussfunktion.

Hinweise:

- Einlesen einer ASCII-Datendatei geschieht am einfachsten durch:

```
import pylab  
x,y = pylab.load('test.dat',unpack=True)  
oder auch direkt mit der komprimierten Datei  
x,y = pylab.load('test.dat.gz',unpack=True)  
In modernen Pythoninstallationen könnte auch numpy.loadtxt verwendet werden.
```
- Darstellung als *Scatter-Plot* erfolgt mittels:

```
scatter(x,y)
```
- Für Parameter-Plots eignet sich der Befehl `plot`, z.B. ein Kreis kann leicht über

```
phi = linspace(0.,2.*pi,100)  
plot(sin(phi),cos(phi))
```

erzeugt werden.
- Die χ^2 -Verteilung ist in Python als `stats.chi2.pdf(x,N)` bereit gestellt, die Gaussverteilung ist als `stats.norm.pdf(x,mu,sigma)` verfügbar.
- Weiter Hinweise zur Matrixmanipulationen findet man z.B. im Abschnitt A.2.1 *Array-Arithmetik* in `pythonForStat.pdf` auf der Webseite der Übung.