

**Übung zur Vorlesung**  
**”Experimentelle Elementarteilchenphysik”**  
**SS 2006**  
**H. Kolanoski, J. Kretzschmar**

**9. Übung**

**9.1 MSW-Effekt in der Sonne (10 Punkte)**

- a) Bringen Sie den Hamilton-Operator für die Entwicklung von zwei Neutrino-Flavours in Materie, Gleichung (4.51) im Skript, in die formal gleiche Form wie den entsprechenden Hamilton-Operator im Vakuum, Gleichung (4.49). Geben Sie die Gleichungen für die Massendifferenz  $\Delta m_m$  und den Winkel  $\theta_m$  in Materie an.  
 Hinweise: Sie erhalten die Größen für die Oszillation in Materie durch Vergleich der Matrixelemente. Sie können zuerst  $\tan 2\theta_m$  und dann  $\Delta m_m$  über die Beziehung

$$\Delta m^2 \sin 2\theta = \Delta m_m^2 \sin 2\theta_m$$

bestimmen.

- b) Man spricht von einer Oszillationsresonanz, wenn  $\tan 2\theta_m$  unendlich wird. Geben Sie die Resonanzbedingung als Funktion der ortsabhängigen Elektronendichte  $N_e(r)$  an.
- c) Die Masseneigenzustände  $\nu_{1m}$  und  $\nu_{2m}$  mischen wie im Vakuum zu Flavoureigenzustände  $\nu_e$  und  $\nu_\mu$ , wenn man  $\theta$  durch  $\theta_m$  ersetzt.  
 Welche  $\nu_e$ - und  $\nu_\mu$ -Anteile haben jeweils die Masseneigenzustände in Materie,  $\nu_{1m}$  und  $\nu_{2m}$  in Abhängigkeit von  $\theta_m$ ? Welcher Mischungswinkel  $\theta_m$  ergibt sich an der Resonanz und wie sind hier demzufolge die Anteile der Flavour- an den Masseneigenzuständen in Materie?
- d) Stellen Sie die Elektronendichte, für die die Resonanzbedingung erfüllt ist, als Funktion der Neutrinoenergie graphisch dar. Ab welcher Energie kann die Resonanz auftreten, wenn die Elektronendichte im Sonneninneren  $N_e(0) \approx 6 \cdot 10^{25} \text{ cm}^{-3}$  ist? Beachten Sie bei der Rechnung die Einheiten, also die Faktoren von  $\hbar$  und  $c$ !
- e) Gegeben sei eine Neutrinoenergie von 10 MeV. Wie sind dann die  $\nu_e$  und  $\nu_\mu$ -Anteile der Masseneigenzustände im Sonneninneren? Welcher Masseneigenzustand enthält den größeren  $\nu_e$ -Anteil? Wie verhält dieser sich als Funktion der Elektronendichte  $N_e(r)$ ?

## 9.2 Breit-Wigner-Form der Z-Resonanz (10 Punkte)

Der energieabhängige totale Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\text{tot}}$  für die  $e^+e^-$ -Annihilation in Fermionpaare,  $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ , lässt sich als Summe dreier Beiträge darstellen:

$$\sigma_{\text{tot}}(s) = \sigma_Z(s) + \sigma_{\gamma Z}(s) + \sigma_\gamma(s) .$$

Die Terme  $\sigma_Z$ ,  $\sigma_{\gamma Z}$  und  $\sigma_\gamma$ , sind in folgender Weise gegeben:

$$\begin{aligned} \sigma_Z &= \frac{12\pi}{M_Z^2} \frac{M_Z^2 \Gamma_e \Gamma_f}{(s - M_Z^2)^2 + M_Z^2 \Gamma_Z^2} , \\ \sigma_{\gamma Z} &= \frac{4\pi\alpha^2}{3} \frac{(s - M_Z^2) J_f}{(s - M_Z^2)^2 + M_Z^2 \Gamma_Z^2} , \\ \sigma_\gamma &= \frac{4\pi\alpha^2}{3s} q_e^2 q_f^2 , \end{aligned}$$

wobei die Partialbreiten  $\Gamma_f$  sowie der Term  $J_f$  durch die Vektor- und Axialvektorkopplungen  $g_v^f$  und  $g_a^f$  sowie die Ladungen  $q_e$  und  $q_f$  gegeben sind:

$$\begin{aligned} \Gamma_f &= \frac{G_F M_Z^3}{6\sqrt{2}\pi} ((g_a^f)^2 + (g_v^f)^2) , \\ J_f &= \frac{G_F M_Z^2}{\sqrt{2}\pi\alpha} q_e q_f g_v^e g_v^f . \end{aligned}$$

- Welchen Prozessen entsprechen die Beiträge  $\sigma_Z$ ,  $\sigma_{\gamma Z}$  und  $\sigma_\gamma$ ?
- Der obige Ausdruck für  $\sigma_Z$  wird als Breit-Wigner-Form bezeichnet. Erläutern Sie die Bedeutung von  $\Gamma_e$ ,  $\Gamma_f$  und der Form des Nenners.
- Die Vektor- und Axialvektorkopplungen  $g_v^f$  und  $g_a^f$  haben die Form:

$$g_v^f = I_3^f - 2q_f \sin^2 \theta_w \quad \text{und} \quad g_a^f = I_3^f$$

Berechnen Sie  $g_v^f$  und  $g_a^f$  für geladene Leptonen, Neutrinos, u- und d-Quarks. Benutzen Sie  $\sin^2 \theta_w = 0.231$ .

- Die totale Z-Breite  $\Gamma_Z$  ist die Summe der Partialbreiten der möglichen Z-Zerfälle. Berechnen Sie alle Partialbreiten sowie die totale Z-Breite und vergleichen Sie mit dem Wert des "Particle Data Booklet".
- Betrachten Sie die  $e^+e^-$ -Annihilation in Hadronen und Myonpaare bei der Z-Resonanzenergie  $\sqrt{s} \approx M_Z$ . Wie groß sind die Beiträge  $\sigma_Z$ ,  $\sigma_{\gamma Z}$  und  $\sigma_\gamma$  für beide Reaktionen.