

Übung zur Vorlesung
"Experimentelle Elementarteilchenphysik"
SS 2006
H. Kolanoski, J. Kretzschmar

7. Übung

7.1 CP-Verletzung im Kaon-System (10 Punkte)

Vor nicht allzu langer Zeit hat sich im Vorfeld der Fußball-WM zwischen einem Herr K. aus B. und einem damals der Öffentlichkeit noch weitgehend unbekanntem E.T. aus ? ein bemerkenswertes (Funk!)-Telefongespräch zugetragen. Von Sehnsucht nach dem fremdartigen Spiel mit dem kleinen Lederball aufs heftigste bewegt, wollte jenes Wesen aus der Tiefe des Kosmos an den Spielen teilnehmen.

Wie jedem Physikstudierenden sofort ersichtlich ist, gibt es für E.T. dabei die Möglichkeit eines friedvollen Beisammenseins mit den Menschen, aber auch eine 50% Chance, als heftige Materie-Antimateriereaktion in die Geschichte einzugehen. Verständlicherweise sollte die zweite Möglichkeit vermieden werden. Erwähnt werden soll hier noch, dass sich im E.T.-schen Raumschiff kein überflüssiges Teil befand, welches man hätte auf die Erde fallen lassen können. Glücklicherweise konnten an Bord K^0 -Experimente durchgeführt und Leptonen identifiziert werden. Versuchen Sie nun die Anweisungen von Herrn K. nachzuvollziehen:

- a) **K.:** "Bei einer Masse von 0.53 der des leichtesten Atomkerns gibt es ein Teilchen, das hier auf der Erde K^0 genannt wird. Durch die C-Operation erhält man das Antiteilchen:

$$C |K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle, P |K^0\rangle = -|K^0\rangle, P |\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle$$

Bilde nun die CP-Eigenzustände durch Linearkombination von K^0 und \bar{K}^0 !"

E.T.: "Kann ich nicht!"

K.: "Können meine Studenten schon im 5. Semester!"

E.T.: "Ach ja, ich sehe schon ..."

Wie lauten die CP-Eigenzustände?

- b) **K.:** "Einer der Zustände kann in zwei Pionen, der andere nur in drei Pionen zerfallen und ist daher langlebiger. Die Pionen haben keinen relativen Drehimpuls. Den langlebigen Teil nennen wir mal K_2 !"

E.T.: "Gut, es ist der mit dem CP-Wert ..." (Rauschen)

Warum ist das Teilchen, das in drei Pionen zerfällt, langlebiger? Welcher CP-Zustand ist es?

- c) **K.:** "Wir auf der Erde haben gemessen, dass der langlebige Zustand auch in zwei Pionen zerfallen kann. Laß uns den Zustand besser mal K_L^0 nennen."

$$\frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{\Gamma(K_L^0 \rightarrow 3\pi^0)} = 4 \cdot 10^{-3}$$

E.T.: "Ist das K_L^0 noch ein CP-Eigenzustand?"

Ist es?

- d) **K.:** "Wir stellen uns das K_L^0 vor als:

$$|K_L^0\rangle = \frac{1}{\text{Norm}}(|K_2\rangle + \epsilon |K_1\rangle)$$

E.T.: "Dann kann ich ja mit dem Wert aus c) und der Tatsache, dass die unterschiedliche Größe der Phasenräume beim Zerfall in zwei oder drei Pionen direkt durch das Verhältnis der Lebensdauern von K_S^0 und K_L^0 gegeben ist, ϵ^2 berechnen!"

$$\tau(K_S^0) = 0.89 \cdot 10^{-10}\text{s}, \quad \tau(K_L^0) = 5.2 \cdot 10^{-8}\text{s}$$

K.: "Genau, nimm einfach an, ϵ ist reell, K_1 zerfällt in zwei, K_2 in drei Pionen!"

E.T.: " ϵ^2 hat den Wert ..." (schon wieder gestört)

- e) Nun folgt eine längere Diskussion über Oszillation von CP-Eigenzuständen und experimentellen Details. Für uns Erdenbewohner mit gemeinsamer Sprache genügt hier aber, dass aus den Messungen folgt: ϵ hat das Vorzeichen, welches den K^0 -Anteil in K_L^0 gegenüber dem Anteil in K_2 vergrößert! Wie groß sind die K^0 und \bar{K}^0 -Komponenten in K_L^0 ? Berechnen Sie $\langle K^0 | K_L^0 \rangle$ und $\langle \bar{K}^0 | K_L^0 \rangle$.

- f) **K.:** "Jetzt kommt der Trick."

E.T.: "Bin ja echt gespannt!"

K.: "Also, K^0 und \bar{K}^0 können auch in Elektron, Neutrino und Pion zerfallen. Kriegst Du die Feynman-Graphen dafür hin?"

E.T.: "Easy."

K.: "Dann weißt Du auch, welche Leptonenladung aus dem K^0 oder \bar{K}^0 stammt?"

E.T.: "Na klar."

Der geneigte Leser hoffentlich auch.

- g) **K.:** "Bestimme nun, welche Leptonenladung bei K_L^0 -Zerfällen bevorzugt auftritt!"

E.T.: "Wie denn?"

K.: "Na, mit dem K^0 - und \bar{K}^0 -Anteil in K_L^0 !"

Pause

E.T.: "Funktioniert! Dann brauche ich ja nur noch die Ladung des häufigsten Leptons mit der Ladung der Atomkerne in meinem Bierglas zu vergleichen!"

K.: "Das ist er, der richtige Status! Ich sag Dir dann das Ergebnis auf der Erde: Sie sind ... (Rauschen) ... geladen."

Welche Leptonladung wird beim Zerfall bevorzugt? Bestimmen Sie

$$A = \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow e^+ \pi^- \nu_e) - \Gamma(K_L^0 \rightarrow e^- \pi^+ \bar{\nu}_e)}{\Gamma(K_L^0 \rightarrow e^+ \pi^- \nu_e) + \Gamma(K_L^0 \rightarrow e^- \pi^+ \bar{\nu}_e)}$$

- h) Weitere Aufzeichnungen sind leider verlorengegangen. Aus geschichtlichen Forschungen wissen wir aber, dass dem Außerirdischen eine unversehrte Landung gelang, er aber leider keine Karten mehr für die Spiele ergattern konnte. Er äußerte später, in seinem Experiment hätte das häufigste Lepton die gleiche Ladung wie die Atomkerne seines Glases gehabt. Hat er richtig gemessen?
- i) Unter den nicht näher begründbaren Hypothesen, dass sich auch die Anzahl der E.T.-Hände auf zwei beschränkt und beide Daumen innen haben, gelingt mit den obigen Überlegungen sogar eine kosmosumspannende Definition von links und rechts. Wie lautet die Definition?

7.2 Unitaritätsdreieck und CP-Verletzung (10 Punkte)

- a) Zeigen Sie, dass man bei Anwendung der Unitaritätsbedingungen die CKM-Matrix mit drei Euler-Winkeln und 6 Phasen darstellen kann.
- b) Zeigen Sie weiterhin, dass von den 6 verbleibenden Phasen 5 durch Umdefinitionen der nicht messbaren Phasen der Quarkwellenfunktionen zu Null gemacht werden können. Hinweis: In dem Ausdruck für den hadronischen geladenen Strom treten die relativen Phasen zwischen u- und d-artigen Quarks auf.
- c) Skizzieren Sie das Unitaritätsdreieck, das sich aus der 1. und 3. Spalte der CKM-Matrix ergibt (wie in Aufgabe 6.1).
- d) Stellen Sie für die Winkel α , β , γ in dem Dreieck (Bezeichnungen wie in der Vorlesung) die Phasenfaktoren $e^{i\alpha}$, $e^{i\beta}$, $e^{i\gamma}$ als Funktion der CKM-Matrixelemente (in allgemeiner Form, unabhängig von einer bestimmten Darstellung) dar.
- e) Geben Sie mit Hilfe dieser Ausdrücke die Fläche des Dreiecks an.
- f) Zeigen Sie, dass die in d) berechneten Ausdrücke invariant gegenüber den nach b) erlaubten Phasentransformationen der Quarkwellenfunktionen sind. Gilt das auch für die Fläche des Dreiecks?