

Übung zur Vorlesung
”Experimentelle Elementarteilchenphysik”
 SS 2006
 H. Kolanoski, J. Kretzschmar

6. Übung

6.1 CKM–Matrix und Unitaritätsdreieck (10 Punkte)

Die CKM–Matrix beschreibt die Mischung massiver Quarks zu Eigenzuständen der schwachen Wechselwirkung.

- a) Kobayashi und Maskawa beschrieben die Mischungsmatrix als das Produkt von Drehmatrizen im Raum der Quarkflavours:

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & s_2 \\ 0 & -s_2 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 & s_1 & 0 \\ -s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & s_3 \\ 0 & -s_3 & c_3 \end{pmatrix},$$

mit der Notation $c_i = \cos \theta_i$ und $s_i = \sin \theta_i$. Bestimmen Sie die Kobayashi-Maskawa-Parametrisierung der CKM–Matrix durch Ausmultiplizieren.

- b) Wolfenstein schlug 1983 eine Parametrisierung vor, die der experimentell beobachteten Hierarchie der Matrixelemente Rechnung trägt:

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$$

In dieser Darstellung sind Terme der Ordnung $\mathcal{O}(\lambda^4)$ vernachlässigt.

Nebenbemerkung: Diese Darstellung ist nicht von a) abgeleitet, sondern von einer weiteren “Standarddarstellung”, siehe zum Beispiel im Particle Data Booklet.

Drücken Sie die Verhältnisse

$$\frac{|V_{ub}|}{|V_{cb}|}, \quad \frac{|V_{td}|}{|V_{cb}|} \quad \text{und} \quad \frac{|V_{ts}|}{|V_{cb}|}$$

in den Wolfenstein-Parametern λ , A , ρ und η aus. Bestimmen Sie aus den Messungen der CKM–Matrixelemente Zahlenwerte für die Wolfenstein-Parameter λ , A und $\sqrt{\rho^2 + \eta^2}$. Benutzen Sie dazu die am Ende des Übungsblattes zusammengefassten Werte.

- c) Welche Beziehungen unter den CKM-Matrixelementen folgt aus der Unitaritätsbedingung $VV^\dagger = \mathbf{1}$?

Zeigen Sie, dass sich aus einer dieser Unitaritätsbedingungen zusammen mit der unter b) gewählten Darstellung die folgende Beziehung ergibt:

$$V_{ub}^* + V_{td} \approx \lambda V_{cb}^*$$

- d) Die in c) angegebene Beziehung entspricht einem Dreieck in der komplexen $(\rho, i\eta)$ –Ebene. Skizzieren Sie dieses Dreieck.

- e) Was ist aus Messungen der CKM-Matrixelemente über die Seitenlänge des Dreiecks bekannt?

Größe	Wert
$ V_{ud} $	0.9738 ± 0.0005
$ V_{us} $	0.2200 ± 0.0026
$ V_{cd} $	0.224 ± 0.012
$ V_{cs} $	0.996 ± 0.013
$ V_{ub} $	$(3.67 \pm 0.47) \cdot 10^{-3}$
$ V_{cb} $	$(41.3 \pm 1.5) \cdot 10^{-3}$

Tabelle 1: Messwerte der CKM-Matrixelemente. Quelle: Phys. Lett. B **592**, 1 (2004)

6.2 $B - \bar{B}$ -Oszillation (10 Punkte)

Betrachten Sie den Übergang eines B -Mesons $|\bar{b}d\rangle$ in ein \bar{B} -Meson $|b\bar{d}\rangle$:



Dabei stehen i und j als Platzhalter für verschiedene Quarkflavour und die Wellenlinie für ein Feldquant.

- Ergänzen Sie die Bilder: Welche Feldquanten können ausgetauscht werden? Welche Quarkflavours können Sie einsetzen?
- Das Diagramm enthält vier schwache Kopplungen und ist somit von höherer Ordnung. Gibt es auch ein Diagramm niedrigerer Ordnung, in dem nur ein Feldquant ausgetauscht wird? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Schreiben Sie in alle beitragenden Diagramme die relevanten CKM-Parameter an die Kopplungspunkte und zeigen Sie, dass die Summe aller Diagramme verschwände, wenn alle Quarks gleiche Massen hätten oder die Massen der Quarks zu vernachlässigen wären. Hinweis: Beachten Sie die Unitarität der CKM-Matrix!
- Die $B^0 - \bar{B}^0$ -Oszillation wurde 1987 am DESY erstmals experimentell beobachtet. Sie ist überraschend stark ausgeprägt: Etwa 17% aller erzeugten B -Mesonen zerfallen als \bar{B} -Mesonen. Welche der obigen Diagramme tragen besonders stark zu diesem Effekt bei? Hinweis: Beachten Sie hier Teil c).
- Betrachten Sie semileptonische Zerfälle des B -Mesons. Zeigen Sie, dass die Ladung des Leptons eine Unterscheidung zwischen B^0 und \bar{B}^0 erlaubt.
- Bei Schwerpunktsenergien von $\sqrt{s} \simeq 10.6$ GeV annihilieren e^+e^- resonant zu $\Upsilon(4S)$ -Zuständen, die in zwei B -Mesonen zerfallen: $\Upsilon(4S) \rightarrow B^0\bar{B}^0$. Wie könnte man Oszillationen nachweisen, wenn beide B -Mesonen semileptonisch zerfallen? Welche Detektorkomponenten werden hierfür benötigt?