

Einführung in die Astroteilchenphysik

Hermann Kolanoski

Institut für Physik, Humboldt-Universität zu Berlin

Wintersemester 2009/10

Inhaltsverzeichnis

Literaturverzeichnis	v
1 Einführung	1
2 Die Entwicklung des Universums	11
2.1 Einführung	11
2.2 Das Urknall-Modell	11
2.2.1 Die Metrik des gekrümmten Raums	12
2.2.2 Entwicklungsphasen des frühen Universums	23
2.2.3 Probleme des Urknall-Modells	27
2.3 Inflation	29
2.4 Nukleosynthese	31
2.5 Mikrowellen-Hintergrundstrahlung	33
2.5.1 Temperatur und Spektrum der Strahlung	34
2.5.2 Anisotropien im Mikrowellenhintergrund	36
2.5.3 Multipol-Spektrum der CMB-Verteilung	37
2.5.4 Interpretation des Multipol-Spektrums	39
2.5.5 Bestimmung der kosmologischen Parameter	42
3 Kosmische Strahlung	45
3.1 Einführung	45
3.2 Spektren	48
3.3 Zusammensetzung	51
3.4 Magnetische Effekte	54
3.4.1 Ablenkung im Erdmagnetfeld	55
3.4.2 Das galaktische Magnetfeld	57
3.5 Intensitätsschwankungen	57
3.6 Luftschaer	58
3.7 Wechselwirkungen der Luftschauerteilchen	61
3.7.1 Ionisation	61
3.7.2 Bremsstrahlung	64
3.7.3 Wechselwirkungen von Photonen	67
3.7.4 Elektromagnetische Schauer	69
3.7.5 Cherenkov-Effekt	71
3.7.6 Übergangsstrahlung (TR)	73
3.7.7 Methoden der Teilchenidentifikation	74
3.8 Experimente zum Nachweis Kosmischer Strahlung	75

3.8.1	Ballonexperimente	75
3.8.2	Satellitenexperimente	77
3.8.3	Ausgedehnte Luftschauber	80
4	Gamma-Strahlung	91
4.1	Das elektromagnetische Spektrum	91
4.2	Satellitenexperimente für Gamma-Strahlung	91
4.2.1	Compton Gamma Ray Observatory (CGRO)	91
4.3	Teleskope zum Nachweis von TeV-Photonen	95
4.4	Quellen hochenergetischer Photonen	95
4.5	Erzeugungs- und Verlustprozesse	98
4.5.1	Hadronische Beschleuniger	99
4.5.2	Elektronbeschleunigung und Strahlungsprozesse	100
4.5.3	Absorption von hochenergetischer Gammastrahlung	107
5	Neutrinos	111
5.1	Überblick	111
5.2	Solare Neutrinos	112
5.2.1	Sonnenenergie	112
5.2.2	Nachweis der Sonnenneutrinos	113
5.2.3	Erklärungen des Defizits der Sonnenneutrinos	116
5.3	Weitere Hinweise auf Neutrinooszillationen	117
5.3.1	Atmosphärische Neutrinos	117
5.3.2	Reaktor-Antineutrinos	119
5.3.3	Neutrinos von Beschleunigern	120
5.4	Neutrinooszillationen	121
5.4.1	Formalismus der Neutrinooszillationen	121
5.4.2	Ergebnisse für die 3-Flavour-Mischung	123
5.4.3	MSW-Effekt	125
5.5	Neutrinoastronomie bei hohen Energien	126
5.5.1	Fragestellung	126
5.5.2	Neutrinooteleskope	127
6	Sternentwicklung	135
6.1	Strukturbildung	135
6.1.1	Gravitative Instabilität	135
6.2	Entwicklungsstadien von Sternen	138
6.2.1	Protosterne	138
6.2.2	Kernfusion: Wasserstoffbrennen	139
6.2.3	Heliumbrennen und C, O-Produktion	141
6.2.4	Produktion schwerer Elemente	143
6.2.5	Hertzsprung-Russel-Diagramm	145
6.3	Stabilitätsgrenzen von Sternen	146
6.3.1	Elektronenentartungsdruck	146
6.3.2	Weißer Zwerge	149
6.3.3	Supernova (Typ II)	150
6.3.4	Supernova (Typ Ia)	154

6.3.5	Neutronensterne und Pulsare	154
6.3.6	Schwarze Löcher	158
7	Beschleunigungsmechanismen	159
7.1	Gesamtenergie der Kosmischen Strahlung	159
7.2	Magnetfelder und Plasmen	160
7.2.1	Magnetische Spiegel und Flaschen	160
7.2.2	Einschluß von Magnetfeldern in Plasmen	163
7.3	Fermi-Beschleunigung	164
7.4	Schockbeschleunigung in Supernova-Resten	167
7.4.1	Schockwellen	167
7.4.2	Beschleunigung in Schockwellen	169
7.5	Pulsare	171
7.5.1	Das Goldreich-Julian-Modell	171
7.5.2	Nicht-ausgerichtetes Magnetfeld	175
7.5.3	Suche nach gepulster TeV-Gammastrahlung	178
7.6	Aktive Galaktische Kerne	180
7.7	Gamma-Strahlungsausbrüche (GRB)	185
8	Dunkle Materie	187
8.1	Hinweise auf Dunkle Materie	187
8.2	Kandidaten und ihre Eigenschaften	190
8.2.1	Neutrinos	192
8.2.2	WIMPs	192
8.2.3	Axionen	195
8.2.4	Topologische Raum-Zeit-Defekte	196
8.2.5	Machos	196
8.2.6	Modifikation der Gravitationstheorie:	196
8.3	Nachweis von Dunkler Materie	197
8.3.1	Machos	197
8.3.2	WIMP-Suche	197
8.3.3	DM-Suche in Kosmischer Strahlung	202
8.3.4	Nachweis von Axionen	203
8.3.5	Beschleunigerexperimente	207
A	Astrophysikalische Konstanten	209
B	Ergänzungen	213
B.1	Zustandsgleichungen	213
B.2	‘Relativistic Beaming’	214
B.3	Virialsatz	215

Literaturverzeichnis

- [1] T.K. Gaisser: ‘Cosmic Rays and Particle Physics’, Cambridge Univ. Press.
- [2] <http://www-zeuthen.desy.de/astro-workshop/> (die Vorträge, die unter ‘Agenda’ als pdf-Files abgelegt sind, geben einen hervorragenden Überblick über den Stand der Astroteilchenphysik).
- [3] C. Grupen: ‘Astroteilchenphysik’, Springer-Verlag (2001).
Verbesserte Version in Englisch: C. Grupen: ‘Astroparticle Physics’, Springer-Verlag (2005).
- [4] C. Grupen: ‘Astroparticle Physics’, Springer-Verlag (2005).
- [5] T. Stanev, ‘High Energy Cosmic Rays’ Springer-Verlag (2004).
- [6] M.S. Longair: ‘High Energy Astrophysics’, Vols. 1, 2, Cambridge Univ. Press.
- [7] A. Unsöld; B. Baschek: ‘Der neue Kosmos’, Springer-Verlag.
- [8] Demtröder: Experimentalphysik Bd.4, ‘Kern-, Teilchen- und Astrophysik’, Springer Verlag.
- [9] H.V. Klapdor-Kleingrothhaus; K. Zuber: ‘Teilchenastrophysik’ Teubner-Verlag.
- [10] D. Perkins: ‘Particle Astrophysics’, Oxford University Press (2003).
- [11] P. Coles, F. Lucchin: Cosmology, Wiley Verlag 1995.
- [12] S. Rosswog and M. Brüggen: ‘Introduction to High-Energy Astrophysics’, Cambridge University Press, 2007.
- [13] P. Schneider: ‘Einführung in die Extragalaktische Astronomie und Kosmologie’, Springer-Verlag 2006.
- [14] R. Schlickeiser: ‘Cosmic Ray Astrophysics’, Springer-Verlag 2002.
- [15] S. Weinberg: Die ersten drei Minuten, Pieper Verlag 1977.
- [16] H. Fritzsche: Vom Urknall zum Zerfall, Pieper Verlag.
- [17] C. Amsler et al. [Particle Data Group], “Review of Particle Physics”, Phys. Lett. B 667 (2008) 1; <http://pdg.lbl.gov>
Kompakte Zusammenfassung: Particle Data Group: Particle Physics Booklet, 2008 (alle 2 Jahre neu).
- [18] <http://www-zeuthen.desy.de/~kolanosk/astro0910>
- [19] Diplomarbeit Humboldt-Universität 2005,
http://www-hess.physik.hu-berlin.de/public/diplom_fabian_schmidt.pdf
- [20] Dissertation, Humboldt-Universität 2006,
<http://edoc.hu-berlin.de/dissertationen/ackermann-markus-2006-11-13/PDF/ackermann.pdf>

Kapitel 1

Einführung

Die Astroteilchenphysik hat sich als eigenständiges Gebiet erst in jüngster Zeit, im wesentlichen etwa in den letzten 20 Jahren, etabliert. Seine Wurzeln hat das Gebiet in der Beobachtung der hochenergetischen **kosmischen Strahlung** (Abb. 1.1, entdeckt 1912 von Viktor Hess; Nobelpreis 1936), die einerseits auf ihre Eigenschaften untersucht wird und andererseits auch, spätestens seit der Entdeckung des Positrons in der kosmischen Strahlung (Abb. 1.1; C.D. Anderson Nobelpreis 1936), für teilchenphysikalische Experimente genutzt wird. Die Physik der kosmischen Strahlung steht auch wegen der angewandten Nachweis- und Analysemethoden der Teilchenphysik nahe.

Die Astronomie, wenngleich eine der ältesten Wissenschaften, hat in der letzten Zeit einen gewaltigen Fortschritt erfahren, vor allem durch die Öffnung neuer Beobachtungsfenster durch satellitengestützte Teleskope oberhalb der Atmosphäre. Inzwischen decken die astronomischen Beobachtungen, die sich noch vor weniger als 50 Jahren auf den optischen Wellenlängenbereich beschränkt haben (Abb. 1.2), viele Dekaden im elektromagnetischen Spektrum ab, von Radiowellen über Mikrowellen und Infrarotstrahlung bis zu Röntgenstrahlung.

In einer willkürlichen - und wohl auch nicht strikt definierten - Trennung wird der jenseits der Röntgenstrahlung liegende Bereich im elektromagnetischen Spektrum von der Astroteilchenphysik abgedeckt, von MeV-Photonen bis zu den bisher erreichten Photonenergien von etwa 100 TeV. Die traditionell als "kosmische Strahlung" bezeichnete geladene Komponente hat durch Ablenkung in (inter-)galaktischen Magnetfeldern und im Erdfeld alle Richtungsinformation verloren (außer bei den höchsten, aber äußerst seltenen Energien). Photonen haben diese Einschränkung nicht, so dass nun auch Astronomie "im Lichte von TeV-Photonen" betrieben werden kann, das heißt, es können Richtung, Ausdehnung und Strahlungsspektren von Objekten im Weltall untersucht werden. Andere neutrale Teilchen, die ihre Richtungsinformation behalten, sind Neutrinos. Nachdem zunächst die Sonne im "Neutrinolicht" beobachtet werden konnte, versucht man jetzt auch galaktische und extragalaktische Objekte durch Nachweis hochenergetischer Neutrinos, zum Beispiel im Eis der Antarktis, zu untersuchen.

Die neuen Beobachtungen in der Astronomie haben auch einen außergewöhnlichen Aufschwung in den angrenzenden Gebieten, wie Astrophysik und Kosmologie, bewirkt. In der Astrophysik, die sich mit der physikalischen Interpretation der astronomischen Beobachtungen, insbesondere auch der Energieerzeugung in astronomischen

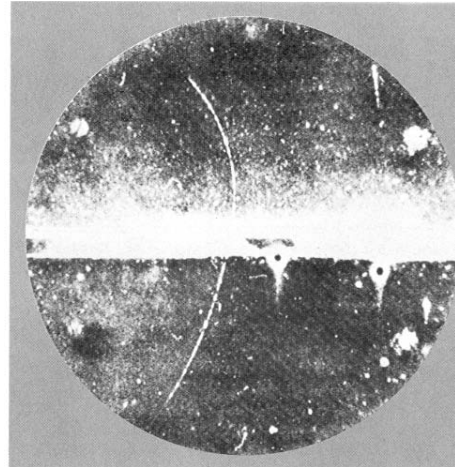
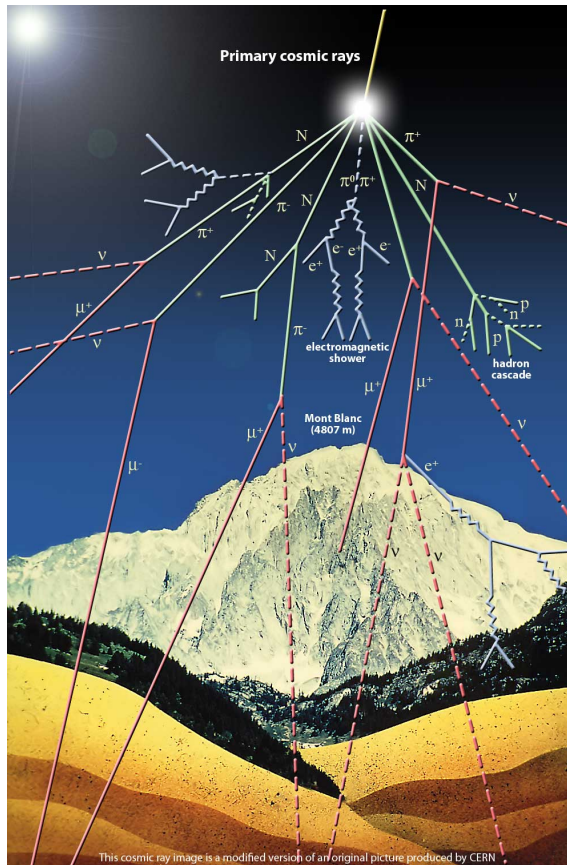


Abbildung 1.1: Kosmische Strahlung (auch “Höhenstrahlung”): Links: künstlerische Darstellung eines Luftschauers, der von einem hochenergetischen primären Teilchen der kosmischen Strahlung ausgelöst wurde. Rechts: Spur eines Positrons in einer Nebelkammer.

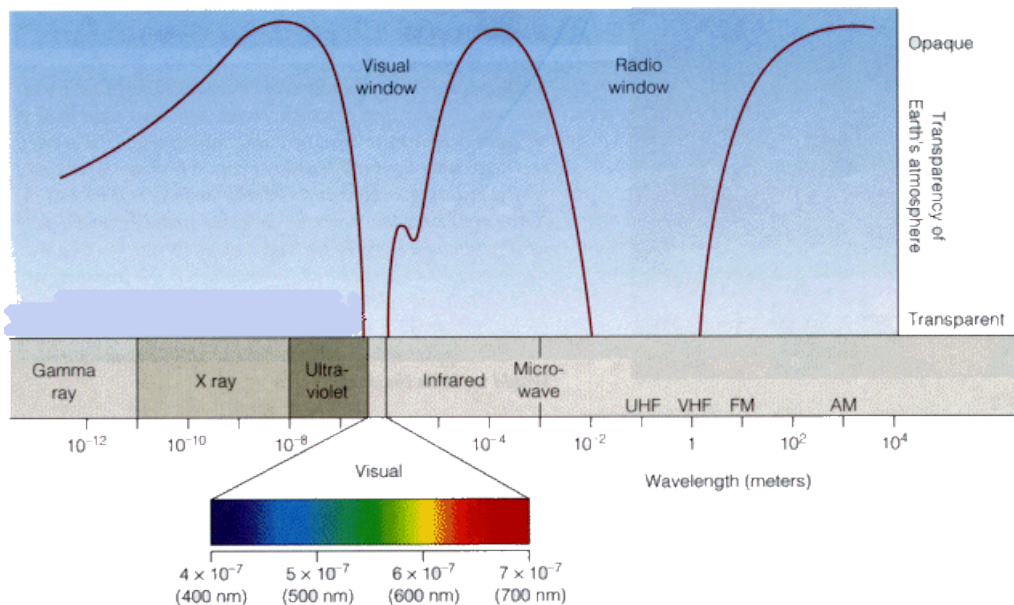


Abbildung 1.2: Transparenz der Erdatmosphäre für elektromagnetische Strahlung. Für astronomische Beobachtungen von der Erde stehen nur die Fenster im Optischen und im Radiowellenbereich zur Verfügung.

Objekten, beschäftigt, haben die Beobachtungen der TeV-Gamma-Strahlung neue Hinweise auf die Herkunft hochenergetischer kosmischer Strahlung gegeben. Auch die Kosmologie hat einen gewaltigen Sprung im Verständnis der Entwicklung des Universums gemacht. Es gibt heute ein ‘Standardmodell der Kosmologie’, das die Entwicklung des Universums vom Urknall bis heute - und vielleicht darüber hinaus - beschreibt. Für die frühe Phase nach dem Urknall sind teilchenphysikalische Prozesse relevant, deren Verständnis ebenfalls in jüngster Zeit wesentlich verbessert werden konnte.

Wir sprechen heute von einem **“goldenen Zeitalter der Astrophysik”**. Dabei kann man “Astrophysik” als die Verbindung zwischen Astronomie, Astrophysik, Astroteilchenphysik und Kosmologie ansehen. Die Fülle neuer Erkenntnisse ist durch eine neue Wechselwirkung zwischen den verschiedenen Gebieten, die zu einer wechselseitigen Befruchtung durch Informations- und Erfahrungsaustausch geführt hat, möglich geworden.

Geschichte und Entwicklung der Astroteilchenphysik: Die Geburtsstunde der Astroteilchenphysik ist die Entdeckung der kosmischen Strahlung durch Viktor Hess im Jahr 1912: In Ballonflügen stellte er fest, dass es neben einer Strahlung, die aus der Erde kommt, eine ionisierende Strahlung gibt, die mit der Höhe zunimmt. Im weiteren Verlauf hatte man herausgefunden, dass diese Strahlung von hochenergetischen, positiv geladenen Teilchen erzeugt wird, die aus dem Weltall kommen und in Wechselwirkungen mit unserer Atmosphäre Teilchenschauer erzeugen (Pierre Auger 1938). Bis in die 1950iger Jahre wurden in dieser Teilchenstrahlung immer neue Teilchen entdeckt, beginnend bei der bereits erwähnten Entdeckung des Positrons 1932, folgten die Myonen 1937, die geladenen Pionen und das neutrale K-Meson 1947, das neutrale Pion 1950 und schließlich die “seltsamen” Baryonen Λ , Ξ und Σ zwischen 1951 und 1953. Damit haben die Experimente mit der kosmischen Strahlung die Entwicklung der Teilchenphysik angestoßen. Beginnend in den 1950iger Jahren wurden Teilchenbeschleuniger, die kontrollierbare Experimente und hohe Raten bei stetig wachsenden Energien boten, für diese Suchen eingesetzt (das Antiproton wurde an dem eigens dafür gebauten Bevatron 1955 entdeckt). Erst in jüngster Zeit sucht man wieder in der Strahlung aus dem Kosmos nach - meistens exotischen - Teilchen mit Namen wie Wimps, Axionen oder magnetische Monopole. Die kosmische Strahlung wird aber nicht nur für teilchenphysikalische Experimente genutzt, sondern ist auch ein eigenständiger Forschungsgegenstand. Untersucht werden zum Beispiel die Zusammensetzung und das Energiespektrum der primären Strahlung. Teilchen mit Energien von 10^{20} eV und höher werden mit einem Fluß von weniger als einem Teilchen pro 200 km^2 und pro Jahr erwartet (Abb. 1.3). Die Detektoren, die solche Flüsse messen sollen, müssen sehr große Flächen haben. Das AUGER-Experiment in Argentinien deckt eine Fläche von etwa 3000 km^2 ab.

Mit der Beobachtung von **Neutrinos** von der Sonne seit 1967 (Experiment von R. Davis in der Homestake Mine, USA), mit Richtungsinformation seit 1987 (Kamiokande-Experiment), wurden erstmalig astronomische Beobachtungen mit nicht-elektromagnetischer Strahlung durchgeführt. Das beobachtete Defizit an solaren Neutrinos relativ zu der theoretischen Vorhersage löste eine “Neutrino-Industrie” aus. Durch eine genaue Vermessung der Flüsse von Sonnenneutrinos, von Neutrinos, die durch kosmische Strahlung in der Atmosphäre erzeugt werden, und von

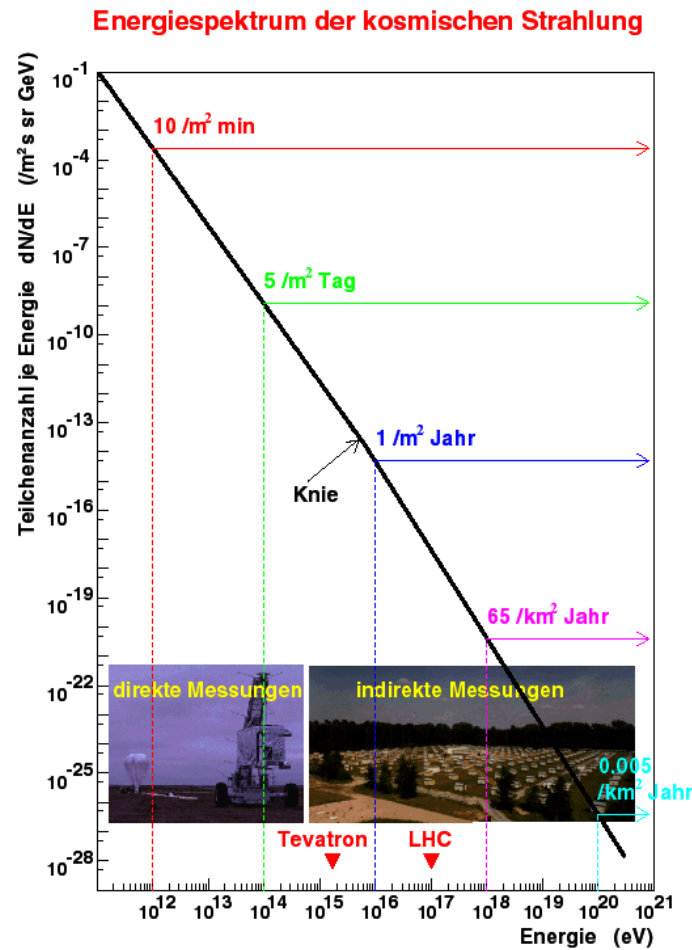


Abbildung 1.3: Energiespektrum der kosmischen Strahlung. Bei niedrigeren Energien können die Teilchen direkt mit Ballon- oder Satellitenflügen gemessen werden. Bei den höheren Energien werden die Luftschauer durch erdgebundene Detektoren nachgewiesen. Die Proton-Antiproton- beziehungsweise Proton-Proton-Kollisionen im Tevatron oder Large Hadron Collider haben Schwerpunktennergien (2 TeV und 14 TeV), die gleich der eines kosmischen Protons der angegebenen Energie im Zusammenstoß mit einem ruhenden Nukleon sind.

Reaktor(anti-)neutrinos ist nunmehr sicher, dass die drei Neutrinoarten miteinander mischen und auf ihrem Wege durch den Raum zwischen den verschiedenen Zuständen oszillieren (R. Davis und M. Koshiba Nobelpreis 2002). Ein nächster Schritt sollte die Beobachtung hochenergetischer Neutrinos von kosmischen Quellen sein, was wegen der geringen Neutrino-Wirkungsquerschnitte und den geringen erwarteten Flüssen eine sehr grosse Detektormasse voraussetzt. Als Detektormaterial bietet sich Wasser (Experiment im Baikalsee seit etwa 1993, Experiment im Mittelmeer in Vorbereitung) und Eis (Experimente in der Antarktis seit 1997) an.

Astronomie mit Gamma-Strahlung wurde durch Satellitenexperimente möglich. Schon seit Ende der 1960iger Jahre wurden so Beobachtungen von Röntgen- und Gammastrahlung gemacht. Für Photonen mit Energien oberhalb etwa 100 GeV wird der Fluß so klein, dass die Detektorflächen in satellitengestützten Experimenten nicht ausreichen. Hier lässt sich die Atmosphäre selbst als großvolumiger Detek-

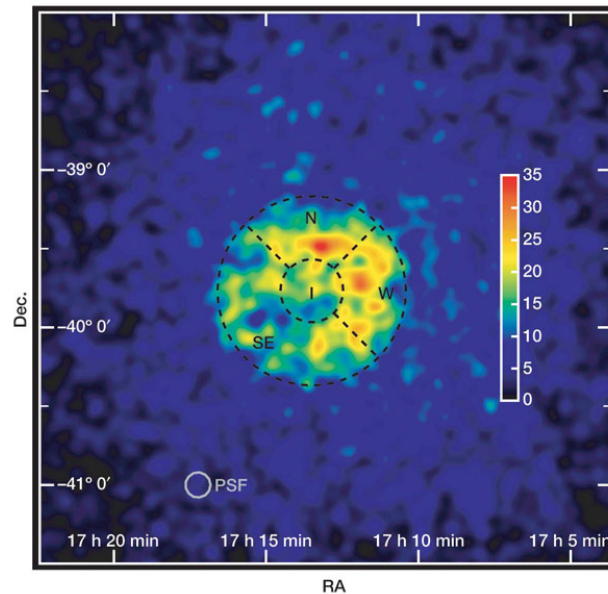


Abbildung 1.4: Karte der TeV-Gamma-Zählraten aufgenommen mit den HESS-Teleskopen im Bereich des Supernova-Restes RX J1713.7-3946. In der linken unteren Ecke ist die Teleskopauflösung angegeben (PSF = point spread function). Die Energieschwelle war bei etwa 800 GeV.

tor nutzen: die durch hochenergetische Photonen ausgelösten elektromagnetischen Schauer werden über die Cherenkov-Strahlung der Elektronkomponente mit großen Teleskopen beobachtet. Als erstes astronomisches Objekt wurde der Krebsnebel im Lichte der TeV-Gammastrahlung mit dem Whipple-Teleskop 1989 beobachtet. Der Krebsnebel gilt jetzt als “Standardkerze”, die mit der neuesten Generation von Teleskopen in Minuten beobachtet werden kann. Erst in jüngster Zeit ist es mit dem HESS-Teleskop gelungen, die räumliche Struktur von astronomischen Objekten, wie Supernova-Resten, zu bestimmen (Abb. 1.4).

Photonen im TeV-Bereich stellen damit die höchstenergetische Strahlung dar, von der wir bestimmen können, woher sie kommt. Das Studium der Quellen für diese Strahlung (hoffentlich demnächst auch mit Neutrinos), könnte Aufschluss über den Ursprung der hochenergetischen kosmischen Strahlung sein. Die Erzeugungsmechanismen für die höchsten Energien im Spektrum der kosmischen Strahlung, das sich bis 10^{21} eV ausdehnt, gehören zu den verbleibenden Rätseln, die die Astroteilchenphysik zu lösen hat.

Die moderne Kosmologie hatte ihren Ausgangspunkt in Hubble’s Entdeckung, dass das Weltall expandiert (1929), der Grundlage der Urknall-Hypothese: danach hat sich das Universum aus einer heißen, dichten Ursuppe hin zu dem heutigen Zustand mit Sternen, Galaxien und Strahlung entwickelt. Die Dynamik des expandierenden Universums wird im Rahmen der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) durch die Massendichten als Lösungen der Einstein-Gleichungen beschrieben. Wichtige Bestätigungen hat das Urknallmodell durch die gemessenen Häufigkeiten der leichten Elemente im Universum und dem Nachweis der kosmischen Hintergrundstrahlung (1965) gefunden. Die Parameter dieses Modells, dem “Standardmodell der Kosmologie” wurden vor allem durch die satelliten-basierten Messungen der kosmi-

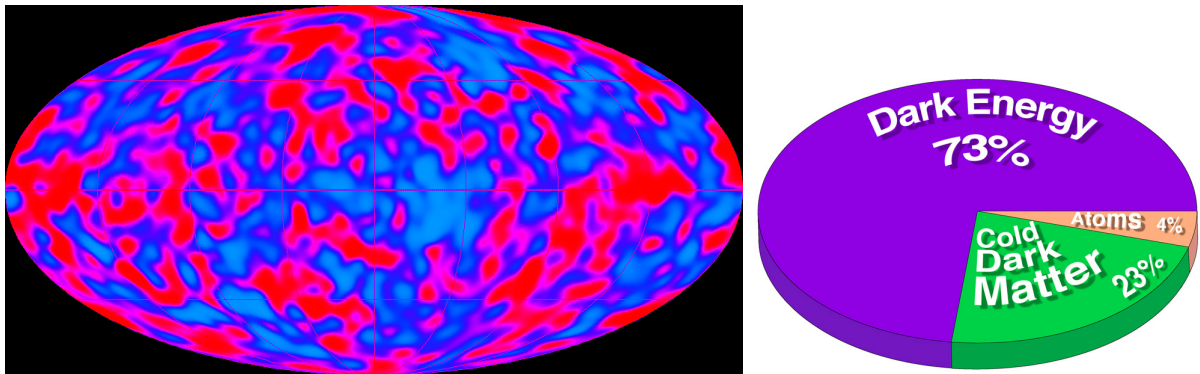


Abbildung 1.5: Links: Die von COBE gemessenen Fluktuationen der kosmischen Hintergrundstrahlung in der Größenordnung 10^{-5} K bei einer mittleren Temperatur von 2.73 K. Die Daten sind von dem COBE Satelliten mit einer Winkelauflösung von 7° aufgenommen worden, der Nachfolger WMAP (gestartet 2001) hat Auflösungen um 0.5° erreicht. Rechts: Die durch die CMB-Messungen bestimmten Anteile an der Energie- bzw. Massendichte des Universums.

schen Hintergrundstrahlung (CMB), begonnen mit dem COBE Satelliten (COBE = COsmic Background Explorer, gestartet 1989, erste Ergebnisse 1992, Nobelpreis 2006) mit hoher Präzision bestimmt (Abb. 1.5 links).

Eines der spannendsten Resultate der CMB-Missionen ist die Erkenntnis, dass zu der Energie- bzw. Massendichte des Universums die uns vertraute “baryonische Materie” mit nur etwa 4 bis 5% beiträgt, wovon auch nur etwa 1/4 durch Leuchten sichtbar ist. Der Rest ist “Dunkle Materie” (etwa 25%) und “Dunkle Energie” (etwa 70%), siehe Abb. 1.5 rechts. Während die Teilchenphysik für die Dunkle Materie Erklärungen anbietet, ist die Dunkle Energie noch rätselhafter und hat sich bisher einer allgemein anerkannten theoretischen Beschreibung entzogen. Die Dunkle Energie übt einen negativen Druck, entsprechend einer “Anti-Gravitation”, aus und führt deshalb zu einer beschleunigten Expansion des Weltalls. Diese beschleunigte Expansion wird durch Beobachtungen von Supernovae mit großer Rotverschiebung bestätigt.

Forschungsthemen der Astroteilchenphysik: Um nicht die schwierige Frage, was zur Astroteilchenphysik gehört und was zur Astronomie oder Teilchenphysik, orientieren wir uns daran, welche Projekte das Forschungsministerium (BMBF) unter dem Titel “Astroteilchenphysik” fördert (Abb. 1.6):

Seit 1999 findet alle zwei Jahre ein Treffen der deutschen Astroteilchenphysiker statt, das letzte 2005 unter der Überschrift “Astroteilchenphysik in Deutschland: Status und Perspektiven 2005”. Die Themen auf dem Plakat in Abb. 1.6 geben an, was

- γ -Astronomie,
- kosmische Strahlung (geladene Komponente),
- Neutrino-Astrophysik,
- Neutrinomassen,



Abbildung 1.6: Plakat zu einem der regelmäßigen Treffen der Astroteilchenphysiker in Deutschland, bei dem die laufenden und geplanten Projekte, die vom BMBWF unter dem Titel “Astroteilchenphysik” gefördert werden, vorgestellt und diskutiert werden [2].

- Dunkle Materie,
- Gravitationswellen,
- Kosmologie.

Deutschland ist mit diesem Themenkatalog an den wichtigsten Fragestellungen und Entwicklungen in der Astroteilchenphysik beteiligt, zum Teil auch in führender Rolle. Außer den Gravitationswellen wurden alle Themen in dieser Einleitung bereits angesprochen. Der Nachweis von Gravitationswellen wäre ein weiterer wichtiger Beleg, dass wir mit unseren theoretischen Grundannahmen über die Dynamik des Universum, basierend auf der Allgemeinen Relativitätstheorie, richtig liegen. Der Astroteilchenphysik wird das Forschungsgebiet wahrscheinlich weniger wegen der möglichen Teilchennatur der Gravitationswellen (Gravitonen) zugeordnet, sondern eher, weil die Detektoren für Gravitationswellen eine Größenordnung haben, die zu den anderen Experimenten der Astroteilchenphysik gut passt.

Die Humboldt-Universität beteiligt sich zur Zeit an zwei Experimenten der Astroteilchenphysik: Auf dem Gebiet der γ -Astronomie beteiligt sich die Gruppe von Prof. Lohse an dem Experiment HESS in Namibia (Abb. 1.7). Ich selbst beteilige mich, zusammen mit einer Gruppe des DESY, an dem Experiment IceCube, das zur Zeit im antarktischen Eis installiert wird und mit dem insbesondere nach Neutrino-



Abbildung 1.7: Die HESS-Teleskope in Namibia.

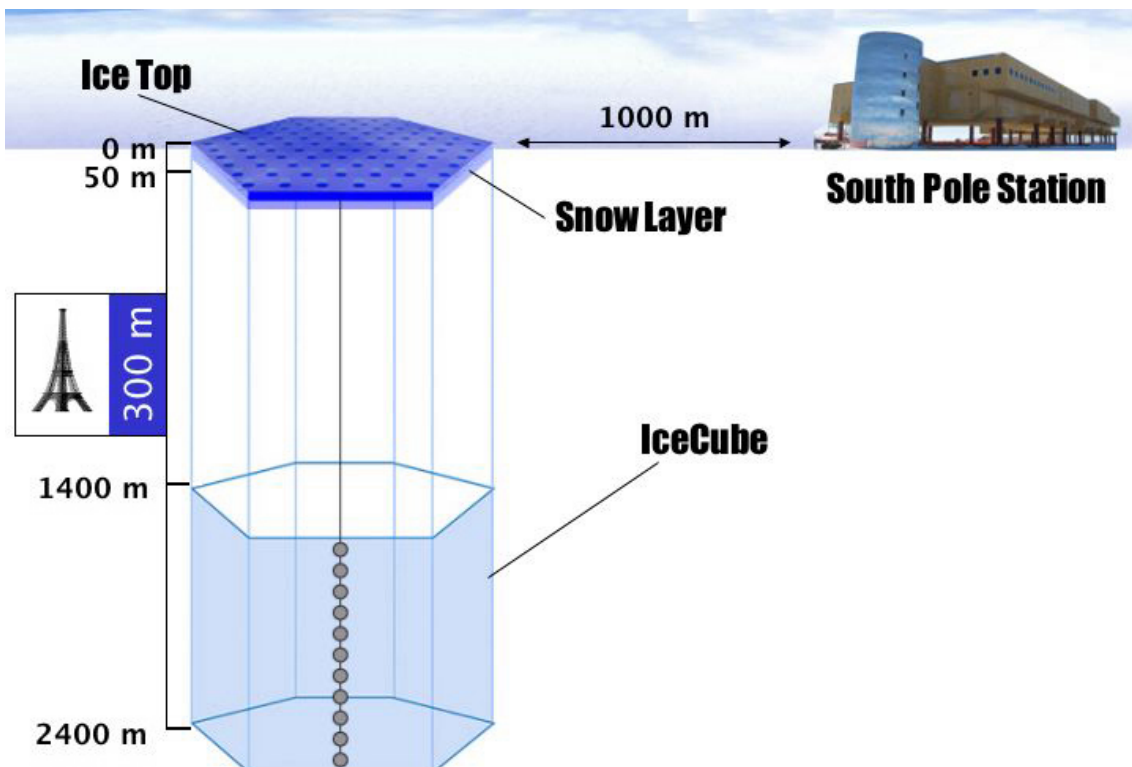


Abbildung 1.8: Schematische Darstellung des IceCube-Detektors im antarktischen Eis. Der 'InIce'-Detektor auf der Eisoberfläche wird von dem Luftschauerdetektor IceTop abgedeckt.

Punktquellen gesucht werden soll (Abb. 1.8). Auf die physikalischen Fragestellungen der Experimente, an denen die Humboldt-Universität beteiligt ist, werde ich naturgemäß genauer eingehen.

Gliederung der Vorlesung: Die Vorlesung beginnt mit einer Einführung in unser heutiges Wissen über die **Entwicklung des Universums**. Im Folgenden wird dann die **kosmische Strahlung** als Grundlage der experimentellen Astroteilchenphysik und der Nachweis der verschiedenen Komponenten ausführlich besprochen. Bevor dann die Herkunft der Strahlung und mögliche kosmische **Beschleunigungsmechanismen** diskutiert werden, wird ein Überblick über die **Entwicklungsstadien von Sternen** gegeben, die in ihren Endstadien Quellen hochenergetischer Strahlung sein können. Abschließend soll dann noch der Stand der Suche nach **Dunkler Materie** besprochen werden.

Literatur zur Vorlesung: Einen guten Überblick über das Gebiet der Astroteilchenphysik gibt das Buch von C. Grupen [3], eines der wenigen auf dem Gebiet in Deutsch und zudem vielleicht das preisgünstigste. Die neuere Ausgabe in Englisch [4] scheint dem Inhalt dieser Vorlesung etwas näher zu kommen, insbesondere enthält sie auch zusätzliche Kapitel über Kosmologie und das frühe Universum. Einen Überblick bekommt man durch die Vorträge bei den Treffen der Astroteilchenphysiker (zum Beispiel [2]). Ein Klassiker der Astroteilchenphysik ist das Buch von T. Gaisser [1], mit dem Schwerpunkt auf der kosmischen Strahlung. Eine ähnliche Zielrichtung haben die Bücher von T. Stanev [5] und R. Schlickeiser [14], insbesondere letzteres theoretisch etwas anspruchsvoller. Für die theoretischen Modelle der Beschleunigungsmechanismen werden wir uns an den Büchern von M.S. Longair [6] und P. Schneider [13] orientieren. Astrophysikalische Grundkenntnisse findet man in [7, 8]. Sterne und andere kosmischen Objekte, die als Teilchenbeschleuniger in Frage kommen, werden in [12] behandelt. Die mehr teilchenphysikalischen Aspekte werden in [9, 10] betont (eventuell soll das durch die Titel “Teilchenastrophysik” zum Ausdruck gebracht werden). Die kosmologischen Fragen werden in [11, 13] behandelt und populär-wissenschaftlich auch in den bekannten Büchern von Weinberg [15] und Fritzsche [16]. Im “Review of Particle Physics” schließlich findet man eine Sammlung relevanter astrophysikalischer und kosmologischer Größen, sowie auch Material über Teilchendetektoren.

Es gibt zu der Vorlesung ein Skript, das auf der Web-Seite [18] zu finden ist. Allerdings werde ich das Skript parallel zu der laufenden Vorlesung bearbeiten. Die jeweils fertig überarbeiteten Teile werde ich entsprechend markieren. Es ist deshalb ratsam, immer nur für die nächste Vorlesung den entsprechenden Teil des Skripts auszudrucken.

Kapitel 2

Die Entwicklung des Universums

2.1 Einführung

Die Frage nach dem Ursprung und der Entwicklung des Universums ist eng verknüpft mit den Fragen nach der Struktur der Materie und deren Verhalten unter extremen Bedingungen. Viele experimentelle Ergebnisse deuten darauf hin, dass sich das Universum in einem Urknall ('Big Bang') aus einem extrem heißen Feuerball entwickelt hat. Mit dem Urknall begann das Universum zu expandieren und durchlief dabei unterschiedliche Entwicklungsphasen beginnend bei höchsten Energien und Dichten.

Um die gegenwärtige Entwicklung des Universums zu beschreiben, spielt nur die Gravitation als Wechselwirkung eine Rolle, weil alle anderen Wechselwirkungen durch entgegengesetzte Ladungen auf makroskopischen Abständen neutralisiert sind. Das war in den ersten Sekunden nach dem Urknall anders: Das frühe Universum hat Phasen durchlaufen, in denen die Energien der Teilchen in dem Feuerball auftraten, die weit jenseits der uns mit Beschleunigern jemals zugänglichen Energien lagen. Durch das Verständnis der ersten Sekunden nach dem Urknall erhofft man sich Aufschluß über Fragen, die jenseits des Standardmodells der Teilchenphysik liegen, wie die 'Große Vereinheitlichung' (GUT), die Physik auf der Planck-Skala und, damit verbunden, die Vereinheitlichung der Gravitation mit den anderen Wechselwirkungen (Abb. 2.1 und Abb. 2.2).

Es gibt zu diesem Thema viel populärwissenschaftliche Literatur (u.a. S. Weinberg: 'Die ersten drei Minuten' [15], H. Fritzsche: 'Vom Urknall zum Zerfall' [16]). In der empfohlenen Literatur finden sich Beiträge zu diesem Thema insbesondere bei Schneider [13], Grupen in der englischen Fassung [4], Demtröder [8], Coles und Lucchin [11] und Klapdor-Kleingrothaus, Zuber [9].

2.2 Das Urknall-Modell

Noch Einstein hatte bei der Entwicklung der Allgemeinen Relativitätstheorie, der heute gängigen Theorie der Gravitation, angenommen, dass sich das Universum in einem statischen Zustand befindet. Mit der Entdeckung durch Hubble 1929, dass sich das Universum ausdehnt, hat sich das Urknall-Modell zum Standardmodell der Kosmologie entwickelt. Die wesentlichen experimentellen Stützpfeiler für dieses Modell sind:

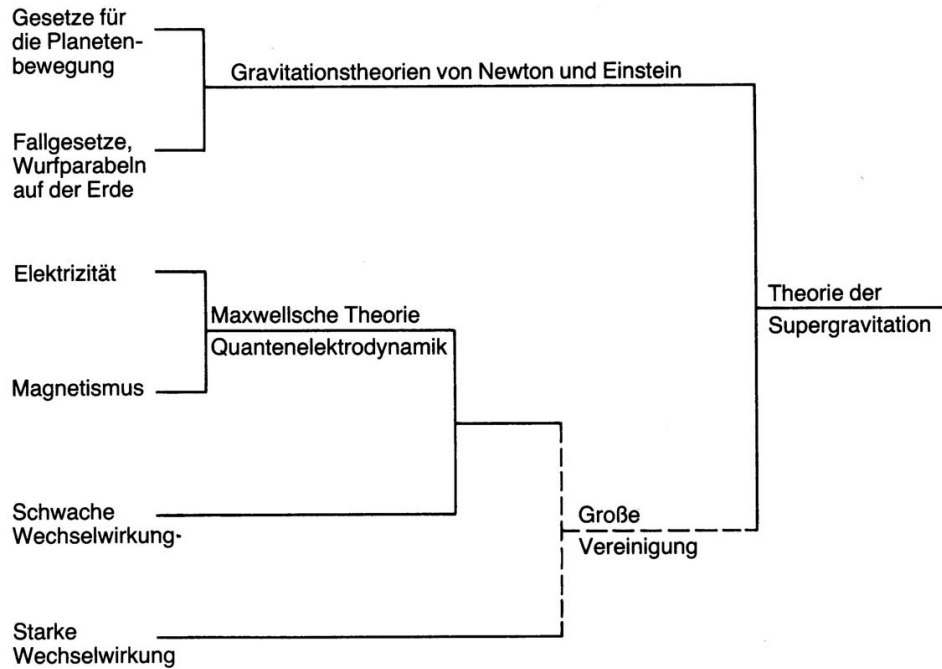


Abbildung 2.1: Die Vereinheitlichung der Wechselwirkungen: den Schritt zur Großen Vereinigung der starken und elektro-schwachen Wechselwirkung und schließlich deren Vereinigung mit der Gravitation hofft man aus einer Analyse der Entwicklung des frühen Universums bei sehr kleinen Abständen und hohen Energien zu verstehen.

- Die über die Rotverschiebung von Spektrallinien gemessenen Fluchtbewegungen von Galaxien, aus der Hubble die Expansion des Weltalls schloß.
- Die kosmische Hintergrundstrahlung ('3K-Strahlung'), die als die vom Urknall übriggebliebene und durch die Expansion abgekühlte Strahlung vorhergesagt (Gamov 1948) und auch entdeckt wurde (Penzias und Wilson, 1964).
- Die gemessene Häufigkeit der in den ersten vier Minuten nach dem Urknall erzeugten leichten Elemente stimmt über 10 Größenordnungen mit den Berechnungen nach dem Urknallmodell überein.

2.2.1 Die Metrik des gekrümmten Raums

Nach Einstein wird die Gravitation durch die Geometrie des Raumes beschrieben: die Massenverteilung im Universum erzeugt eine Krümmung des Raumes, der 'fallende' Körper auf Geodäten folgen. Unsere Beobachtungen zeigen, dass das Universum auf genügend großen Skalen homogen und isotrop ist, wie man am Beispiel der Verteilung von Galaxien (Abb. 2.3) oder der gemessenen Isotropie der 3K-Hintergrundstrahlung sieht. Aus der Homogenität und Isotropie folgt das **Kosmologische Prinzip**: für alle Beobachter, unabhängig von Ort und Beobachtungsrichtung, soll das Universum gleich aussehen. In diesem Fall muß der dreidimensionale Raum eine konstante Krümmung haben.

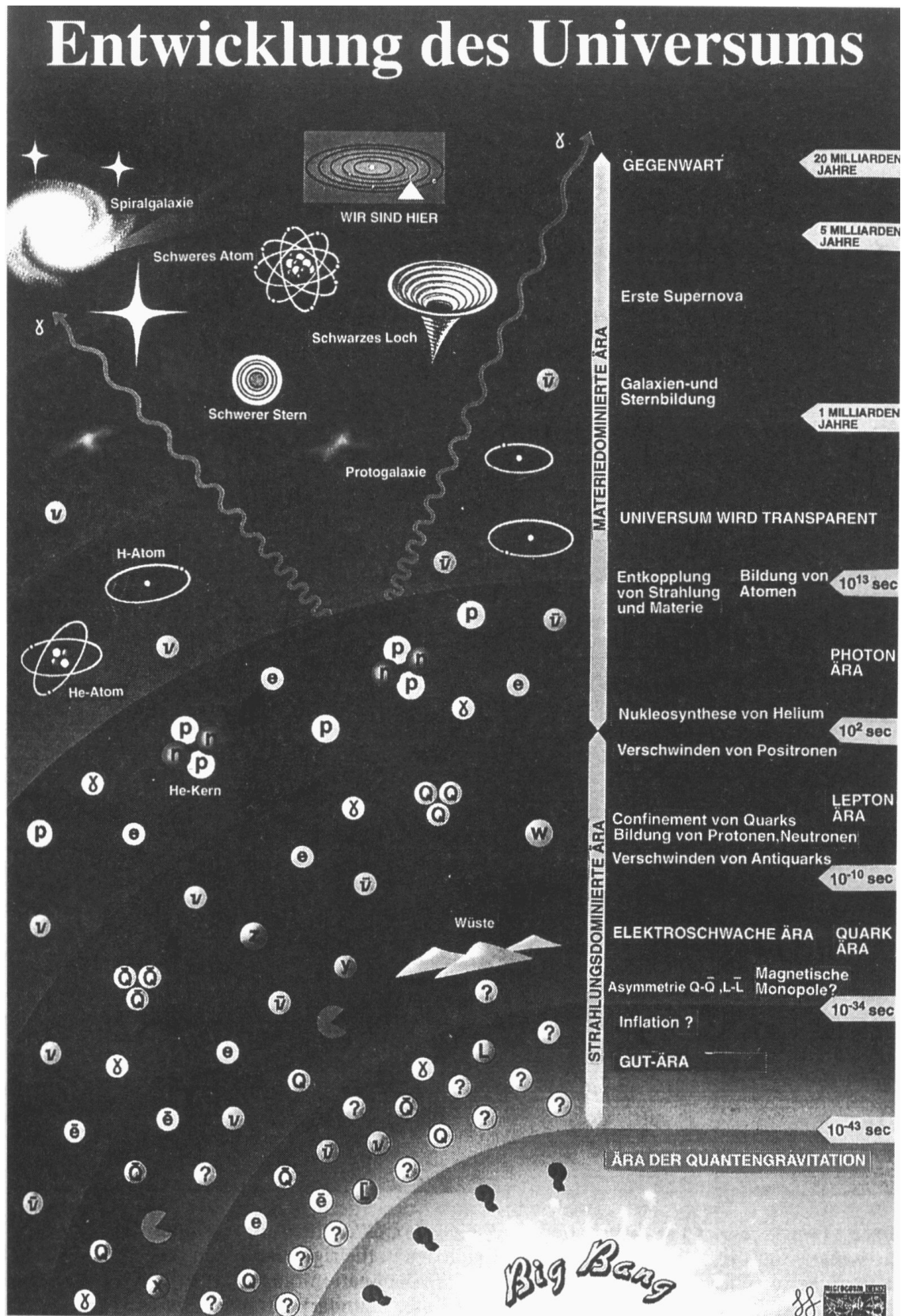


Abbildung 2.2: Die Entwicklung des Universums.

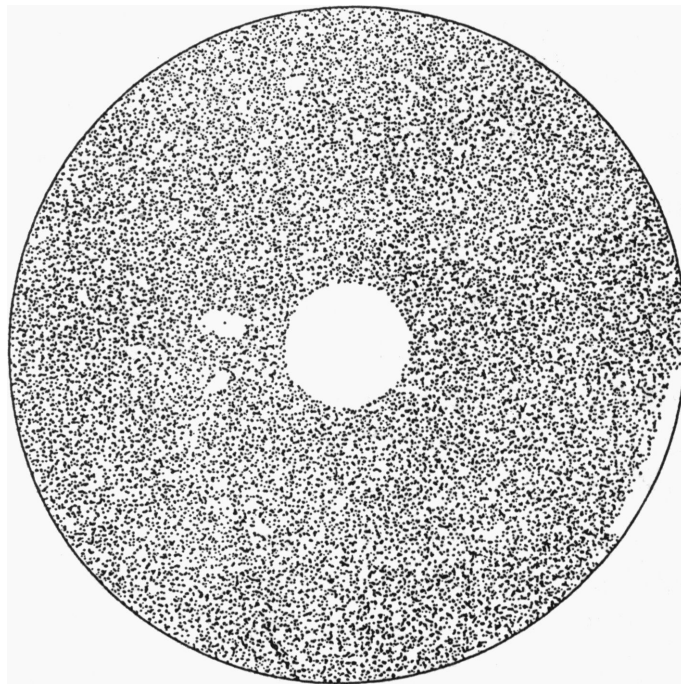


Abbildung 2.3: Die Verteilung von Radioquellen aufgenommen in einer Durchmusterung bei 6 cm Wellenlänge. In der Mitte ist der galaktische Nordpol, am Rand der galaktische Äquator.

Robertson-Walker-Metrik: Ein dreidimensionaler Raum positiver, konstanter Krümmung kann als Oberfläche einer Kugel in einem vierdimensionalen Raum aufgefasst werden:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = R^2 = \text{konstant}, \quad (2.1)$$

analog der zweidimensionalen Oberfläche einer Kugel. Diese Analogie kann durchaus für ein anschauliches Verständnis des gekrümmten Raumes herangezogen werden, zum Beispiel: Wie die zweidimensionale Oberfläche einer Kugel im dreidimensionalen Raum keine Begrenzung, aber trotzdem eine endliche Fläche hat, so hat auch der durch (2.1) dargestellte dreidimensionale Raum keine Begrenzung, aber ein endliches Volumen. Der vierdimensionale Raum, in den wir die dreidimensionale Kugel eingebettet haben, hat keine reale Bedeutung, sondern wird hier nur als Konstruktionshilfe benutzt.

Den Kugelkoordinaten entsprechen im vierdimensionalen Raum drei Winkel und ein Radius:

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) \rightarrow (r, \psi, \theta, \varphi) \quad (2.2)$$

mit $r \geq 0$, $0 \leq \psi \leq \pi$, $0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Punkte auf der Kugel haben die Koordinaten:

$$\begin{aligned} x_1 &= R \sin \psi \sin \theta \cos \varphi, \\ x_2 &= R \sin \psi \sin \theta \sin \varphi, \\ x_3 &= R \sin \psi \cos \theta, \\ x_4 &= R \cos \psi. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Das Linienelement auf der dreidimensionalen ‘Kugeloberfläche’ ist:

$$\begin{aligned} d\ell^2 &= dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2 = d\ell_\psi^2 + d\ell_\theta^2 + d\ell_\varphi^2 \\ &= R^2 [d\psi^2 + \sin^2 \psi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)] \end{aligned} \quad (2.4)$$

Ein Volumenelement in diesem dreidimensionalen Raum (definiert als Hyperfläche im vierdimensionalen Raum) ist durch das Produkt der Linienelemente (siehe Übungsaufgabe) gegeben:

$$dV = d\ell_\psi d\ell_\theta d\ell_\varphi \quad (2.5)$$

Nach Integration über den Wertebereich der Winkel (bei festem R) ergibt sich das Volumen, das als Volumen des Universums zu interpretieren ist:

$$V = 2\pi^2 R^3 \quad (2.6)$$

Man kann nun eine Entfernung r' wie folgt einführen:

$$r' = R \sin \psi. \quad (2.7)$$

Daraus ergibt sich:

$$dr' = R \cos \psi d\psi = R \sqrt{1 - \sin^2 \psi} d\psi = R \sqrt{1 - (r'/R)^2} d\psi \quad (2.8)$$

Damit läßt sich die Koordinate ψ in dem Linienelement (2.4) eliminieren und man erhält:

$$d\ell^2 = \frac{dr'^2}{1 - r'^2/R^2} + r'^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (2.9)$$

Der zweite Term in der letzten Zeile ist das Linienelement auf der zweidimensionalen Oberfläche einer dreidimensionalen Kugel mit dem Radius r' . Durch Integration der Flächenelemente $dS = d\ell_\theta d\ell_\varphi = r'^2 \sin \theta d\theta d\varphi$ über den Definitionsbereich der Winkel θ und φ ergibt sich die gewohnte zweidimensionale Kugeloberfläche in einem dreidimensionalen Raum zu $S = 4\pi r'^2$.

Wir können das räumliche Linienelement in (2.9) mit dem Faktor R^2 skalieren, um eine normierte, von der Expansion unabhängige Entfernung r durch $r^2 = r'^2/R^2$ zu definieren. Der Skalierungsfaktor R^2 wird positiv definiert und das mögliche Vorzeichen wird in einem Krümmungsparameter k absorbiert, der auf die Werte $0, \pm 1$ eingeschränkt ist:

$$d\ell^2 = R^2 \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right) \quad (2.10)$$

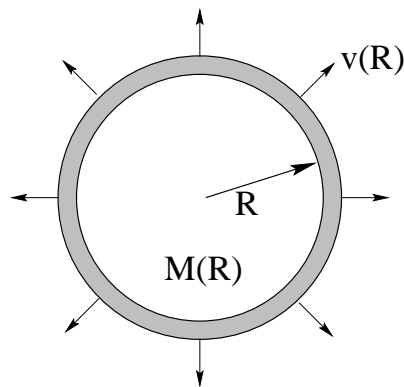
Dann ist $r' = Rr$ der physikalische Radius, r der Koordinatenradius und der Raum hat die Krümmung k/R . Damit wurde die gesamte Dynamik der Expansion des Weltalls in die Zeitabhängigkeit des Skalenfaktors $R = R(t)$ gesteckt. Für $R \rightarrow 0$, das heißt, wenn wir uns in Richtung Urknall bewegen, werden alle Abstände klein, $d\ell \rightarrow 0$. Andererseits bleiben alle Strukturen, in Abständen r gemessen, gleich; das Universum skaliert nur.

Das vollständige Robertson-Walker-Linienelement legt die Raum-Zeit-Vermessung des Kosmos fest:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right) \quad (2.11)$$

Tabelle 2.1: Mögliche Raumkrümmung und Expansionsverhalten des Universums (ohne Berücksichtigung der “kosmologischen Konstanten”).

Typ	Geometrie	Krümmung	$\Omega = \rho/\rho_c$	Universum
$k = +1$	sphärisch	positiv	> 1	geschlossen
$k = 0$	euklidisch	keine (eben)	$= 1$	flach
$k = -1$	hyperbolisch	negativ	< 1	offen

Abbildung 2.4: Zur Bestimmung der Gesamtenergie $E = E_{kin} + E_{pot}$ einer expandierenden Kugelschale.

Die Koordinaten beziehen sich auf ein mitbewegtes Koordinatensystem, es wird kein Koordinatensystem bevorzugt.

Die Weltlinie eines Photons ist durch $ds^2 = 0$ gegeben:

$$ds^2 = 0 \Rightarrow \frac{dl}{dt} = c \quad (2.12)$$

Expansion des Universums

Der Parameter k charakterisiert die Geometrie der Räume konstanter Krümmung (Tabelle 2.1) und die Krümmung bestimmt das Expansionsverhalten: für $k = +1$ wird die Expansion mit der Zeit geringer und das Universum fällt wieder in sich zusammen, für $k = -1$ expandiert das Universum ewig.

Wie sich unser Universum entwickeln wird, hängt von der Massen- oder Energiedichte ab¹ In Abb. 2.4 ist ein kugelförmiger Ausschnitt aus dem Universum gezeigt,

¹Zu der Anwendbarkeit der hier benutzten Argumente der Newton’schen Mechanik siehe Seite 22.

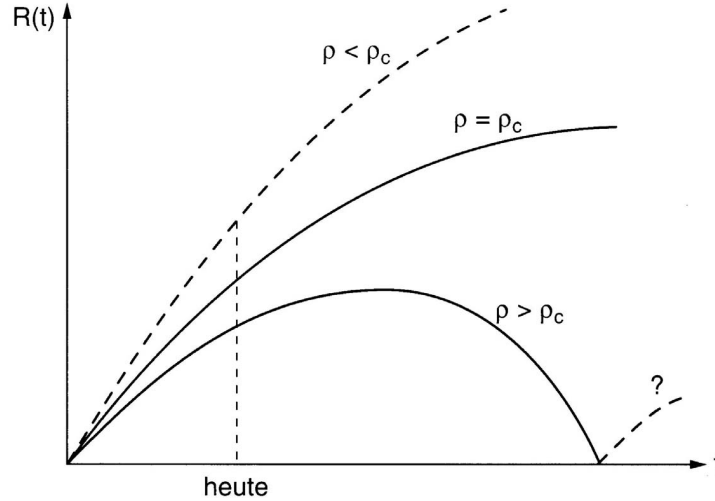


Abbildung 2.5: Zeitabhängigkeit des Skalenparameters $R(t)$ für verschiedene Dichten relativ zur kritischen Dichte.

der homogen mit mittlerer Dichte ρ von Galaxien ausgefüllt ist. Der Radius der Kugel skaliert mit dem Skalenfaktor R , wie beim Aufblasen eines Luftballons. Deshalb ist in Abb. 2.4 ohne Beschränkung der Allgemeinheit der Radius auf R gesetzt. Ein Beobachter im Zentrum der Kugel sieht, dass sich alle Galaxien mit einer Fluchtgeschwindigkeit v wegbewegen. Die Galaxien in der Kugelschale mit Radius R haben die Masse $m = 4\pi R^2 dR \rho$ und bewegen sich mit der Geschwindigkeit

$$\dot{R} = v(R) = H \cdot R. \quad (2.13)$$

Diese Abhängigkeit der Fluchtgeschwindigkeit vom Radius wurde von Hubble gefunden (H = Hubble-Konstante). Damit ist die Gesamtenergie der Galaxien in der Kugelschale:

$$E = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2} m H^2 R^2 - G \frac{m M(R)}{R} \quad (2.14)$$

Dabei ist $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} = 6.71 \cdot 10^{-39} \hbar c (\text{GeV}/c^2)^{-2}$ die Gravitationskonstante und

$$M(R) = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho \quad (2.15)$$

die Masse innerhalb der Kugel. Damit erhält man für die Energie:

$$E = \frac{1}{2} m R^2 \left(H^2 - \frac{8\pi G \rho}{3} \right) = \text{const} \quad (2.16)$$

Für $E > 0$ überwiegt die kinetische Energie und das Universum wird sich immer ausdehnen; für $E < 0$ wird es irgendwann aufgrund der Gravitation kollabieren. Der Umkehrpunkt bei $E = 0$ entspricht einer kritischen Dichte ρ_c . Aus (2.16) erhält man:

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} \quad (2.17)$$

Im allgemeinen ist für ein expandierendes Universum die Dichte und damit auch die Hubble-Konstante zeitabhängig (deshalb besser: Hubble-Parameter). Der klassi-

schen Gleichung (2.16) entspricht in der Allgemeinen Relativitätstheorie die Friedmann-Gleichung (für eine homogene, isotrope ideale Flüssigkeit):

$$H(t)^2 = \left(\frac{\dot{R}}{R} \right)^2 = \frac{8\pi G \rho}{3} - k \frac{c^2}{R^2} \quad (2.18)$$

Der Gesamtenergie in (2.16) entspricht der Krümmungsterm $\sim 1/R^2$ mit dem Vorzeichenfaktor k , den wir weiter unten genauer betrachten. Die verschiedenen Lösungen für $R(t)$ hängen von der Dichte relativ zur kritischen Dichte,

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}, \quad (2.19)$$

ab. Die Verhältnisse sind in Abb. 2.5 dargestellt.

Dichte des Universums: Wenn man in (2.18) $\rho = \Omega \cdot \rho_c$ einsetzt, ergibt sich:

$$H^2(\Omega - 1) = k \frac{c^2}{R^2}, \quad (2.20)$$

das heißt, das Vorzeichen von k ist durch $\Omega \gtrless 1$ gegeben. In Tabelle 2.1 sind die drei Szenarien für die Entwicklung des Universums aufgelistet (zunächst hier ohne Berücksichtigung der ‘kosmologischen Konstante’, siehe Seite 22):

- $k = +1$: Das Universum ist ‘geschlossen’, das heißt die Massendichte ρ ist so groß, dass die Gravitation die Expansion abbremst und das Universum wieder kollabiert. Das könnte zyklisch verlaufen wie in Abb. 2.5 für $\rho > \rho_c$ angedeutet.
- $k = +0$: Das Universum ist ‘flach’, die Metrik ist euklidisch. Die Expansionsgeschwindigkeit nimmt ab, es gibt aber keine Umkehr der Bewegung ($E = 0$).
- $k = -1$: Das Universum ist ‘offen’, es expandiert unendlich.

Die Frage, welches der Szenarien für unser Universum zutrifft, ist bis heute nicht beantwortet. Der heutige Wert von Ω läßt sich durch Messung der Hubble-Konstante, die nach (2.17) die kritische Dichte festlegt, und der Massendichte im Weltall bestimmen. Der heutige Wert des Hubble-Parameters H_0 ist [17]:

$$H_0 = 100 \cdot h_0 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \quad \text{mit } h_0 = 0.73 \pm 0.03 \quad (2.21)$$

Die Unsicherheit in dem normierten Hubble-Parameter h_0 hat sich in den letzten Jahren enorm verringert. Vor etwa 15 Jahren war der Hubble-Parameter noch nicht einmal auf einen Faktor 2 genau bekannt.

Hier wurde die in der Astronomie gebräuchliche Einheit 1 Parsec = 1pc = 3.262 Lichtjahre benutzt. Es folgt die kritische Dichte:

$$\rho_c = 18.8 \cdot h_0^2 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3 \approx 11 h_0^2 \text{ Protonen/m}^3 \quad (2.22)$$

Problematisch gestaltet sich die Bestimmung der heutigen Dichte ρ . Aus verschiedenen Beobachtungsmethoden ergeben sich teilweise widersprechende Werte für den Parameter $\Omega = \rho/\rho_c$:

Beobachtung	Ω_0	$\Delta\Omega_0$
sichtbare Materie in Sternen und Galaxien	< 0.01	0.003 - 0.007
Dynamik von Galaxien (Anwendung des Virialsatzes):		
- Galaxien	0.06	0.02 - 0.10
- Doppelgalaxien	0.10	0.03 - 0.15
- Galaxienhaufen	0.25	0.15 - 0.35
Häufigkeit der primordialen Elemente	0.1	0.009 - 0.14
Dichte der Galaxien in großer Entfernung	0.9	0.4 - 1.6

Diese grob unterschiedlichen Ergebnisse scheinen auf ein grundsätzliches Problem hinzuweisen. Der Unterschied zwischen der sichtbaren und der aus der Galaxiendynamik bestimmten Materie hat zu der Hypothese geführt, dass es ‘dunkle Materie’ gibt, die nicht oder nur sehr schwach mit der übrigen Materie wechselwirkt. Dabei ist zu beachten, dass die ‘sichtbare Materie’ oder ‘baryonische Materie’ sowohl die leuchtende als auch die aus Absorptionsmessungen bestimmte nichtleuchtende Materie einbezieht. Wir glauben heute, dass die Dunkle Materie den größten Anteil an der gesamten Masse im All ausmacht. Wir kommen später noch einmal auf das Problem der Dunklen Materie zurück.

Lösungen für $R(t)$: Um die Friedmann-Gleichung (2.18) lösen zu können, benötigt man einen Ansatz für die zeitliche Entwicklung der Energiedichte ρ . Die Materie und Strahlung im Universum müssen thermodynamische Zustandsgleichungen erfüllen. Die Energiebilanz fordert, dass die Energieänderung in einem mitgeführten Volumenelement gleich dem negativen Produkt aus Volumenänderung und Druck ist:

$$d(\rho R^3) c^2 = -p d(R^3) \implies d\rho = -\frac{3}{R} \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right) \quad (2.23)$$

Für die Zustandsgleichung $p = p(\rho)$ kann man zwei Grenzfälle betrachten (siehe Anhang B.1):

- **Strahlungsdominierte Phase:** Kurz nach dem Urknall war das Universum dicht und heiß und die Teilchenenergien sehr groß gegenüber den Massen. Die Zustandsgleichung für ein solches relativistisches Gas ist:

$$p = \frac{1}{3} \rho c^2 \stackrel{(2.23)}{\implies} \rho \sim R^{-4} \quad (2.24)$$

- **Materiedominierte Phase:** Das ist die Phase, in der wir uns zur Zeit befinden: die kalte, geklumpfte Materie übt keinen Druck aus. Die Zustandsgleichung ist dann annähernd:

$$p = 0 \stackrel{(2.23)}{\implies} \rho \sim R^{-3} \quad (2.25)$$

Die letzte Gleichung drückt einfach die Erhaltung der Energie in Form von Masse aus. Im Falle der Strahlungsdominanz kommt in (2.24) ein zusätzlicher Faktor $1/R$ deshalb hinzu, weil die Quanten eine Rotverschiebung proportional R erfahren, was die Energiedichte zusätzlich herabsenkt.

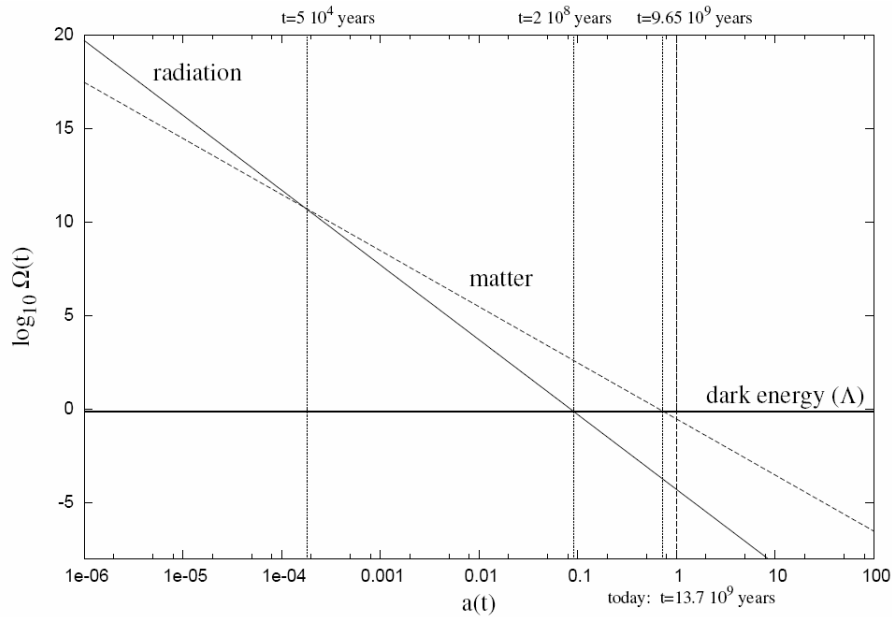


Abbildung 2.6: Die Dichtebeiträge der Materie, Strahlung und dunklen Energie als Funktion des Skalenfaktors (hier $a(t) = R(t)$) des expandierenden Universums.

Für ein flaches Universum ($k = 0$) bekommt man dann in den beiden Fällen als Lösung der Friedmann-Gleichung (2.18):

$$\begin{aligned}
 R &\sim t^{\frac{1}{2}} && \text{strahlungsdominiert} \\
 R &\sim t^{\frac{2}{3}} && \text{materiedominiert} \\
 R &\sim t^{\frac{2}{3(1+w)}} && \text{allgemein mit } w = p/\rho
 \end{aligned}
 \tag{2.26}$$

In Abb. 2.6 sind die Kurven für die Strahlungs- und Massendichten gezeigt. Etwa $5 \cdot 10^4$ Jahre nach dem Urknall sind beide Dichten etwa gleich. Das war auch etwa die Zeit, als sich Strahlung und Materie voneinander entkoppelten und sich getrennt voneinander entwickelten (heute dominiert die dunkle Energie).

Temperaturabhängigkeit der Strahlungsdichte: Nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz gilt für die Temperaturabhängigkeit der Strahlungsdichte:

$$\rho_s(T) \sim T^4. \tag{2.27}$$

Da andererseits nach (2.24) $\rho_s(T) \sim R^{-4}$ gilt, ergibt sich die Relation:

$$T \sim 1/R \tag{2.28}$$

Damit läßt sich die Temperatur für jede frühere Ausdehnung des Universums angeben:

$$T(R) = (R_0/R) \cdot 2.7 \text{ K} \tag{2.29}$$

Dabei ist 2.7 K die heute gemessene Temperatur der kosmischen Hintergrundstrahlung.

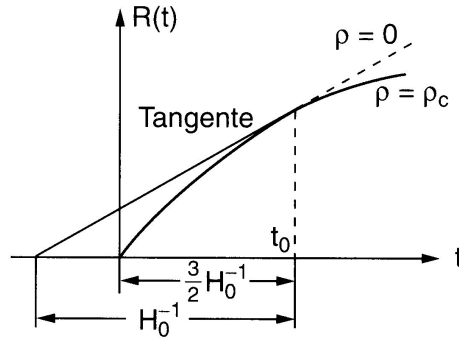


Abbildung 2.7: Abhängigkeit der Altersbestimmung von dem Verlauf der $R(t)$ -Kurve.

Alter des Universums: Aus den Lösungen $R(t)$ läßt sich die heutige Zeit t_0 , also das Alter des Universums, bestimmen. Da der Verlauf von $R(t)$ von den Messungen der Hubble-Konstante und der Dichte abhängt, gehen deren Unsicherheiten auch in die Altersbestimmung ein (Abb. 2.7).

Um ein quantitatives Gefühl für die experimentelle Unsicherheit der Altersbestimmung zu bekommen, betrachten wir zwei Spezialfälle. Wir beginnen mit einem masselosen Universum ($\rho = 0$, $\Omega = 0 \Rightarrow k = -1$), für das aus der Friedmann-Gleichung (2.18) folgt:

$$H(t) R = \dot{R} = \sqrt{-k} c = c \Rightarrow R = ct \quad (2.30)$$

Daraus ergibt sich die sogenannte Hubble-Zeit für das Alter des Universums:

$$t_0 = \frac{1}{H_0} \approx 13.4 \cdot 10^9 \text{ Jahre} \quad (2.31)$$

Für eine höhere Massendichte ergibt sich ein geringeres Alter, wie man aus Abb. 2.7 entnehmen kann. Dazu betrachten wir als weiteres Beispiel ein flaches ($k = 0$), materiedominiertes Universum. Die Annahme der Materiedominanz ist keine wesentliche Einschränkung, weil die strahlungsdominierte Phase relativ kurz ist. Nach den Gleichungen (2.17, 2.25) ergibt sich dann für die Dichte ($a = 8\pi G/3$):

$$\rho = \rho_c = H^2/a = C_m/R^3 \quad (2.32)$$

Dabei ist C_m eine Konstante, die die Energieerhaltung in Form von Masse festlegt. Die Lösung von (2.18),

$$R(t) = \left(\frac{9}{4} a C_m t^2 \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (2.33)$$

kann in (2.32) eingesetzt werden:

$$\rho = C_m/R^3 = \frac{4}{9} \frac{C_m}{a C_m t^2} = \frac{1}{a} H^2 \quad (2.34)$$

Daraus ergibt sich für diesen Fall des flachen, materiedominierten Universums

$$t_0 = \frac{2}{3} \frac{1}{H_0}. \quad (2.35)$$

Das Alter des Universums wird heute am genauesten durch die Analyse der Mikrowellen-Hintergrundstrahlung festgelegt [17]:

$$t_0 = (13.73 \pm 0.15) \cdot 10^9 \text{ Jahre} \quad (2.36)$$

Bemerkungen zu der Ableitung der Friedmann-Gleichung (2.18): Die Friedmann-Lemaître-Gleichungen sind Lösungen der Einstein-Gleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie für eine homogene und isotrope ideale Flüssigkeit mit Energiedichte ρc^2 und Druck p :

$$\ddot{R} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + 3\frac{p}{c^2} \right) R \quad (2.37)$$

$$\dot{R}^2 = \frac{8\pi G \rho}{3} R^2 - k c^2 \quad (2.38)$$

Die zweite Gleichung entspricht der vorher hergeleiteten Gleichung (2.18). Die erste folgt aus der zweiten Gleichung, wenn man die Energiebilanzgleichung (2.23) berücksichtigt.

In der Ableitung der Friedmann-Gleichung (2.18) hatten wir Argumente der Newton'schen Mechanik benutzt. Die Rechtfertigung im Rahmen der Allgemeinen Relativitätstheorie basiert auf dem Birkhoff'schen Theorem (siehe Lehrbücher der Kosmologie, zum Beispiel [11]): Eine sphärisch symmetrische Massenverteilung in einem leeren Raum wird außerhalb der Verteilung durch die Metrik eines Massenpunktes in einem leeren Raum beschrieben (Schwarzschild-Metrik). Das entspricht ganz der Aussage der Newton'schen Mechanik, dass das Feld einer sphärisch symmetrischen Massenverteilung nach außen wie eine im Zentrum konzentrierte Masse wirkt. In beiden Fällen gilt, dass sich innerhalb einer mit der Verteilung konzentrischen Kugel alle Kräfte von Massen außerhalb der Kugel aufheben.

Für die Aufstellung der Energiegleichung (2.14) benutzen wir dann eine Kugel mit Radius l , der mit R skaliert:

$$l = \frac{R}{R'} l' \quad (2.39)$$

Wegen dieses Zusammenhanges ergibt sich bei Einsetzen des Kugelradius l und nach entsprechender Reskalierung von k auf die Werte $0, \pm 1$ die Differentialgleichung (2.18) für $R(t)$.

Für den Newton'schen Ansatz ist es noch notwendig, dass der Radius der Kugel viel größer als der Schwarzschild-Radius ist. Der Schwarzschild-Radius, $r_S = \frac{2MG}{c^2}$, ist der Radius um einen Punkt der Masse M , innerhalb dessen auf Grund der Gravitation kein Licht nach außen dringen kann ('schwarzes Loch').

Die kosmologische Konstante: Die Lösungen $R(t)$ der Friedmann-Gleichungen beschreiben mit den heutigen Parametern immer ein expandierendes Universum. Die Friedmann-Gleichung (2.37) zeigt außerdem, dass die Beschleunigung der Expansion immer negativ ist, dass also die Expansion durch die Gravitation abgebremst wird, wenn Dichte und Druck nicht negativ werden können. Um ein statisches Universum beschreiben zu können, hatte Einstein 1916 die sogenannte kosmologische Konstante Λ in seine Gleichungen eingeführt. Der Effekt dieser Konstanten kann als 'negativer

Druck des Vakuums' oder als 'Anti-Gravitation' interpretiert werden. Die kosmologische Konstante kann in die Friedmann-Gleichungen (2.37, 2.38) eingeführt werden, indem die Dichte und der Druck wie folgt modifiziert werden:

$$\begin{aligned}\rho &\rightarrow \rho + \rho_{\text{Vakuum}} = \rho + \frac{\Lambda}{8\pi G} \\ p &\rightarrow p + p_{\text{Vakuum}} = p - c^2 \frac{\Lambda}{8\pi G}\end{aligned}\quad (2.40)$$

Nachdem in den 1920er Jahren die Expansion des Weltalls beobachtet worden war, hatte Einstein die Einführung der kosmologischen Konstante als den größten Fehler seines Lebens bezeichnet. Auch wir würden diese Konstante hier nicht mehr erwähnen, hätte sie nicht in den letzten Jahren wieder an Aktualität gewonnen. Die Homogenität des Weltalls ist in dem gerade dargestellten Modell der Kosmologie nicht zu verstehen, weil das heute beobachtbare Universum bei Extrapolation auf frühere Zeiten irgendwann nicht mehr kausal zusammenhängt ('Horizontproblem'). Man versucht heute diese Beobachtung durch eine Phase exponentiell schneller Expansion im frühen Universum zu erklären (siehe Abschnitt 2.3: 'Inflation'). Eine beschleunigte Expansion kann durch $\Lambda \neq 0$ beschrieben werden.

In die Friedmann-Gleichung (2.20) geht dann die gesamte Energiedichte von Strahlung, Materie und Vakuumenergie, normiert auf die kritische Dichte, ein:

$$\Omega_{\text{tot}} = \frac{\rho}{\rho_c} = \frac{\rho_s}{\rho_c} + \frac{\rho_m}{\rho_c} + \frac{\rho_v}{\rho_c} = \Omega_s + \Omega_m + \Omega_v \quad (2.41)$$

2.2.2 Entwicklungsphasen des frühen Universums

Mit der adiabatischen Expansion des Universums ist eine Abkühlung verbunden. Wie wir im vorigen Abschnitt gezeigt haben, sind im frühen, strahlungsdominierten Universum Zeit, Ausdehnung, Temperatur und Energiedichte miteinander wie folgt verknüpft:

$$t \sim R^2 \sim \frac{1}{T^2} \sim \frac{1}{\sqrt{\rho}} \quad (2.42)$$

Im thermischen Gleichgewicht sind die mittleren Teilchenenergien durch die Temperatur gegeben:

$$E = kT \quad \text{mit } k = 8.6 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K} \quad (2.43)$$

Thermisches Gleichgewicht wird erreicht, wenn die Reaktionsgeschwindigkeiten groß gegenüber der Expansionsgeschwindigkeit sind. Die mittlere Reaktionsrate pro Teilchen für einen Prozess mit einem Wirkungsquerschnitt σ , Teilchendichte n , Teilchengeschwindigkeit v ist:

$$\Gamma = n \langle \sigma v \rangle \quad (2.44)$$

Wenn diese Rate kleiner wird als die Expansionsrate,

$$\Gamma < H, \quad (2.45)$$

entkoppeln sich die entsprechenden Teilchen aus dem Gleichgewicht. Bei Neutrinos passiert das zum Beispiel wegen des mit der Energie fallenden Wirkungsquerschnittes unterhalb einer Temperatur von 10^{10} K. Für Erzeugungsprozesse müssen Energien oberhalb der erzeugten Massen zur Verfügung stehen.

Die Tabelle 2.2 und die Abb. 2.8 geben einen Überblick über die Entwicklungsphasen des Universums (siehe auch Abb. 2.2), die im folgenden erläutert werden.

Tabelle 2.2: Phasen der kosmologischen Entwicklung.

t [s]	E [GeV]	T [K]	R [m]	
10^{-44}	10^{19}	10^{32}	10^{-5}	Planckzeit, $\lambda_{Compton} \approx r_S$
10^{-36}	10^{15}	10^{28}	10^{-2}	$E \approx M_X$, GUT-Symmetrie-Brechung, Baryogenese
10^{-10}	10^2	10^{15}	10^{12}	$E \approx M_W$, $SU(2)_L \times U(1)$ -Symmetrie-Brechung
10^{-6}	10^0	10^{13}	10^{14}	Quark-Confinement, $p\bar{p}$ -Annihilation
10^0	10^{-3}	10^{10}	10^{17}	Neutrinos entkoppeln, e^+e^- -Annihilation
10^2	10^{-4}	10^9	10^{18}	Bildung leichter Kerne (Nukleosynthese)
10^{12}	10^{-9}	10^4	10^{23}	Photonen entkoppeln, Übergang von Strahlungs- zu Materie-Dominanz, Bildung von Atomen, Sternen, Galaxien
10^{17}	10^{-13}	10^0	10^{26}	Bildung des Sonnensystems und von organischem Leben, heute ($t_0 \approx 2 \cdot 10^{10}$ Jahre)

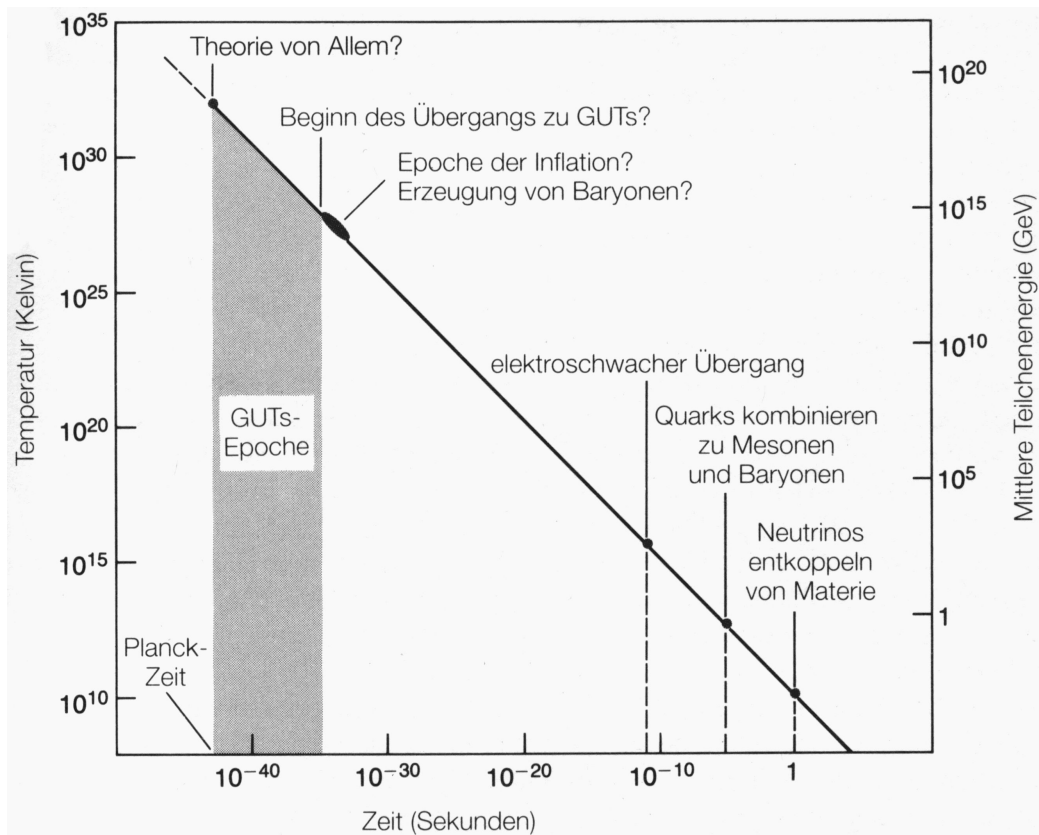


Abbildung 2.8: Elementarteilchenphysik im frühen Universum.

- $t = 10^{-44}$ s, $E = 10^{19}$ GeV:

Die Energie entspricht der Planckmasse:

$$M_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \approx 10^{19} \text{ GeV} \quad (2.46)$$

Die entsprechend charakteristische Länge ist die Compton-Wellenlänge eines Teilchens mit der Planck-Masse,

$$L_{Pl} = \frac{\hbar}{M_{Pl}c} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 10^{-35} \text{ m}, \quad (2.47)$$

und eine charakteristische Zeit ist

$$t_{Pl} = \frac{L}{c} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \approx 10^{-44} \text{ s}. \quad (2.48)$$

Auf der Skala, die jeweils durch eine dieser Größen gegeben ist, werden Quanteneffekte auch für die Gravitation wesentlich. Da aber die Gravitation in der Allgemeinen Relativitätstheorie durch die Geometrie des Raumes beschrieben wird, könnte es sein, dass auf dieser Skala Raum und Zeit quantisiert sind. Allerdings gibt es bisher keine Quantentheorie der Gravitation. String-Theorien könnten dafür den theoretischen Rahmen zu liefern

Die Bedeutung der Planck-Skala kann man sich auf verschiedene Arten klar machen. Die Gravitationsenergie einer Masse von der Größe der Planck-Masse, die über eine Ausdehnung von etwa der Compton-Wellenlänge verteilt ist, ist etwa gleich der Ruhemasse:

$$M_{Pl}c^2 = \frac{GM_{Pl}^2}{L_{Pl}} \quad (2.49)$$

Eine andere Aussage ist, dass die Compton-Wellenlänge eines Teilchens mit der Planck-Masse etwa gleich dem Schwarzschild-Radius dieser Masse ist:

$$r_S(M_{Pl}) = 2GM_{Pl}/c^2 = 2L_{Pl}. \quad (2.50)$$

Das heißt, das Teilchen zieht sich selbst in ein schwarzes Loch (!?)

- $t = 10^{-36}$ s, $E = 10^{15}$ GeV:

Das ist die Skala, die GUT-Skala, auf der eine Vereinheitlichung der elektroschwachen mit der starken Wechselwirkung erwartet wird. Die erwartete Symmetriegruppe der Vereinigung hat zusätzliche Austauschbosonen X , die eine Masse $M_X \approx 10^{15}$ GeV haben. In der Zeit vor der GUT-Zeit waren die Energien so hoch, dass Massen keine Rolle spielten, alle fundamentalen Teilchen – Quarks, Leptonen, Bosonen – konnten erzeugt und vernichtet werden. Es herrschte volle Symmetrie. Bei Erreichen der GUT-Skala konnten dann X -Bosonen nicht mehr erzeugt werden, sondern konnten sich nur noch gegenseitig vernichten. Die GUT-Symmetrie war gebrochen.

In dieser Phase könnte die Asymmetrie zwischen Materie und Antimaterie, die sogenannte Baryogenese, ihren Ursprung haben. Nach A. Sacharow sind dazu drei Bedingungen notwendig:

1. Es muß einen Prozess geben, der die Baryonenzahl verletzt. Das ist in den GUT-Modellen gegeben, wie zum Beispiel der Protonzerfall $p \rightarrow e^+ \pi_0$.
2. Die CP-Invarianz muß verletzt sein: Dafür gibt es kein konkretes Modell, man kann sich aber CP-Verletzung ähnlich wie im Standardmodell vorstellen (die CP-Verletzung im Standardmodell scheint übrigens nicht auszureichen, um die Baryogenese zu erklären).
3. Die Prozesse dürfen nicht im thermischen Gleichgewicht verlaufen: Es ist gut möglich, dass bis zur GUT-Phase die Reaktionsraten klein gegen die Expansionsrate war.

- $t = 10^{-10} \text{ s}, E = 10^2 \text{ GeV}:$

Wir haben von der GUT-Zeit einen großen Zeitsprung gemacht, um etwa 26 Größenordnungen. Es gibt keine allgemein anerkannten Modelle, nach denen in dieser Zeit etwas besonderes passieren sollte. Man spricht manchmal über dieses Zeitintervall und dem entsprechenden Energieintervall als die ‘große Wüste’.

Auf der Zeitskala, auf der wir uns jetzt befinden, treten wir in den Energiebereich ein, der bereits experimentell erforscht ist. Ab hier können wir das Urknall-Modell testen und hoffen, auf die Zeit davor vielleicht einmal zurückschließen zu können.

Die Energie entspricht der Masse der W - und Z -Bosonen, die hier aus der ‘Ursuppe’ entkoppeln, die elektro-schwache Symmetrie wird gebrochen.

- $t = 10^{-6} \text{ s}, E = 1 \text{ GeV}:$

Die Energie erreicht die Skala der Massen der Nukleonen und der anderen Hadronen. Quarks und Gluonen gehen von einem Quark-Gluon-Plasma in die hadronischen, gebundenen Zustände über. Die hadronische Materie annihiliert in Photonen, es werden keine neuen Quark-Antiquark- oder Hadron-Antihadron-Paare erzeugt. Der Überschuß an Materie macht die heute beobachtete baryonische Materie aus. Das Verhältnis von Antibaryonen zu Baryonen ist heute experimentell

$$n_{\bar{B}}/n_B < 10^{-4} \quad (2.51)$$

Die Photonen aus den Annihilationen lassen sich heute als Hintergrundstrahlung nachweisen. Das Verhältnis Baryonen zu Photonen ist

$$n_B/n_\gamma \approx 10^{-9} \quad (2.52)$$

Das heißt, auf 10^9 Antibaryonen gab es $10^9 + 1$ Baryonen. Der Mechanismus, mit dem diese Asymmetrie erzeugt wurde, ist nicht bekannt. Es wird vermutet, dass es zur Zeit der GUT-Symmetriebrechung (siehe oben) passiert sein könnte.

- $t = 1 \text{ s}, E = 1 \text{ MeV}:$

Die Reaktionsrate von Neutrinos wird so klein, dass sie sich von der übrigen Materie entkoppeln und sich seitdem unabhängig entwickeln. Sie tragen wie die Photonen zu der kosmischen Hintergrundstrahlung bei, konnten aber wegen

der extrem niedrigen Energien und Wirkungsquerschnitte bisher nicht nachgewiesen werden.

Neutrinoreaktionen haben Neutronen und Protonen im thermischen Gleichgewicht gehalten. Das Entkoppeln der Neutrinos ist der Ausgangspunkt für die Nukleosynthese, in der fast alle verbliebenen Neutronen in He-Kerne eingebaut werden (siehe unten, Abschnitt 2.4).

Ab einer Energie $E \approx 0.5 \text{ MeV}$, entsprechend der Elektronenmasse, annihilieren Elektronen und Positronen und werden nicht mehr erzeugt:

$$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma. \quad (2.53)$$

Es verbleiben ebenso viele Elektronen wie Protonen, weil das Universum elektrisch neutral ist, das heißt:

$$n_{e^-}/n_\gamma \approx 10^{-9}. \quad (2.54)$$

Die Photonen bleiben über den Compton-Streuprozess noch weiter in Kontakt mit den Elektronen, solange die Dichte noch groß genug ist.

- $t = 10^2 \text{ s}, E = 0.1 \text{ MeV}:$

Bildung der leichten Kerne ^1H , ^2H , ^3He , ^4He , ^7Li , deren gemessenen relativen Häufigkeiten mit den Vorhersagen des Urknall-Modells über 10 Größenordnungen übereinstimmen. Diese ‘primordiale Nukleosynthese’ wird in Abschnitt 2.4 ausführlicher behandelt.

- $t = 10^{12} \text{ s} (\approx 10^5 \text{ Jahre}), E = 1 \text{ eV}:$

Das Weltall wird transparent für Photonen, die sich von der übrigen Materie entkoppeln und sich von da an nur durch die Expansion des Universums abkühlen. Die 3K-Hintergrundstrahlung ist sehr gut vermessen und eine der wesentlichen Stützen des Urknall-Modells (siehe Abschnitt 2.5).

Kerne und Elektronen kondensieren zu stabilen Atomen. Die Gravitation regiert nun das materiedominierte Universum und verstärkt Dichtefluktuationen, die sich zu Sternen und Galaxien entwickeln.

- $t = 5 \cdot 10^{17} \text{ s} (\approx 2 \cdot 10^{10} \text{ Jahre}), E = 0.3 \text{ meV}:$

Heute.

2.2.3 Probleme des Urknall-Modells

Obwohl das Urknall-Modell sehr sichere experimentelle Stützen hat (Hubble-Expansion, primordiale Nukleosynthese, 3K-Strahlung) gibt es für das Modell in seiner Standardform grundsätzliche Probleme und ungelöste Fragen, von denen wir einige hier aufzählen:

- Flachheitsproblem: Ob die Expansion des Universums sich einmal umkehren wird, hängt von der Materiedichte ab. Die beobachtete Dichte ist nahe der kritischen Dichte, $\Omega \approx 1$. Selbst wenn das nur auf einen Faktor 100 richtig ist,

sind extrem genaue Anfangsbedingungen im Urknall notwendig, um auf diesen heutigen Wert zu bekommen. Nach Gleichung (2.20) ergibt sich für $\Omega - 1$ die zeitliche Entwicklung:

$$\Omega - 1 \sim \frac{1}{R^2} \sim t^{2/3} \dots t \quad (2.55)$$

Die Potenz von t ergibt sich je nachdem ob das Universum von Materie oder Strahlung dominiert ist. Zum Beispiel muß 10^{-36} s nach dem Urknall die Dichte auf 10^{-50} genau auf die kritische Dichte abgestimmt sein. Noch 1 s nach dem Urknall muß die Abweichung von der kritischen Dichte kleiner als 10^{-14} sein. Eine solche Feinabstimmung ohne einen physikalischen Grund widerspricht dem Prinzip der ‘Natürlichkeit’.

- Horizontproblem: Das Universum erscheint sehr homogen und isotrop bezüglich der Verteilung von Galaxien und der Hintergrundstrahlung zu sein. Diese Homogenität und Isotropie erstreckt sich über Bereiche, die zu Zeiten, als die Galaxien und die Strahlung sich zu entwickeln begannen, kausal nicht zusammenhängen konnten (Abb. 2.9).

Ein Beobachter heute sieht Ereignisse im Universum, die mit Lichtgeschwindigkeit zu ihm gelangen können. Damit ergibt sich ein maximaler Abstand bis zu dem man in das Universum blicken kann, der ‘Ereignishorizont’:

$$d_H(t) = R(t) \int_0^t \frac{c dt'}{R(t')} \quad (2.56)$$

Beobachter, die die doppelte Entfernung haben, sehen nichts gemeinsames, sie sind kausal getrennt. Der Ereignishorizont ist zeitabhängig und zwar so, dass man heute Bereiche überblickt, die früher kausal getrennt waren wie in Abb. 2.9 dargestellt. Zum Beispiel waren während der GUT-Zeit, etwa 10^{-35} s nach dem Urknall, zwei Beobachter im Abstand von etwa 10^{-26} m kausal getrennt. Dieser Abstand hat sich bis heute zu gerademal etwa 5 m entwickelt. Warum ist dann die Hintergrundstrahlung, die aus viel größeren Gebieten kommt, so isotrop?

- Monopolproblem: Dieses Problem hängt mit dem Horizontproblem zusammen. Die spontane Brechung der GUT-Symmetrie sollte in kausal nicht zusammenhängenden Gebieten unabhängig ablaufen. Spontane Symmetriebrechung bedeutet, dass von verschiedenen möglichen Zuständen niedrigster Energie ein bestimmter Zustand willkürlich eingenommen wird. Wenn dieser Zustand unterschiedlich in verschiedenen Gebieten eingenommen wird, entstehen an den Übergangsstellen im Allgemeinen topologische Defekte (wie zum Beispiel die Bloch-Wände bei spontaner Magnetisierung). Topologische Defekte können in verschiedenen Dimensionen auftreten: Monopole sind punktförmige Defekte, Bloch-Wände sind zweidimensionale Defekte usw. Bei der GUT-Symmetriebrechung sollten Monopole entstanden sein, die aber bisher nicht mit den in einfachen Modellen erwarteten Eigenschaften und Raten beobachtet wurden.
- Baryonasymmetrie: Das beobachtete Verhältnis Baryonen zu Photonen $n_B/n_\gamma \approx 10^{-9}$ und die Unterdrückung von Antibaryonen um mindestens 10^{-4} ist wahrscheinlich im Rahmen des Standardmodells nicht zu erklären.

- Dunkle Materie: Die Messungen der Materiedichte ergibt je nach Methode sehr unterschiedliche Ergebnisse. Die Messungen legen nahe, dass es weitere, nicht-baryonische Materie gibt. Die Suche danach ist bisher erfolglos geblieben.
- Kosmologische Konstante: In den letzten Jahren erhärten sich experimentelle Hinweise, dass es eine kosmologische Konstante $\Lambda \neq 0$ gibt. Es ist aber völlig unklar, welche Bedeutung sie hat.

2.3 Inflation

Die beiden ersten Probleme können eventuell durch sogenannte ‘Inflationsmodelle’ beseitigt werden. In diesen Modellen durchläuft das Universum in einem frühen Stadium eine ‘inflationäre’, exponentielle Expansion (Abb. 2.10), in der sich kausal zusammenhängende Blasen entwickeln. Wir befinden uns demnach in einer solchen Blase. Wir haben allerdings kein allgemein anerkanntes Modell, wie diese Inflation ablaufen sollte. Als Ursache kommt eine nicht verschwindende kosmologische Konstante in Frage, die eine “Anti-Gravitation”, also ein Aufblähen des Raumes bewirkt. Man kann sich das etwa so vorstellen: In einer sehr frühen Phase nach dem Urknall soll die Energiedichte ρ durch die potentielle Energie eines Vakuumfeldes gegeben sein, deren Dichte bei der Expansion konstant bleiben soll. Das ist verträglich mit bekannten Eigenschaften des Vakuums (Casimir-Effekt, siehe [10]): die Vakuumenergie wächst mit wachsendem Volumen an, weil mehr Moden der Quantenfluktuationen Platz finden. Damit kann nach einer anfänglichen Expansion entsprechend einer Strahlungsdominanz, die zu einem Abfall der Strahlungsdichte führt, die konstante Vakuumenergiedichte in (2.40) dominant werden. Die Friedmann-Gleichung wird dann:

$$H(t)^2 = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G \rho}{3} - k \frac{c^2}{R^2} + \frac{\Lambda}{3} \rightarrow H^2 = \frac{\Lambda}{3} = \frac{8\pi G \rho_v}{3} = konst \quad (2.57)$$

Die Lösung von

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = H^2 = konst \quad (2.58)$$

ist ein exponentielles Anwachsen der Expansion (für $H > 0$):

$$R(t) = R_i \cdot e^{Ht} \quad (2.59)$$

Dass die Beschleunigung positiv ist, sieht man auch, wenn man die Zustandsgleichung für das Vakuum, $p = -\rho_v c^2$ in die erste Friedmanngleichung (2.37) einsetzt.

Die Inflation kommt zur Ruhe, wenn die potentielle Energie des Vakuums in kinetische Energie von erzeugten Teilchen soweit umgewandelt worden ist, dass die anderen Terme in der Friedmann-Gleichung dominieren.

Es gibt bisher keine allgemein anerkannte theoretische Beschreibung der inflationären Phase. Zum Beispiel ergeben die Berechnungen der Vakuumenergie Werte, die mit Beobachtungen in unserem Universum nicht verträglich sind.

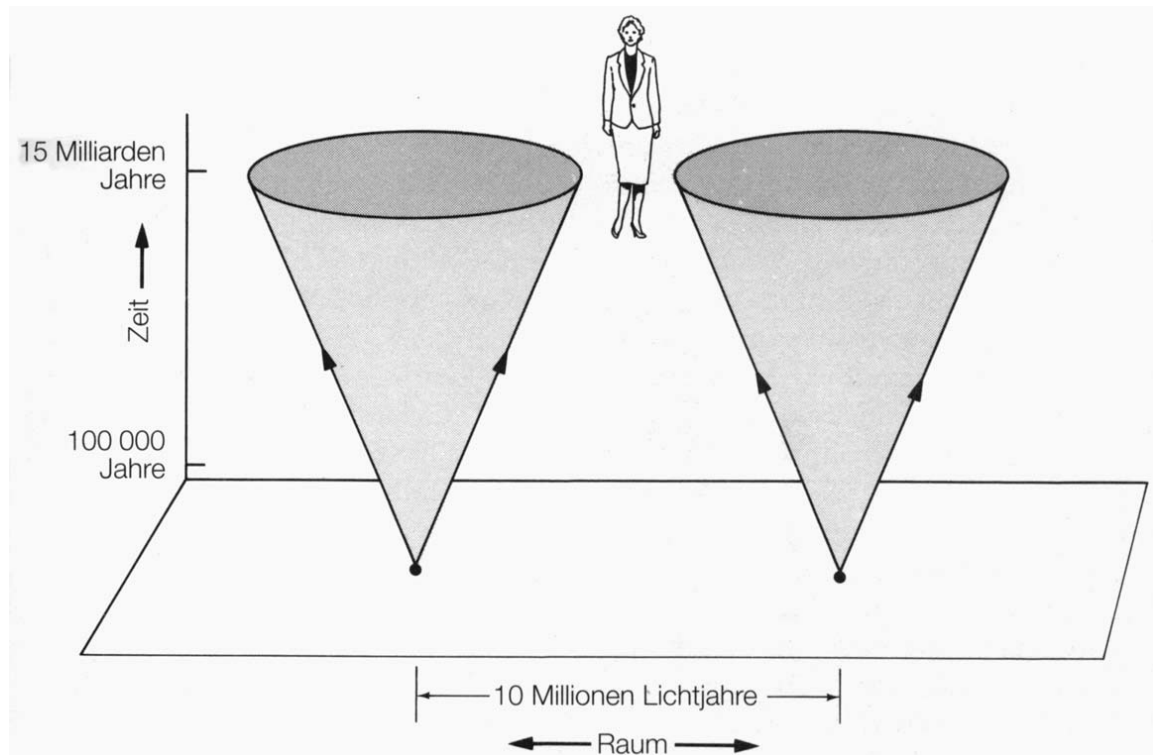


Abbildung 2.9: Beobachter der kosmischen Hintergrundstrahlung empfangen Signale aus Quellen, die 10^7 Lichtjahre voneinander entfernt waren, als das Universum etwa 10^5 Jahre alt war. Die Temperatur der Strahlung, die aus derart kausal getrennten Gebieten kommt, ist im wesentlichen die gleiche. Es ist, als ob die Quellen dennoch voneinander wüssten.

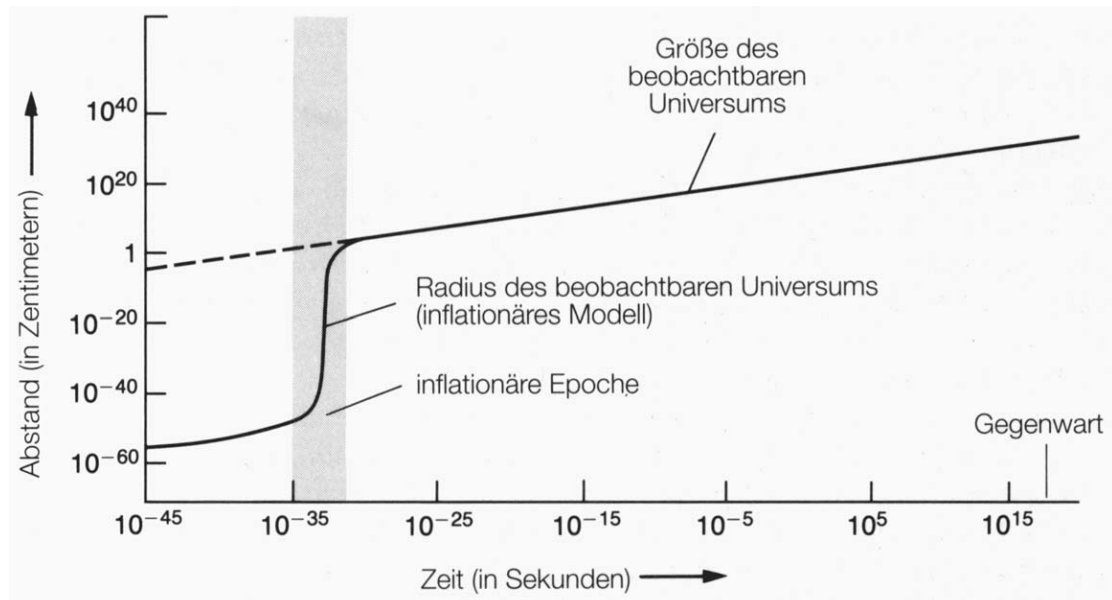


Abbildung 2.10: Entwicklung des Universums mit einer inflationären Phase etwa zur GUT-Zeit. Die Größe dessen, was heute das beobachtbare Universum ist, wächst um mindestens 10^{50} während der kurzen inflationären Phase an.

2.4 Nukleosynthese

Ein wesentlicher Erfolg des Urknall-Modells ist die Übereinstimmung der berechneten Nukleosynthese im Urknall mit den gemessenen Häufigkeiten der leichten Elemente ^1H , ^2H , ^3He , ^4He , ^7Li . Die Meßwerte gehen über einen Bereich von etwa 10 Größenordnungen. Die Vorhersagen, in die neben den kosmologischen Parametern bemerkenswerterweise alle vier bekannten Wechselwirkungen wesentlich eingehen, sind (abgelesen aus Abb. 2.11 bei $\eta \approx \cdot 10^{-10}$):

$$^1\text{H} : ^2\text{H} : ^3\text{He} : ^4\text{He} : ^7\text{Li} \approx 1 : 3 \cdot 10^{-5} : 1 \cdot 10^{-5} : 0.25 : 4 \cdot 10^{-10} \quad (2.60)$$

Zur Erklärung dieser Häufigkeiten beginnen wir bei etwa $t = 0.02\text{ s}$ nach dem Urknall: die thermischen Energien sind etwa 10 MeV , die Nukleonen haben sich gebildet und es gibt ein Gleichgewichtsverhältnis von Protonen zu Neutronen, das durch die schwache Wechselwirkung über folgende Reaktionen aufrechterhalten wird:



Bei etwa $t = 1\text{ s}$, entsprechend etwa 1 MeV , beginnen die Neutrinos wegen der geringen Reaktionsrate zu entkoppeln. Für die Reaktionsraten in (2.61) ergibt sich:

$$\Gamma \sim G_F^2 T^5 \quad (2.62)$$

Der quantitative Vergleich mit der Expansionsrate $H \sim \frac{1}{t} \sim T^2$ ergibt, dass die Raten bei 0.8 MeV gleich sind:

$$\frac{\Gamma}{H} \approx \left(\frac{kT}{0.8\text{ MeV}} \right)^3 \quad (2.63)$$

Das heißt, bei der Energie von 0.8 MeV , entsprechend einer Temperatur $T = 10^{10}\text{ K}$, beginnt das n/p -Verhältnis vom Gleichgewicht abzuweichen ('ausfrieren'). Das n/p -Verhältnis ist bei der Ausfrieretemperatur T_f durch die Boltzmann-Verteilung gegeben (mit dem $n-p$ -Massenunterschied $\Delta m = 1.293\text{ MeV}$):

$$\frac{n_n}{n_p} = \exp\left(-\frac{\Delta m}{kT_f}\right) \approx 0.20 \quad (2.64)$$

Dieses Verhältnis ändert sich nach dem Ausfrieren nur noch durch den Zerfall der Neutronen (Lebensdauer $\tau_n = (885.7 \pm 0.8)\text{ s}$) oder deren Einbau in Kerne. Am Ende einer Reaktionskette, die wir im Folgenden beschreiben, sind nahezu alle verbleibenden Neutronen in ^4He -Kernen eingebaut (der Anteil der anderen Kerne kann dabei vernachlässigt werden) und bestimmen damit die primordiale ^4He -Häufigkeit.

Wir betrachten jetzt das weitere Schicksal der Neutronen nach dem Ausfrieren: Die Neutronen können mit Protonen Deuterium bilden,



das allerdings bei Temperaturen oberhalb $T = 10^9\text{ K}$ schnell wieder im Umkehrprozess dissoziiert, weil die Photonendichte etwa 10^9 -mal höher als die Nukleonendichte

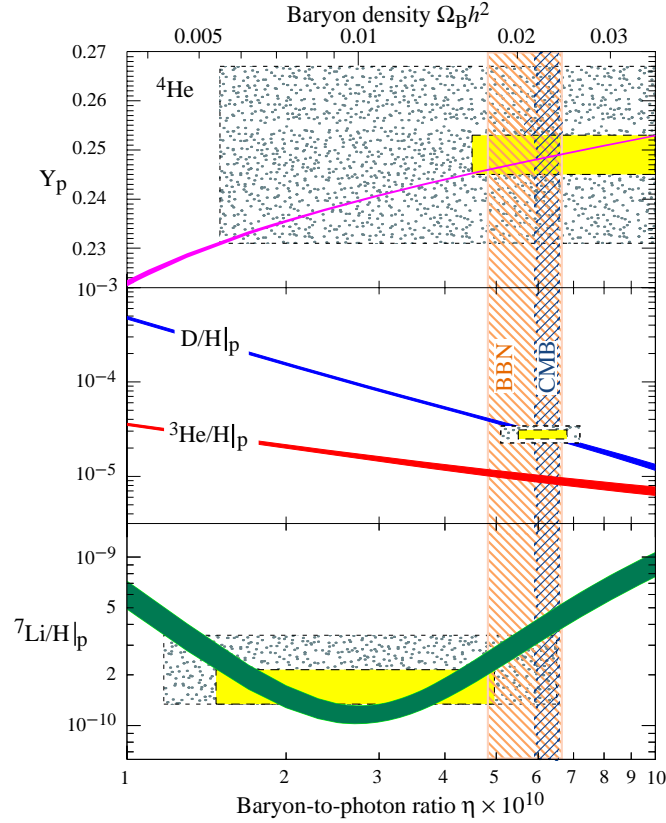


Abbildung 2.11: Die Vorhersage (Kurven) für die Häufigkeit der kurz nach dem Urknall erzeugten leichten Elemente als Funktion des heutigen Verhältnisses der Baryonen- zur Photonendichte, $\eta = n_B/n_\gamma$, verglichen mit den heutigen Messungen (die Boxen geben 2σ -Bereiche an, die größeren enthalten auch den systematischen Fehler). Der senkrechte Streifen zeigt das aus der kosmischen Hintergrundstrahlung (CMBR) bestimmte Baryon-Photon-Verhältnis.

ist (siehe weiter unten). Unterhalb dieser Temperatur (entsprechend etwa 0.1 MeV) kann das Deuterium ${}^3\text{He}$ und ${}^3\text{H}$ (Tritium) bilden:



Die ${}^4\text{He}$ -Synthese beginnt bei einer Temperatur von $T = 0.9 \cdot 10^9$ K, etwa 225 s nach dem Urknall oder 100 s nach dem Ausfrieren der Nukleonen, zum Beispiel über folgende Reaktionen:



Durch den Neutronzerfall ist zu diesem Zeitpunkt das Neutron/Proton-Verhältnis auf $n_n/n_p = 0.14$ abgesunken. Die Anzahl der gebildeten Helium-Kerne ist (mit der sehr guten Näherung, dass die Bildung anderer Elemente vernachlässigbar ist):

$$n_{\text{He}} = n_n/2 \Rightarrow \frac{n_{\text{He}}}{n_{\text{H}}} = \frac{0.14}{2(1 - 0.14)} = 0.082 \quad (2.68)$$

Der Anteil von Helium an den im Urknall erzeugten Elementen ist also nach der Anzahl 8% und nach der Masse etwa 25%.

Die Synthese von schwereren Elementen ist dadurch wesentlich behindert, dass es keine stabilen Nuklide mit $A = 5$ und $A = 8$ gibt. Die Synthese von ${}^7\text{Li}$ kann über die Reaktion



verlaufen, die allerdings durch den Coulomb-Wall behindert wird. Eine zweite Reaktion verläuft über ${}^7\text{Be}$ -Produktion mit anschließendem Elektroneinfang.

Die berechneten Häufigkeiten der leichten Elemente hängt von verschiedenen Parametern ab, wie zum Beispiel:

- das Baryon/Photon-Verhältnis (2.52) bestimmt den Beginn der ${}^4\text{He}$ -Synthese (weniger Photonen \Rightarrow mehr Helium);
- die Lebensdauer des Neutrons bestimmt a) die Reduktion des n/p -Verhältnisses, das in (2.68) eingeht und noch wesentlicher b) die Ausfrieretemperatur, weil sich mit der Lebensdauer die Reaktionswahrscheinlichkeiten in (2.61) ändern (τ_n größer \Rightarrow Reaktionsrate geringer $\Rightarrow T_f$ höher \Rightarrow mehr Helium);
- die Anzahl der leichten Neutrinos bestimmt ebenfalls die Ausfrieretemperatur, weil der Hubble-Parameter von der Anzahl g^* der Arten relativistischer Teilchen (im strahlungs-dominierten Fall) wie $H \sim \sqrt{g^*}$ abhängt;
- die Baryonendichte bestimmt alle Reaktionsgeschwindigkeiten.

In Abbildung 2.11 sind die berechneten Häufigkeiten gegen das heutige Verhältnis der Baryonen- zur Photonendichte, $\eta = n_B/n_\gamma$, aufgetragen. Innerhalb der statistischen und systematischen Unsicherheiten (besonders groß bei Lithium) sind die gemessenen Häufigkeiten konsistent mit der Bestimmung des Baryon-Photon-Verhältnisses aus der kosmischen Hintergrundstrahlung (CMBR). Zusammen mit der Kenntnis der heutigen Photonendichte (ebenfalls aus CMBR) ergibt sich, dass die Baryonendichte mit nur etwa 4% zur heutigen Dichte des Universums beiträgt.

2.5 Mikrowellen-Hintergrundstrahlung

Die Kosmische Mikrowellen-Hintergrundstrahlung oder Cosmic Microwave Background Radiation (CMBR) gilt als Beleg für die Urknalltheorie und stammt aus der Zeit etwa 400000 Jahre nach dem Urknall, als die Materie so weit abgekühlt war, dass sie vom ionisierten in den neutralen Zustand überging (Tab. 2.2). Zu diesem Zeitpunkt vereinigten sich Protonen und Elektronen zu elektrisch neutralem Wasserstoff, was als 'Rekombination' bezeichnet wird. Dadurch hatten die Photonen keinen Streupartner mehr und konnten entweichen. Vor diesem Zeitpunkt standen Strahlung und Materie im Temperaturgleichgewicht bei zuletzt etwa 3000 Kelvin. Danach kühlte sich die Hintergrundstrahlung unabhängig von der Materie mit der Expansion des Universums weiter ab. Sie ist eine echte 'Hintergrundstrahlung' die aus jeder Richtung des Himmels kommt und nicht durch Überlagerung einzelner Quellen wie Galaxien entsteht. Sie hat das fast perfekte Intensitätsprofil eines schwarzen Körpers mit einer Temperatur von heute etwa 2.725 K.

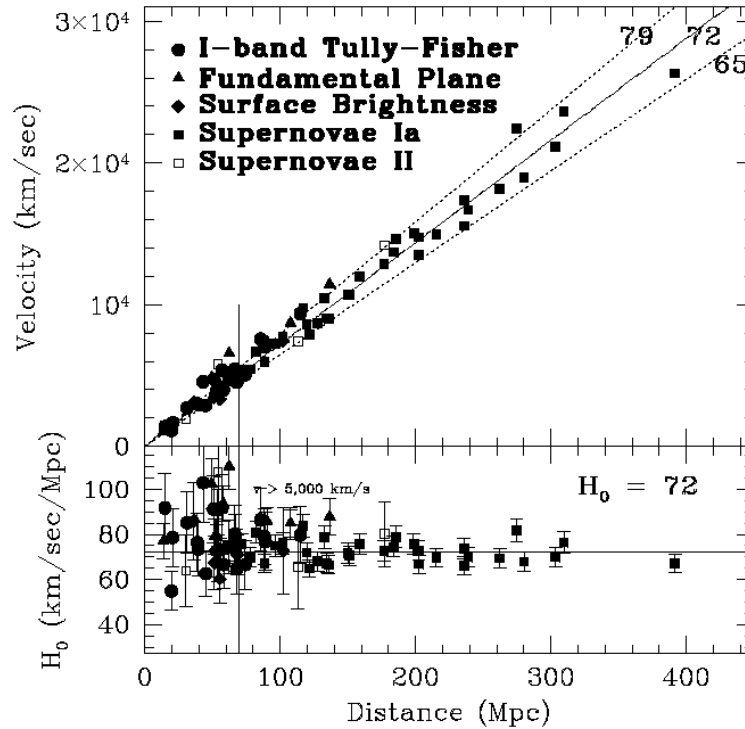


Abbildung 2.12: Fluchtgeschwindigkeiten von astronomischen Objekten als Funktion ihres Abstandes (oben). Alle Messungen können mit einem einheitlichen Hubble-Parameter (unten) beschrieben werden.

2.5.1 Temperatur und Spektrum der Strahlung

Nachdem sich die Photonen etwa 400000 Jahre nach dem Urknall bei etwa 3000 K von der Materie entkoppelt hatten, wurde das Universum transparent für die Photonen, die sich unabhängig von der Materie weiterentwickelten. Bei adiabatischer Expansion gilt für die Photonenstrahlung (2.28):

$$T_\gamma \cdot R = \text{const} \implies \frac{T_\gamma(t)}{T_\gamma(t_0)} = \frac{R(t_0)}{R(t)} \quad (2.70)$$

Dabei soll t_0 wieder die heutige Zeit sein. Nach Einsetzen der Skalenfaktoren R erhält man die Abschätzung, dass die Temperatur der Photonen wenige Kelvin ist.

Da Längen im Universum mit $R(t)$ skalieren, ergibt sich auch für das Verhältnis der Wellenlängen zu verschiedenen Zeiten:

$$\frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{R(t_0)}{R(t)} = 1 + z \quad (2.71)$$

Die neu eingeführte Größe z ist die Rotverschiebung, die man zum Beispiel in den Spektrallinien der sich von uns weg bewegenden Galaxien beobachtet (Abb. 2.12). In dem Fall der Hintergrundstrahlung beschreibt z eine Verschiebung des ganzen Spektrums. Da sich aus (2.70) und (2.71) ergibt

$$\begin{aligned} T_\gamma &= T_{\gamma 0} (1 + z) \\ h\nu &= h\nu_0 (1 + z), \end{aligned} \quad (2.72)$$

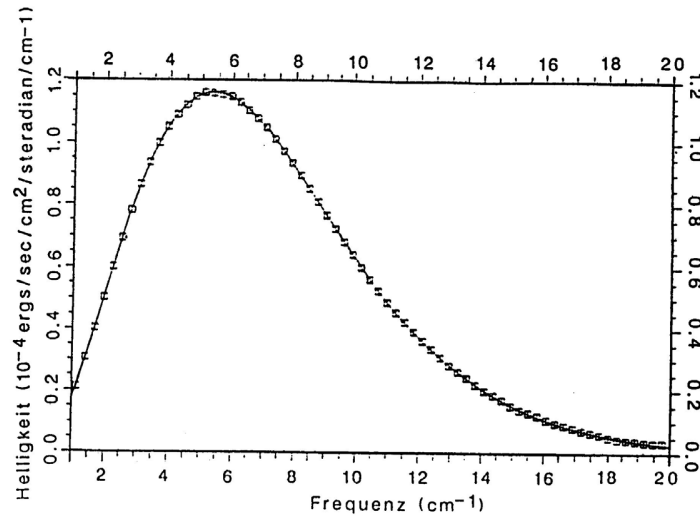


Abbildung 2.13: Das Spektrum der kosmischen Hintergrundstrahlung gemessen mit dem FIRAS-Detektor auf dem COBE-Satelliten. Die Kurve ist das angepaßte Schwarzkörperspektrum.

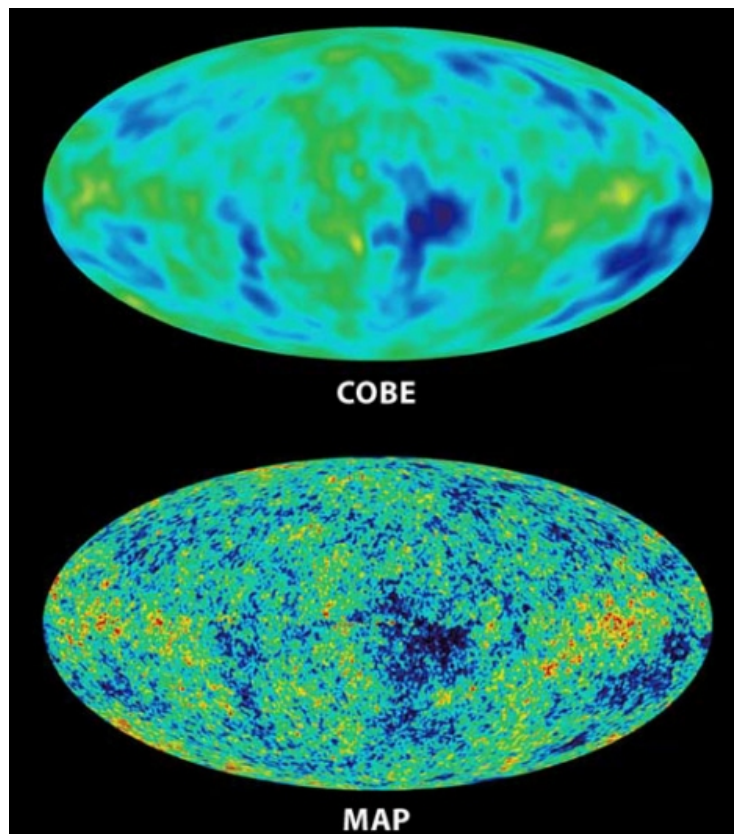


Abbildung 2.14: Verteilung der Temperaturschwankungen der kosmischen Hintergrundstrahlung gemessen von COBE (oben) und WMAP (unten). Die Milchstraße entspricht dem Äquator in dieser Darstellung. Es sind verschiedene Korrekturen angebracht worden, zum Beispiel ist die Strahlung der Milchstraße abgezogen worden sowie die Dipolasymmetrie, die durch die Bewegung der Erde relativ zu der Hintergrundstrahlung entsteht. Die Schwankungen sind bezogen auf eine mittlere Temperatur der Hintergrundstrahlung. Der Temperaturunterschied zwischen den hellsten und dunkelsten Gebieten ist nur etwa 10^{-5} K.

folgt, dass ein Strahlungsfeld, das ursprünglich die Schwarzkörperform hatte,

$$I(\nu)d\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} d\nu, \quad (2.73)$$

diese Form bei der Expansion beibehält.

Die Mikrowellenhintergrundstrahlung wurde in den 1940ern von George Gamow, Ralph Alpher und Robert Hermann als Folge eines Urknalls vorhergesagt. Die Entdeckung erfolgte aber zufällig 1964 durch Arno Penzias und Robert W. Wilson beim Test einer neuen empfindlichen Antenne, die für Experimente mit künstlichen Erdsatelliten gebaut worden war. Penzias und Wilson erhielten für diese Entdeckung den Physiknobelpreis 1978.

Die Hintergrundstrahlung ist mit der bis dahin höchsten Genauigkeit von dem Satelliten COBE (Cosmic Background Explorer) in einem Wellenlängenbereich von 0.1 bis 10 mm vermessen worden. Das Spektrum in Abb. 2.13 zeigt eine perfekte Schwarzkörperform mit einer Temperatur (zur Zeit genauester Wert [17]):

$$T = (2.725 \pm 0.001) \text{ K}. \quad (2.74)$$

Durch Integration des Spektrums erhält man die Photonendichte, die für eine Schwarzkörperstrahlung bei gegebener Temperatur durch das Spektrum (2.73) absolut gegeben ist:

$$n_\gamma = (410.4 \pm 0.5) \text{ cm}^{-3} \quad (2.75)$$

Um sich die Allgegenwart dieser Strahlung und deren Stärke klar zu machen, wird gern der Hinweis gegeben, dass etwa 1% des Rauschens eines senderlosen Fernsehkanals von der Hintergrundstrahlung verursacht wird.

An dieser Stelle sei auch bemerkt, dass eine entsprechende Hintergrundstrahlung von Neutrinos existieren sollte. Die Temperatur und die Teilchendichte der Neutrinos ist etwas niedriger als die der Photonen² :

$$T_\nu = 1.9 \text{ K}, \quad (2.76)$$

$$n_\nu = 380 \text{ cm}^{-3}. \quad (2.77)$$

Die Temperatur entspricht einer Energie von etwa 10^{-4} eV. Wegen des kleinen Wirkungsquerschnitts und der geringen übertragenen Energie in einer Reaktion scheint ein direkter Nachweis dieser Neutrinos ausgeschlossen zu sein.

2.5.2 Anisotropien im Mikrowellenhintergrund

Der Mikrowellenhintergrund ist sehr gleichförmig. Die stärkste Abhängigkeit von der Beobachtungsrichtung ist nur etwa 0.1% und entsteht durch die Bewegung unserer

²Da zwischen der Entkopplung der Neutrinos und der Photonen das Universum strahlungsdominiert war, sollte die Temperaturentwicklung für beide (relativistische) Teilchen gleich sein. Allerdings haben die Photonen nach der Entkopplung der Neutrinos noch Beiträge von der Anihilation von e^+e^- -Paaren, die ab $kT \approx m_e$ nicht mehr im Gleichgewicht erzeugt werden (siehe dazu [9]).

Milchstraße (und damit der Erde) relativ zum Mikrowellenhintergrund, in Richtung auf den Großen Attraktor³.

Die Entdeckung sehr viel schwächerer Temperaturschwankungen (ca. 0.001%) in kleineren Bereichen durch den Satelliten COBE war ein Durchbruch in der Beobachtung des frühen Universums (John C. Mather, George F. Smoot, Nobelpreis 2006). Weitere Untersuchungen durch bodengebundene Experimente, Ballontelekope und besonders die Raumsonde WMAP haben die Stärke dieser Temperaturschwankungen in Abhängigkeit von ihrer Winkelausdehnung am Himmel noch wesentlich besser charakterisiert. Im Mai 2009 ist die europäische Raumsonde Planck⁴ gestartet worden und nimmt inzwischen Daten auf einer Bahn um den 2. Lagrange-Punkt (metastabile Position auf der Sonne-Erde-Verbindungsline außerhalb der Erdbahn, 1.5 Millionen km von der Erde entfernt). Planck soll die Hintergrundstrahlung mit dreifach höherer Auflösung als WMAP vermessen, bei gleichzeitig besserer Ausblendung von Störstrahlung. Die Temperaturschwankungen gehören zu den zur Zeit wichtigsten Meßgrößen der Kosmologie und stehen wahrscheinlich in direkter Beziehung mit der Bildung von Strukturen im frühen Universum.

Abbildung 2.14 zeigt die Verteilung der Temperaturschwankungen in der Hintergrundstrahlung. Nach verschiedenen Korrekturen (zum Beispiel des Einflusses der Milchstraße und der ‘Dipol-Anisotropie’, die durch die bereits angesprochene Relativbewegung der Erde gegen den Mikrowellenhintergrund entsteht) ist die Anisotropie der Strahlung etwa von der Größenordnung 10^{-5} K. Dieser hohe Grad an Isotropie ist im Standard-Urknallmodell nicht verständlich (siehe ‘Horizontproblem’ in Abschnitt 2.2.3). Wie bereits angesprochen, würde ein Inflations-Modell dieses Problem lösen.

2.5.3 Multipol-Spektrum der CMB-Verteilung

Die beobachtete Temperaturverteilung (Abb. 2.14) ist ein Abbild der letzten Streufläche der Photonen etwa 400000 Jahre nach dem Urknall. Das ist die Zeit t_{rek} als die Atome aus dem Plasma von Elektronen und Kernen gebildet wurden (‘Rekombination’). Die Temperatur betrug damals etwa $T_{rek} \approx 3000$ K. Inzwischen hat sich das Universum um $R(t_0)/R(t) = 1 + z \approx 1100$ ausgedehnt. Dadurch hat eine Struktur mit einem Öffnungswinkel von 1° , entsprechend einer Ausdehnung von etwa 200 kpc zur Zeit der Rekombination, bei einem angenommenen flachen Universum heute eine Ausdehnung von etwa 200 Mpc. In der Regel bezieht man sich zur Charakterisierung von Strukturen auf die heutigen, ‘mitbewegten’ Ausdehnungen.

Die CMBR hat keine Vorzugsrichtung im Raum. Deshalb sind für eine Analyse nur relative Temperaturunterschiede wesentlich. Man definiert eine Autokorrelationsfunktion der relativen Temperaturschwankungen, die nur von dem Öffnungswinkel θ zwischen zwei Beobachtungsrichtungen \vec{n} und \vec{m} abhängen:

$$C(\theta) = \left\langle \frac{\Delta T(\vec{n})}{T} \cdot \frac{\Delta T(\vec{m})}{T} \right\rangle_{\cos \theta = \vec{n} \cdot \vec{m}} . \quad (2.78)$$

³Größte bisher bekannte Verdichtung von Galaxien, auf die unter anderem unsere lokale Gruppe zuläuft.

⁴<http://sci.esa.int/science-e/www/area/index.cfm?fareaid=17>

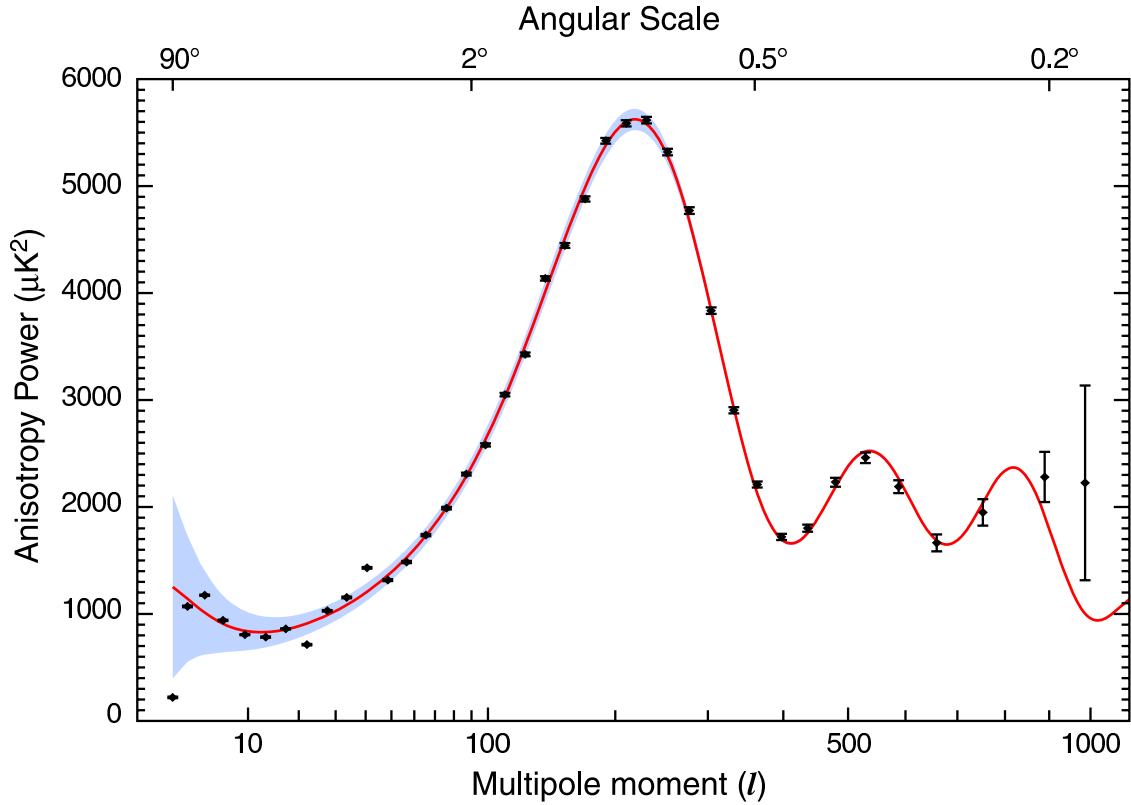


Abbildung 2.15: Das Multipol-Spektrum der CBM-Anisotropien. Bis zu der Multipolordnung von $l \approx 800$ liefert die Raumsonde WMAP die bisher besten Ergebnisse.

Dabei ist T die über den ganzen Himmel gemittelte CMB-Temperatur und die Mittelung in (2.78) erfolgt über alle Richtungs-paare mit dem gleichen Öffnungswinkel θ .

Zur weiteren Analyse wird die Funktion $C(\theta)$ in Legendre-Polynome entwickelt:

$$C(\theta) = \frac{1}{4\pi} \sum_l (2l + 1) C_l P_l(\cos \theta). \quad (2.79)$$

Die Multipolkoeffizienten C_l beschreiben das ‘Leistungsspektrum’ der θ -Korrelation als Funktion der Multipolordnung l (in der Literatur: ‘power spectrum’)⁵. Das aus den Anisotropie-Messungen abgeleitete Multipol-Spektrum (Abb. 2.15) enthält fast alle Informationen, die wir heute über unser Universum haben, und die Ergebnisse der Analysen sind in bester Übereinstimmung mit dem Standardmodell der Kosmologie. Die Informationen sind vor allem in der Verteilung von Maxima und Minima in dem Multipol-Spektrum zu finden. Die physikalische Interpretation dieser Strukturen soll im Folgenden diskutiert werden.

⁵Experimentell ergeben sich Vorteile, wenn man die Temperaturfluktuationen über den gesamten Himmel durch eine Entwicklung in Kugelflächenfunktionen, entsprechend einer Fourier-Zerlegung auf einer Kugeloberfläche, beschreibt. Wir gehen hier nicht weiter darauf ein, weil das physikalisch wesentliche in den Gleichungen (2.78, 2.79) enthalten ist.

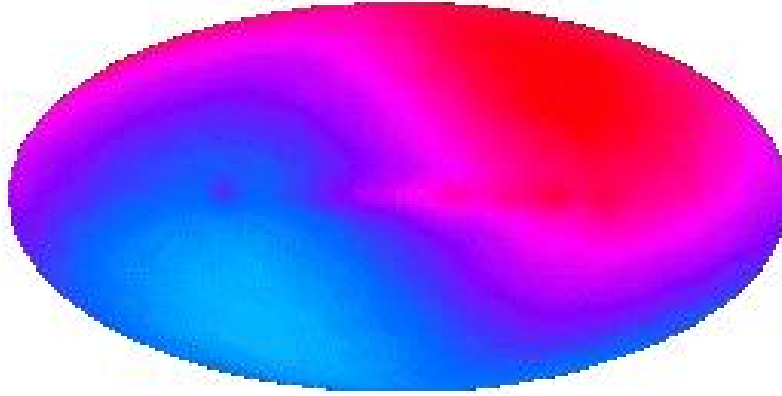


Abbildung 2.16: Dipol-Anisotropie der CMBR, die der Bewegung der Erde relativ zu der Hintergrundstrahlung entspricht. Die Temperaturunterschiede liegen bei etwa 0.1% und sind damit viel größer als die kosmischen Ursprungs. In Abb. 2.14 ist der Dipolterm herauskorrigiert.

2.5.4 Interpretation des Multipol-Spektrums

Die Zerlegung von $C(\theta)$ in Legendre-Polynome ist ähnlich einer Fourierzerlegung. In beiden Fällen lassen sich mit höheren Ordnungen schärfere Strukturen beschreiben. Den Ordnungen l der Legendre-Polynome kann man etwa eine Winkelauflösung zuordnen (die genaue Zuordnung ist etwas willkürlich):

$$\Delta\theta \approx \frac{\pi}{l} \approx \frac{200^\circ}{l}. \quad (2.80)$$

Zum Beispiel entspricht das erste Maximum im Multipol-Spektrum (Abb. 2.15) bei $l \approx 200$ Strukturen mit Öffnungswinkeln von etwa 1° .

Die Analyse des Multipol-Spektrums ist im Detail kompliziert und teilweise physikalisch und mathematisch recht anspruchsvoll. Wir wollen im Folgenden nur die prinzipiellen Ideen vermitteln, was eventuell manchmal etwas zu grob ausfallen mag.

Die niedrigen Multipole: Der niedrigste Multipol mit $l = 0$ legt nur die Bezugstemperatur (in der Regel die über den ganzen Himmel gemittelte Temperatur) fest und hat für die Anisotropieanalysen keine weitere Bedeutung. Der Dipolterm mit $l = 1$ hat die größte Stärke. Er entsteht als Doppler-Effekt ($\sim 1 + v/c \cos\theta$) durch eine Bewegung der Erde relativ zu der CMB-Strahlung (Abb. 2.16). Die Geschwindigkeit ist $v_{Erde} = 370$ km/s. Es ist bemerkenswert, dass die kosmische Hintergrundstrahlung ein ausgezeichnetes Bezugssystem für das Universum festlegt! Dieses System ist als 'mitbewegte Koordinatensystem' ('comoving frame') in der Kosmologie bekannt. Es ist das einzige System von dem aus das Universum homogen und isotrop erscheint; ein Beobachter wird in diesem System mit der Expansion des Universums mitbewegt.

Die höheren Multipole sind kosmologischer Herkunft. Im frühen Universum, beim Ende der Inflation, sind auf allen Skalen Fluktuationen der Dichten mit entsprechenden Fluktuationen der Raumkrümmung entstanden. Die Modelle sagen eine annähernde Gleichverteilung der räumlichen Ausdehnung der Fluktuationen voraus. Die ausgedehntesten Fluktuationen, entsprechend kleinen l -Ordnungen waren

bei der Entkopplung der Photonen größer als der damalige Horizont. Weil zwischen entfernten Gebieten keine kausale Wechselwirkung möglich war, konnten diese Fluktuationen nicht verändert werden. Deshalb haben sie die charakteristische Skaleninvarianz behalten, wie man an dem flachen Verlauf des Multipol-Spektrums bei $l \leq 100$ erkennt. Für diesen Teil des Spektrums gilt, dass Gebiete mit tieferen Potentialmulden, erzeugt durch höhere Materiedichte, kälter erscheinen, weil die Photonen Energie durch die gravitative Anziehung verlieren (gravitative Rotverschiebung).

Akustische Schwingungen: In Fluktuationen, die eine kleinere räumliche Ausdehnung hatten, konnten Oszillationen von Strahlung und Materie auftreten. Dazu musste die Zeit vom Urknall bis zur Rekombination (t_{rek}) größer sein, als eine Anregungswelle in dem Plasma braucht, um wenigstens einmal die Struktur zu durchlaufen (das definiert den 'Schallhorizont'). Die Schallgeschwindigkeit in dem Plasma ist wie auch bei Gasen gegeben durch:

$$v_s = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}}. \quad (2.81)$$

Der Schallhorizont zur Zeit t ist die Entfernung, die eine Störung bis zur Zeit t nach dem Urknall zurücklegt:

$$d_s(t) \approx \frac{v_s}{H(t)} \quad (2.82)$$

Für ein strahlungs-dominiertes Universum gilt die Zustandsgleichung (2.24) $p = \rho c^2/3$ und damit:

$$v_s = \frac{1}{\sqrt{3}}c \quad (2.83)$$

Mit dem Übergang in ein materie-dominiertes Universum (bei etwa 50000 Jahren) wird die Schallgeschwindigkeit mit geringer werdendem Druck immer kleiner.

Die Schwingungen beginnen, wenn der Schallhorizont über die Struktur hinweggelaufen ist. In den Modellen wird eine 'Photon-Baryon-Flüssigkeit' angenommen ('Baryon' wird hier gleichbedeutend mit 'normale Materie' benutzt und schließt Elektronen ein). Die Schwingungen beginnen mit der gravitativen Anziehung der Baryonen. Hier zeigt sich aber bei der Analyse der Daten, dass für die beobachteten Schwingungen die 'normale Materie', die mit den Photonen in elektromagnetischer Wechselwirkung steht, nicht ausreicht. Der Potentialtopf (Abb.2.17), in den die Photon-Baryon-Flüssigkeit stürzt, wird im wesentlichen durch eine gegen elektromagnetische Wechselwirkungen inerte, aber der Gravitation unterliegende Materieform gebildet: der Dunklen Materie.

Das in den Potentialtopf fallende Plasma wird komprimiert und erhitzt sich dadurch. Gleichzeitig bauen die Photonen einen Strahlungsdruck auf, der das Plasma wieder zurücktreibt. Der Vorgang wiederholt sich dann und das Plasma schwingt, bis bei der Entkopplung der Photonen von der Materie die Rückstellkraft immer kleiner wird und die Schwingung zum Erliegen kommt. Ist die Schwingung dann gerade in der Phase größter Kompression wird die entkoppelte Strahlung heißer (blauer) als der Mittelwert und in der Phase größter Ausdünnung wird die Strahlung kälter (roter), im Gegensatz zu den weiter oben besprochenen 'primordialen' Fluktuationen bei kleinen l -Werten⁶.

⁶Auch bei den akustischen Schwingungen spielt die gravitative Rotverschiebung eine Rolle, es

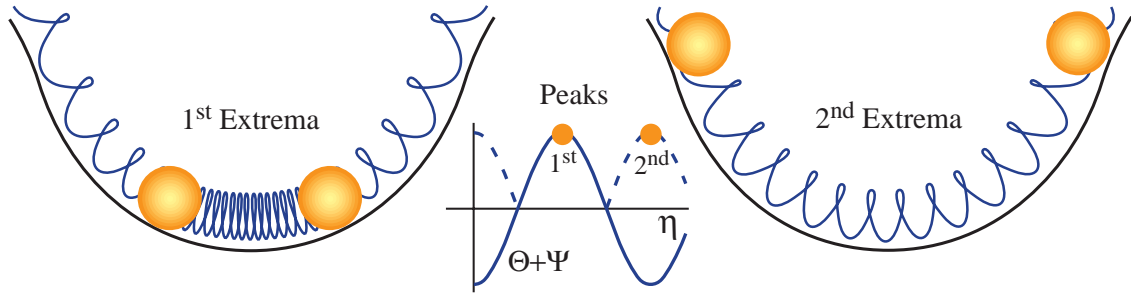


Abbildung 2.17: Darstellung der akustischen Schwingungen einer Photon-Baryon-Flüssigkeit in einem Gravitationpotential, das im wesentlichen durch die Dunkle Materie gebildet wird.

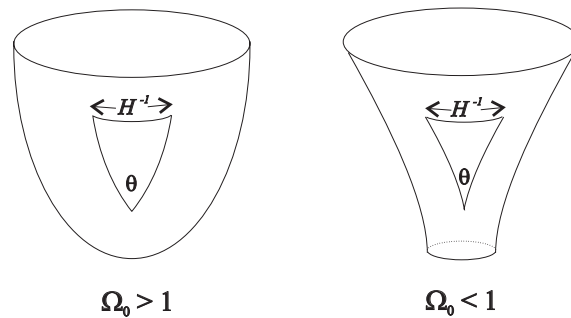


Abbildung 2.18: Einfluß der Raumkrümmung auf die Beobachtung von Winkelausdehnungen in früheren Epochen.

Die Ursache für die CMB-Temperaturschwankungen, die räumlich weniger ausgedehnt sind, als dem Schallhorizont bei der Entkopplung entspricht, können also durch die sogenannten akustischen Schwingungen des Baryon-Photon-Plasmas in einem Gravitationsstumpf, der im wesentlichen durch Dunkle Materie gebildet wird, erklärt werden. Bleibt noch zu klären, wie es zu den ausgeprägten Minima und Maxima im Multipol-Spektrum kommt.

Wenn man davon ausgeht, dass die Fluktuationsmoden in der Inflationsepoche skaleninvariant, gleichmäßig über das Spektrum verteilt, erzeugt wurden, würde die beobachtete Struktur bedeuten, dass es eine l -abhängige Phasenkohärenz gegeben haben muss. Zum Beispiel müssten dann die Moden zu $l \approx 200$ etwa zur Zeit der Entkopplung ihr Schwingungsmaximum erreicht haben. Tatsächlich sagen die Modelle voraus, dass eine Schwingung genau dann entfacht wird, wenn der Schallhorizont eine volle räumliche Schwingung erfaßt hat. Das setzt bei größeren Strukturen später ein als bei kleineren. Für eine bestimmte Mode setzen aber die Schwingungen im ganzen Universum zur gleichen Zeit ein und haben deshalb die gleiche Phase, das heißt die Schwingungen sind kohärent.

Das erste, dominante Maximum bei $l \approx 200$ mit einer Strukturgröße von etwa 1° entspricht einer Schwingung, die gerade bei der Rekombinationszeit die höchste Kompression erreicht hat. Beim nächsten Maximum war die Verdünnung am größten. So folgen weitere Maxima die jeweils größten Temperaturschwankungen bei der Re-

dominiert aber der Effekt der Temperaturdifferenzen durch Kompression und Dekompression.

Tabelle 2.3: Tabelle der kosmologischen Parameter, die im wesentlichen aus den CMB-Messungen abgeleitet wurden [17]. Die angegebenen Referenzen sind in [17] zu finden.

Parameter	Symbol	Value
Hubble parameter	h	0.73 ± 0.03
Total matter density	Ω_m	$\Omega_m h^2 = 0.128 \pm 0.008$
Baryon density	Ω_b	$\Omega_b h^2 = 0.0223 \pm 0.0007$
Cosmological constant	Ω_Λ	See Ref. 2
Radiation density	Ω_r	$\Omega_r h^2 = 2.47 \times 10^{-5}$
Neutrino density	Ω_ν	See Sec. 21.1.2
Density perturbation amplitude	σ_8	0.76 ± 0.05
Density perturbation spectral index	n	$n = 0.958 \pm 0.016$
Tensor to scalar ratio	r	$r < 0.65$ (95% conf)
Ionization optical depth	τ	$\tau = 0.089 \pm 0.030$
Bias parameter	b	See Sec. 21.3.4

kombination entsprechen. Mit wachsender l -Ordnung wird die Struktur immer kleiner, und zwar irgendwann so klein, dass die Bewegungen der Teilchen die Strukturen auswaschen (Silk-Dämpfung). Das Auswaschen ist umso ausgeprägter, je schneller die Teilchen sind. Das liefert unter anderem Einschränkungen für die Beiträge von leichten, relativistischen Teilchen zur Dunklen Materie ('hot dark matter', HDM, im Gegensatz zu 'cold dark matter', CDM).

2.5.5 Bestimmung der kosmologischen Parameter

Die Mikrowellen-Hintergrundstrahlung gibt uns das früheste Abbildung des Universums, weiter zurück können wir nicht sehen, weil das Universum dann undurchsichtig wird. Aus diesem Abbild haben die Kosmologen enorm viel Information über Entstehung und Entwicklung unseres Universums ableiten können.

Tabelle 2.3 (aus [17], Kapitel 21) zeigt eine relativ aktuelle Zusammenstellung kosmologischer Parameter. Bemerkenswert sind die recht kleinen Unsicherheiten. Im Folgenden soll an einigen Beispielen angedeutet werden, wo die Sensitivitäten auf die Parameter herkommen.

Die Lage des ersten Maximums ist durch den Schallhorizont, damit die Schallgeschwindigkeit gegeben, und so wiederum von der Dichte zur Rekombinationszeit abhängig. Die Schallgeschwindigkeit geht aber auch in den Abstand zum nächsten Maximum ein. Wenn man die verschiedenen Informationen zusammennimmt, gibt uns die zum ersten Maximum gehörende Winkelgröße die genaueste Auskunft über die Geometrie des Universums und damit die Dichte. Zum Beispiel würde eine positive Raumkrümmung ($k > 0$, $\Omega > 1$) die Strukturen unter größeren Winkeln erscheinen lassen (Abb. 2.18), so dass die Maxima zu kleineren l -Werten verschoben

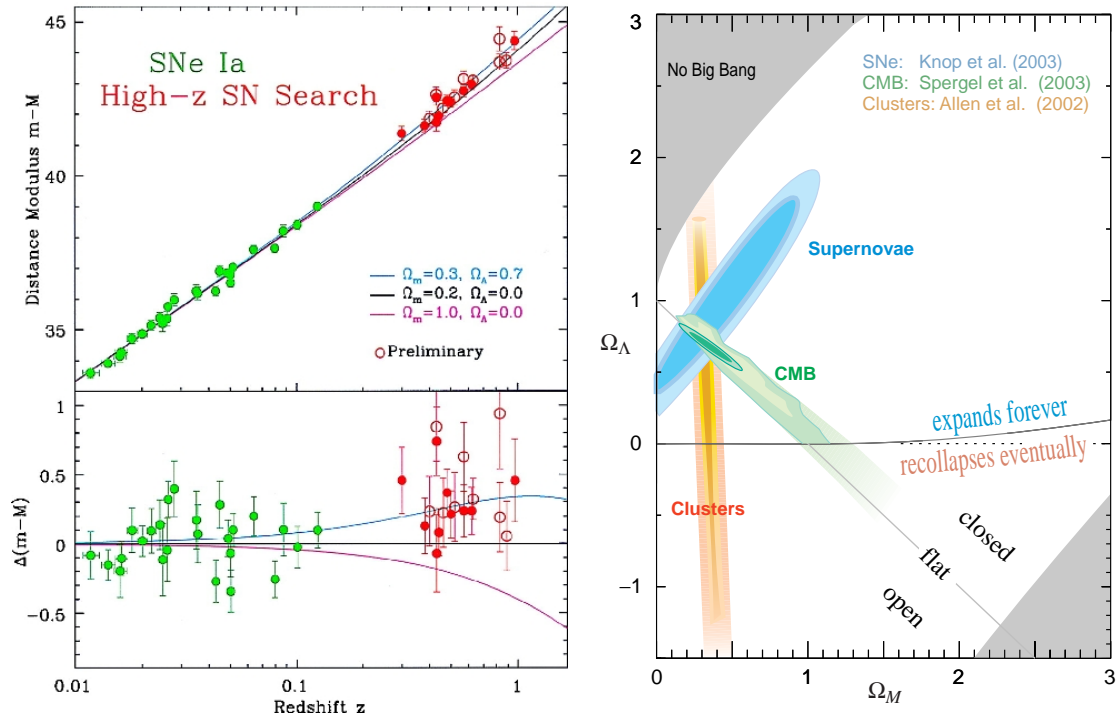


Abbildung 2.19: Links: Messungen des Hubble-Parameters für Supernovae vom Typ Ia. Die Abweichungen von einem linearen Verhalten bei großen Abständen weisen auf eine beschleunigte Expansion des Universums hin. Rechts: Vergleich der Bestimmungen von Ω_Λ aus den direkten Messungen (Beobachtungen von Supernovae Ia, CMB-Analyse ($\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_M$) und Analyse von Galaxien-Clustern).

würden. Es ergibt sich mit hoher Präzision $\Omega \approx 1$, das heißt unser Universum ist flach.

Die Höhe der Maxima ist sensitiv auf die Dichte der schwingenden Komponenten, insbesondere die Baryondichte und das Photon-Baryon-Verhältnis, und auf die Dunkle Materie, die den Potentialtopf erzeugt. Insgesamt ergibt sich, dass die Materie nur mit etwa $\Omega_m \approx 0.25$ zur Gesamtdichte beiträgt. Die Differenz $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_m$ wird der Vakuumenergie zugeschrieben (siehe Diskussion der 'kosmologischen Konstante' am Ende von Abschnitt 2.2). Eine von Null verschiedene kosmologische Konstante, entsprechend $\Omega_\Lambda \neq 0$, würde zu einer beschleunigten Ausdehnung des Universums führen. Die Beobachtung von entfernten Supernovae vom Typ Ia, für die man die Abstände gut bestimmen kann, weist tatsächlich auf eine solche beschleunigte Ausdehnung hin (Abb. 2.19 links). Der aus diesen Beobachtungen abgeleitete Wert von Ω_Λ ist in guter Übereinstimmung mit der CMB-Analyse (Abb. 2.19 rechts).

Kapitel 3

Kosmische Strahlung

3.1 Einführung¹

Die Erde wird fortwährend von hochenergetischen Teilchen aus dem Weltall getroffen. Dieses Phänomen wurde 1912 von dem österreichischen Physiker Viktor Franz Hess entdeckt. Zuvor war die natürliche Radioaktivität bereits bekannt und man ging davon aus, dass die an der Erdoberfläche gemessene ionisierende Strahlung von radioaktiven Nukliden in der Erdkruste verursacht wird. In einem Heißluftballon stieg Hess bis auf Höhen von 5000 m auf (Abb. 3.1). Er führte mehrere Elektrometer zur Messung der Intensität von ionisierender Strahlung mit und entdeckte, dass die Intensität der Strahlung mit zunehmender Höhe ansteigt. Er folgerte daraus, dass uns diese Strahlung aus dem Weltall erreicht. Der Namen Kosmische Strahlung (cosmic rays) wurde später durch Millikan geprägt. Für seine Untersuchungen wurde er 1936 mit dem Nobelpreis in Physik ausgezeichnet.

Weitere Wissenschaftler folgten Viktor Hess bei der Erforschung der damals neuartigen Strahlung. Mit einer Nebelkammer konnte Dimitry Skobelzyn 1927 zum ersten mal Sekundärteilchen, die von der Kosmischen Strahlung in der Erdatmosphäre erzeugt werden, photographieren. Im Jahr 1938 entdeckte Pierre Auger bei Koinzidenzexperimenten in den Alpen, dass in zwei Detektoren, die einige hundert Meter voneinander entfernt aufgestellt waren, Teilchen zur gleichen Zeit nachgewiesen werden. Er schloß daraus auf die Existenz ausgedehnter Luftschauer (Abb. 1.1, links), deren Primärteilchen Energien von etwa 10^{15} eV besitzen mussten. In den Jahren 1932-1947 war die Kosmische Strahlung überwiegend für die Teilchenphysik von Bedeutung. So wurden in Nebelkammern und Photoemulsionen verschiedenste Elementarteilchen wie Positronen (Abb. 1.1, rechts), Myonen, Pionen (Abb. 3.2) und Kaonen entdeckt. Durch diese Entdeckungen wurde der Bau von Beschleunigern stimuliert, mit denen ab den 1950iger Jahren solche Teilchen erzeugt und detaillierter untersucht werden konnten.

Die Kosmische Strahlung wird je nach ihrem Ursprung in solare, galaktische und extragalaktische Kosmische Strahlung eingeteilt. Bei Sonneneruptionen werden Teilchen bis in den GeV-Bereich erzeugt. Der genaue Ursprung der nicht-solaren Kosmischen Strahlung, in der Teilchenenergien bis zu 10^{20} eV nachgewiesen wurden,

¹Siehe auch die Webseiten: <http://www.astroteilchenphysik.de> und http://de.wikipedia.org/wiki/Kosmische_Strahlung



Abbildung 3.1: Der Entdecker der Kosmischen Strahlung, Viktor Hess, in der Gondel seines Heißluftballons.

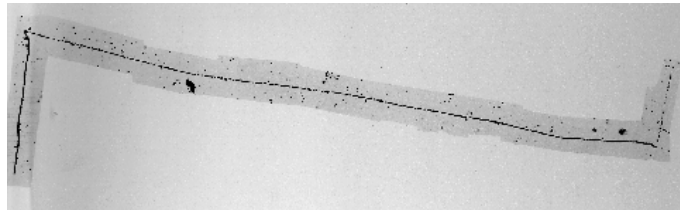


Abbildung 3.2: Teilchenspuren aufgenommen während eines Ballonfluges in einer Photoemulsion: Zerfall eines Pions in ein Myon, das dann in ein Elektron zerfällt ($\pi - \mu - e$ - Zerfall).



Abbildung 3.3: Photographie einer Supernova-Explosion (Krebsnebel).

ist bisher unbekannt. Kandidaten hierfür sind unter anderem Schockfronten von Supernovaexplosionen (Abb. 3.3) oder kosmische Jets von schwarzen Löchern oder Pulsaren. Für Teilchenenergien kleiner als 10^{18} eV wird ein Ursprung innerhalb der Milchstraße angenommen, während für größere Energien auch andere Galaxien oder Quasare in Betracht kommen.

Im engeren Sinn ist meistens mit ‘Kosmischer Strahlung’ die geladene Komponente gemeint. Man könnte den Begriff aber auch allgemeiner auf hochenergetische Teilchenstrahlung aus dem All, insbesondere auch Neutrinos und Photonen (Kapitel 5, 4), ausdehnen.

Das Energiespektrum der geladenen Komponente der Kosmischen Strahlung erstreckt sich über viele Größenordnungen und fällt dabei sehr steil ab (Abb. 1.3). Obwohl inzwischen schon recht lange an der Kosmischen Strahlung geforscht wird, sind viele grundsätzliche Fragen noch nicht vollständig beantwortet: Was sind ihre Quellen und wie werden die Teilchen zu solch hohen Energien beschleunigt? Wie breitet sich die Kosmische Strahlung durch das interstellare Medium bis zur Erde aus? Werden die Eigenschaften der Strahlung dabei verändert? Was sind die höchsten in der Kosmischen Strahlung vorkommenden Energien?

Zur Beantwortung dieser Fragen werden weltweit verschiedene Experimente durchgeführt. Dabei werden unterschiedliche experimentelle Techniken zum Nachweis der Teilchenstrahlung eingesetzt, die sich auch nach der Art der nachzuweisenden Strahlung richten. Bis zu Energien von etwa 10^{15} eV bei geladenen Teilchen und bis etwa 10^{10} eV bei Photonen kann die Kosmische Strahlung direkt mit Detektoren an hochfliegenden Ballons am oberen Rand der Atmosphäre (etwa 40 km Höhe) oder mit weltraumgestützten Experimenten (Space Shuttle, Satelliten) nachgewiesen werden. Bei höheren Energien wird der Teilchenfluß so klein, dass man sehr große Nachweisflächen und lange Meßzeiten benötigt. Solche Detektoranlagen lassen sich nur am Erdboden realisieren, wo die Kosmische Strahlung indirekt durch Nachweis der Sekundärwechselwirkungen in der Erdatmosphäre gemessen wird. Der Nachweis von Neutrinos erfordert sehr große Detektorvolumina (zum Beispiel Wassertanks oder das antarktische Gletschereis), die ebenfalls nur am Erdboden realisiert werden können.

Die geladene Komponente der primären Kosmischen Strahlung besteht im wesentlichen aus Protonen und α -Teilchen mit einem geringen Anteil an schwereren Elementen und Elektronen. Der sehr geringe Anteil an Antimaterie, meistens Positronen und Antiprotonen, deutet darauf hin, dass Antimaterie erst durch Wechselwirkungen im interstellaren Raum erzeugt wird.

Die geladenen Teilchen der Kosmischen Strahlung werden in interstellaren Magnetfeldern vielfach abgelenkt und treffen daher isotrop auf die Erde, d.h. aus der Einfallsrichtung der Teilchen kann nicht auf ihre Quellen zurückgeschlossen werden (außer möglicherweise bei den höchsten, sehr seltenen Energien). Informationen über ihren Ursprung bieten aber die Elementzusammensetzung und das Energiespektrum der Kosmischen Strahlung.

Heute glaubt man, dass ein Großteil der Teilchen der Kosmischen Strahlung in Supernovaexplosionen beschleunigt wird (mehr dazu in Kapitel 7). Supernova-Explosionen sind Explosionen von Sternen am Ende ihrer Entwicklung, bei denen gewaltige Energiemengen freigesetzt werden. Dabei werden große Mengen Materie

ausgestoßen, die in der Wechselwirkung mit dem interstellaren Medium eine Stoßwelle von magnetisiertem Plasma ausbilden. An den Magnetfeldern der Stoßwelle werden die geladenen Teilchen hin und her reflektiert, wobei sie im Mittel Energie gewinnen (Fermi-Mechanismus). Diese Theorie wird durch die Elementzusammensetzung der Kosmischen Strahlung gestützt, welche der Zusammensetzung der Materie in unserem Sonnensystem sehr ähnlich ist und daher auf einen gemeinsamen Ursprung hindeutet. Auch die im Sonnensystem vorkommenden Elemente sind durch Kernfusion in Sternen und Supernova-Explosionen entstanden.

Die Erde wird durch die dichte Atmosphäre und das Magnetfeld weitgehend vor der Kosmischen Strahlung geschützt. Die verbleibende durchdringende Strahlung zusammen mit der Umweltradioaktivität scheint aber gerade auszureichen, um mit genetischen Mutationen die biologische Evolution in Gang zu halten.

3.2 Spektren

Trägt man die Zahl der Teilchen, die pro Energieintervall, Fläche, Zeit und Raumwinkelintervall auf die Erde treffen, in Abhängigkeit von ihrer Energie auf,

$$\phi(E) = \frac{dN}{dE dA d\Omega dt}, \quad (3.1)$$

so erhält man das Energiespektrum der Kosmischen Strahlung wie in der Abbildung 3.4 gezeigt. Es fällt sehr steil ab, das heißt mit zunehmender Energie werden die Teilchen viel seltener, bei einer 10-mal höheren Energie nimmt der Fluß der Teilchen um etwa einen Faktor 1000 ab. Bei Energien um 10^{12} eV werden etwa 10 Teilchen pro Quadratmeter und Minute gemessen, bei 10^{20} eV nur noch etwa 1 Teilchen pro Quadratkilometer in 200 Jahren. In der Abbildung 1.3 sind zusätzlich die Energien der zur Zeit größten künstlichen Teilchenbeschleuniger der Welt, dem TEVATRON am Fermilab in den USA und dem demnächst am CERN in Genf in Betrieb gehenden Beschleuniger LHC eingetragen. Diese Energien beziehen sich auf die gleiche Schwerpunktenenergie eines Nukleon-Nukleon-Systems. Wenn man die Strahlenergien von etwa 1 TeV und 7 TeV betrachtet, stellt man fest, dass die in der Kosmischen Strahlung vorkommenden Energien um mindestens 7 Größenordnungen die von Menschenhand erreichbaren Energien übersteigen. Es ist nicht zu erwarten, dass die Quellen der Kosmischen Strahlung als die größten Beschleuniger im Universum jemals von irdischen Beschleunigern abgelöst werden. Auch in Zukunft wird die Untersuchung der Kosmischen Strahlung in Ergänzung zu Experimenten an künstlichen Beschleunigern wichtige Erkenntnisse über die Elementarteilchen und ihre Wechselwirkungen liefern.

Die charakteristischen Merkmale des Energiespektrums sind:

- Zu niedrigen Energien hin bricht der steile Verlauf des Spektrums ab, weil das Erdmagnetfeld die Teilchen ablenkt und bei Energien unterhalb von einigen GeV überhaupt keine Teilchen mehr durchläßt (siehe Abschnitt 3.4). Oberhalb von etwa 30 GeV ist der Einfluß des Erdmagnetfeldes gering.
- In einem Energiebereich von einigen GeV bis etwa 10^{14} eV, wo das so genannten

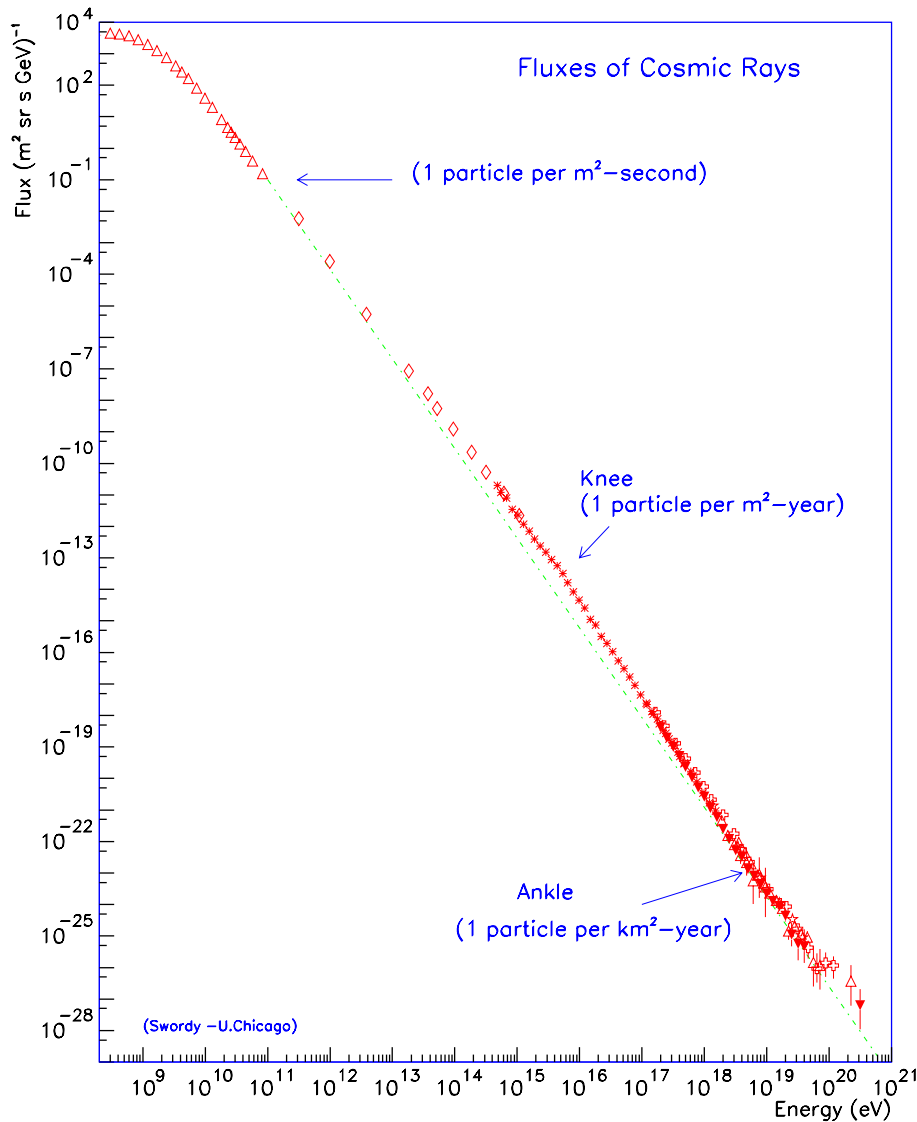


Abbildung 3.4: Energiespektrum der geladenen Komponente der Kosmischen Strahlung.

‘Knie’ beginnt, folgt der Fluß einem Potenzgesetz:

$$\phi(E) = \phi_0 E^{-\gamma} = \phi_0 E^{-2.7} \approx 1.8 \cdot 10^4 (E/\text{GeV})^{-2.7} \frac{\text{Nukleonen}}{\text{m}^2 \text{ s sr GeV}}. \quad (3.2)$$

- Oberhalb des Knies wird das Spektrum steiler und folgt ab etwa 10¹⁶ eV wieder einem Potenzgesetz wie in (3.2) mit $\gamma \approx 3.0$ (Abb. 3.5).
- Oberhalb von etwa 10¹⁸ eV wird das Spektrum wieder etwas flacher: man spricht von dem ‘Knöchel’.
- Oberhalb von etwa 10²⁰ eV sollte das Spektrum eigentlich auf Grund des GZK-Cutoffs, den wir im Folgenden erläutern, überhaupt keine Teilchen mehr zu sehen sein. Frühere experimentelle Ergebnisse dazu haben sich teilweise widersprochen (Abb. 3.5). Wegen der extrem geringen Raten ist eine Überprüfung

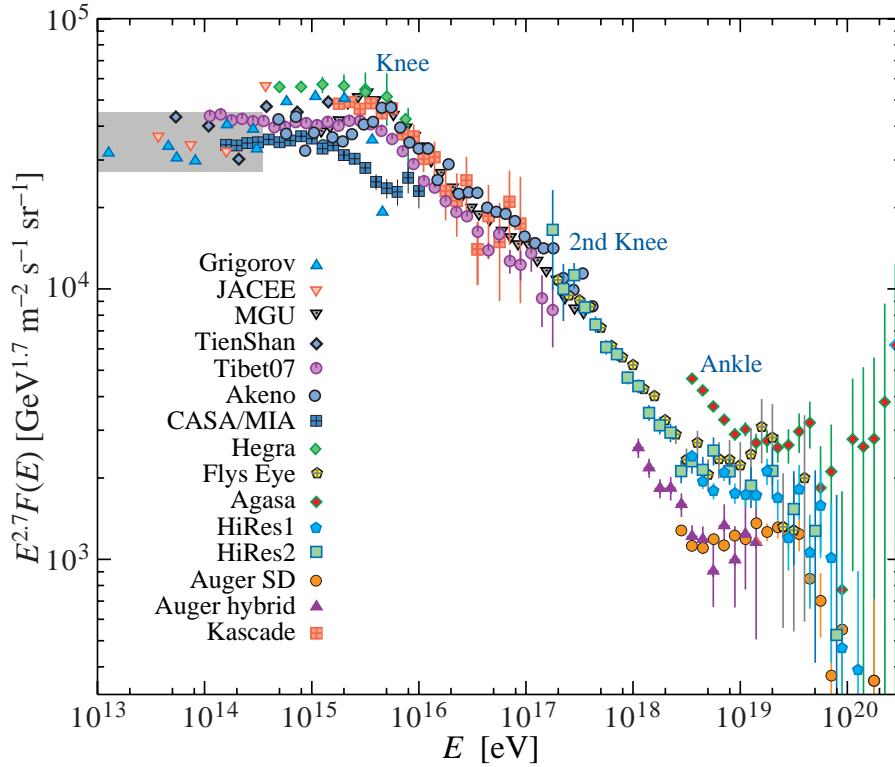


Abbildung 3.5: Mit $E^{-2.7}$ multiplizierte Energiespektren (alle Teilchensorten summiert), die in Luftschauerexperimenten gemessen wurden. Die Änderungen des Spektrums am Knie und Knöchel sind gut zu erkennen, aber auch die großen (statistisch unverträglichen) Fluktuationen zwischen verschiedenen Experimenten. In dem schattierten Bereich gibt es auch direkte Messungen mit Ballons und Satelliten.

nicht so einfach. Von dem AUGER-Experiment, das vor wenigen Jahren in Argentinien in Betrieb genommen wurde, erhofft man sich Aufklärung dieser Frage (siehe Abschnitt 3.8).

Die geladene Komponente der Kosmischen Strahlung hat insgesamt eine Energiedichte von etwa 1 MeV/m^3 in dem interstellaren Raum und liegt damit in der gleichen Größenordnung wie das optische Sternenlicht (0.6 MeV/m^3), wie der Mikrowellenhintergrund (0.26 MeV/m^3) und wie das galaktische Magnetfeld (0.25 MeV/m^3) (Tabelle 3.1). Wegen des stark abfallenden Spektrums der Kosmischen Strahlung tragen Energien oberhalb etwa 100 GeV sehr wenig zur Energiedichte bei.

Der größte Teil der Kosmischen Strahlung stammt aus galaktischen Quellen. Au-

Tabelle 3.1: Beiträge zur Energiedichte im interstellaren Raum der Milchstraße.

Beitrag	[MeV/m^3]
Sternlicht (optisch)	0.6
Kosmische Strahlung	1
Mikrowellenhintergrund	0.26
galaktisches Magnetfeld	0.25

Bei den höchsten Energien werden die geladenen Teilchen von dem galaktischen Magnetfeld (typisch $3 \cdot 10^{-10} \text{ T} = 3 \mu\text{G}$) eingefangen mit einer mittleren Verweildauer von etwa 10^7 Jahren.

Da in unserer Galaxis keine Quellen bekannt sind, die Energien im Bereich des Knöchels erzeugen könnten, nimmt man an, dass die höchsten Energien extragalaktischen Ursprung haben. Allerdings können Teilchen mit Energien von 10^{20} eV und darüber wegen der dann möglichen inelastischen Wechselwirkungen mit den Photonen des Mikrowellenhintergrunds (Greisen, Zatsepin und Kusmin, ‘GZK’) keine großen Entfernungen zurücklegen. Das Protonenspektrum sollte abgeschnitten werden (GZK-Cutoff), wenn die Photon-Proton-Energie im Schwerpunktsystem etwa die Masse der ersten Nukleonresonanz (Δ -Resonanz, $M_\Delta = 1.232 \text{ GeV}$) erreicht und die folgende Reaktion mit hohem Wirkungsquerschnitt ($\approx 550 \mu\text{b}$) auftreten kann:



Die GZK-Abschneideenergie bestimmt sich dann aus (p_p , p_γ sind die Proton- und Photon-Viererimpulse und E_p , E_γ die jeweiligen Energien):

$$(p_p + p_\gamma)^2 \approx M_\Delta^2 \Rightarrow E_p = \frac{M_\Delta^2 - M_p^2}{4 E_\gamma} \approx 10^{20} \text{ eV} \quad (3.4)$$

Mit der Dichte und Energieverteilung der Photonen des Mikrowellenhintergrunds (Abschnitt 2.5) berechnet man eine mittlere freie Weglänge von etwa 5 Mpc, vergleichbar mit Ausdehnung unseres lokalen Galaxienhaufens. Das heißt, Teilchen mit Energien oberhalb 10^{20} eV können bestenfalls von Nachbargalaxien kommen. Da man aber auch dort keine Quellen von solch hohen Energien ausmachen kann, wird nun die Klärung durch das AUGER-Experiment mit höchster Spannung erwartet.

3.3 Zusammensetzung

Im Mittel besteht Kosmische Strahlung zu etwa 98% aus Atomkernen und zu 2% aus Elektronen. Die Kerne teilen sich auf in 87% Wasserstoffkerne, d.h. Protonen, 12% Heliumkerne, und etwa 1% schwere Kerne, dabei wurden alle Elemente des Periodensystemes von Wasserstoff bis zu den Aktiniden nachgewiesen (zum Beispiel Abb. 3.6).

Wegen der stark abfallenden Energiespektren werden die Mittelwerte der relativen Beiträge durch Energien im GeV-Bereich dominiert. Bis zu etwa 100 TeV gibt es direkte Messungen der Spektren der beitragenden Elemente, die mit Ballons und Satelliten ausgeführt wurden (Abb. 3.9).

Die chemische Zusammensetzung der kosmischen Strahlung (Abb. 3.7) zeigt auffallende Ähnlichkeiten mit der Häufigkeit der Elemente im Sonnensystem. In beiden Fällen sieht man den Effekt, dass Nuklide mit gerader Massenzahl A und/oder Ladungszahl Z stabiler sind (wegen der Paarungsenergie; siehe Abb. 3.8). Die stabileren Nuklide werden bevorzugt in Fusionsreaktionen produziert und sind auch weniger anfällig auf Zerfall oder Spallation. Die Übereinstimmung in den relativen Häufigkeiten von C, N, O und Fe deutet auf eine Elementsynthese in den Sternen hin (CNO-Zyklus, Fe als Ende der Fusionskette, siehe Kapitel 6).

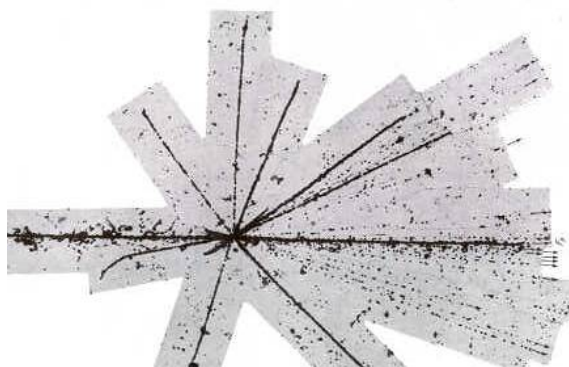


Abbildung 3.6: Spur eines hochenergetischen Schwefelkerns in einer Photoemulsion (Powell, 1959). Der Schwefelkern kommt von links und macht eine Wechselwirkung mit einem Kern der Emulsion, aus der Spallationsfragmente (kurze dicke Spuren), ein führendes Fragment in Vorwärtsrichtung und relativ isotrop verteilt leichtere Bruchstücke erzeugt werden.

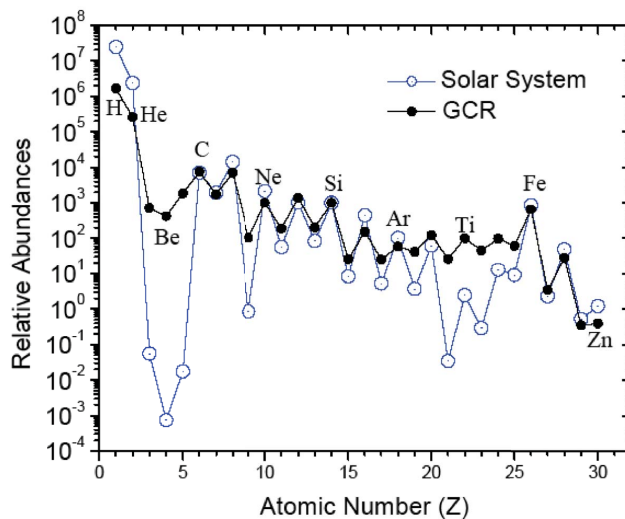


Abbildung 3.7: Relative Häufigkeit der Elemente in der Kosmischen Strahlung (volle Punkte) und im Sonnensystem (offene Punkte).

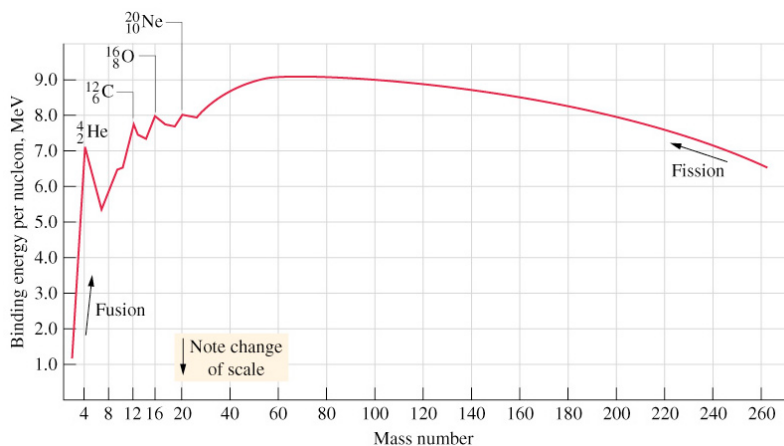


Abbildung 3.8: Bindungsenergie pro Nukleon aufgetragen gegen die Massenzahl.

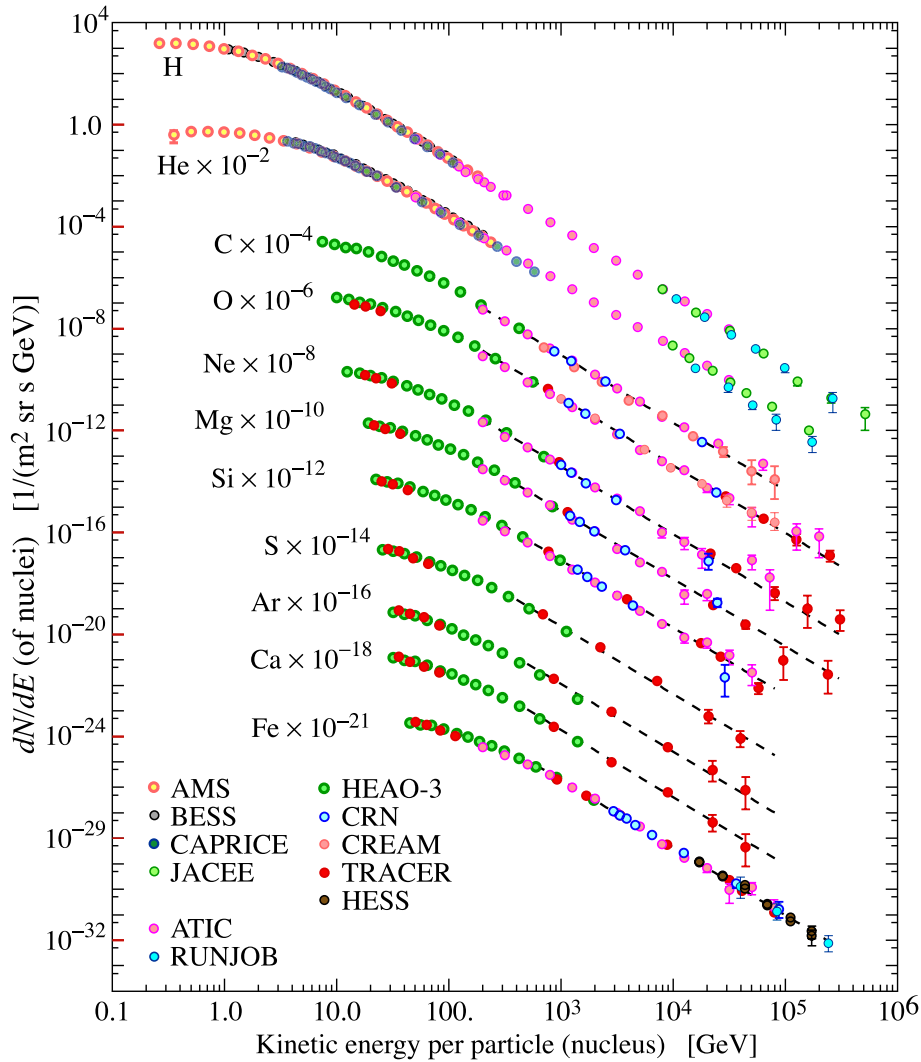


Abbildung 3.9: Hauptkomponenten der primären Kosmischen Strahlung (aus PDG).

Die größten Unterschiede treten bei Li, Be und B auf. Wegen ihrer relativ schwachen Bindungsenergie und weil sie in thermonuklearen Reaktionen nur als Zwischenprodukte auftreten, sind sie in Sternen relativ selten. Zum Beispiel ist ${}^8\text{Be}$, obwohl es ein gg-Kern ist, instabil weil die Fusion von zwei ${}^4\text{He}$ -Kernen endotherm ($\Delta E = 92\text{ keV}$) ist. In der Kosmischen Strahlung treten die Elemente Li, Be und B häufiger auf, weil sie in Sekundärreaktionen vor allem von C, N und O mit dem interstellaren Gas erzeugt werden. Eine relative größere Häufigkeit tritt auch bei den Elementen Sc, Ti, V und Mn auf, die als Spallationsprodukte von Fe und Ni entstehen. Die Häufigkeiten der bevorzugt sekundär erzeugten Elemente ist ein Maß für die Dichte und Zusammensetzung des interstellaren Mediums und erlaubt Abschätzungen über die mittlere Verweildauer der Strahlung in der Milchstraße.

Nach ihrer Beschleunigung breiten sich die Teilchen der Kosmischen Strahlung in der Galaxis aus, bis einige davon zufällig die Erde erreichen. Die Zeit, die die Teilchen hierfür benötigen, kann durch radioaktive Nuklide in der Kosmischen Strahlung bestimmt werden. Diese zerfallen im Laufe der Zeit während der Ausbreitung und aus dem Verhältnis von bestimmten stabilen zu instabilen Nukliden kann die mittlere

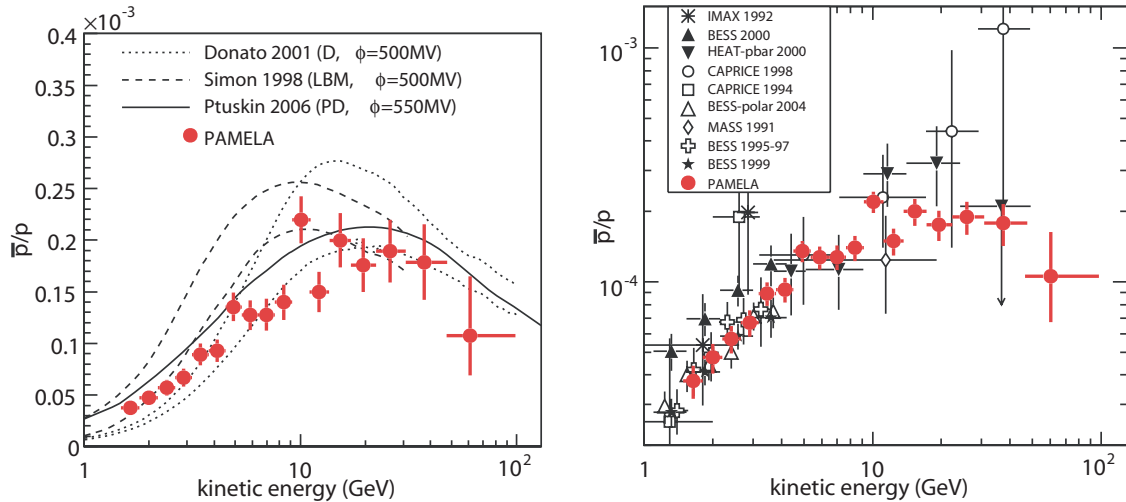


Abbildung 3.10: Das von dem Satellitenexperiment Pamela gemessene Verhältnis des Anti-Protonen- zu Protonenflusses als Funktion der kinetischen Energie. Links: Vergleich mit Modellvorhersagen, rechts: Vergleich mit früheren Messungen, der zeigt, dass Pamela die Genauigkeit erheblich verbessert hat.

Verweildauer der Teilchen der Kosmischen Strahlung zu etwa 10^7 Jahre abgeschätzt werden. Da sich die Teilchen mit annähernd Lichtgeschwindigkeit bewegen, legen sie dabei gewaltige Wegstrecken zurück. Diese sind viel größer als der Durchmesser der Galaxis und man geht deshalb davon aus, dass sie sich in ungeordneten Bahnen, durch Magnetfelder abgelenkt, bewegen und dabei die gesamte Galaxis erfüllen.

Der geringe beobachtete Fluß von Antimaterie, wie Positronen und Antiprotonen, läßt den Schluss zu, dass Antimaterie bevorzugt in sekundären Reaktionen mit dem interstellaren Gas erzeugt wird. Zum Beispiel werden Elektronen und Positronen in dem Energiebereich von 5 bis 100 GeV im Verhältnis 10 zu 1 beobachtet. Das Verhältnis von Anti-Protonen zu Protonen ist etwa 10^{-4} bei ähnlichen Energien (Abb. 3.10). Da man in Kosmischer Strahlung bisher nur geringfügig Antimaterie nachweisen konnte, wird dies als entscheidendes Indiz angesehen, dass es in unserem Universum keine größere Ansammlungen von Antimaterie gibt und es somit beim Urknall zu einer Asymmetrie von Materie und Antimaterie gekommen sein muß.

Die Messung der Zusammensetzung der Kosmischen Strahlung bei Energien oberhalb von etwa 100 TeV, bei denen über den Nachweis von Luftschauern indirekt auf die primäre Strahlung zurückgeschlossen werden muss, ist vergleichsweise viel schwieriger und die Situation deshalb auch viel weniger klar. Wir werden in dem Abschnitt 3.8.3 über Luftschauer-Experimente darauf zurückkommen.

3.4 Magnetische Effekte

Der Gyroradius ρ eines Teilchens mit Impuls p , Ladung ze in einem Magnetfeld B ist:

$$\rho = \frac{p}{zeB}. \quad (3.5)$$

Der rechte Teil gilt, wenn man r in Meter, p in MeV und B in Tesla angibt (eine 300 MeV Teilchen hat einen Krümmungsradius von 1 m in einem Feld von 1 T). Der Faktor

$$R = \frac{p}{ze} = \rho \cdot B \quad (3.6)$$

wird die ‘magnetische Steifigkeit’ (‘magnetic rigidity’) genannt und ist ein Maß für die Fähigkeit des Teilchens, in Magnetfeldern nicht die Richtung zu verlieren. Die Dimension von R ist $[R] = \text{Volt}$.

3.4.1 Ablenkung im Erdmagnetfeld

Die allgemeine Behandlung von Teilchenbahnen im Erdmagnetfeld ist kompliziert wegen der Inhomogenität und Unregelmäßigkeit des Feldes. Wir wollen im Folgenden annehmen, dass das Erdfeld ein ideales Dipolfeld ist:

$$B(r, \lambda) = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi r^3} B \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda} \quad (3.7)$$

mit dem Dipolmoment

$$p_m \approx 8.1 \cdot 10^{22} \text{ A m}^2 \quad (\text{und } \mu_0/4\pi = 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}). \quad (3.8)$$

Die magnetische Breite λ ist der Winkel des Ortsvektors \vec{r} gegen die magnetische Äquatorebene ($\lambda = 0$ in der Äquatorebene). Mit (3.7) und (3.8) ergibt sich auf der Erdoberfläche am Äquator ein Feld von etwa $31 \mu\text{T}$. Die Dipolachse ist etwa 11.5° gegen die Erdachse geneigt (tatsächlich ist auch der Dipol gegen den Erdmittelpunkt verschoben, was wir hier aber nicht berücksichtigen wollen). Zur Erinnerung: der magnetische Nordpol, der die Quelle der Feldlinien ist, liegt am geographischen Südpol, und der magnetische Südpol liegt am geographischen Nordpol (Abb. 3.11 links).

Für Kreisbahnen um die Dipolachse in der Äquatorebene ergibt sich durch Einsetzen von (3.7) in (3.5) der so genannte Størmer-Radius (R ist wieder die in (3.6) definierte Steifigkeit):

$$r_s = \sqrt{\frac{\mu_0 p_m z e}{4\pi p c}} = \sqrt{\frac{\mu_0 p_m}{4\pi R}} \quad (3.9)$$

Vom geographischen Nordpol aus gesehen bewegen sich positiv geladene Teilchen im Uhrzeigersinn auf dieser Kreisbahn, also von Osten nach Westen. Wenn der Størmer-Radius gleich dem Erdradius r_E ($r_E = 6.38 \cdot 10^6 \text{ m}$) wird, ergibt sich für die minimale Steifigkeit, die ein vom östlichen Horizont kommendes positiv geladenes Teilchen haben muß, um die Erde zu erreichen:

$$R_S^* = \frac{p c}{z e} = \frac{\mu_0 p_m c}{4\pi r_E^2} = 59.6 \text{ GV}. \quad (3.10)$$

In [5] ist eine allgemeine Formel angegeben, mit der man die minimale Steifigkeit eines Teilchens berechnen kann, das einen Punkt bei einem Radius r auf einem magnetischen Breitengrad λ aus einer durch (θ, ϕ) gegebenen Richtung erreichen soll¹:

$$R_S(r, \lambda, \theta, \phi) = R_S^* \frac{r_E^2 \cos^4 \lambda}{r^2 (1 + \sqrt{1 - \cos^3 \lambda \sin \theta \sin \phi})^2}. \quad (3.11)$$

¹Auf der Web-Seite <http://hpamsmi2.mi.infn.it/~wwwams/rig.html> findet man unter ‘Rigidity Cut-Off Page’ ein interaktives Programm um Cut-Offs zu berechnen.

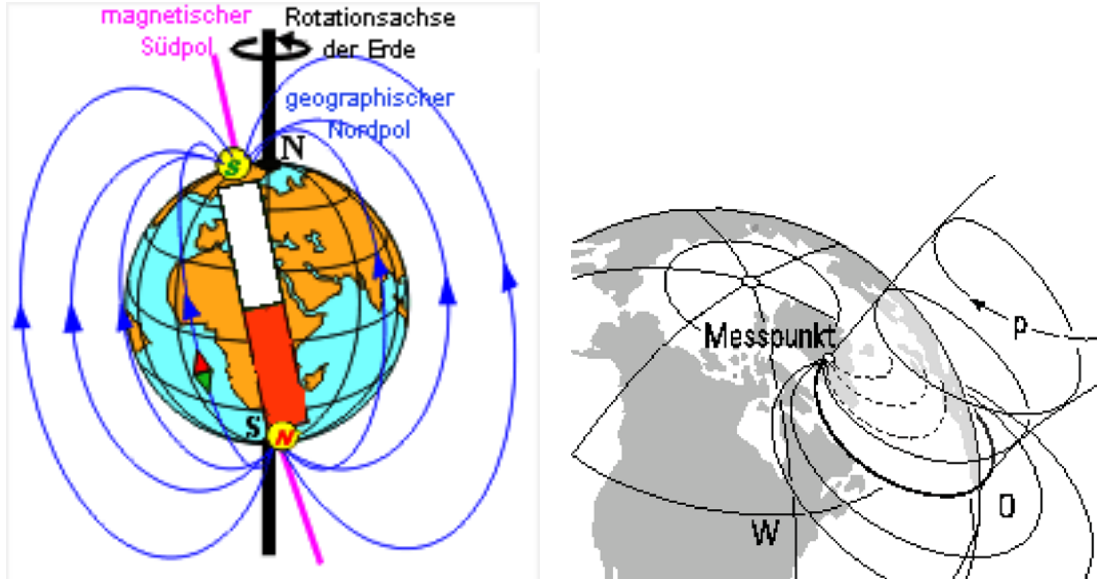


Abbildung 3.11: Erdmagnetfeld (links), Bahnen kosmischer Strahlung im Erdmagnetfeld (rechts).

Hier ist θ der Zenitwinkel, das heißt, der Winkel zur Vertikalen am Standort eines Beobachters (nach oben zeigt die Vertikale zum Zenit, $\theta = 0^\circ$ nach unten zum Nadir, $\theta = 180^\circ$). Der Azimutwinkel ϕ um die Vertikale ist so definiert, dass sich Teilchen mit $\phi = 0^\circ$ nach magnetisch Süd, mit $\phi = 90^\circ$ nach Westen und mit $\phi = 270^\circ$ nach Osten bewegen. Dann ist R_S^* in Gleichung (3.10) ein spezieller Wert (Teilchen kommt von Osten tangential auf die Erdoberfläche):

$$R_S^* = R_S(r_E, 0^\circ, 90^\circ, 90^\circ) \quad (3.12)$$

Die Bedeutung des 'rigidity cutoff's' in (3.11) läßt sich auch wie folgt verstehen: Man kann ein Teilchen mit umgekehrter Ladung (also zum Beispiel ein Antiproton) von dem Punkt bei (r, λ) in umgekehrte Richtung starten lassen. Die Teilchen, deren Steifigkeit kleiner als $R_S(r, \lambda, \theta, \phi)$ in (3.11) ist, erreichen keine asymptotischen Bahnen für $r \rightarrow \infty$. Tatsächlich hat Størmer das auch so gerechnet, um die Zahl der Fehlversuche zu minimieren.

Unter anderem enthält die Gleichung (3.11) auch den Ost-West-Effekt (Abb. 3.11 rechts): Für Teilchen, die aus dem Westen kommen, ist der Cutoff R_S kleiner (immer bezogen auf die dominierende positiv geladene Komponente). Zum Beispiel ergibt sich für Teilchen, die in der Äquatorebene horizontal von Westen auf der Erde ankommen:

$$R_S(r_E, 0^\circ, 90^\circ, 270^\circ) = R_S^* \frac{1}{(1 + \sqrt{2})^2} = 10.2 \text{ GV}, \quad (3.13)$$

zu vergleichen mit dem Cutoff $R_S^* = 59.6 \text{ GV}$ für die entsprechend vom Osten kommenden Teilchen. Ein Teilchen, das den Äquator aus dem Zenit, $\theta = 0$ trifft, hat den Cutoff:

$$R_S(r_E, 0^\circ, 0^\circ, -) = R_S^* \frac{1}{4} = 14.9 \text{ GV}, \quad (3.14)$$

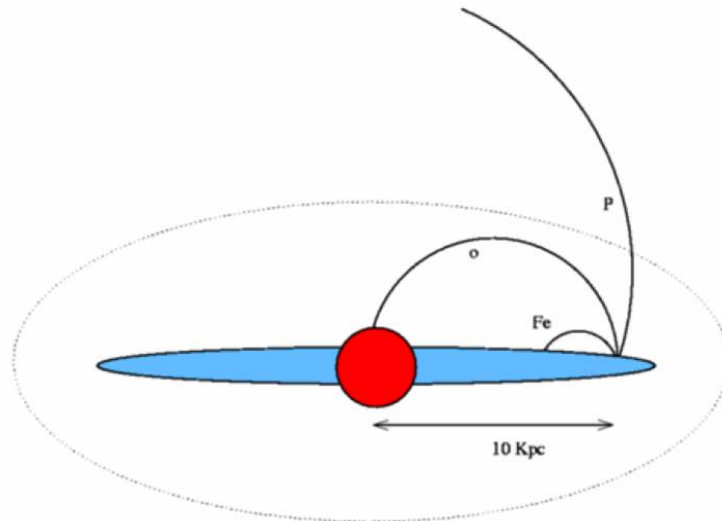


Abbildung 3.12: Einfang durch das galaktische Magnetfeld. Kerne mit höherem Z haben bei gleicher Energie einen kleineren Gyroradius.

3.4.2 Das galaktische Magnetfeld

Wie bereits erwähnt, ist unserer Milchstraße erfüllt von Magnetfelder mit einer typischen Stärke von $3 \cdot 10^{-10} \text{ T} = 3 \mu\text{G}$. Die Feldverteilung zeichnet im wesentlichen die Struktur der Spiralarme nach. Die galaktische Kosmische Strahlung wird von diesen Feldern eingefangen und isotropisiert. Die mittleren Lebensdauern eines kosmischen Teilchens in der Milchstraße ist etwa 10^7 Jahre, wodurch sich die Strahlung akkumuliert. Nur die höchstenergetischen Teilchen können so nicht gehalten werden: zum Beispiel hat ein Proton mit einer Energie von 10^{20} eV in einem Feld von $3 \cdot 10^{-10} \text{ T}$ einen Gyroradius von

$$\rho = \frac{p/\text{GeV}}{0.3 \cdot B/\text{T}} \text{ m} = 10^{21} \text{ m} \approx 30 \text{ kpc}. \quad (3.15)$$

Bei einem Radius der Milchstraße von etwa 15 kpc schließt man, dass Teilchen mit diesen Energien extragalaktischen Ursprungs sein müssen (siehe aber die Bemerkung zum GZK-Cutoff auf Seite 51).

Da bei gleicher Energie die Steifigkeit von Kernen mit Kernladung z um das z -fache kleiner ist, vermutet man, dass oberhalb des Knies der Anteil schwererer Kerne zunimmt (Abb. 3.12).

3.5 Intensitätsschwankungen

Die galaktische Kosmische Strahlung ist langfristig sehr konstant. Das weiß man unter anderem durch die Messung der Häufigkeiten der Produkte von Spallationsreaktionen der Strahlung in Meteoriten. Daraus konnte geschlossen werden, dass sich die mittlere Intensität der galaktischen Kosmischen Strahlung seit mindestens 100 Millionen Jahren höchstens um einen Faktor zwei geändert hat.

Abgesehen von der langfristigen Konstanz gibt es kurzfristige periodische und nichtperiodische Schwankungen der Intensität der Kosmischen Strahlung. So schwankt

die Intensität in Abhängigkeit vom 11-jährigen Sonnenfleckenzyklus; je mehr Sonnenflecken vorhanden sind, desto geringer die Intensität der galaktischen Kosmischen Strahlung (GCR). Von Sonnenflecken werden Teilchen, vor allem Protonen und Elektronen, mit Energien bis zu wenigen GeV ausgestoßen, die als Sonnenwind die Erde erreichen. Durch diesen Teilchenstrom wird das Erdmagnetfeld stark deformiert. Daneben gibt es noch eine 27-tägige Schwankung, die mit der Sonnenrotation verknüpft ist. Von erdgebundenen Detektoren werden auch schwache ganz- und halbtägige Schwankungen beobachtet. Sonnen-Flares oder sonstige Sonnenaktivitäten können auch plötzliche vorübergehende Intensitätsabfälle hervorrufen (Forbush-Ereignisse). Seltener wird auch ein plötzlicher Anstieg der Intensität beobachtet.

3.6 Luftschauder

Die auf die Erdatmosphäre treffende Kosmische Strahlung sieht eine Flächendichte, die so genannte totale 'atmosphärische Tiefe' (gesamte Atmosphäre bis Meereshöhe), von

$$X = 1030 \text{ g cm}^{-2} \quad (3.16)$$

Dabei verteilt sich die Masse in der Höhe etwa nach der Barometrischen Höhenformel:

$$\rho(h) = \rho_0 e^{-h/H} \quad (3.17)$$

Die Integration über die Höhe von ∞ bis h ergibt die atmosphärische Tiefe bei der Höhe h :

$$x(h) = X \cdot e^{-h/H}, \quad \text{mit } H \approx 8 \text{ km} \quad (3.18)$$

Die Protonen und Kerne der Kosmischen Strahlung wechselwirken mit den Atomkernen der Atmosphäre über die starke Wechselwirkung. Die mittlere freie Weglänge ergibt sich bei einem Wirkungsquerschnitt σ pro Targetteilchen und einer Dichte n der Targetteilchen zu:

$$\lambda_I = \frac{1}{n \cdot \sigma} \quad (3.19)$$

Die Teilchendichte kann mit

$$n = \frac{\rho \cdot N_A}{A} \quad (3.20)$$

durch die Massendichte ρ , das Atomgewicht A und die Avogadro-Konstante N_A ausgedrückt werden. Damit lässt sich die mittlere freie Weglänge in den gleichen Einheiten wie die atmosphärische Tiefe, nämlich als Flächendichte angeben:

$$\lambda'_I = \lambda_I \cdot \rho = \frac{A}{N_A \cdot \sigma} \quad (3.21)$$

Für Protonen ist die mittlere freie Weglänge in Luft in diesen Einheiten $\lambda'_I \approx 90 \text{ g cm}^{-2}$, die Atmosphäre stellt also $1030/90 \approx 12$ Wechselwirkungslängen dar, was sie praktisch undurchdringlich macht. Der mittleren freien Weglänge λ'_I entspricht eine mittlere Höhe für die erste Wechselwirkung:

$$x(h) = \lambda'_I = x(h) = X \cdot e^{-h/H} \quad \Longrightarrow \quad h = H \cdot \ln \frac{X}{\lambda'_I} \approx 20 \text{ km} \quad (3.22)$$

Tabelle 3.2: Eigenschaften der Teilchen, die hauptsächlich in Luftschauern entstehen.

Teilchen	Masse [MeV/c ²]	Lebensdauer [s]	J^P
p	938.27	$> 10^{31-33}$ a	$\frac{1}{2}^+$
n	939.57	885.7	$\frac{1}{2}^+$
π^\pm	139.57	$2.6 \cdot 10^{-8}$	0^-
π^0	134.98	$8.4 \cdot 10^{-17}$	0^-
e^\pm	0.51	∞	$\frac{1}{2}$
μ^\pm	105.66	$2.2 \cdot 10^{-6}$	$\frac{1}{2}$
ν_e, ν_μ	≈ 0	∞ (?)	$\frac{1}{2}$

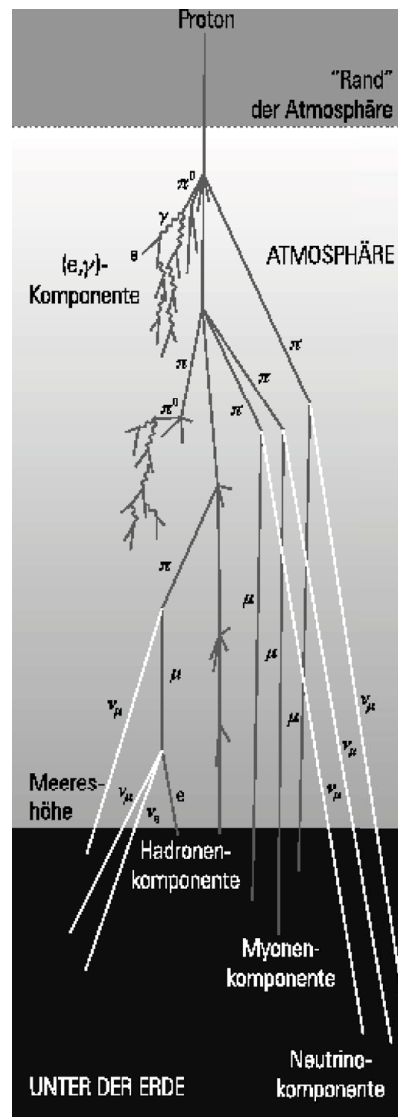


Abbildung 3.13: Entwicklung eines Luftschauers.

Die hadronische Komponente, vorwiegend Protonen und Kerne, erzeugen in der oberen Atmosphäre durch inelastische Reaktionen Teilchenschauer (Abb. 3.13). In der starken Wechselwirkung werden in inelastischen Reaktionen vor allem Pionen (π^\pm , π^0 , Tabelle 3.2) erzeugt, die dominant in folgende Kanäle zerfallen:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \quad (3.23)$$

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (3.24)$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (3.25)$$

Der Anteil der neutralen Pionen ist wegen Isospinsymmetrie etwa ein Drittel. Sie zerfallen praktisch spontan in zwei Photonen (elektromagnetische Wechselwirkung). Die Photonen lösen dann einen elektromagnetischen Schauer aus, das heißt eine Kaskade von Photonen, Elektronen und Positronen, auf die sich die Energie verteilt. Weil sich die Energie relativ schnell in der Kaskade aufteilt, nennt man den elektromagnetischen Anteil die **weiche Komponente** des Luftschauers. Die Absorptionslänge der Kaskade ist durch die Strahlungslänge x_0 gegeben ($x_0^{Luft} = 36.7 \text{ g cm}^{-2}$).

Die geladenen Pionen haben eine viel längere Lebensdauer (Tabelle 3.2), so dass Zerfall und inelastische Reaktionen miteinander konkurrieren können. Das Verhältnis Zerfall/Reaktion ist wegen der Energieabhängigkeit der mittleren Zerfallslänge (mit den Lorentz-Variablen $\gamma = E/m$, $\beta = v/c$ und der Lebensdauer τ),

$$\lambda_\tau = \gamma \beta c \tau = \frac{|\vec{p}|}{m} c \tau \quad (3.26)$$

und der Dichteabhängigkeit der Wechselwirkungslänge

$$\lambda_I = \frac{A}{\rho N_A \sigma_I} \quad (3.27)$$

stark abhängig von der Energie des Teilchens und der Dichte des Mediums: bei niedrigen Energien und geringen Dichten dominiert der Zerfall, bei hohen Energien und hohen Dichten die starken Wechselwirkungen. Zum Beispiel ist für ein Pion mit $E = 1 \text{ GeV}$ die mittlere Zerfallslänge $\lambda_\tau = 55 \text{ m}$, das entspricht in der Höhe der ersten Wechselwirkung nur etwa 1% einer Wechselwirkungslänge, das heißt der Zerfall ist etwa 100 mal häufiger. Zerfalls- und Reaktionswahrscheinlichkeiten werden also erst bei Pionenergien um 100 GeV etwa gleich. Wenn ein Pion eine inelastische Wechselwirkung macht, erzeugt es wieder Pionen, von den wieder ein Drittel neutrale Pionen sind, die zu der weichen, elektromagnetischen Komponente beitragen. Die **hadronische Komponente** des Luftschauers besteht überwiegend aus Pionen.

Die aus dem Pionzerfall stammenden Myonen (und Neutrinos) stellen die **harte Komponente** des Schauers dar, weil die Myonen eine geringe Wechselwirkung mit Materie haben (elektromagnetisch) und auf Grund ihrer etwa 100-mal längeren Lebensdauer oberhalb einer Energie von einigen GeV eine sehr hohe Chance haben, bis zur Erde zu kommen. Die beim Zerfall der geladenen Pionen entstehenden Myonen können ihrerseits weiter zerfallen, wobei Elektronen und Neutrinos entstehen.

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad (3.28)$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e \quad (3.29)$$

Ein Schauer besitzt somit

- eine weiche elektromagnetische (Elektronen und Gamma-Teilchen),
- eine harte myonische
- sowie eine hadronische Komponente,

die einzeln nachgewiesen werden können und zum Nachweis von Teilchen der Kosmischen Strahlung genutzt werden. Entsprechend unterscheidet man zwischen primärer und sekundärer Kosmischer Strahlung, wobei primäre Strahlung die auf die Atmosphäre auftreffenden Teilchen bezeichnet², während die sekundäre Strahlung erst in Wechselwirkungen der primären Kosmischen Teilchen entsteht.

Den größten Anteil hat die elektromagnetische Komponente, weil nach der anfänglichen Ausbildung eines hadronischen Schauers in der Kaskade immer wieder neutrale Pionen erzeugt werden, die spontan in zwei Photonen zerfallen und damit aus der hadronischen Kaskade ausscheiden. Während in größerer Höhe die elektromagnetische Komponente vor allem durch die π^0 -Photonen gebildet wird, tragen am Erdboden vor allem Elektronen aus dem Myonzerfall bei (bei hohen Energien, die allerdings seltener sind, tragen auch die π^0 -Photonen bei). Die harte Komponente stammt aus den Zerfällen geladener Pionen und Kaonen, die keine starke Wechselwirkung gemacht haben. Auf dem Erdboden ist die Rate der kosmischen Myonen, wie man sie zum Beispiel bei Tests von Detektoren mißt, etwa 1 Teilchen pro 10s und pro cm^2 mit einer Zenitwinkelverteilung $\sim \cos^2 \theta$ (die bei hochenergetischen Myonen für große Zenitwinkel in eine Verteilung $\sim \sec \theta = 1/\cos \theta$ übergeht).

3.7 Wechselwirkungen der Luftschauerteilchen

In diesem Abschnitt wollen wir die elektromagnetischen Wechselwirkungen, der in einer hadronischen Kaskade erzeugten Teilchen betrachten³. Alle geladenen Teilchen verlieren nahezu kontinuierlich Energie durch Ionisation der durchlaufenen Materie. Elektronen und Photonen vernichten ihre Energie in elektromagnetischen Schauern, die hauptsächlich über Bremsstrahlung und Paarbildung ablaufen. Bremsstrahlung spielt auch bei sehr hochenergetischen Myonen eine Rolle.

3.7.1 Ionisation

Der mittlere Energieverlust pro Weglänge durch Ionisation der umgebenden Materie wird durch die Bethe-Bloch-Formel beschrieben:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{D \cdot Z \cdot \rho}{A} \cdot \frac{z^2}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 \Delta T_{max}}{I^2} \right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} - \frac{C}{Z} \right] \quad (3.30)$$

Dabei ist:

$$- D = 4\pi \cdot N_A \cdot r_e^2 \cdot m_e c^2 = 0.307 \text{ MeV} \cdot \text{cm}^2/\text{g} \quad (r_e = \text{klassischer Elektronenradius}).$$

²In einem anderen Kontext bezeichnet man auch als ‘primäre Teilchen’ die in den kosmischen Quellen beschleunigten und als ‘sekundäre Teilchen’ die auf dem Wege durch das Weltall in Reaktionen erzeugten (siehe auch die Diskussion der Elementverteilung zu Abb. 3.7).

³Siehe dazu auch das 2. Kapitel im Skript der Vorlesung ”Detektoren”: <http://www-zeuthen.desy.de/~kolanosk/det07/skript.html>

- z, β, γ sind Ladungszahl, Geschwindigkeit und Lorentz-Faktor des Teilchens.
- Z, A, ρ sind Kernladungszahl, Massenzahl und die Dichte des Mediums.
- I ist ein effektives Ionisationspotential der Atome des Mediums. Es gilt etwa $I \approx 16 \cdot Z^{0.9}$ eV.
- ΔT_{max} ist der maximale Energieübertrag auf ein Hüllenelektron, der sich beim zentralen Stoß ergibt.
- δ, C sind Korrekturen zu dieser Formel: Dichtekorrekturen (δ) bei großen Energien und Schalenkorrekturen (C) bei kleinen Energien.

Tabelliert findet man auch hier im allgemeinen den auf die Dichte normierten Energieverlust:

$$\frac{dE}{\rho dx} \quad \text{in den Einheiten} \quad \frac{\text{MeV cm}^2}{\text{g}} \quad (3.31)$$

In Abb. 3.14 ist die typische Abhängigkeit des Energieverlustes von der Energie wiedergegeben. Bei kleinen Energien dominiert der $1/\beta^2$ -Term, bei hohen der $\ln \gamma^2$ -Term. Der Anstieg bei hohen Energien ist ein relativistischer Effekt: die transversale Komponente des elektrischen Feldes wächst mit γ . Die Reichweite des Feldes wird allerdings begrenzt durch die Abschirmwirkung der umgebenden Atome ('Dichteeffekt': Sättigung von dE/dx bei hohen Energien). Dazu kommt allerdings, dass auch ΔT_{max} proportional zu γ wächst. Dieses Anwachsen wird nur begrenzt, wenn durch die Nachweismethode sehr hohe Energieüberträge ausgeschlossen werden können (zum Beispiel sind in Blaskammerbildern die angestoßenen Elektronen als sogenannte δ -Elektronen sichtbar). Zwischen dem $1/\beta^2$ -Abfall und dem relativistischen Anstieg liegt ein breites Minimum um $\beta\gamma = 3 - 4$ beziehungsweise $\beta \approx 0.95$. Die β - oder γ -Abhängigkeit wird für die Teilchenidentifikation benutzt: Teilchen mit unterschiedlicher Masse haben aber bei gleichem Impuls unterschiedliches β und γ . Dadurch verschieben sich die dE/dx -Kurven als Funktion des Impulses für verschiedene Massen.

Landau-Verteilung: Die Bethe-Bloch-Formel gibt den mittleren Energieverlust pro Weglänge dE/dx an. Tatsächlich ist der Energieverlust aber ein statistischer Prozess mit Fluktuationen: der Energieverlust ΔE auf einer Wegstrecke Δx setzt sich aus vielen kleinen Beiträgen δE_n , die einzelnen Ionisations- oder Anregungsprozessen entsprechen, zusammen:

$$\Delta E = \sum_{n=1}^N \delta E_n \quad (3.32)$$

Je nach Dicke der Probe, also entsprechend der Zahl N , variiert die Energieverlustverteilung zwischen einer Gaussverteilung und der im allgemeinen asymmetrischen Landau-Verteilung (Abb. 3.15).

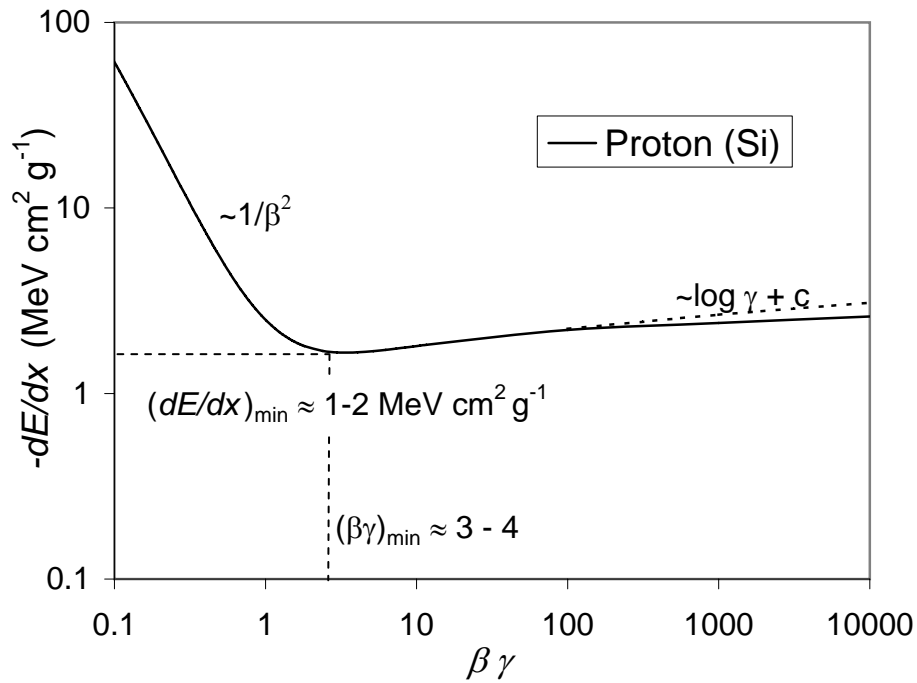


Abbildung 3.14: Die charakteristische Abhängigkeit des mittleren Energieverlustes von β oder γ bei gegebener Masse.

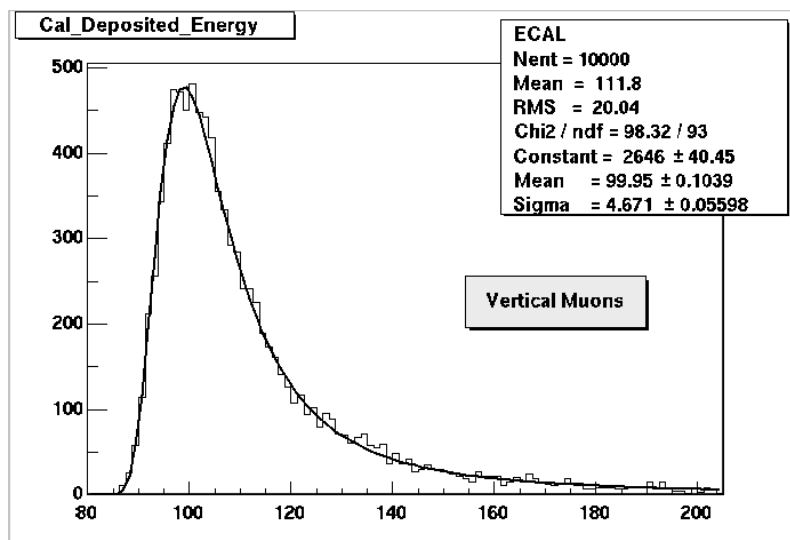


Abbildung 3.15: Beispiel einer Landau-Verteilung (Energieverlust von 10 GeV Myonen in einem Kalorimeter).

Reichweite: In genügend dickem Material kommen die Teilchen zur Ruhe, wenn sie ihre gesamte kinetische Energie T_0 verloren haben. Die Reichweite R ergibt sich aus der Integration des Energieverlustes entlang des Weges, wobei zu beachten ist, dass sich dabei dE/dx eine Funktion der momentanen Energie T ist:

$$dE = \frac{dE}{dx}(T) \cdot dx \quad \Rightarrow \quad dx = \frac{dE}{dE/dx} \quad \Rightarrow \quad R = \int_{T_0}^0 \frac{dE}{dE/dx} \quad (3.33)$$

3.7.2 Bremsstrahlung

Beim Durchgang durch Materie werden geladene Teilchen im Coulomb-Feld eines Kerns beschleunigt. Man kann den Bremsstrahlungsprozess in Abb. 3.16 als Rutherford-Streuung mit zusätzlicher Abstrahlung betrachten.

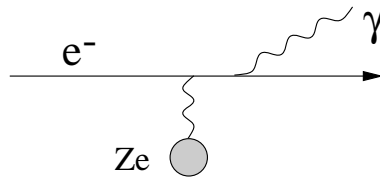


Abbildung 3.16: Bremsstrahlung bei der Rutherford-Streuung im Coulomb-Feld eines Kerns.

Wir betrachten im Folgenden den Energieverlust pro Weglänge für Elektronen, bei denen wegen der $1/m^2$ -Abhängigkeit die Bremsstrahlung (siehe weiter unten) schon bei relativ geringen Energien dominiert (in Blei bereits ab etwa 7 MeV, in Luft ab etwa 100 MeV; für die etwa 200-mal schwereren Myonen wird Bremsstrahlung ab einigen 100 GeV wichtig)

Der Energieverlust pro Weglänge ist proportional zu der Energie des Elektrons:

$$\frac{dE}{E} = -\frac{dx}{x_0} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{dE}{dx} \right)_{rad} = -\frac{E}{x_0} \quad (3.34)$$

Die Integration dieser Gleichung ergibt:

$$E(x) = E_0 \cdot e^{-\frac{x}{x_0}} \quad (3.35)$$

Das heißt, auf der Weglänge x_0 hat ein Elektron im Mittel $1/e$ seiner ursprünglichen Energie verloren. Die dadurch definierte Strahlungslänge x_0 hängt von den Eigenschaften des Mediums ab. Eine gute Näherung der etwas komplizierteren exakten Formel für die Strahlungslänge ist (Bezeichnungen wie in der Bethe-Bloch-Formel (3.30)):

$$\frac{1}{x_0} = 4 \alpha r_e^2 Z(Z+1) \cdot \frac{N_A \cdot \rho}{A} \cdot \ln \left(\frac{287}{Z^{1/2}} \right) \quad (3.36)$$

Tabelliert findet man die Strahlungslänge als $\rho \cdot x_0$ mit der Dimension g/cm^2 (Tab. 3.3).

Der Strahlungs- und Ionisationsenergieverlust zeigen eine unterschiedliche Abhängigkeit von der Energie E , der Masse m des Teilchens und von der Kernladung Z des Mediums:

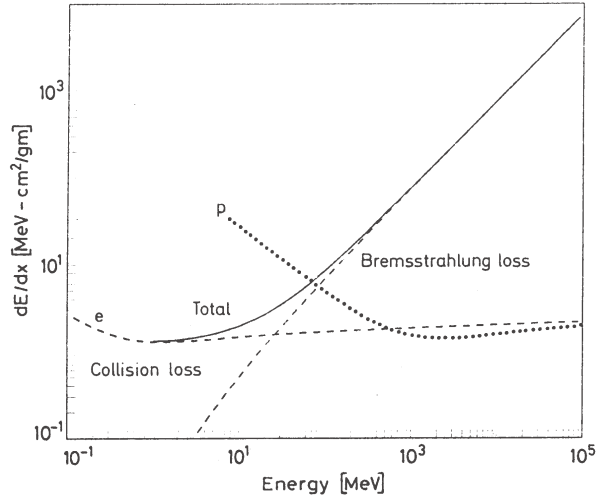


Abbildung 3.17: Energieverlust durch Ionisation und Bremsstrahlung für Elektronen als Funktion der Energie. Die beiden Anteile (gestrichelte Linien) kreuzen sich bei der kritischen Energie. Zum Vergleich ist auch der Energieverlust durch Ionisation für Protonen angegeben.

$$\begin{aligned} \text{Ionisation:} & \quad \sim Z \cdot \ln E/m \\ \text{Bremsstrahlung:} & \quad \sim Z^2 \cdot E/m^2 \end{aligned}$$

Die Energieabhängigkeit bedingt, daß bei niedrigen Energien die Ionisation und bei höheren die Abstrahlung dominiert. 'Kritische Energie', E_k , wird die Energie genannt, an der sich beide Kurven kreuzen (siehe Abb. 3.17):

$$\left(\frac{dE}{dx}(E_k) \right)_{rad} = \left(\frac{dE}{dx}(E_k) \right)_{ion} \quad (3.37)$$

Näherungsweise ergibt sich für die Z -Abhängigkeit der kritischen Energie [17]:

$$E_k \approx \frac{610 \text{ MeV}}{Z + 1.24} \quad (\text{feste und flüssige Medien}), \quad E_k \approx \frac{710 \text{ MeV}}{Z + 0.92} \quad (\text{Gase}). \quad (3.38)$$

Strahlungslänge und kritische Energie sind wichtige Parameter für die Entwicklung eines elektromagnetischen Schauers (siehe weiter unten).

Der Energieverlust von hochenergetischen Myonen kann annähernd durch eine lineare Energieabhängigkeit beschrieben werden (Abb. 3.18):

$$-\frac{dE}{dx} = a + bE \quad (3.39)$$

Dabei ist a der Energieverlust durch Ionisation (im Sättigungsbereich) und bE der Bremsstrahlungsbeitrag. Die kritische Energie ergibt sich dann aus $a = bE_k^\mu$ oder

$$E_k^\mu = \frac{a}{b} \quad (3.40)$$

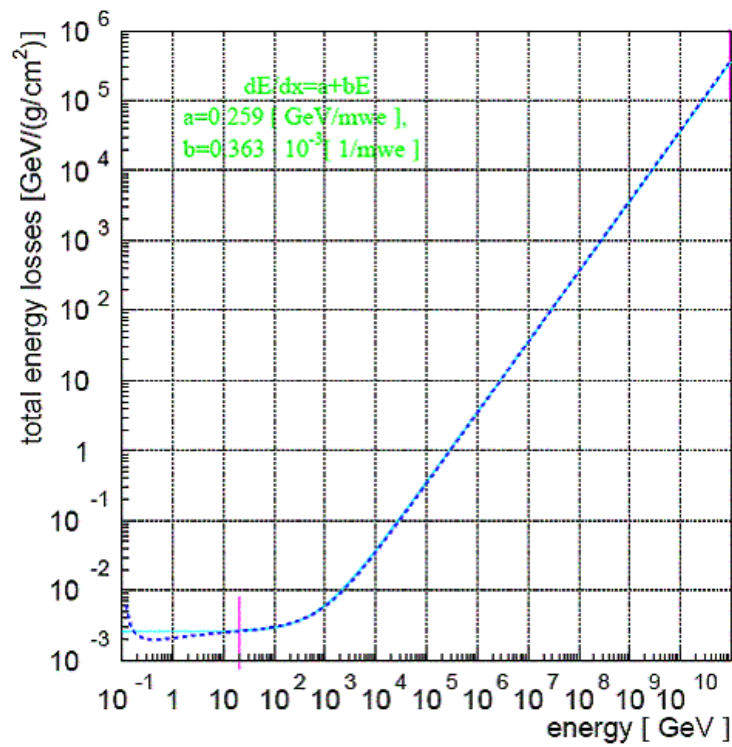


Abbildung 3.18: Energieverlust von Myonen in Eis.

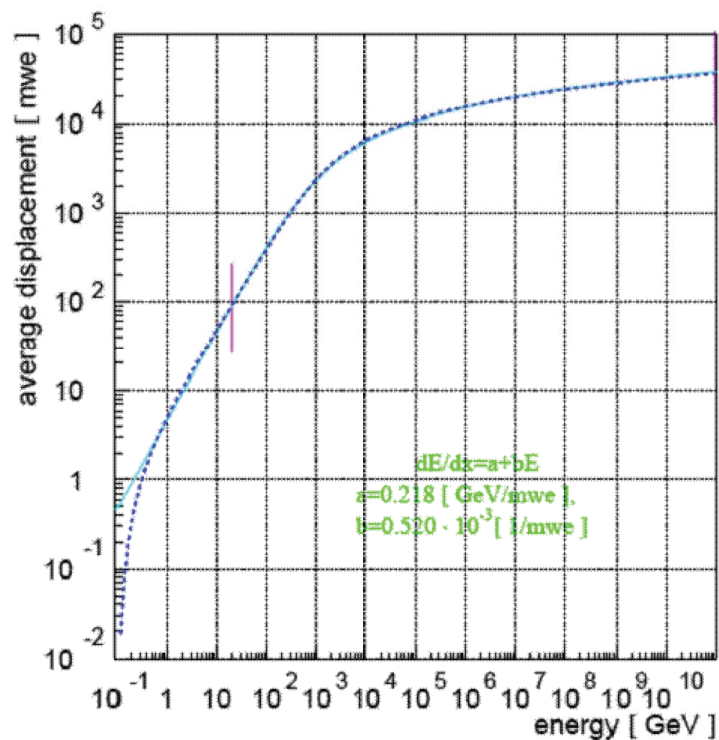


Abbildung 3.19: Reichweite von Myonen in Fels. Die Reichweite (hier ‘displacement’) ist in den üblichen Einheiten mwe (meter water equivalent: 1 mwe = 100 g cm⁻²) angegeben. Der ‘Standardfels’ hat die Parameter $\rho = 2.65$ g/cm³, $A = 22$, $Z = 11$.

Tabelle 3.3: Strahlungslänge (angegeben als ρX_0 in Einheiten Masse/Fläche) und kritische Energie, sowie die dafür relevanten atomaren Eigenschaften, für einige Materialien. [<http://pdg.lbl.gov/AtomicNuclearProperties/>].

Material	Z	Dichte (g/cm ³)	X_0		E_k (MeV)	E_k^μ (GeV)
			(g/cm ²)	(cm)		
C	6	2.21	42.65	19.3	84	1060
Al	13	2.70	24.01	8.9	43	612
Si	14	2.33	21.82	9.36	40	582
Fe	26	7.87	13.84	1.76	22.4	347
Cu	29	8.96	12.86	1.43	20	317
Pb	82	11.35	6.37	0.56	7.3	141
Szintillatoren:						
CsI	55, 53	4.53	8.39	1.85	11.0	198
Polystyren	1, 6	1.06	43.79	41.3	93.11	1183
Gase (20° C, 1 atm):						
He	2	$0.1249 \cdot 10^{-3}$	82.76	662610	243	2352
Luft	≈ 7.36	$1.205 \cdot 10^{-3}$	36.66	30423	86	1115
Ar	18	$1.66 \cdot 10^{-3}$	19.55	11763	38.03	572
Xe	54	$5.48 \cdot 10^{-3}$	8.48	1547	12.30	232
H ₂ O	1,8	1.0	36.1	36.1	134	1032

Durch Integration über den Energieverlust (3.39) läßt sich mit (3.33) die energieabhängige Reichweite der Myonen mit Anfangsenergie E_0 bestimmen:

$$R(E_0) = \frac{1}{b} \ln(1 + E_0/E_k^\mu) \quad (3.41)$$

Zum Beispiel spielt die Reichweite der Myonen eine wichtige Rolle für die Abschirmung von kosmischer Strahlung in Untergrundexperimenten (Abb.3.19).

3.7.3 Wechselwirkungen von Photonen

Für die Beschreibung von elektromagnetischen Schauern genügt es, folgende Wechselwirkungen von Photonen mit Materie zu betrachten (Abb. 3.20):

- Photoeffekt: Das Photon überträgt seine gesamte Energie auf ein Hüllenelektron.
- Compton-Effekt: Das Photon wird an einem Hüllenelektron elastisch gestreut. Die Energie des gestreuten Photons läßt sich aus der Kinematik als Funktion

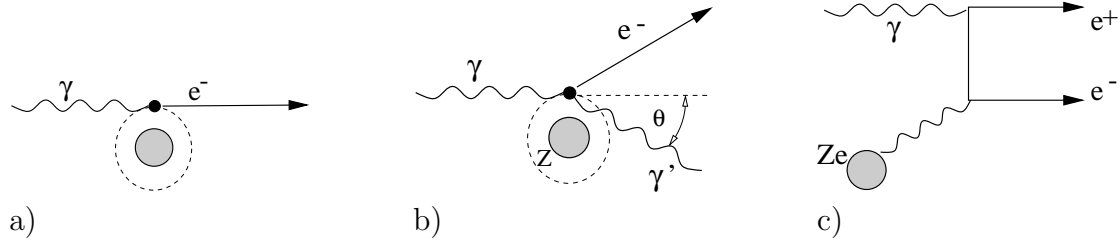


Abbildung 3.20: Diagramme für a) den Photoeffekt, b) den Compton-Effekt und c) die Paarbildung.

des Streuwinkels θ berechnen:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (3.42)$$

In der Gamma-Astronomie spielt der ‘inverse Compton-Effekt’ eine große Rolle, bei dem beschleunigte, hochenergetische Elektronen ihre Energie auf niederenergetische Photonen, insbesondere CMB-Photonen, übertragen.

- **Paarbildung:** Das Photon konvertiert im Kernfeld in ein Elektron-Positron-Paar. Der Wirkungsquerschnitt steigt nahe der Schwelle, $E_\gamma > 2m_e$ relativ steil an und erreicht bei hohen Energien einen Sättigungswert entsprechend einer mittleren freien Weglänge, die proportional zur Strahlungslänge ist:

$$\lambda_{Paar} \approx \frac{9}{7} x_0 \quad (3.43)$$

Diese Prozesse dominieren bei Photonenergien oberhalb der Ionisationsschwelle. Bei niedrigeren Energien spielen Thomson-Streuung, die Streuung niederenergetischer Photonen an Elektronen, und Rayleigh-Streuung, die kohärente Photonstreuung an einem Atom, eine wichtige Rolle. Der Thomson-Wirkungsquerschnitt wird häufig als Bezugsgröße für andere Photon-Wirkungsquerschnitte benutzt:

$$\sigma_{Th} = \frac{8\pi r_e^2}{3} = 0.665 \text{ barn} \quad (3.44)$$

Photonen werden aufgrund der beschriebenen Effekte mit einer Wahrscheinlichkeit proportional der Wegstrecke dx absorbiert beziehungsweise, bei dem Compton-Effekt, aus der ursprünglichen Richtung herausgestreut. Man definiert deshalb einen Absorptionskoeffizienten μ , der die Absorptionswahrscheinlichkeit pro Weglänge angibt:

$$-\frac{1}{N} \frac{dN}{dx} = \mu \quad (3.45)$$

Wenn dN_T die Anzahl der Targetteilchen pro Wegstrecke dx und pro Fläche F und σ der Absorptionsquerschnitt bezeichnen, dann ergibt sich für die Absorptionswahrscheinlichkeit $dN_T \cdot \sigma / F$ und für die Absorptionswahrscheinlichkeit pro Weglänge:

$$-\frac{1}{N} \frac{dN}{dx} = \mu = \frac{dN_T \cdot \sigma}{dx \cdot F} = \rho \frac{N_A}{A} \sigma = n \cdot \sigma, \quad (n = \text{Teilchendichte}) \quad (3.46)$$

Das Reziproke ist die “mittlere freie Weglänge”:

$$\lambda = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{n \cdot \sigma} \quad (3.47)$$

Tabelliert sind auch hier wieder die auf die Dichte 1 bezogenen Größen, die sogenannten “Massenabsorptionskoeffizienten”:

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{N_A}{A} \sigma \quad \text{und} \quad \rho \cdot \lambda \quad (3.48)$$

Tabellen für verschiedene Photonenergien und verschiedenen Materialien findet man zum Beispiel auf der Web-Seite von NIST (National Institute of Standards and Technology)⁴.

Die Anzahl der Photonen in einem Strahl folgt nach (3.45) einem Exponentialgesetz:

$$N(x) = N_0 e^{-\mu x} \quad (3.49)$$

Das ist zu vergleichen mit dem Verhalten geladener Teilchen, die durch Ionisation kontinuierlich Energie verlieren und eine diskrete Reichweite haben.

3.7.4 Elektromagnetische Schauer

Ein hochenergetischer elektromagnetischer Schauer (Abb. 3.21) entwickelt sich als eine Abfolge von Bremsstrahlungs- und Paarbildungsprozessen (beides proportional zu Z^2). Ein auf den Absorber auftreffendes Elektron (Abb. 3.21) strahlt ein Photon ab, das Photon bildet ein Elektron-Positron-Paar, die dann auch wieder abstrahlen usw. Der Prozess geht etwa so lange, bis alle Elektronen die kritische Energie E_k erreicht haben und dann im wesentlichen durch Ionisation die Energie abgeben. Die Ionisation der Schauerteilchen kann zum Nachweis des Schauers benutzt werden.

Die Anzahl der Schauerteilchen läßt sich zu

$$N_{max} \approx \frac{E_0}{E_k} \quad (3.50)$$

abschätzen. In einem einfachen Modell (Abb. 3.21 rechts) nimmt man an, dass sich nach einer Strahlungslänge x_0 die Teilchenanzahl jeweils verdoppelt. Dann hat man am Ende des Schauers nach n Strahlungslängen 2^n Teilchen mit der Energie E_k . Daraus lässt sich dann die notwendige Anzahl n von Strahlungslängen eines Detektors berechnen:

$$E_0 = 2^n E_k \Rightarrow n \ln 2 = \ln \frac{E_0}{E_k} \quad (3.51)$$

Wegen des exponentiellen Aufspaltens im Schauer wächst deshalb die Schauertiefe t (und damit die notwendige Detektorgröße) nur logarithmisch mit der Energie:

$$t_{max} \sim \ln E_0 / E_k \quad (3.52)$$

Die Längeneinheit ist die Strahlungslänge x_0 . Da die Anzahl der Schauerteilchen N proportional zur Energie ist, der Fehler von N aber \sqrt{N} ist, ergibt sich:

$$N \sim E \quad \Rightarrow \quad \sigma_E \sim \sqrt{E} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sigma_E}{E} \sim \frac{1}{\sqrt{E}} \quad (3.53)$$

⁴<http://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/cover.html>

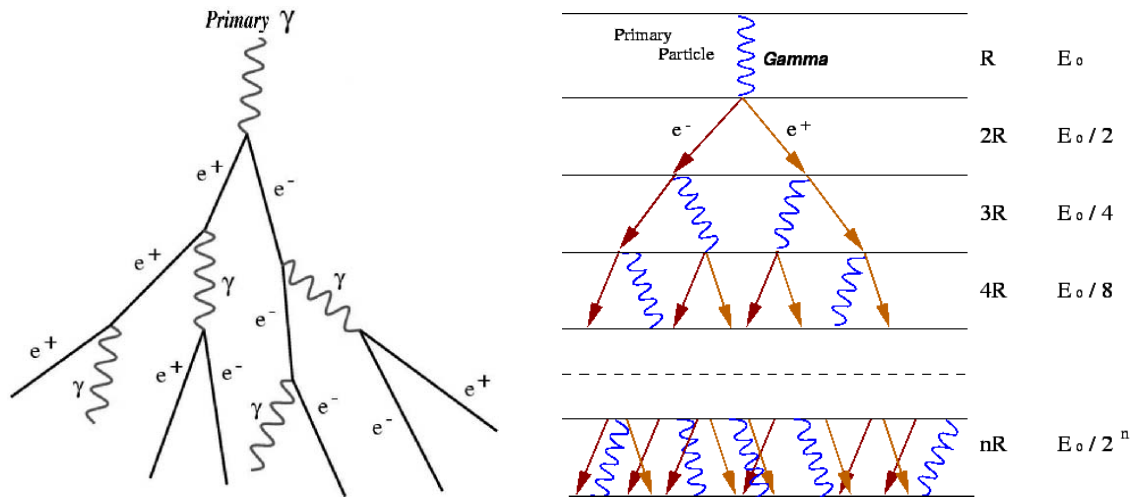


Abbildung 3.21: Entwicklung eines elektromagnetischen Schauers als Abfolge von Bremsstrahlungs- und Paarbildungsprozessen. Rechts das im Text diskutierte einfache Modell für die Schauerentwicklung.

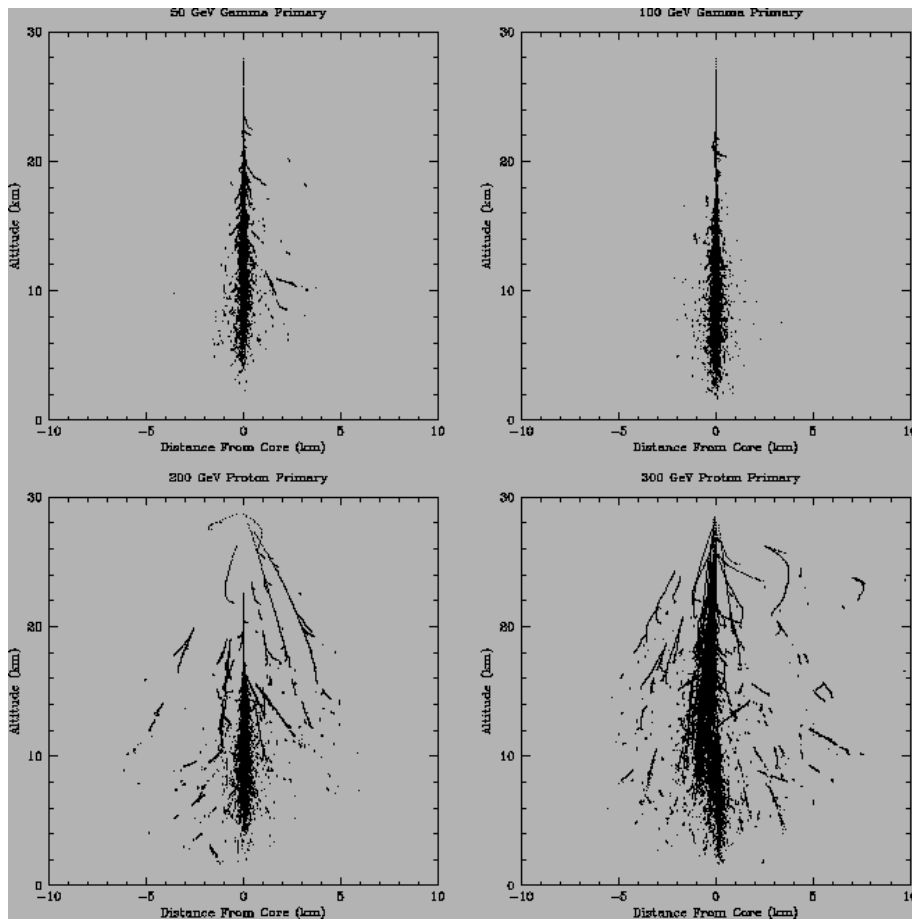


Abbildung 3.22: Vergleich von Profilen elektromagnetischen und hadronischer Schau-er verschiedener Energien.

Der relative Fehler wird also mit steigender Energie kleiner. Bei magnetischen Messungen des Impulses steigt er dagegen mit der Energie an (weil die Krümmung immer geringer wird). Deshalb sind bei Energien oberhalb von etwa 10 bis 20 GeV auch bei geladenen Teilchen nur noch ‘kalorimetrische’ Messungen möglich.

Im Vergleich zu hadronischen Schauern sind elektromagnetische Schauer sehr regelmässig und haben eine geringe laterale Ausdehnung (Abb.3.22). Die Strahlungsprozesse im Schauer haben sehr geringe Winkeldivergenz ($\sim 1/\gamma$), die Aufweitung kommt im wesentlichen von der Molière-Streuung der niederenergetischen Elektronen am Kaskadenende. Dagegen haben die Kernreaktionen in einer hadronischen Kaskade vergleichsweise große Streuwinkel. Als Maß für die laterale Ausdehnung eines elektromagnetischen Schauers wird der Molière-Radius eingeführt:

$$R_M = \frac{21.2 \text{ MeV}}{E_k} \cdot x_0 \quad (3.54)$$

Innerhalb eines Zylinders mit dem Radius R_M um die Schauerachse findet man 90% der Energie.

Eine empirische Formel für die longitudinale Energieverteilung in einem Schauer ist von Longo angegeben worden (‘Longo-Formel’):

$$\frac{dE}{dt} = E_0 \frac{b^{\alpha+1}}{\Gamma(\alpha+1)} t^\alpha e^{-bt} \quad (3.55)$$

Die Energieverteilung folgt also einer Gamma-Verteilung. Dabei sind α und b Parameter die von E_0 und Z abhängen (siehe dazu Kapitel 27 in [17]), Γ ist die Gamma-Funktion. Das Maximum der Funktion (3.55), entsprechend dem ‘Schauermaximum’, liegt bei:

$$t_{max} = \frac{\alpha}{b} \quad (3.56)$$

Eine Faustformel für t_{max} ist [17]

$$t_{max} = \ln \frac{E_0}{E_k} + \begin{cases} -0.5 & \text{(Elektronen)} \\ +0.5 & \text{(Photonen)} \end{cases} \quad (3.57)$$

Wenn man dann noch für Blei $b \approx 0.5$ annimmt [17], erhält man aus (3.56) auch α und kann damit die Longo-Formel (3.55) auswerten (Abb. 3.23). Da die Verteilung sehr lange Ausläufer hat, muss man Leckverluste in Kauf nehmen, um auf eine vernünftige Länge des Detektors zu kommen. Für einen 98%-Nachweis der deponierten Energie erhält man⁵:

$$t^{98\%} \approx t_{max} + 13.6 \pm 2.0 \quad (3.58)$$

3.7.5 Cherenkov-Effekt

Wenn ein geladenes Teilchen mit der Geschwindigkeit β in einem Medium mit Brechungsindex n schneller ist als das Licht, das heißt (c_0 ist die Vakuumlichtgeschwindigkeit)

$$c = \frac{c_0}{n} \leq \beta \cdot c_0, \quad (3.59)$$

⁵C. W. Fabjan, “Calorimetry in High Energy Physics”, CERN-EP/85-54

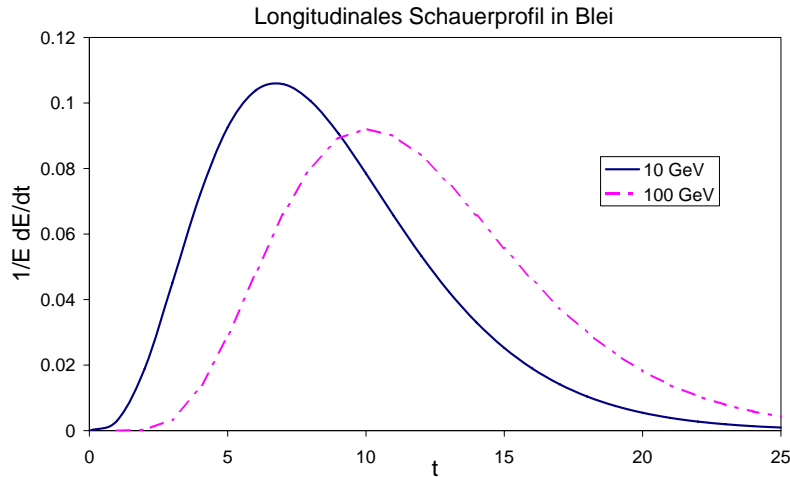


Abbildung 3.23: Longitudinales Schauerprofil nach der Longo-Formel für 10 und 100 GeV Elektronen in Blei: Anteil der pro Strahlungslänge deponierten Energie aufgetragen gegen die Schauertiefe in Einheiten t der Strahlungslänge.

dann strahlt das Teilchen unter einem Winkel θ sogenannte Cherenkov-Strahlung ab. Der Winkel ist gegeben durch (siehe Abb. 3.24):

$$\cos \theta = \frac{1}{n\beta}. \quad (3.60)$$

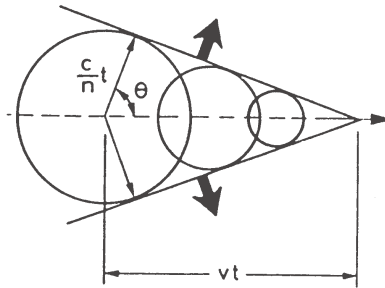


Abbildung 3.24: Ausbildung der Cherenkov-Strahlung: durch kohärente Überlagerung der Kugelwellen, die entlang der Teilchentrajektorie angeregt werden, bildet sich eine kegelförmige Wellenfront. Die Abstrahlung erfolgt senkrecht zu der Wellenfront.

Aus der Bedingung, dass der Kosinus ≤ 1 sein muß, folgt aus (3.60) die Schwelle, ab der Cherenkov-Strahlung entsteht (E_{th} : Schwellenenergie):

$$\beta \geq \frac{1}{n} \Rightarrow E_{th} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} \quad (3.61)$$

Die Zahl der emittierten Photonen pro Weglänge und Wellenlängenintervall ist:

$$\frac{dN}{dx d\lambda} = \frac{2\pi\alpha z^2}{\lambda^2} \sin^2 \theta \quad (3.62)$$

Das Spektrum bevorzugt also kurze Wellenlängen (die Abklingbecken von Kernreaktoren leuchten deshalb blau). Für das Wellenlängenintervall $\Delta\lambda = 400 - 700$ nm ergibt sich numerisch:

$$\frac{dN}{dx} \approx 500 \cdot z^2 \cdot \sin^2 \theta \frac{\text{Photonen}}{\text{cm}} \quad (3.63)$$

Für Luft ergibt sich auf Meereshöhe $n - 1 \approx 3 \cdot 10^{-4}$ (diese Größe ist für Gase proportional zum Druck) und für Wasser und Eis ist $n \approx 1.33$ ($\lambda = 300 \dots 600$ nm). In Tabelle 3.4 sind die Brechungsindizes von Luft und Wasser/Eis und die Schwellenenergien (E_{th}) für Elektronen und Myonen angegeben.

Tabelle 3.4: Brechungsindizes und Schwellenenergien.

Medium	n	$\theta_C(\beta = 1)$ [°]	E_{th} (e^\pm)	E_{th} (μ^\pm)
Luft	$1 + 2.93 \cdot 10^{-4}$	1.4	21 MeV	4.3 GeV
Wasser, Eis	1.33	41.2	0.8 MeV	160 MeV

Der Cherenkov-Effekt wird zum Nachweis geladener Spuren eingesetzt (zum Beispiel in den Luftschauder-Experimenten IceTop und Auger, siehe Abschnitt 3.8.3) oder zur Messung der Geschwindigkeit, um darüber zusammen mit einer Impulsmessung die Teilchenmasse zu bestimmen (Teilchenidentifikation). Eine Anordnung zur Messung der Geschwindigkeit ist zum Beispiel ein so genannter ‘Ring Imaging Cherenkov Detector’ (RICH), bei dem die abgestrahlten Cherenkov Photonen als Ringe auf eine photosensitive Ebene abgebildet werden.

3.7.6 Übergangsstrahlung (TR)

Relativistische Teilchen, die die Grenzfläche zweier Medien mit unterschiedlichen Dielektrizitätskonstanten ϵ_1, ϵ_2 passieren, strahlen Photonen mit Wellenlängen vorwiegend im Röntgenbereich ab. Die Intensität der Strahlung ist proportional zum Lorentz-Faktor γ und der Abstrahlwinkel ist umgekehrt proportional zu γ :

$$I \sim \gamma, \quad \theta \sim \frac{1}{\gamma} \quad (3.64)$$

Wegen der γ -Abhängigkeit wird die Übergangsstrahlung in der Teilchenphysik vor allem zur Trennung von Pionen und Elektronen, die einen nahezu 300-fach größeren γ -Faktor als Pionen mit gleicher Energie haben, genutzt. In der Astroteilchenphysik werden TR-Detektoren vor allem in Ballon- und Satellitenexperimenten zur Trennung unterschiedlicher Kerne bei hohen Energien eingesetzt.

Die verwendeten Übergangsstrahlungs-Detektoren sind hierbei schichtweise aus Materialien mit zwei unterschiedlichen Dielektrizitätskonstanten aufgebaut (Abb. 3.25). Je mehr Lagen hintereinander liegen, umso mehr Photonen werden erzeugt, allerdings muss Selbstabsorption vermieden werden, so dass in der Regel mehrere Stufen, die jeweils einen Photodetektor haben, sinnvoll sind. Die Teilchentrennung hängt dann von der Gesamtlänge des Detektors ab.

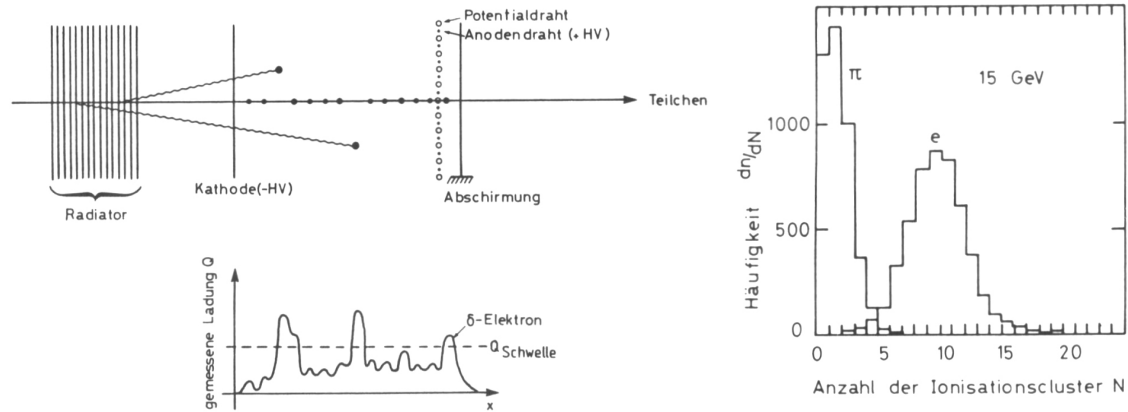


Abbildung 3.25: Schema eines TR-Detektors mit Radiatorlagen und Photondetektor. Der Photondetektor ist hier eine Driftkammer, die mit photo-sensitivem Gas (zum Beispiel mit einem hohen Xenon-Anteil) gefüllt ist, und einen langen Driftweg etwa parallel zur Spur hat, so dass man die Puls-Cluster von konvertierten Röntgen-Photonen zeitlich auf dem Driftkammersignal verteilt erscheinen (links unten). Rechts die Trennung von Elektronen und Pionen, wenn man die Cluster zählt.

3.7.7 Methoden der Teilchenidentifikation

Um Teilchen zu identifizieren, mißt man charakteristische Eigenschaften des Teilchens. Im Folgenden wird ein Überblick über die wichtigsten Identifizierungsmethoden, die in Beschleuniger- und Astroteilchen-Experimenten eingesetzt werden, gegeben:

- Geladene Teilchen: Mit der Messung von Impuls und Geschwindigkeit läßt sich die Masse bestimmen:

$$m = \frac{p}{\gamma\beta} \quad (3.65)$$

Die Lorentz-Variablen β oder γ lassen sich mit folgenden Methoden bestimmen:

- Laufzeitmessung,
- dE/dx -Messung,
- Messung der Cherenkov-Strahlung,
- Messung der Übergangsstrahlung.
- Die Massen (und eventuell andere Quantenzahlen) lassen sich auch durch die kinematische Rekonstruktion von Zerfällen bestimmen (p_i sind die Viererimpulse der Zerfallsprodukte):

$$m = \sqrt{\left(\sum_i p_i\right)^2} \quad (3.66)$$

- Elektronen und Photonen erzeugen elektromagnetische Schauer. Das Verhältnis der gemessenen Schauerenergie zum magnetisch bestimmten Impuls sollte für Elektronen $E/p \approx 1$ sein.

- Für Myonen ist ihre Fähigkeit, Absorbermaterialien zu durchdringen, charakteristisch.
- Hadronen können über die Erzeugung hadronischer Schauer erkannt werden (bei genügend hoher Energie).
- Schwach zerfallende Teilchen können über eine Lebensdauerermessung identifiziert werden (schwere Quarks, Leptonen, ...).

Manche dieser Methoden, wie die Geschwindigkeitsmessungen, sind nur bei relativ kleinen Energien möglich, weil die Geschwindigkeit für relativistische Teilchen in Sättigung geht. Die von dem Lorentz-Faktor γ abhängige Übergangsstrahlung hat diese Einschränkung nicht, aber die entsprechenden Detektoren sind technisch recht aufwendig.

3.8 Experimente zum Nachweis Kosmischer Strahlung

Zum Nachweis der Kosmischen Strahlung werden unterschiedliche Ansätze verfolgt. Während der Fluss der Teilchen bei niedrigen Energien noch groß genug ist, um mit Ballon- und Satellitenexperimenten mit relativ kleinen Detektoren direkte Beobachtungen durchführen zu können, sind bei höheren Energien großflächige Detektorfelder zum Nachweis der ausgedehnten Luftschauer nötig⁶. Bei der indirekten Messung der Kosmischen Strahlung über Luftschauern, ist es allerdings sehr schwierig, eindeutig auf die physikalischen Parameter wie Ladung, Ladungsvorzeichen und Masse der primären Teilchen zu schließen.

3.8.1 Ballonexperimente

Ballons (Abb. 3.26) können Volumina bis zu einer Million m^3 haben, bringen Nutzlasten von bis zu 3 Tonnen in Höhen von etwa 40 km, bei einer typischen Flugdauer von 24 Stunden bis zu wenigen Wochen⁷. Die verbleibende Restatmosphäre oberhalb des Experiments beträgt dann nur noch $3\text{-}5 \text{ g/cm}^2$. Vergleicht man diese Zahl mit den etwa 90 g/cm^2 an mittlerer freier Weglänge von Protonen in Luft, so erkennt man, dass die Ballonflughöhe der Weltraumbedingung sehr nahe kommt.

Die Abbildung 3.27 zeigt exemplarisch die typische Größe und Komplexität eines modernen Ballonexperiments am Beispiel des ISOMAX-Experiments. Es ist etwa 2.5 m hoch und hat eine Masse von 2000 kg. Im Zentrum dieses Experiments befindet sich ein supraleitendes Magnetspektrometer, das den Impuls einfallender Protonen noch bei 100 GeV auf 6% genau zu messen gestattet. Zur Messung von Ladung und Geschwindigkeit der einfallenden Teilchen, und damit Teilchenidentifikation,

⁶Links zu den im Folgenden erwähnten Experimenten finden sich unter <http://www.mpi-hd.mpg.de/hfm/CosmicRay/CosmicRaySites.html>

⁷Das Experiment 'Tracer' ist zum Beispiel 4.5 Tage von Schweden nach Kanada geflogen und hat sich 14 Tage lang auf einem Rundflug um den Südpol befunden (<http://tracer.uchicago.edu/>). Dabei ist die Massenzusammensetzung bis zu den bisher höchsten Energien direkt gemessen worden, siehe Abb. 3.9.



Abbildung 3.26: Start des Ballon-Experimentes ISOMAX (Kollaboration von Goddard Space Flight Center, California Institute of Technology und Universität Siegen).

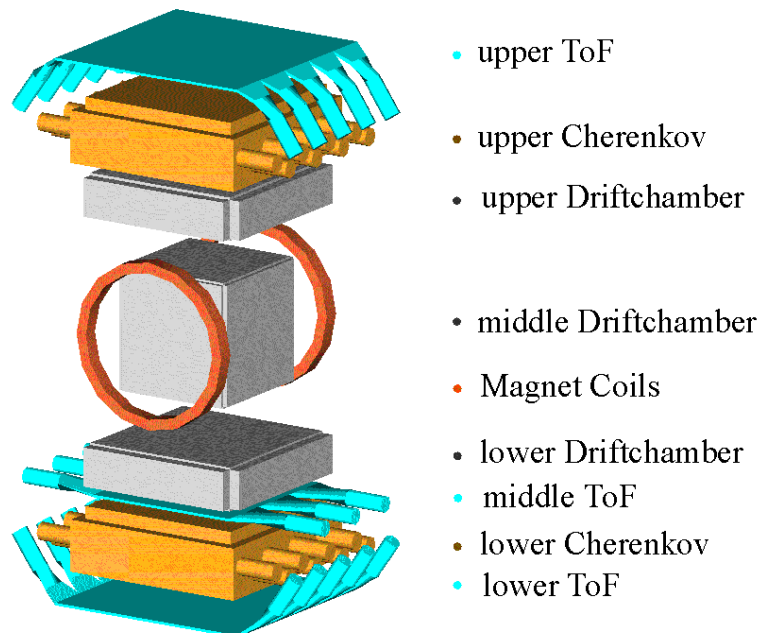


Abbildung 3.27: Schematische 3-D-Ansicht der ISOMAX-Apparatur.

wird das Spektrometer durch Szintillationszähler, Aerogel-Cherenkovzähler und eine Flugzeitmessung (ToF = time-of-flight) ergänzt.

Mit Ballonexperimenten wurde die Zusammensetzung der einfallenden kosmischen Teilchen (Hadronen, Leptonen, Kerne, Antimaterie) und deren Energiespektren bestimmt (Abschnitt 3.3, Abb. 3.7).

3.8.2 Satellitenexperimente

Ballonexperimente finden dann ihre Grenze, wenn die Flüsse der einfallenden Teilchen so gering werden, dass mit den erreichbaren Flugdauern von bestenfalls einigen Wochen nicht ausreichend viele Teilchen registriert werden können. Deshalb sind Satellitenexperimente konzipiert worden, die über mehrere Jahre Messen können.

Die ersten zwei Satellitenexperimente für die Messung galaktischer Kosmischer Strahlung (also nicht nur Teilchen von der Sonne) sind PAMELA und AMS. Beide Experimente sind als Magnetspektrometer ausgelegt, und erlauben damit, als wesentliche Verbesserung gegenüber früheren Experimenten, eine bessere Impulsbestimmung und vor allem die Ladungstrennung und damit die Suche nach Antimaterie. Insbesondere die Messung der Antiprotonen und Positronen haben bisher unter geringer Statistik und dem Einfluß der Erdatmosphäre gelitten, da bis dahin alle Messungen mit Ballonexperimenten durchgeführt wurden. Welche Verbesserungen mit einem Satellitenexperiment möglich geworden sind, haben wir bereits am Beispiel der PAMELA-Messung des Anti-Protonen-Flusses in Abb. 3.10 rechts gesehen.

Pamela: PAMELA steht für ‘Payload for AntiMatter Exploration and Light-nuclei Astrophysics’. Das wissenschaftliche Ziel der PAMELA-Mission ist vor allem die Messung von Antiprotonen und Positronen und die Bestimmung von Flußgrenzen für Antikerne.

PAMELA kreist an Bord des russischen Satelliten Resurs-DK1 in einem nahezu polaren Orbit mit einer Inklination von 70.4° und einer Höhe zwischen 350 und 600 km. Dieser Orbit erlaubt eine Messung der niederenergetischen galaktischen kosmischen Teilchenstrahlung in der Nähe der Pole, wo der Einfluß des Erdmagnetfeldes gering ist. Das Experiment ist im Juni 2006 gestartet worden und hat bereits erste Veröffentlichungen herausgegeben.

Abbildung 3.28 zeigt schematisch den experimentellen Aufbau von PAMELA: Das Experiment besteht aus einem Magnetspektrometer mit einem Permanentmagneten, Siliziumstreifenzählern zur Auslese, einem Übergangstrahlungsdetektor, einem Silizium-Wolfram-Kalorimeter, einem Flugzeitzähler und einem Anti-Koinzidenz-System. Das gesamte Experiment ist nur etwa 120 cm hoch und wiegt etwa 400 kg. Das Magnetspektrometer im Zentrum ist kompakt und hat nur eine Höhe von 450 mm und eine Öffnung für den Teilchendurchgang von $132 \times 162 \text{ mm}^2$. Kombiniert mit der Winkelöffnung des Experimentes ergibt sich daraus eine geometrische Akzeptanz von $A = 20.5 \text{ cm}^2 \text{ ster}$, was auf dem polaren Orbit ausreicht, um genügend Teilchen in der vorgesehenen Meßzeit von einigen Jahren zu registrieren.

Die ersten Messungen der Positronenrate durch PAMELA⁸ haben für Aufregung unter Teilchen- und Astroteilchenphysikern gesorgt: Das Verhältnis des Positronen-

⁸O. Adriani et al., ‘An anomalous positron abundance in cosmic rays with energies 1.5-100 GeV’, Nature 458, 607-609 (2 April 2009).

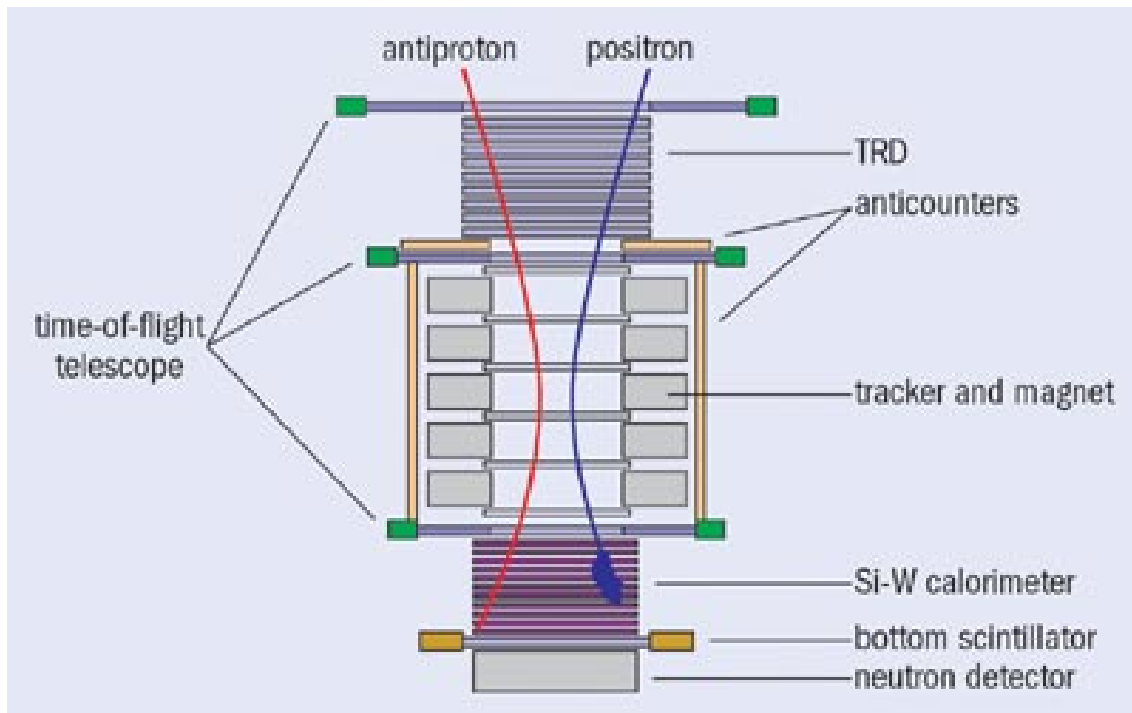


Abbildung 3.28: Schema der PAMELA-Apparatur.

zu dem Elektronenfluss steigt mit der Energie an (Abb. 3.29), was im Widerspruch zu der Annahme ist, dass Positronen nur aus sekundärer Produktion stammen. Die experimentelle Methode zur Identifikation der Positronen, was insbesondere die Trennung von den stark dominierenden Protonen erfordert, ist in Abb. 3.30 demonstriert. Die Messungen legen nahe, dass es eine 'lokale Quelle' gibt, die zum Beispiel ein bisher nicht entdeckter naher Pulsar ist oder, noch viel aufregender, die Annihilation von Dunkler Materie signalisiert.

AMS-Experiment Das Magnetspektrometer AMS wurde zur Suche nach Antikernen entwickelt. Obwohl Gamma-Beobachtungen darauf hindeuten, dass es keine primordiale Antimaterie bis hoch zu Skalen von Superhaufen von Galaxien im Universum gibt, wurde auch in der kosmischen Strahlung nach galaktischen Antikernen gesucht, allerdings bisher erfolglos: die obere Grenze für Antihelium liegt bei etwa $\text{Antihelium}/\text{Helium} < 10^{-6}$.

Basierend auf den Ergebnissen einer Testmission (AMS-01) soll ein erweitertes AMS-Spektrometer (AMS-02) auf der Internationalen Raumstation ISS für einen Zeitraum von drei bis fünf Jahren eingesetzt werden. Der Startzeitpunkt ist jetzt auf 2010 festgelegt. Das Kernstück von AMS-02 soll dann ein Magnetspektrometer mit supraleitendem Magneten und Siliziumstreifenzählern zur Auslese sein. Zur Teilchenidentifizierung dienen ein Übergangstrahlungsdetektor, ein RICH Cherenkov-Detektor (Ring Imaging Cherenkov Detector), ein Kalorimeter, ein Flugzeitzähler und ein Anti-Koinzidenz-System.

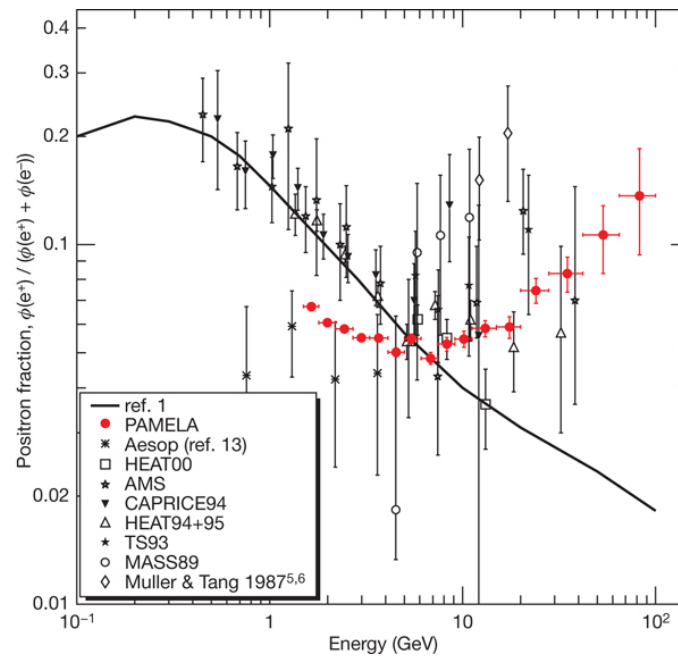


Abbildung 3.29: Das von PAMELA gemessene Verhältnis des Positronenflusses zum Gesamtfluss von Positronen und Elektronen als Funktion der Energie. Der Vergleich mit früheren Messungen durch Ballonexperimente zeigt die enorme Präzisionsverbesserung durch Satellitenexperimente. Die Kurve zeigt die Erwartung, wenn Positronen nur sekundär erzeugt werden, was offensichtlich in Widerspruch zu den Messungen ist.

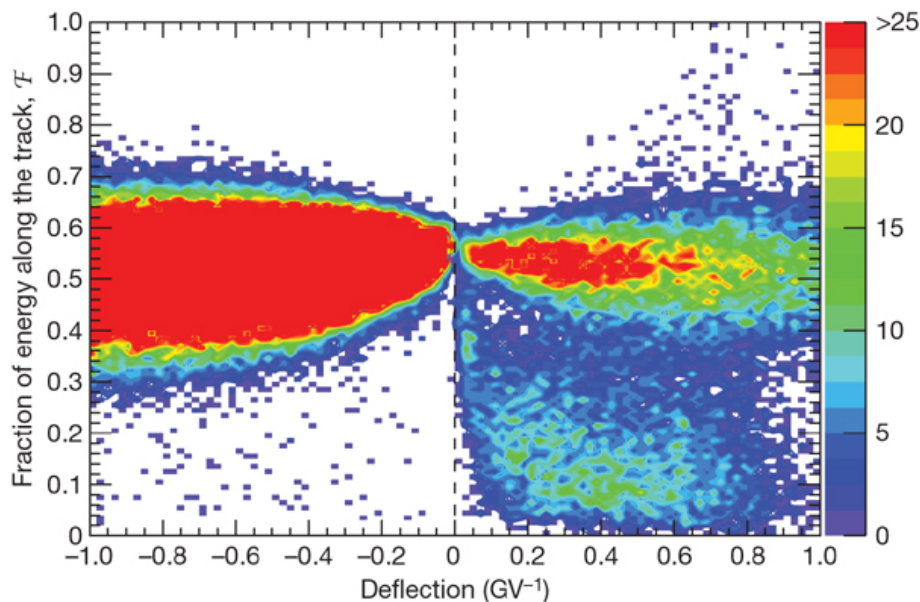


Abbildung 3.30: Anteil der im Kalorimeter innerhalb 0.3 Molière-Radien deponierten Energie als Funktion der Spurkrümmung (hohe Energien mit wenig Krümmung im Magnetfeld liegen nahe dem Nullpunkt). Der Energieanteil ist relativ zu der aus der Spurkrümmung bestimmten Energie, was für Elektronen und Positronen eine Konstante, unabhängig von der Krümmung, ergeben sollte. Die Farbskala gibt die Anzahl der Ereignisse in einem Bin an.

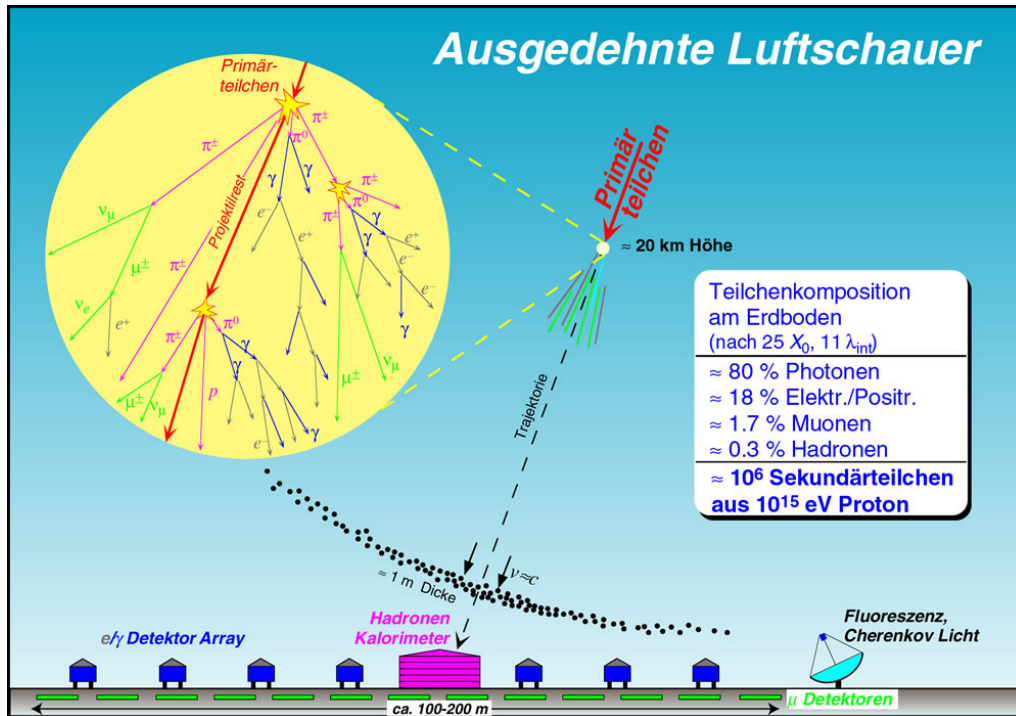


Abbildung 3.31: Das Prinzip der Entwicklung und des Nachweises eines ausgedehnten Luftschauers: Teilchenzusammensetzung eines von einem Proton erzeugten Luftschauers in der Nähe des Erdbodens und die Detektoren für die elektromagnetische, hadronische und myonische Komponente sowie Teleskope für den Nachweis von Cherenkov- und Fluoreszenz-Strahlung.

3.8.3 Ausgedehnte Luftschauer

Wegen des steil abfallenden Energiespektrums kann Kosmische Strahlung bei hohen Energien nicht mehr mit Detektoren, die von Satelliten oder Ballons getragen werden, vermessen werden. Der Teilchenfluss für Energien oberhalb von 10^{15} eV ist etwa $1/(\text{m}^2 \cdot \text{Jahr})$ und oberhalb von 10^{20} eV etwa $1/(\text{km}^2 \cdot 100 \text{ Jahre})$. Der direkte Nachweis scheint für diese Energien ausgeschlossen zu sein.

Nachweismethoden:

Hochenergetische Kosmische Strahlung erzeugen ausgedehnte Luftschauer (EAS = Extended Air Shower), die mit relativ kostengünstigen, großflächig auf dem Erdboden verteilten Detektoren nachgewiesen werden können.

Abbildung 3.31 zeigt das Prinzip der Entwicklung und des Nachweises eines ausgedehnten Luftschauers. Die Schauerteilchen bilden eine weite Schauerfront, die sich nahezu mit Lichtgeschwindigkeit bewegt. Die Teilchenlawinen entwickeln sich entlang der Einfallsrichtung des Primärteilchens, so dass im Durchstoßpunkt der Einfallsrichtung durch die Erdoberfläche die höchste Teilchenintensität nachgewiesen wird. Aufgrund der hohen Multiplizitäten genügt es, die einzelnen Schauerkomponenten stichprobenartig mit weitläufig verteilten Detektoren zu registrieren. Ein primäres Proton einer Energie von 10^{15} eV (1 PeV) erzeugt zum Beispiel in der Nähe der Erdoberfläche im Mittel 10^6 Sekundärteilchen (80% Photonen, 18% Elektronen

und Positronen, 1.7% Myonen und 0.3% Hadronen). Bei Energien oberhalb von 10^{17} eV läßt sich auch Fluoreszenzlicht im Wellenlängenbereich zwischen 300-400 nm effizient nachweisen. Es entsteht durch die Wechselwirkung geladener Teilchen mit Stickstoffmolekülen der Atmosphäre und kann bei solchen Energien mit abbildenden Spiegelsystemen in klaren Nächten in einer Entfernung bis zu 30 km beobachtet werden. Von dieser Nachweismethode machen die Experimente HiRes und AUGER Gebrauch (siehe unten).

Die eigentlich interessierenden Größen, nämlich Richtung, Energie und Masse der Primärteilchen müssen jeweils aus den Eigenschaften der Luftschauer abgeleitet werden. Die Schwierigkeit der Messung steigt in Reihenfolge der genannten Messgrößen: während die Richtung unmittelbar aus den Messdaten abgelesen werden kann, erfordert die Bestimmung der Masse mehr oder minder aufwendige Luftschauersimulationen, anhand derer man durch Vergleich auf des ursprünglich Teilchen schließen kann. Zu diesem Zweck wurde das inzwischen von vielen Gruppen weltweit verwendete Luftschauersimulationsprogramm CORSIKA (COsmic Ray Simulations for KAscade) entwickelt. Simulationen zeigen, dass hochenergetische Hadronen (Protonen, Neutronen, Pionen,...) relativ eng (~ 30 m) um die Schauerachse konzentriert sind, Elektronen, Positronen und Photonen den zahlenmäßig größten Anteil ausmachen, und Myonen noch einige 100 m (bei 10^{14} eV) bis zu mehreren km (bei 10^{19} eV) entfernt von der Schauerachse nachweisbar sind.

Entwicklung von Luftschauern

Die Entwicklung eines Luftschauers wird in der Regel in Abhängigkeit von der in Abschnitt 3.6 eingeführten atmosphärischen Tiefe X beschrieben,

$$X(z) = \int_z^\infty \rho(z) dz, \quad (3.67)$$

wobei z die Höhe und ρ die Dichte der Luft ist. Näherungsweise ist X durch den Druck $p(z)$ in der Höhe z als $X(z) = p(z)/g$ gegeben (g ist die Erdbeschleunigung).

Beim Nachweis hochenergetischer Luftschauer sind die Detektoren hauptsächlich auf die elektromagnetische Komponente sensitiv, weil Elektronen in der Umgebung des Schauermaximums am zahlreichsten sind. Die longitudinale Entwicklung der Elektronenzahl N_e als Funktion der atmosphärischen Tiefe wird durch die Gaisser-Hillas-Formel angegeben:

$$N_e(X) = N_{e,max} \left(\frac{X - X_1}{X_{max} - X_1} \right)^{\frac{X_{max} - X_1}{\lambda}} \exp \frac{X_{max} - X}{\lambda}, \quad (3.68)$$

wobei X_{max} und $N_{e,max}$ die atmosphärische Tiefe und die Elektronenzahl am Schauermaximum und X_1 die Tiefe der ersten Wechselwirkung sind. Der Parameter λ ist eine effective Strahlungslänge, die etwa 70 g/cm^2 ist. Die Gaisser-Hillas-Formel ähnelt sehr der Longo-Formel (3.55) für die Entwicklung elektromagnetischer Schauer, allerdings handelt es sich hier um die elektromagnetische Komponente eines hadronischen Schauers.

Für den Schauernachweis in der Detektorebene am Erdboden ist die laterale Energieverteilung wesentlich. Die laterale Elektronendichte als Funktion des Abstan-

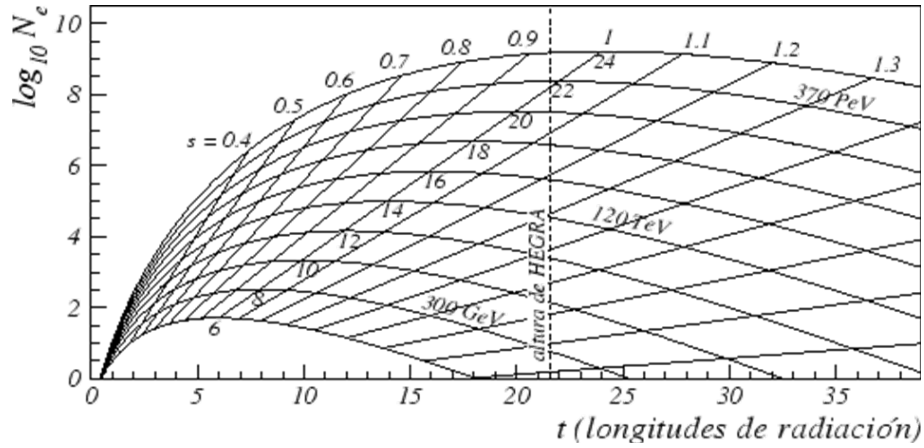


Abbildung 3.32: Longitudinale Schauerprofile: Elektronenzahl aufgetragen gegen die atmosphärische Tiefe in Einheiten der Strahlungslänge in Luft ($x_0^{Luft} = 36.7 \text{ g cm}^{-2}$). Die Geraden verbinden die Punkte gleichen Schaueralters s (zum Beispiel verbindet $s = 1$ die Schauermaxima, die Zahlen an dieser Geraden geben die Lage des Schauermaximums auf der x-Achse an). Eingezeichnet ist die Tiefe von HEGRA, einem Cherenkov-Teleskop auf La Palma (jetzt ersetzt durch MAGIC) in einer Höhe von 2200 m über dem Meeresspiegel (entspricht etwa 790 g cm^{-2}).

des r von der Schauerachse wird durch die so genannte NKG-Funktion (Nishimura-Kamata-Greisen) beschrieben:

$$\rho(r) = C \frac{N_e}{r_M^2} \left(\frac{r}{r_M} \right)^{s-2} \left(1 + \frac{r}{r_M} \right)^{s-4.5} \quad (3.69)$$

Hier sind r_M der Molière-Radius, C eine Normierungskonstante und s das so genannte Schaueralter, das die Tiefe relative zum Schauermaximum angibt:

$$s = 3 \left(1 + \frac{2X_{max}}{X} \right)^{-1}. \quad (3.70)$$

Die longitudinale Schauerentwicklung wird durch ein Schaueralter von 0 bis 3 beschrieben, wobei der Wert 1 am Schauermaximum angenommen wird.

In Abb. 3.32 werden für Energien von etwa 70 GeV bis 600 GeV longitudinale Profile der Elektronenzahl gezeigt. Die Höhenlage des Detektors beeinflusst, was von einem Schauer gesehen wird. Zum Beispiel sieht man bei der eingezeichneten Detektorlage (HEGRA auf La Palma, 2200 m ü. M.), dass bei der niedrigsten eingezeichneten Energie von etwa 70 GeV praktisch keine elektromagnetische Komponente mehr sichtbar ist (im wesentlichen verbleibt die myonische Komponente). Dagegen ist in dieser Höhe der maximale elektromagnetische Anteil bei etwa 370 PeV nachweisbar. Bei verschiedenen Detektorhöhen würde man unterschiedliche Bereiche der Schauerentwicklung untersuchen. Ein Abtasten von Schauerprofilen für eine gegebene Schauerenergie kann man auch durch Messung bei verschiedenen Zenithwinkeln erreichen, weil dadurch die effektive atmosphärische Tiefe variiert wird ('slant depth').

Wie die verschiedenen Messgrößen eines Luftschauers von der Position des Detektors relativ zum Schauermaximum beeinflusst werden, wird schematisch in Abb. 3.33

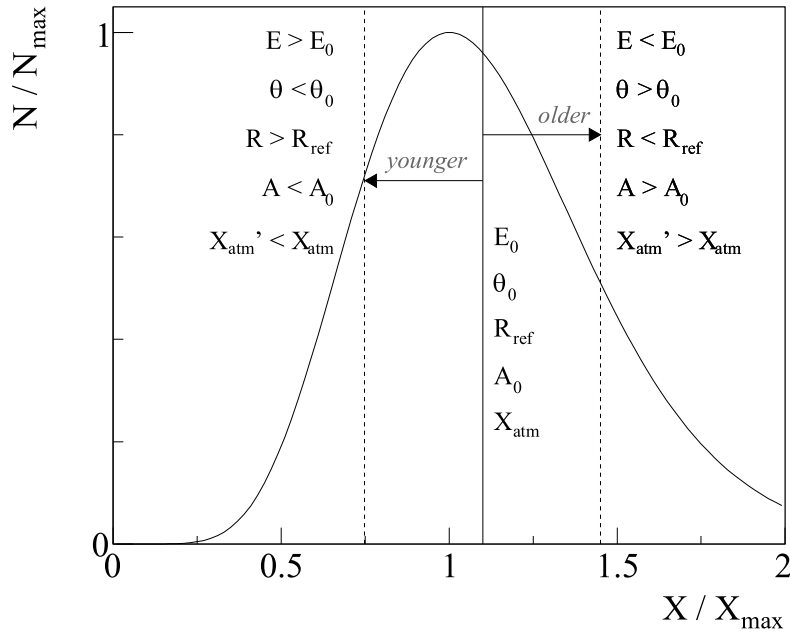


Abbildung 3.33: Schematische Darstellung der Detektorposition relativ zum Schauermaximum bei Variation von Schauerparametern. Die Parameter sind: Energie E , Zenithwinkel θ und Masse A des primären Teilchens, gemessen bei einem Radius R unter einer Atmosphäre der Tiefe X_{atm} .

gezeigt. Das Detektorsignal eines Schauers mit der Energie E_0 , Zenithwinkel θ_0 und Masse A_0 des primären Teilchens, gemessen bei einem Radius R_{ref} unter einer Atmosphäre der Tiefe X_{atm} wird als Referenzgröße benutzt. Jede Änderung eines dieser Parameter ändert das Schaueralter, bei dem der Schauer beobachtet wird. Zum Beispiel beobachtet man bei kleinerem Zenitwinkel einen Schauer zu einer früheren Zeit in seiner Entwicklung.

Masse des primären Teilchens:

Die Bestimmung der Massenzusammensetzung der primären kosmischen Strahlung ist ein wichtiges Ziel der Luftschauerexperimente. Neben ihrer astrophysikalischen Bedeutung spielt die Massenzusammensetzung auch eine wichtige Rolle bei der Schauerrekonstruktion, weil die Bestimmung der Energie aus den Detektorsignalen im Allgemeinen die Kenntnis der primären Masse voraussetzt. Um diese Masse aus einem Luftschauer, wenigstens im statistischen Mittel, zu bestimmen, kann man folgende massenabhängigen Schauereigenschaften ausnutzen (Abb. 3.34):

- Ein Kern mit der Massezahl A und der Energie E wechselwirkt mit der Luft näherungsweise wie A unabhängige Nukleonen mit jeweils der Energie E/A .
- Dadurch ist die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit für schwerere Kerne größer als für leichtere und deshalb findet die erste Wechselwirkung bei schwereren Kernen früher statt.
- Das führt dazu, dass in den ersten Wechselwirkungen mehr Pionen erzeugt

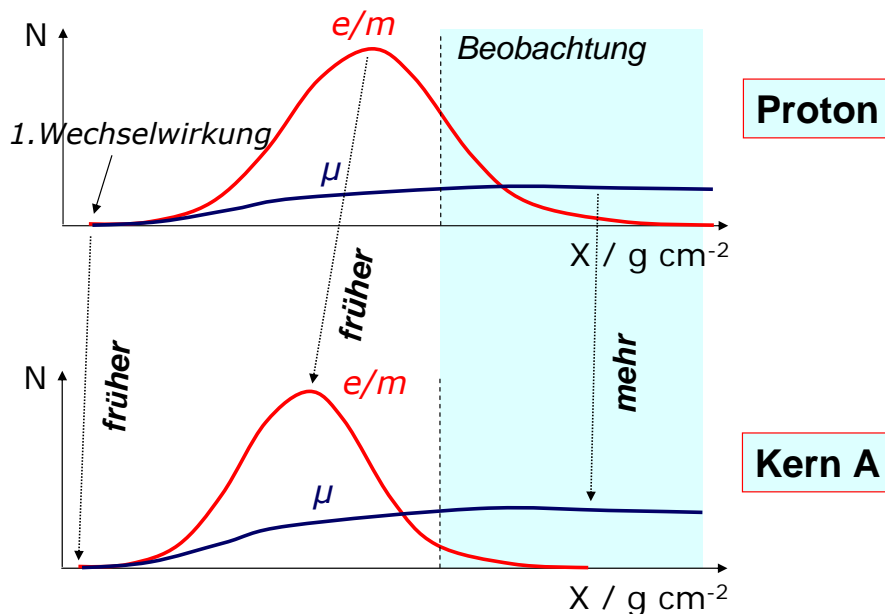


Abbildung 3.34: Schematische Darstellung der Massenabhängigkeiten der Schauarentwicklung. Verglichen werden die elektromagnetischen und myonischen Komponenten eines Protonenschauers (oben) mit denen eines Schauers, der durch einen schwereren Kern ausgelöst (unten) wurde.

werden, die zerfallen können, bevor sie wieder wechselwirken, weil in der hohen Atmosphäre tendenziell der Zerfall gegenüber der Wechselwirkung gewinnt.

- Das wichtige Resultat ist, dass je schwerer der primäre Kern ist, umso mehr hochenergetische Myonen in einen 'Myon-Bündel' eng kollimiert um die Strahlachse auftreten.

Der Vergleich der elektromagnetischen Komponente mit der Anzahl der hochenergetischen Myonen wird zur Bestimmung der Massenzusammensetzung herangezogen. In den beiden im folgenden beschriebenen Luftschauerdetektoren, KASKADE und IceTop, werden diese beiden Komponenten auf verschiedene Weise gemessen.

KASKADE, IceTop:

Diese Detektoren sind Beispiele für Experimente, die den Bereich mittlerer Energien, um das 'Knie' herum, abdecken und die insbesondere die chemische Zusammensetzung bestimmen sollen (vergleiche Abschnitt 3.3). Die bisherigen Messungen im Bereich des Knies und darüber sind in Abb. 3.5 für das 'all-particle' Spektrum zusammengefasst. Die starken, nicht-statistischen Fluktuationen zwischen den Experimenten weist darauf hin, dass es noch unverstandene systematische Effekte gibt, wozu zum Beispiel auch die die Anhängigkeit der rekonstruierten Energie von der Masse gehören mag.

KASKADE: Auf einer Fläche von $200 \times 200 \text{ m}^2$ sind schachbrettartig 252 Detektorstationen im Abstand von 13 m zueinander verteilt (Abb. 3.35). Die Stationen



Abbildung 3.35: Das KASCADE-Experiment im Forschungszentrum Karlsruhe. Erkennbar sind neben den einzelnen Hütten des Detektorfelds auch der in der Mitte gelegene Zentraldetektor.

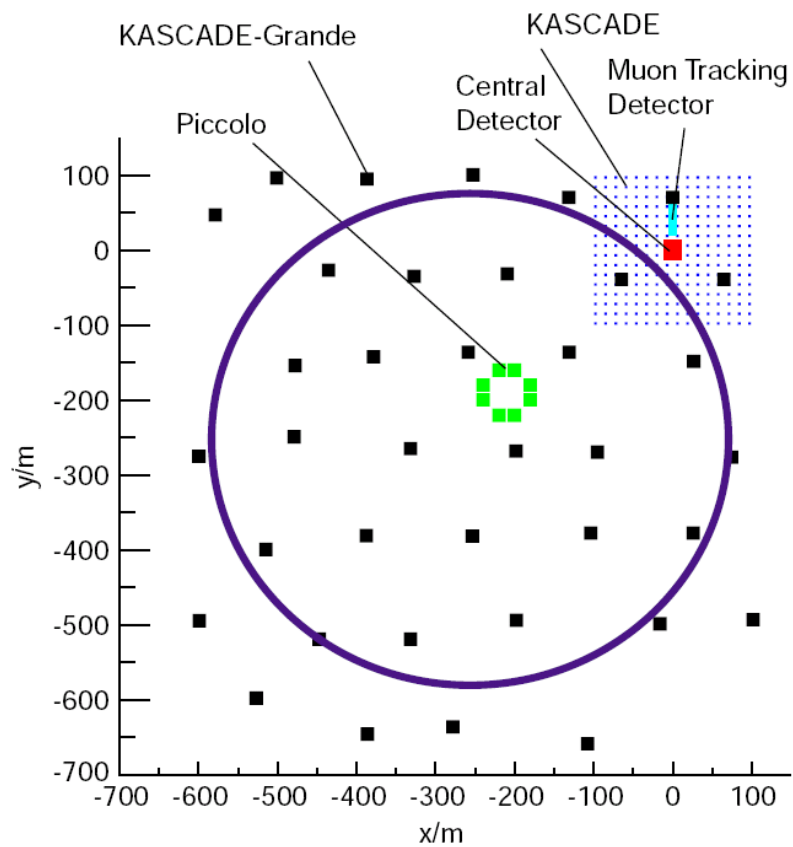


Abbildung 3.36: KASCADE-Grande mit KASCADE (oben rechts).

beinhalten Szintillationsdetektoren zum Nachweis der Elektronen und Photonen eines Luftschauers, zusätzlich befindet sich unter einer 20 cm starken Blei-Eisen-Abschirmung ein Szintillationsdetektor zum Nachweis von Myonen. Das Zentrum der Anlage ist ein $20 \times 16 \text{ m}^2$ großes Detektorsystem bestehend aus einem 4000 t Kalorimeter, zwei Ebenen aus Vieldraht-Proportionalkammern, eine weitere Ebene aus Streamertube-Detektoren sowie einer Triggerebene aus Szintillationszählern. Dieses System dient zur Vermessung der Hadronen, Myonen und Elektronen im Kernbereich des Luftschauers. Von diesem Zentraldetektor führt nach Norden ein 50 m langer Tunnel, in dem Myonen nachgewiesen werden.

Die KASCADE-Detektoren werden durch KASCADE-Grande erweitert, eine Anordnung von 37 Stationen im jeweiligen Abstand von 130 m auf einer Fläche von 0.5 km^2 (Abb. 3.36) Jede KASCADE-Grande-Station ist mit 10 m^2 Szintillationsdetektoren ausgestattet, mit denen im Wesentlichen die elektromagnetische Komponente eines Schauers gemessen wird.

IceTop: IceTop ist ein 1 km^2 großer Luftschauerdetektor am Südpol, der auf der Eisoberfläche den IceCube-Detektor abdeckt (Abb. 1.8). Jedem der 80 IceCube-Strings sind zwei IceTop-Tanks zugeordnet. Diese Tanks ($2.7 \text{ m}^2 \times 0.9 \text{ m}$) sind mit Eis gefüllt, in dem jeweils zwei optische Module das von den Luftschauerteilchen im Tank erzeugte Cherenkovlicht registrieren (Abb. 3.37). Seit der Saison 2008/09 sind 59 Stationen (118 Tanks) installiert. Der Detektor soll 2011 komplett sein.

Wegen der Höhe von etwa 2800 m über dem Meeresspiegel hat IceTop den Vorteil gegenüber ähnlichen Detektoren (zum Beispiel auch KASCADE), näher am Schauermaximum zu sein, was eine bessere Bestimmung der Massen der Primärteilchen erwartet läßt. Ein noch größerer Vorteil für die Massenbestimmung ist die Möglichkeit, in Koinzidenz mit IceTop-Schauern hochenergetische Myon-Bündel in IceCube zu messen (Abb. 3.38). Durch die große Tiefe werden nur die hochenergetischen Myonen (mindestens etwa 600 GeV) herausgefiltert, die aus den ersten Wechselwirkungen stammen.

Kosmische Strahlung am GZK-Limit

Durch Nachweis des Fluoreszenzlichtes von Teilenschauern konnte 1991 das Flye's-Eye-Teleskop in Utah (USA) die bis dahin höchste gemessene Teilchen-Energie bei $3.2 \cdot 10^{20} \text{ eV}$. beobachten. Der Nachfolger ist der HiRes-Detektor, dessen Daten in Übereinstimmung mit dem erwarteten Abbruch des Energiespektrums bei etwa 10^{19} eV (GZK-Cutoff, Abschnitt 3.2) sind. Allerdings ist das im Widerspruch zu Ergebnissen des Experiments AGASA (Akeno Giant Air Shower Array), das Teilchen mit Energien oberhalb $0.5 \cdot 10^{20} \text{ eV}$ beobachtet. Das AGASA-Experiment bedeckt eine Fläche von 100 km^2 mit 111 Oberflächendetektoren und 27 abgeschirmten Myondetektoren.

AUGER: Die Diskrepanz zwischen den Ergebnissen von HiRes und AGASA will das Auger-Experiment lösen. Das Experiment setzt auf den Nachweis von Schauerteilchen mit Bodendetektoren als auch gleichzeitig auf die Messung des Schauers über Fluoreszenzlicht. Mit der gegenseitigen Kontrolle der Energiemessung durch

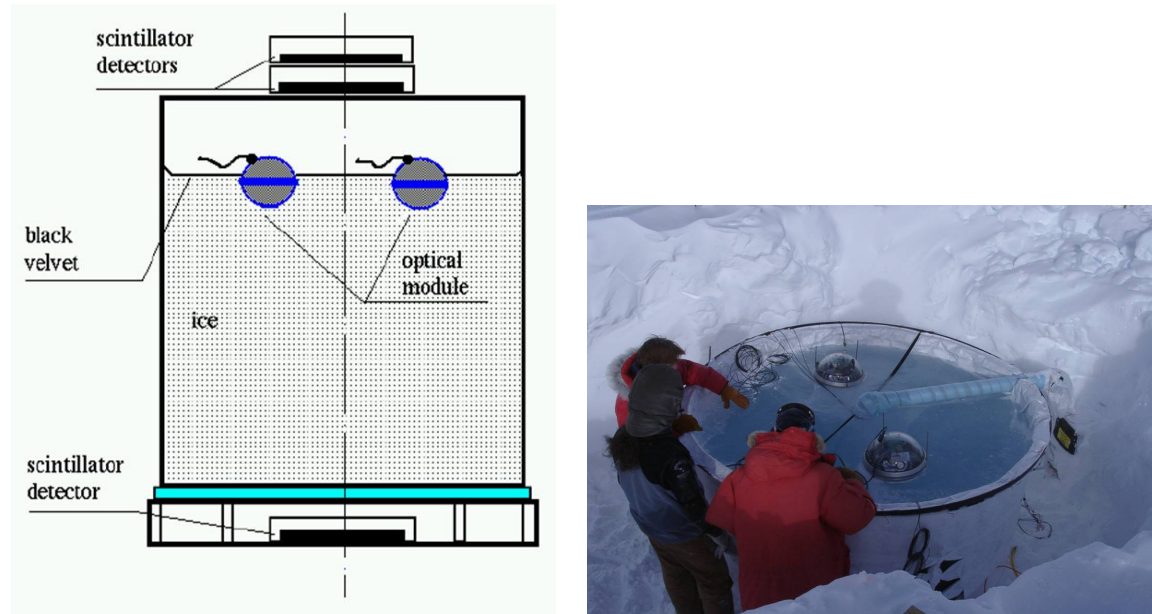


Abbildung 3.37: IceTop-Tank: Links eine schematische Zeichnung; rechts: Blick auf einen noch offenen Tank während der Installation am Südpole.

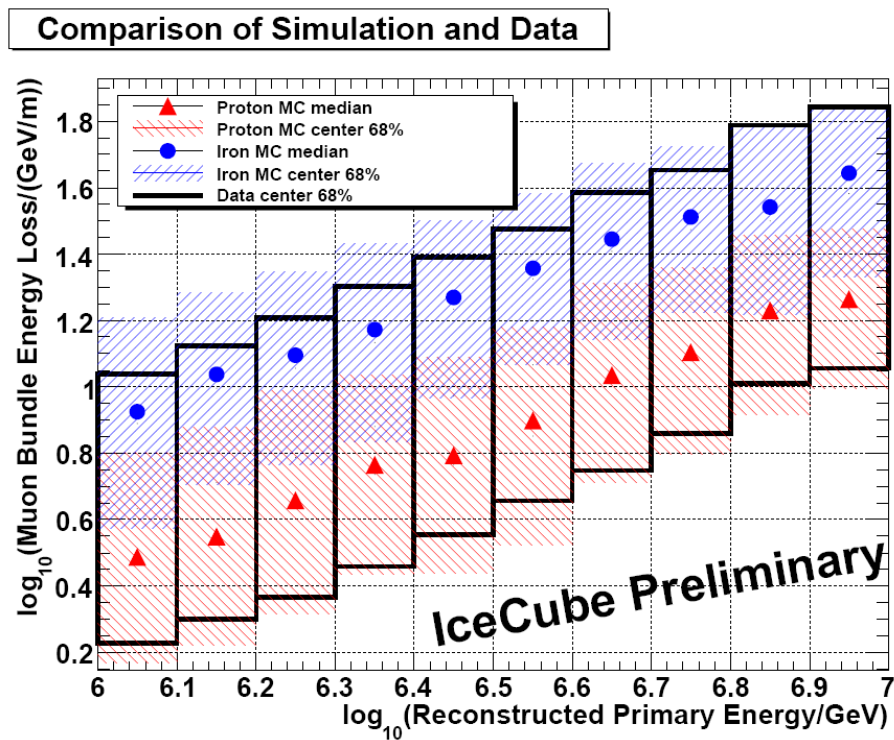


Abbildung 3.38: Der Energieverlust von Myon-Bündeln in IceCube aufgetragen gegen die Schauenergie, die gleichzeitig in IceTop gemessen wurde. Der Energieverlust ist ein Maß für die Anzahl der Myonen in dem Bündel. Dargestellt sind die simulierten $1\text{-}\sigma$ -Bänder für Protonen und für Eisen sowie die dazugehörigen Mittelwerte. Für die Daten sind nur die $1\text{-}\sigma$ -Bereiche angegeben.

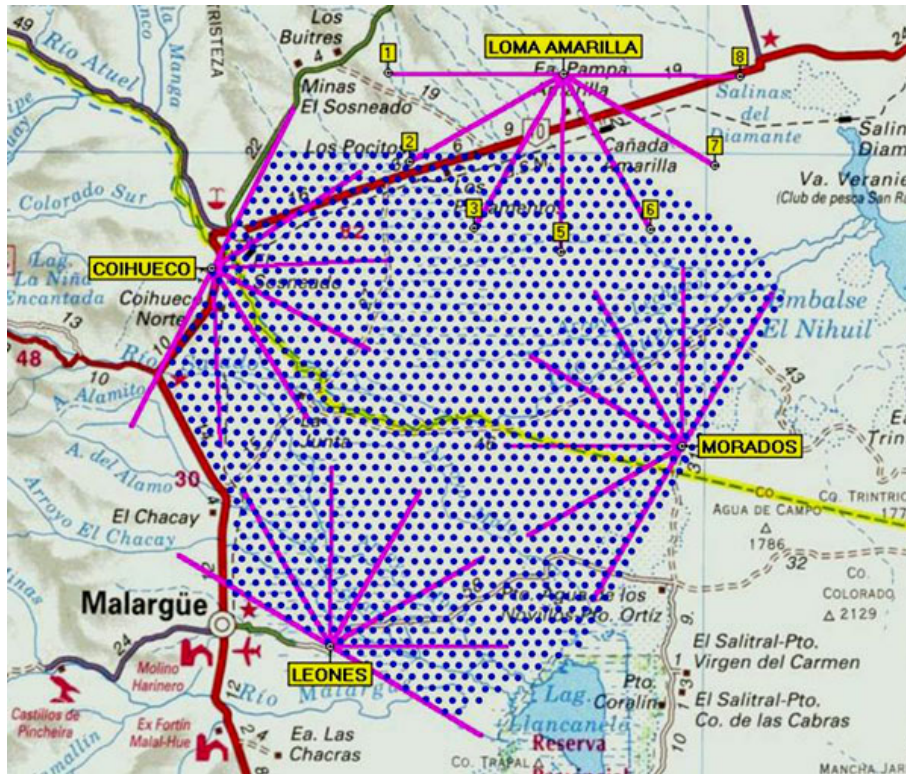


Abbildung 3.39: Detektoranordnung des Auger-Experimentes mit den vier Fluoreszenz-Teleskopen an der Peripherie des Gebietes.

beide Methoden hofft man die Energiekalibration, die größte Schwierigkeit bei einem steilen Energiespektrum, besser in den Griff zu bekommen.

Das Auger-Experiment in der Provinz Mendoza in Argentinien bedeckt eine Fläche von etwa 3000 km^2 (etwa Größe des Saarlandes) und ist damit das größte Experiment zur Beobachtung der kosmischen Strahlung (Abb. 3.39). Es hat 1600 Detektoren von jeweils 11.3 m^2 Fläche im Abstand von 1.5 km , die mit reinstem Wasser gefüllt sind (Abb. 3.40 links).

In Ergänzung zu den Wasserdetektoren überwachen 30 Fluoreszenz-Teleskope (Abb. 3.40 rechts) von vier verschiedenen Beobachtungsstationen aus die darüberliegende Atmosphäre. Jedes Teleskop hat eine Spiegelfläche von etwa 12 m^2 und ein Gesichtsfeld von $30^\circ \times 30^\circ$. Damit kann die komplette Entwicklung eines Luftschauers verfolgt werden (Abb. 3.41).

Das bisher wichtigste Ergebnis des Auger-Experimentes ist die experimentelle Bestätigung des GZK-Cutoffs (siehe die Diskussion in Abschnitt 3.2). Abbildung 3.42 zeigt, dass bei Energien oberhalb von etwa $5 \cdot 10^{19} \text{ eV}$ das Spektrum abbricht, wie für die beobachtete Entfernungsverteilung von Galaxien, die als Quellen in Betracht kommen, zu erwarten ist.

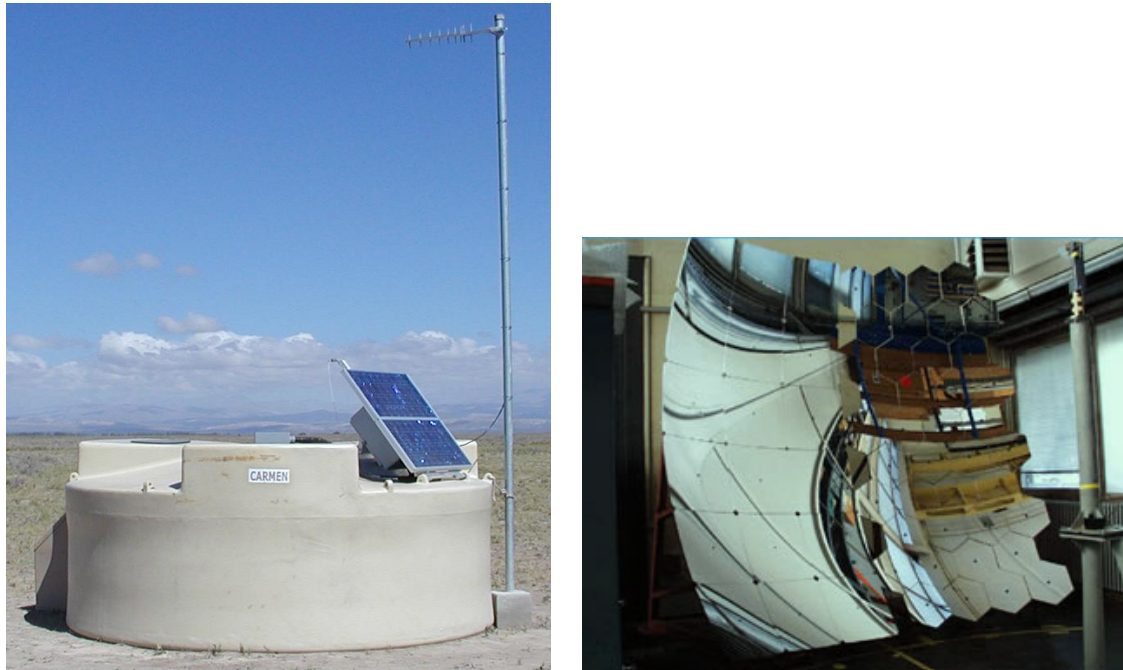


Abbildung 3.40: Auger-Experiment: Links: Detektor-Tank, rechts: Spiegel eines Floreszenz-Teleskops.)

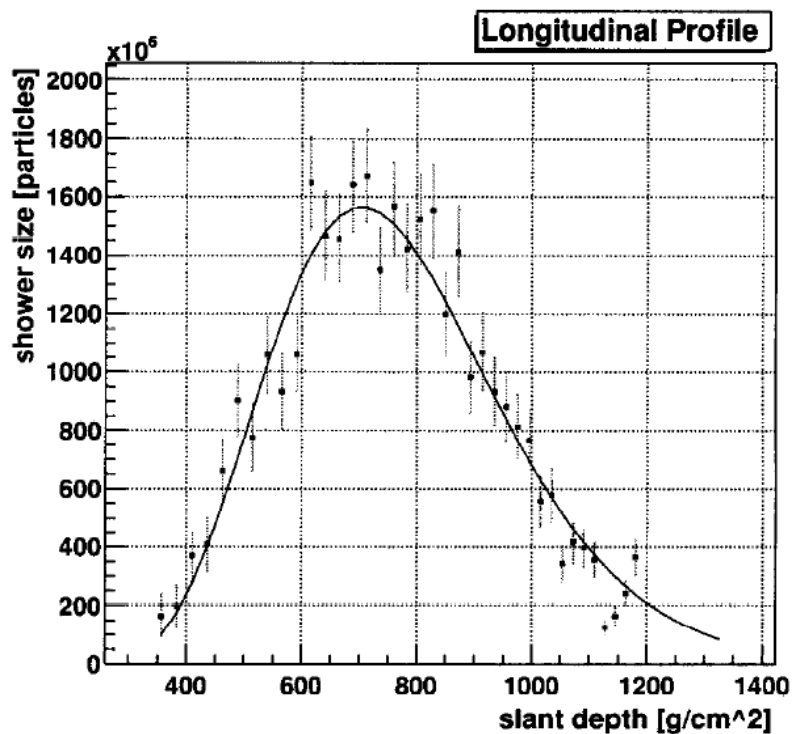


Abbildung 3.41: Das aus Fluoreszenz-Strahlung rekonstruierte longitudinale Profil eines eines Schauers, der in 16km Entfernung den Auger-Detektor trifft. Die abgeschätzte Energie ist $1.5 \cdot 10^{18}$ eV. Die Kurve ist eine Anpassung der Gaisser-Hillas-Funktion (3.68).

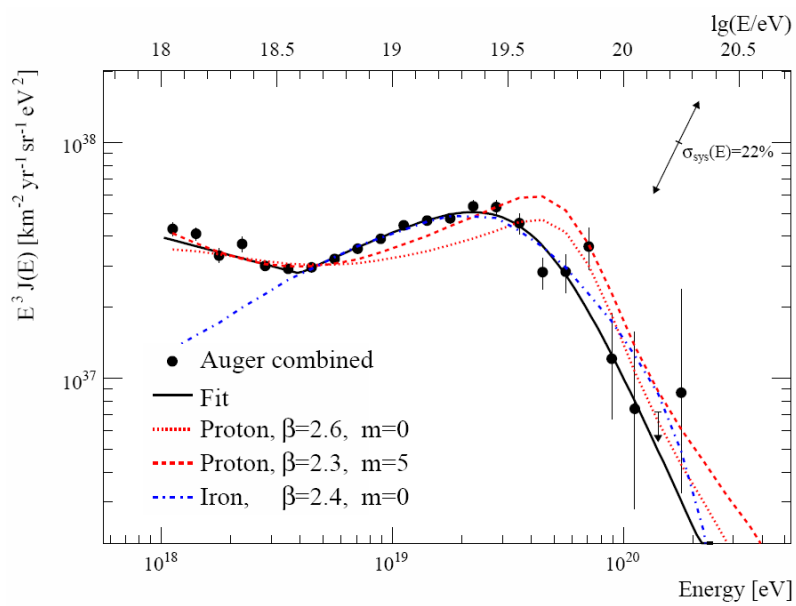


Abbildung 3.42: Messung des Energiespektrums der Kosmischen Strahlung durch Auger bei den höchsten Energien. Die Daten werden mit verschiedenen Modellen verglichen. Die Fit-Kurve bestimmt die Modellparameter.

Kapitel 4

Gamma-Strahlung

4.1 Das elektromagnetische Spektrum

In der Einführung wurde in Abb. 1.2 gezeigt, dass die Erdatmosphäre nur zwei Fenster für elektromagnetische Strahlung hat: im optischen Bereich und im Bereich von Radiowellen. Nachdem zunächst mit Ballonexperimenten die abschirmende Wirkung der Atmosphäre teilweise überwunden werden konnte, gelang der richtige Durchbruch erst mit Satellitenexperimenten. Dadurch wurden ganz neue Zugänge zu Energiebereichen von der Mikrowellenstrahlung bis hin zu GeV-Gammastrahlung geschaffen. Oberhalb des GeV-Bereichs werden die Strahlungsflüsse so klein, dass die Detektorvolumina in Satelliten nicht mehr ausreichen. Hier kann man dann die von hochenergetischen Photonen in der Luft ausgelösten Schauer mit speziellen Teleskopen beobachten, so dass das Fenster bis etwa 100 TeV ausgedehnt werden konnte. Insgesamt umfassen unsere Beobachtungen einen Energie- oder Wellenlängenbereich im elektromagnetischen Spektrum von mehr als 20 Größenordnungen, von den Radiowellen bis zu der TeV-Gammastrahlung.

4.2 Satellitenexperimente zur Beobachtung von Gamma-Strahlung

4.2.1 Compton Gamma Ray Observatory (CGRO)

CGRO-Übersicht: Bahnbrechend in der Gamma-Astronomie war das Compton Gamma Ray Observatory (CGRO), das nach dem Hubble Space Telescope das zweite große Observatorium war, das von der NASA in den Weltraum gebracht wurde. Es wurde 1991 an Bord der Space Shuttle Atlantis in die Erdumlaufbahn gebracht und im Jahr 2000 “safely deorbited”.

CGRO hatte vier Detektoren, die den Energiebereich von 20 keV bis 30 GeV abgedeckt haben:

- Burst And Transient Source Experiment (BATSE),
- Oriented Scintillation Spectrometer Experiment (OSSE),
- the Imaging Compton Telescope (COMPTEL),

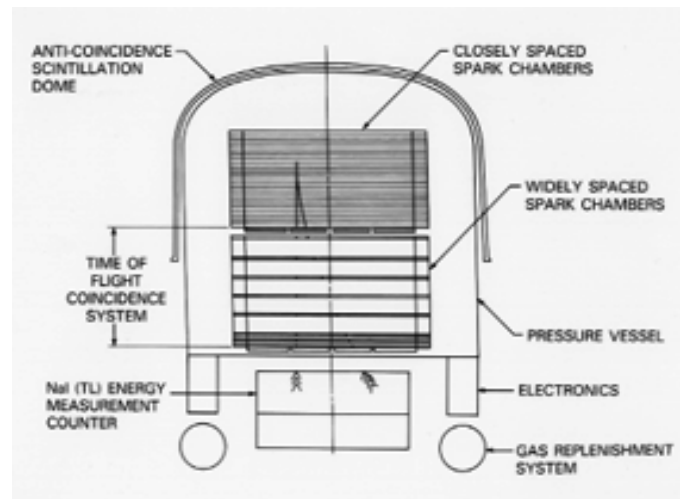


Abbildung 4.1: Schema der EGRET-Apparatur.

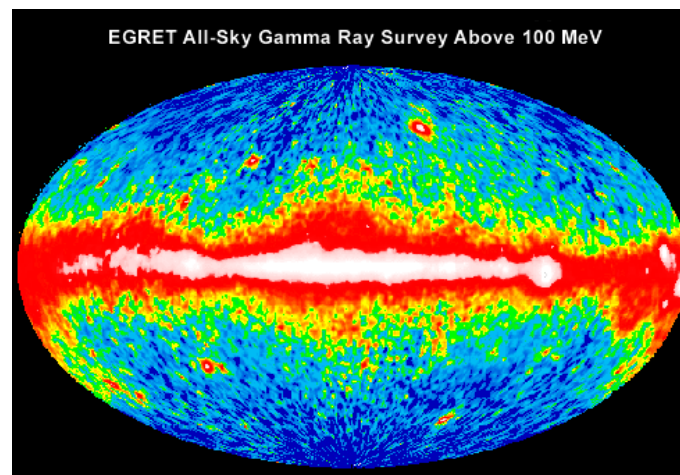


Abbildung 4.2: Intensitätsverteilung der Gamma-Strahlung am Himmel gemessen von EGRET oberhalb von 100 MeV.

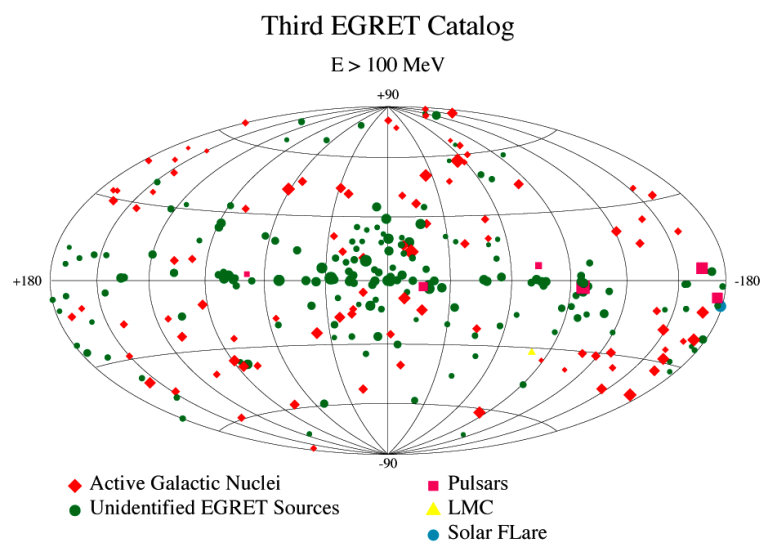


Abbildung 4.3: Himmelskarte der von EGRET beobachteten Gamma-Punktquellen. Die identifizierten Punktquellen in der galaktischen Ebene sind Pulsare, außerhalb Aktive Galaktische Kerne (AGN).

- Energetic Gamma Ray Experiment Telescope (EGRET)

Der EGRET-Detektor war für den Nachweis von Gamma-Strahlung im GeV-Bereich optimiert. Abb. 4.1 zeigt den prinzipiellen Aufbau: In einer Funkenkammer, bestehend aus Ebenen zwischen denen Hochspannung angelegt wird, wird die Konversion von Gammas zu Elektron-Positron-Paaren beobachtet. Dass die Konversion erst in dem Detektor stattfindet, wird durch Anti-Koinzidenzzähler sichergestellt, die die Apparatur umgeben. Die Messung der Spuren in der Funkenkammer erlaubt die Gamma-Richtung zu bestimmen; die Energie wird in einem nachfolgenden Kalorimeter aus NaJ-Kristallen gemessen. Die Detektortechnologie war eigentlich schon bei Start des CGRO-Satelliten veraltet, aber die Entwicklung reicht bis zum Ende der 70iger Jahre zurück (heute würde man zum Beispiel Proportional- oder Driftkammern mit CsJ-Kristallen einsetzen). Das Nachfolgeexperiment Fermi (vor dem Start GLAST genannt) wurde im Juni 2008 in den Orbit gebracht. Es soll den Energiebereich bis 300 GeV ausdehnen und damit vor allem die noch bestehende Lücke zwischen den satelliten- und erd-gestützten Experimenten zwischen 30 und 100 GeV schließen.

In Abb. 4.2 ist die von EGRET erstellte Himmelskarte im Lichte der Gamma-Strahlung oberhalb von 100 MeV gezeigt. Die stärkste Intensität findet man in der galaktischen Ebene, die hauptsächlich von der Wechselwirkung der Kosmischen Strahlung mit dem interstellaren Medium herrührt (diffuse Strahlung¹). Einige helle Flecken in der galaktischen Ebene können mit Pulsaren identifiziert werden (zum Beispiel die Vela-, Geminga- und Krebspulsare auf der rechten Seite). Oberhalb der galaktischen Ebene wird der hellste Fleck dem Blazar 3C279 zugeordnet (siehe Kapitel 7 für die Klassifizierung von Quellen hochenergetischer Strahlung). Eine Zusammenstellung der von EGRET gefundenen Gamma-Punktquellen zeigt Abb. 4.3.

Eine weitere Gruppe von Punktquellen sind Gamma-Strahlungsausbrüche (Gamma Ray Bursts, GRB), die auf Zeitskalen von Sekunden aufleuchten und sehr schnell auch wieder abklingen. Die GRB sind gleichmäßig über den Himmel verteilt, wie aus der von BATSE aufgenommenen Karte in Abb. 4.4 zu ersehen ist. Das weist den GRB eindeutig einen nicht-galaktischen Ursprung zu. Die Interpretation dieses Phänomens ist noch nicht klar. Inzwischen wurden Alarmsysteme organisiert, die erlauben sollen, dass GRB mit verschiedenen Instrumenten beobachtet werden können (mindestens das "Nachglühen"). Zu diesem System gehört das Burst Alert Telescope (BAT) auf dem 2004 gestarteten NASA-Satelliten Swift. Eine von Swift-Instrumenten gemessene Lichtkurve ist in Abb. 4.5 gezeigt.

¹Das von EGRET gemessene Spektrum der diffusen Gamma-Strahlung stand im Widerspruch zu den Erwartungen der gängigen Wechselwirkungsmodelle und hat Anlass zu Spekulationen über exotische Quellen, zum Beispiel WIMP-Annihilation (Kapitel 8), gegeben. Inzwischen hat allerdings das Fermi-Experiment diese Anomalie nicht bestätigen können und eine dadurch angestoßene Re-Analyse der EGRET-Daten weist auf Probleme bei der ursprünglichen Analyse hin.

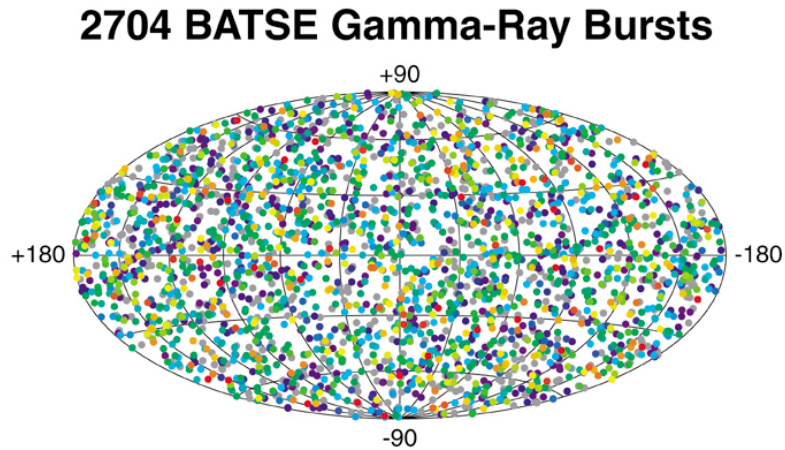


Abbildung 4.4: Himmelskarte der Gammastrahlungsausbrüche (GRB) gemessen mit BATSE.

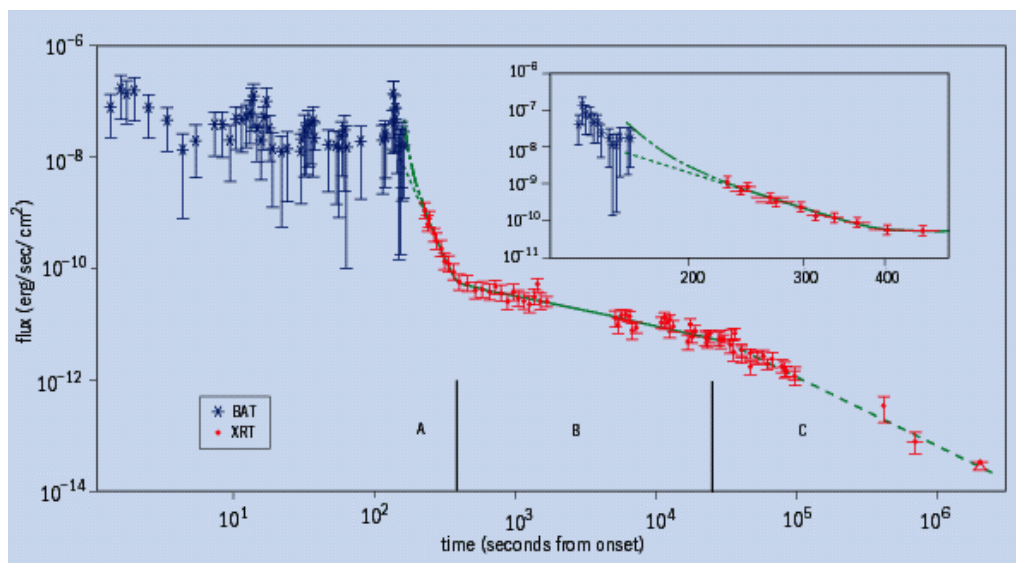


Abbildung 4.5: Die Lichtkurve der Gamma-Strahlung (15-150 keV) von GRB 050319 und das Nachglühen im Röntgen-Licht (0.2-10 keV) gemessen mit dem Burst Alert Telescope (BAT) und dem X-Ray Telescope (XRT) an Bord von Swift (G Cusumano et al. 2005 <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0509689>).

4.3 Teleskope zum Nachweis von TeV-Photonen

Wegen der stark abfallenden Flüsse der Gamma-Strahlung, etwa $\sim E^{-2.7}$, wird die effektive Detektorfläche auf Satelliten für hohe Gamma-Energien schließlich zu klein. Für Gamma-Strahlung oberhalb von etwa 100 GeV ('very high energy', VHE) wurden die 'imaging atmospheric Cherenkov telescope' (IACT) entwickelt. Mit diesen Teleskopen wird die Cherenkov-Strahlung der von den VHE-Photonen ausgelösten Luftschauber nachgewiesen. Das Nachweisprinzip ist in Abb. 4.6 dargestellt und erläutert. Die aktuellen Projekte sind:

Experiment	Standort	Beginn
H.E.S.S.	Namibia	12/2003
CANGAROO III	Australien	3/2004
MAGIC	La Palma	8/2004
VERITAS	Arizona	10/2006

Damit gibt es jeweils zwei Standorte auf der nördlichen und südlichen Erdhalbkugel, was für die Abdeckung des Himmels wichtig ist. Zum Beispiel kann das galaktische Zentrum nur von der Südhalbkugel aus beobachtet werden.

In den letzten Jahren ist besonders das HESS-Experiment, das seit Dezember 2003 mit vier Teleskopen in Namibia arbeitet, sehr erfolgreich gewesen. Die technischen Daten von HESS sind:

Gesichtsfeld:	5°
Sensitive Fläche:	50 000 m ²
Energieschwelle:	100 GeV
Richtungsauflösung:	stereoskopisch: 0.1°
Energieauflösung:	$\Delta E/E < 20\%$
Sensitivität (5σ):	5 % Crab in 1 h 1% Crab in 25 h

Zu der Einheit 'Crab' in der letzten Zeile: Der Krebsnebel ist die stärkste Quelle von VHE-Photonen und wurde erstmals 1989 von dem Whipple-Teleskop im VHE-Photonenlicht beobachtet. Heute gilt der Krebsnebel als Standardkerze für VHE-Photonen und Sensitivitäten werden in Einheiten 'Crab' angegeben.

4.4 Quellen hochenergetischer Photonen

Die Gamma-Strahlung, insbesondere die VHE-Strahlung, kann nicht thermischen Ursprungs sein, weil die entsprechenden Temperaturen im Universum nicht erreicht werden. Am naheliegendsten ist die Annahme, dass geladene Teilchen in kosmischen Feldern beschleunigt werden und ihre Energie in sekundären Prozessen an die elektromagnetische Strahlung übertragen. Andere Möglichkeiten sind der Zerfall oder die Annihilation von sehr schweren Teilchen, zum Beispiel solchen, die auch die Dunkle Materie ausmachen könnten.

Wichtiges Ziel der Gamma-Astronomie ist die Aufklärung des Ursprungs der Strahlung und der zugrunde liegenden Beschleunigungsmechanismen. Als Kandidaten für kosmische Beschleuniger werden zum Beispiel diskutiert:

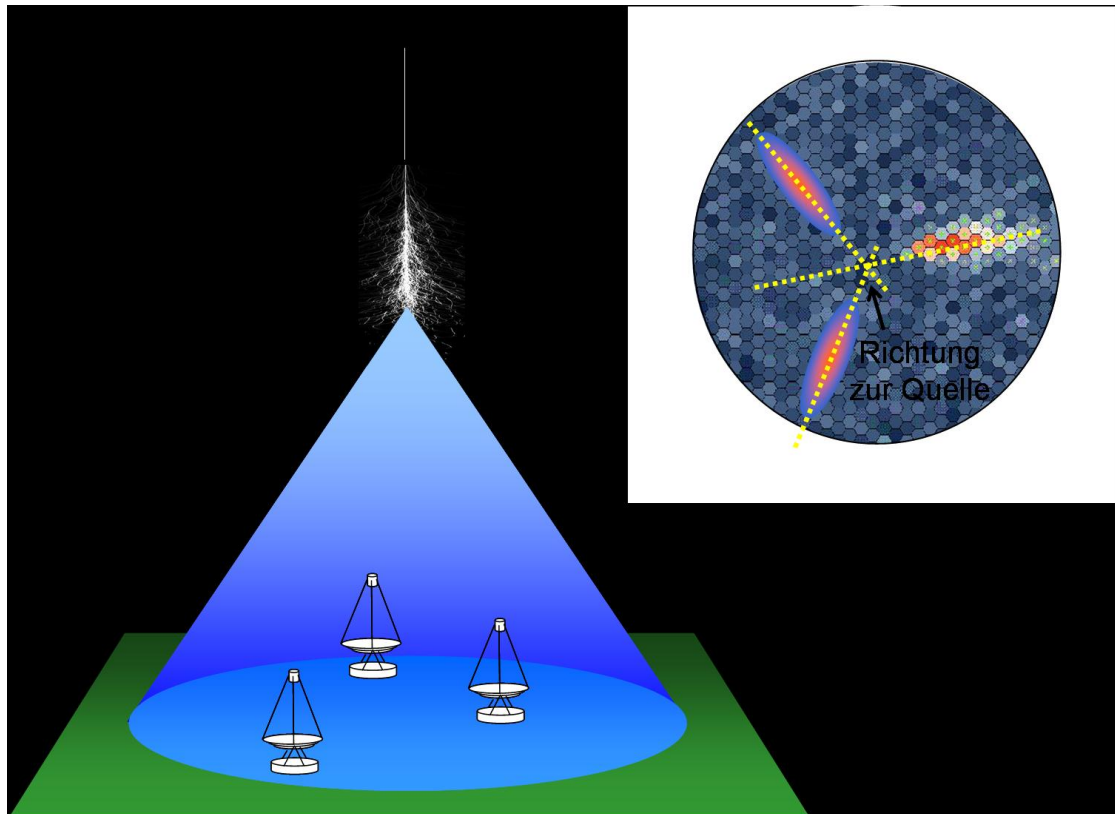


Abbildung 4.6: Prinzip von Cherenkov-Teleskopen zum Nachweis von VHE-Photonen: Ein auf die Atmosphäre treffendes Photon bildet in einer Höhe von etwa 10 km einen elektromagnetischen Schauer aus. Die Elektronen und Positronen in dem Schauer strahlen in einem Kegel, der auf dem Erdboden einen Durchmesser von etwa 120 m hat, Cherenkov-Strahlung ab. Dieses Licht wird durch den Teleskopspiegel auf eine Kamera fokussiert, die in der Brennebene des Spiegels angeordnet ist. Die Kamera besteht aus einem Raster von photosensitiven Detektoren, typischerweise Photovervielfacherröhren (PMT), die auf einzelne Photonen sensitiv sind. Die Anordnung von mehreren Teleskopen (zum Beispiel die HESS-Teleskope) erlaubt eine besonders genaue Richtungsbestimmung (etwa 0.1° bei HESS). Oben rechts ist das Prinzip der Richtungsrekonstruktion gezeigt.

- Schockfronten von Supernova-Resten,
- Pulsare (entstanden aus dem Kollaps eines Sterns nach einer Supernova-Explosion),
- Gammastrahlungsausbrüche (GRB),
- Akkretionsscheiben (Aufsaugen der Masse eines kleineren Objektes durch ein sehr massives Objekt, zum Beispiel ein schwarzes Loch),
- Schwarze Löcher.

Unter den vielen Entdeckungen, die HESS in relativ kurzer Zeit gemacht hat, ist die Bestätigung, dass VHE-Strahlung aus den Schockfronten von Supernova-Resten

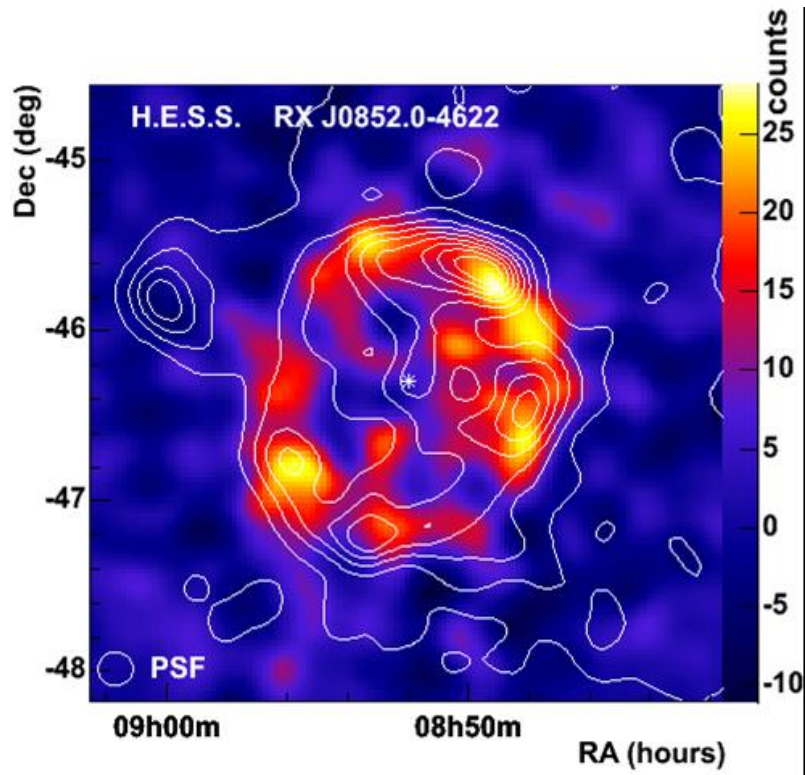


Abbildung 4.7: Die bisher größte aufgelöste VHE-Quelle ist der Supernova-Rest RX J0852.0-4622. Die Konturen entsprechen den von ROSAT gemessenen Röntgen-Intensitäten.

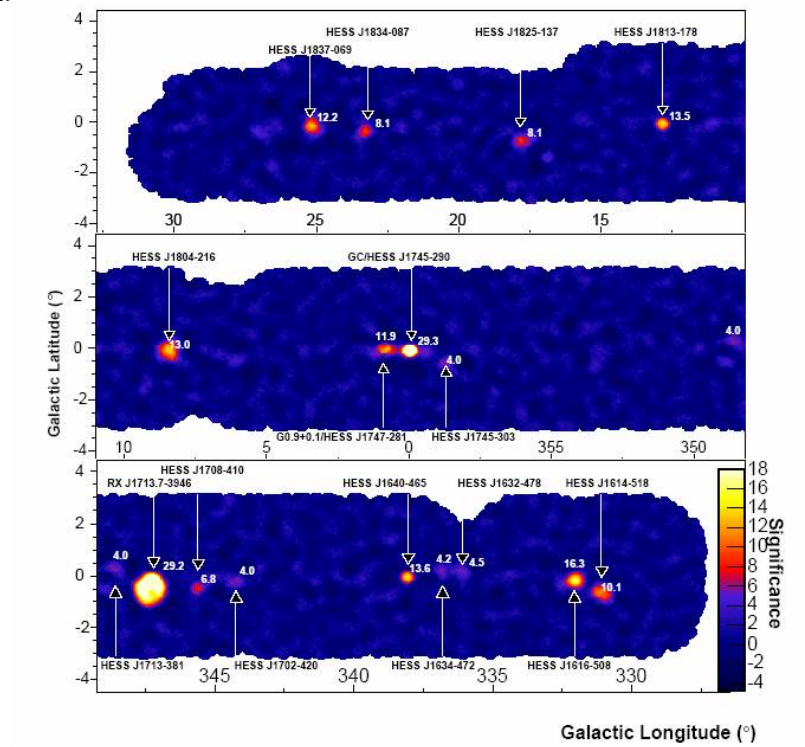


Abbildung 4.8: Quellen von TeV-Photonen beobachtet von HESS in der galaktischen Ebene. Von den 18 hier eingezeichneten Quellen sind 15 von HESS als TeV-Quellen entdeckt worden.

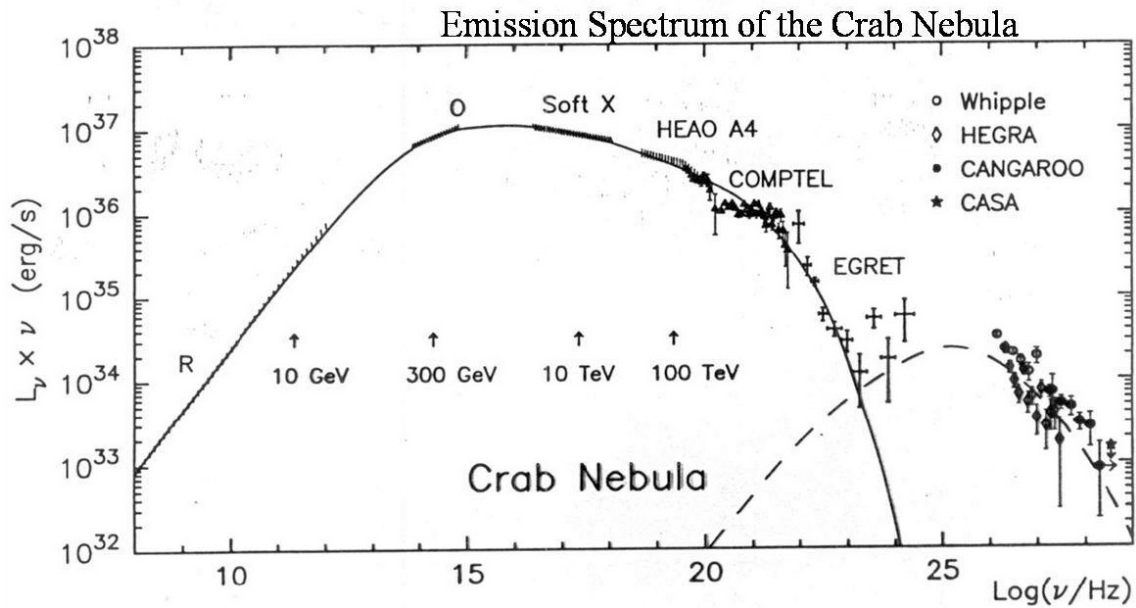


Abbildung 4.9: Gemessenes elektromagnetisches Spektrum des Krebsnebels.

kommt (Abb. 4.7 und 1.4). Abbildung 4.8 zeigt die bis Herbst 2005 von HESS in der galaktischen Ebene beobachteten VHE-Quellen, von denen für die meisten eine Ausdehnung bestimmt wurde.

Wir werden bei der Besprechung der kosmischen Beschleuniger noch mal auf die Ergebnisse der Gamma-Astronomie zurückkommen. Vorher sollen im Folgenden die verschiedenen Erzeugungs- und Verlustprozesse für Gammastrahlung besprochen werden.

4.5 Erzeugungs- und Verlustprozesse für Gammastrahlung

In diesem Abschnitt sollen die Prozesse besprochen werden, in denen hochenergetische Photonen erzeugt werden können. Als ein wichtiges Ergebnis werden wir sehen, dass je nach den beitragenden Prozessen bestimmte Relationen zwischen den Spektren verschiedener Energiebereiche, vom Röntgen bis zum TeV-Bereich, zu erwarten sind (siehe als Beispiel das entsprechende Spektrum des Krebsnebels in Abb. 4.9). Das kann dann zu Analyse der Beschleunigungs-, Energieverlust- und Absorptionsprozesse benutzt werden. Insbesondere in Bezug auf das Einbeziehen der VHE-Gamma-Strahlung stehen wir hier ziemlich am Anfang einer interessanten Phase neuer Erkenntnisse.

Wie bereits erwähnt, muß die Gamma-Strahlung aus nicht-thermischen Prozessen stammen, zum Beispiel aus der Beschleunigung geladener Teilchen, die ihrerseits ihre Energie in verschiedenen Strahlungsprozessen abgeben. Die Teilchen, die für eine Beschleunigung in Frage kommen, sind Elektronen, Protonen und ihre Antiteilchen. Auf Grund der sehr unterschiedlichen Massen ist die Energieübertragung auf Gammas für Elektronen und Protonen sehr unterschiedlich. Einen Überblick

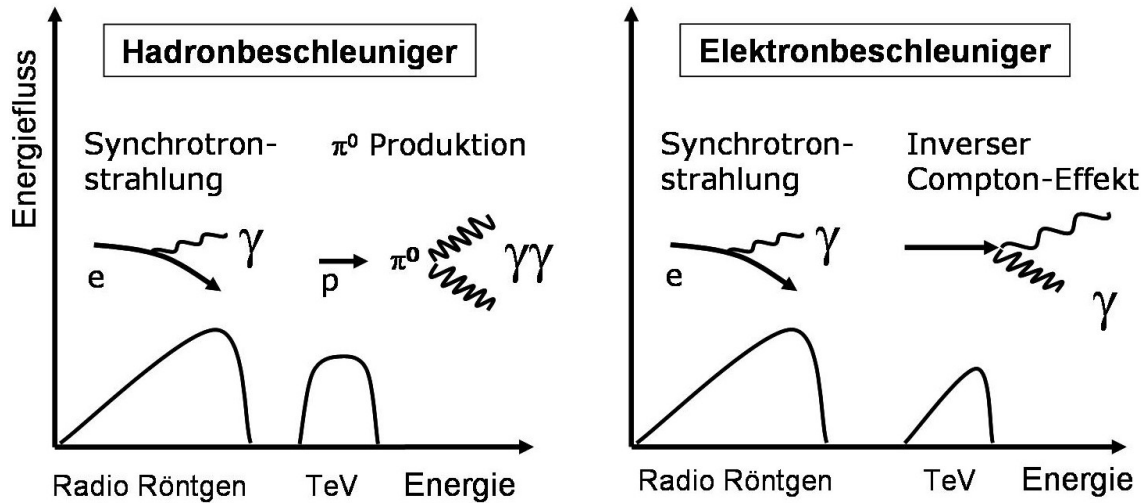
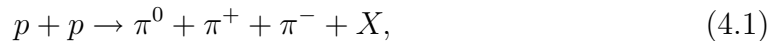


Abbildung 4.10: Schematische Darstellung der Erzeugungsprozesse von Gammas und deren Beiträge zum Energiespektrum.

über die möglichen Prozesse und deren Beiträge zu dem Gamma-Spektrum gibt Abb. 4.10.

4.5.1 Hadronische Beschleuniger

Hochenergetische Protonen (oder allgemeiner Kerne) erzeugen in unelastischen Wechselwirkungen mit der Materie in und um die beschleunigende Quelle oder auf dem Weg von der Quelle zu uns vor allem Pionen:



wobei wegen Isospinsymmetry jeder Ladungszustand etwa gleich häufig auftritt. Die pp -Reaktion (zum Beispiel beschleunigte Protonen reagieren mit interstellarem Wasserstoff) kann auch durch eine γp -Reaktion ersetzt werden (Photoproduktion von Pionen), wenn die γp -Schwerpunktenergie ausreicht.

Die neutralen Pionen zerfallen spontan in zwei Photonen,



und die geladenen erzeugen in ihrer Zerfallskette Neutrinos (Gleichungen (5.53-5.55)). Wie bereits erwähnt, erlaubt der Vergleich der Flüsse hochenergetischer Photonen und Neutrinos eine Aussage über den Beschleunigungsmechanismus.

Der Wirkungsquerschnitt für die Reaktion (4.1) ist näherungsweise:

$$\sigma_{pp} \approx A + B \cdot \ln s \approx 50 \text{ mb für } E_p = 100 \text{ GeV} \dots 100 \text{ TeV}. \quad (4.3)$$

Für die folgenden Abschätzungen werden wir $\sigma_{pp} \approx 50 \text{ mb}$ benutzen. Mit Simulationen findet man für die auf ein Photon übertragene Energie im Mittel:

$$\langle E_\gamma \rangle \approx \frac{1}{10} E_p, \quad (4.4)$$

so dass für das beobachtete Gamma-Spektrum die primären Protonenenergien entsprechend höher sein müssen:

$$E_\gamma = 500 \text{ GeV} \dots 10 \text{ TeV} \Leftrightarrow E_p = 5 \text{ TeV} \dots 100 \text{ TeV} \quad (4.5)$$

Der spektrale Index bleibt etwa der gleiche wie für die Protonen:

$$\frac{dN_\gamma}{dE_\gamma} \sim E_\gamma^{-2.7}. \quad (4.6)$$

Kühlung der Protonen: Die charakteristische Zeit τ_{π^0} für den Energietransfer von den Protonen auf die Pionen, die ‘Kühlungszeit’ ist durch den mittleren Energieverlust definiert:

$$\left\langle -\frac{dE_p}{dt} \right\rangle = \frac{E_p(t=0)}{\tau_{\pi^0}} \quad (4.7)$$

Wir nehmen an, dass pro Stoß etwa die Hälfte der Protonenenergie in Pionen und davon ein Drittel in neutrale Pionen übertragen wird:

$$\sum E \approx 1/6 \cdot E_p = f \cdot E_p \quad (4.8)$$

Der mittlere Weg, auf dem ein Proton diesen Energiebruchteil an die produzierten π^0 überträgt, ist:

$$\lambda_{\pi^0} = \frac{1}{n_p \sigma_{pp} f} \quad (4.9)$$

und damit die Kühlungszeit

$$\tau_{\pi^0} = \frac{\lambda_{\pi^0}}{c} = \frac{1}{n_p \sigma_{pp} f c} \approx \frac{4 \cdot 10^{15}}{n_p \cdot \text{cm}^3} \text{ s} \quad (4.10)$$

Beispiel: Das intergalaktische Medium (IGM) hat eine Protonendichte von etwa

$$n_p = 10 - 100 \text{ m}^{-3} \quad (\text{IGM}). \quad (4.11)$$

Daraus ergibt sich:

$$\tau_{\pi^0} \approx 4 \cdot 10^{19-20} \text{ s}, \quad \lambda_{\pi^0} \approx 10^{11} \text{ pc} \quad (4.12)$$

Die Kühlungszeit kommt in die Größenordnung des Alters des Universums.

4.5.2 Elektronbeschleunigung und Strahlungsprozesse

Beschleunigte Elektronen (gemeint sind immer auch die Positronen) können ihre Energie durch unterschiedliche Prozesse, die im Folgenden diskutiert werden, auf Photonen übertragen.

Bremsstrahlung: Bei der Streuung von Elektronen in dem Coulomb-Feld eines Kerns wird Bremsstrahlung erzeugt (Abb. 3.16), was zu einem mittleren Energieverlust

$$\left\langle -\frac{dE}{\rho dx} \right\rangle_{rad} = \frac{E}{X_0} \quad (4.13)$$

Daraus ergibt sich ein zeitlicher Energieverlust von:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{dE}{dt} \cdot \left(\frac{dx}{dt}\right)^{-1} \approx \frac{dE}{dt} \frac{1}{c} \implies \left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle = \frac{c \rho}{X_0} E = \frac{E}{\tau_{rad}} \quad (4.14)$$

Mit $X_0 = 63 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-2}$ für Wasserstoff (p) und $\rho = n_p \cdot m_p$ ergibt sich die Kühlungszeit durch Bremsstrahlung an interstellarem oder intergalaktischem Wasserstoff zu:

$$\tau_{rad} = \frac{X_0}{c \cdot m_p \cdot n_p} \approx \frac{1}{n_p \cdot \text{cm}^3} \cdot 10^{15} \text{ s} \quad (4.15)$$

Die Bremsstrahlung wird wesentlich, wenn in der Umgebung der Quelle eine größere Protonendichte herrscht. Die Beobachtung von Bremsstrahlung mit einem $1/E_\gamma$ -Spektrum (gefaltet mit dem Elektronenspektrum) läßt Rückschlüsse auf die Protonendichte zu.

Synchrotronstrahlung: Die Bewegung eines geladenen Teilchens (Ladung $z \cdot e$) in einem Magnetfeld ist durch die Lorentzkraft bestimmt:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{ze}{m} (\vec{p} \times \vec{B}) \quad (4.16)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung für ein homogenes Magnetfeld ist bekanntlich eine Helixbahn des Teilchens (Abb. 4.11) mit dem Gyroradius (siehe (3.5) in Abschnitt 3.4) in der Ebene senkrecht zu \vec{B} :

$$r_B = \frac{p}{zeB}. \quad (4.17)$$

Durch die Beschleunigung strahlt das Elektron Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung ab. Im Schwerpunktsystem des Elektrons entspricht das der Abstrahlung eines Dipols (Abb. 4.12 links); durch den Lorentz-Boost in Flugrichtung des Elektrons, wird die Strahlung in diese Richtung kollimiert (Abb. 4.12 rechts).

Der Energieverlust der Elektronen soll hier ohne weitere Ableitung angegeben werden²:

$$\left\langle -\frac{dE}{dt} \right\rangle_{syn} = \frac{4}{3} \sigma_T \cdot c \cdot u_{mag} \cdot \beta^2 \cdot \gamma^2 \quad (4.18)$$

Der Thomson-Wirkungsquerschnitt σ_T wird häufig als Bezugsgröße für andere Photon-Wirkungsquerschnitte benutzt:

$$\sigma_T = \frac{8\pi r_e^2}{3} = 0.665 \text{ barn} \quad (4.19)$$

²Siehe dazu die zum Beispiel Lehrbücher über Elektrodynamik, oder die Webseite <http://www.astro.utu.fi/~cflynn/astroII/14.html>

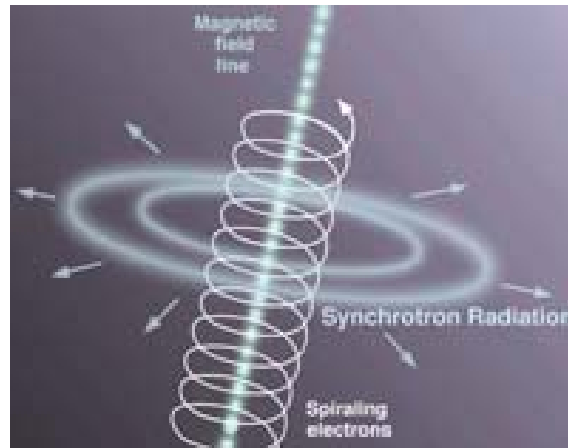


Abbildung 4.11: Helixbahn eines Elektrons in einem Magnetfeld. Die Synchrotronstrahlung wird bevorzugt tangential zu der Elektronenbahn abgestrahlt.

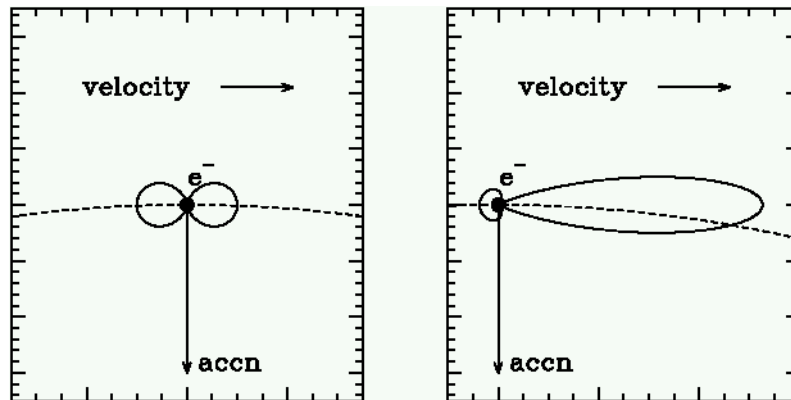


Abbildung 4.12: Entstehung der Synchrotronstrahlung als Dipolstrahlung, die durch den Lorentz-Boost in Elektronrichtung kollimiert wird.

Die Energiedichte des magnetischen Feldes u_{mag} wird wie üblich berechnet:

$$u_{mag} = \frac{B^2}{2\mu_0} = 250 \left(\frac{B}{10^{-8} \text{ T}} \right)^2 \text{ eV cm}^{-3} \quad (4.20)$$

Damit ergibt sich die Kühlungszeit durch Synchrotronstrahlung:

$$\tau_{syn} = \frac{E}{\langle -\frac{dE}{dt} \rangle_{syn}} \approx 4 \cdot 10^{10} \left(\frac{B}{10^{-8} \text{ T}} \right)^{-2} \left(\frac{E}{1 \text{ TeV}} \right)^{-1} \text{ s} \quad (4.21)$$

Das Spektrum steigt flach zu einem Maximum an und bricht dann relativ scharf ab (Abb. 4.13). Die Abschneideenergie ist:

$$E_c = \frac{3}{4\pi} \gamma^2 \frac{e h B}{m_e} \sin \alpha, \quad (4.22)$$

wobei α der Winkel der Teilchenspur gegen die Feldrichtung ist (Dipwinkel).

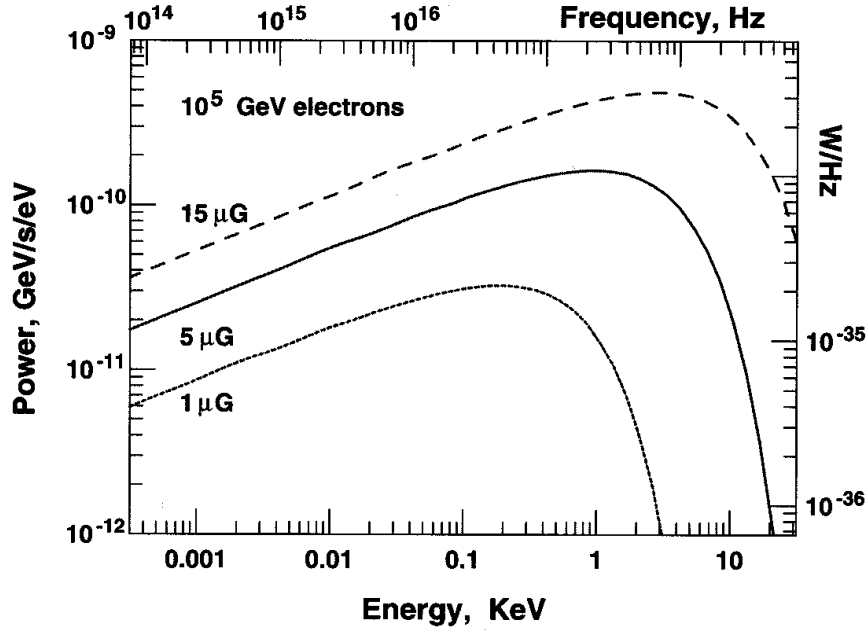


Abbildung 4.13: Leistungsspektrum der Synchrotronstrahlung für Elektronenenergien von 10^5 GeV und verschiedene Magnetfeldstärken (aus [5]).

Krümmungsstrahlung: Elektronen, die mit einem Winkel $\alpha \neq 0$ um B-Feldlinien spiralen, werden auf Grund der Abstrahlung in der Bewegung transversal zum Feld gedämpft und bewegen sich schließlich in Feldrichtung. Da jede transversale Abweichung gedämpft wird, folgen sie auch gekrümmten Feldlinien. Die entsprechende Strahlung nennt man Krümmungsstrahlung (curvature radiation). Die Abstrahlung kann hier ebenfalls mit (4.18) berechnet werden, wenn man aus dem Krümmungsradius r_B der Feldlinien das äquivalente Feld mit (4.17) berechnet:

$$\hat{B} = \frac{p}{er_B} \implies u_{mag} = \frac{p^2}{2\mu_0 e^2 r_B^2} \quad (4.23)$$

Die Krümmungsstrahlung spielt in den Dipolfeldern der Magnetpole der Pulsare eine wichtige Rolle.

Compton- und inverser Comptoneffekt: Die Compton-Streuung eines Photons an einem quasi-freien, ruhenden Elektron ist in Abb. 4.14 links gezeigt: Das Photon streut elastisch an einem Hüllenelektron, überträgt dabei Energie auf das Elektron und verliert selbst Energie ('Strahlungskühlung'). Die Energie des gestreuten Photons läßt sich aus der Kinematik als Funktion des Streuwinkels θ berechnen ($\epsilon = E_\gamma/m_e c^2$):

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \epsilon(1 - \cos\theta)} \quad (4.24)$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt pro Elektron wird mit Methoden der Quantenelektrodynamik berechnet und ist als Klein-Nishina-Formel bekannt:

$$\frac{d\sigma_C}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2[1 + \epsilon(1 - \cos\theta)]^2} \left(1 + \cos^2\theta + \frac{\epsilon^2(1 - \cos\theta)^2}{1 + \epsilon(1 - \cos\theta)} \right) \quad (4.25)$$

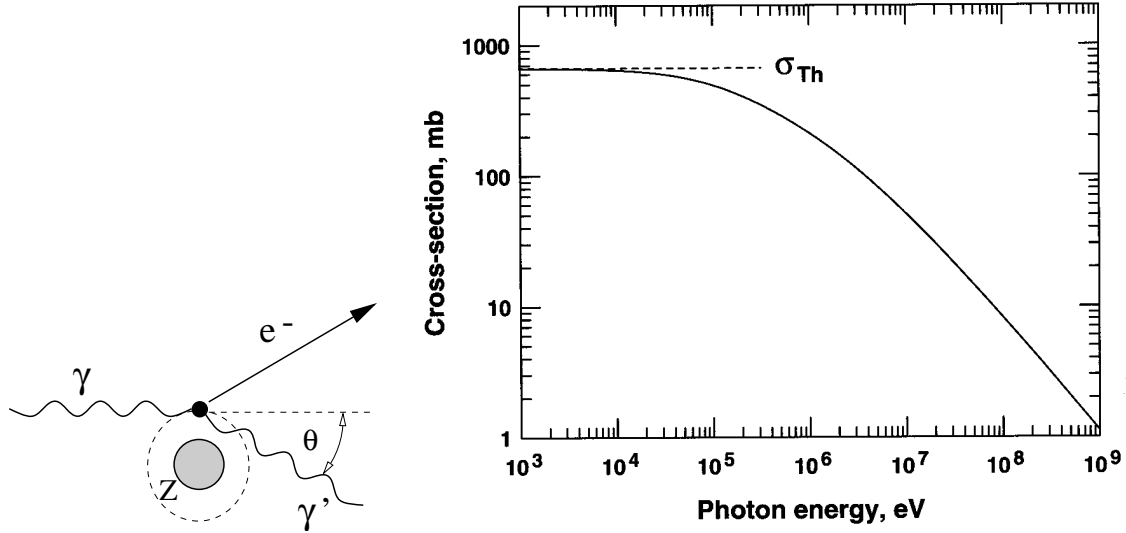


Abbildung 4.14: Darstellung der Compton-Streuung (links) und totaler Compton-Wirkungsquerschnitt (rechts).

Nach Integration über den Raumwinkel erhält man den totalen Compton-Wirkungsquerschnitt pro Elektron (Abb. 4.14 rechts):

$$\sigma_C = 2\pi r_e^2 \left[\frac{1 + \epsilon}{\epsilon^2} \left(\frac{2(1 + \epsilon)}{1 + 2\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \ln(1 + 2\epsilon) \right) + \frac{1}{2\epsilon} \ln(1 + 2\epsilon) - \frac{1 + 3\epsilon}{(1 + 2\epsilon)^2} \right] \quad (4.26)$$

Für sehr große und sehr kleine Photonenergien gelten folgende Näherungen (σ_T ist der Thomson-Wirkungsquerschnitt):

$$\sigma_C \approx \begin{cases} \sigma_T(1 - 2\epsilon) \approx \sigma_T & \text{für } \epsilon \ll 1 \quad (\text{Thomson-Limit}) \\ \frac{3}{8}\sigma_T \frac{1}{\epsilon} (\ln(2\epsilon) + \frac{1}{2}) & \text{für } \epsilon \gg 1 \quad (\text{hochrelativistisch}) \end{cases} \quad (4.27)$$

Die Wahrscheinlichkeit für Compton-Streuung ist proportional zu der Elektrodichte:

$$\frac{dN_\gamma}{N_\gamma} = -\sigma_C n_e dx \Rightarrow \lambda = \frac{1}{\sigma_C n_e}. \quad (4.28)$$

Die mittlere freie Weglänge oder 'optische Tiefe' ist zum Beispiel im Zentrum der Sonne ($n_e(r=0) \approx 6 \cdot 10^{25} \text{ cm}^{-3}$) im Thomson-Limit $\lambda \approx 300 \mu\text{m}$.

Inverser Compton-Effekt: Der inverse Compton-Effekt (IC) ist die Streuung eines hochenergetischen Elektrons an einem relativ niederenergetischen Photon. Dabei kann den Photonen erhebliche Energie zugeführt werden, so dass dieser Prozess als der wesentliche für die Erzeugung hochenergetischer Gammas (bis in den TeV-Bereich) durch beschleunigte Elektronen angesehen wird.

Um die im vorigen Paragraphen eingeführten Wirkungsquerschnitte verwenden zu können, betrachten wir die Streuung im Schwerpunktsystem des Elektrons (gekennzeichnet mit '*'). Für ein Elektron mit Energie und Impuls (E_e, \vec{p}_e) erfolgt diese Transformation mit den Parametern:

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{|\vec{p}_e|}{E_e}, \quad \gamma = \frac{E_e}{m_e} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (4.29)$$

Zur Vereinfachung wollen wir nur den Fall betrachten, dass das Photon mit der Energie E_γ im Laborsystem dem Elektron entgegen läuft. Dann hat das Photon im Schwerpunktsystem des Elektrons die Energie

$$E_\gamma^* = \gamma E_\gamma - \gamma\beta(-E_\gamma) = \gamma(1 + \beta)E_\gamma \quad (\approx 2\gamma E_\gamma \quad \text{für } \beta \approx 1) \quad (4.30)$$

In dem gleichen System ist die Energie des gestreuten Photons:

$$E_\gamma^{*'} = \frac{E_\gamma^*}{1 + \frac{E_\gamma^*}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)} \quad (4.31)$$

Zur weiteren Vereinfachung wollen wir nur die Rückstreuung der Photonen betrachten ($\theta = 180^\circ$):

$$E_\gamma^{*'} = \frac{E_\gamma^*}{1 + 2\frac{E_\gamma^*}{m_e c^2}} \approx E_\gamma^* \quad (4.32)$$

Die letzte Näherung gilt für:

$$E_\gamma^* \ll m_e c^2/2 \Rightarrow \gamma(1 + \beta)E_\gamma \approx 2\gamma E_\gamma \ll m_e c^2/2 \quad (4.33)$$

oder:

$$E_\gamma \ll \frac{m_e c^2}{4\gamma} \quad (4.34)$$

Diese Bedingung ist für einen großen Bereich der uns interessierenden Energien erfüllt. Zum Beispiel gilt für die Streuung an CMB-Photonen:

$$\gamma \ll \frac{m_e c^2}{4E_\gamma} \approx \frac{0.5 \cdot 10^6 \text{ eV}}{4 \cdot 2.35 \cdot 10^{-4} \text{ eV}} \approx 0.5 \cdot 10^9 \Rightarrow E_e \ll 250 \text{ TeV} \quad (4.35)$$

Die Rücktransformation der Energie des gestreuten Photons (4.31) in das Laborsystem ergibt:

$$E_\gamma' = \gamma E_\gamma^{*'} + \gamma\beta(E_\gamma^{*'}) = \gamma(1 + \beta)E_\gamma^{*'} \approx \gamma(1 + \beta)E_\gamma^*, \quad (4.36)$$

wobei auf der rechten Seite die Näherung $E_\gamma^{*'} \approx E_\gamma^*$ in (4.32) benutzt wurde, die für $E_\gamma \ll m_e c^2/(4\gamma)$ gilt.

Aus (4.36) und (4.30) ergibt sich:

$$E_\gamma' = \gamma^2(1 + \beta)^2 E_\gamma \approx 4\gamma^2 E_\gamma \quad \text{für } E_\gamma \ll \frac{m_e c^2}{4\gamma} \quad (4.37)$$

Charakteristisch ist das quadratische Anwachsen der Streuenergie mit dem Lorentzfaktor γ und damit mit der Elektronenergie (natürlich kann das wegen der Energieerhaltung nicht allgemein gelten, sondern nur unter der angegebenen Bedingung). Das Spektrum der IC-Photonen häuft sich stark bei der maximalen Energie, mit der obigen Näherung bei

$$E_{\gamma max} \approx 4\gamma^2 E_\gamma, \quad (4.38)$$

wobei die mittlere Energie etwa $1/3 E_{\gamma max}$ ist (Abb. 4.15). Die Energieübertragung von den Elektronen auf die Photonen ist also sehr effektiv.

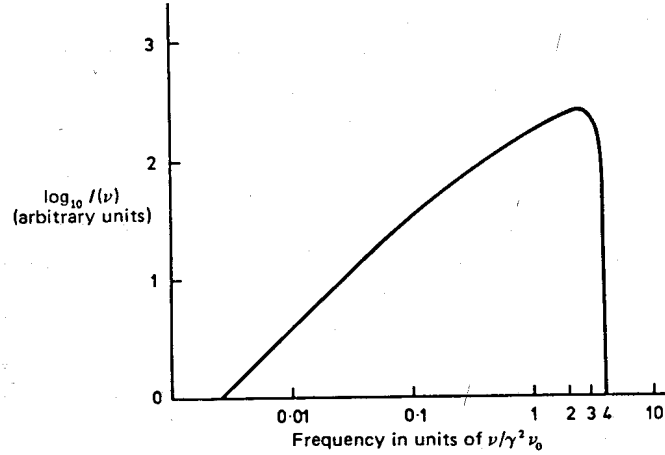


Abbildung 4.15: Energiespektrum der Photonen nach inverser Compton-Streuung ($E_\gamma = h\nu$).

Die mittlere freie Weglänge eines Elektrons für inverse Compton-Streuung ist $\lambda = 1/(\sigma_C \cdot n_\gamma)$ und die mittlere Stoßzeit τ ist:

$$\tau = \frac{\lambda}{c} = \frac{1}{\sigma_C \cdot n_\gamma \cdot c} \quad (4.39)$$

Der Energieverlust eines Elektrons bei einem Stoß ist $E'_\gamma \sim \gamma^2 E_\gamma$. Damit kann der mittlere Energieverlust pro Zeit abgeschätzt werden zu:

$$\left\langle -\frac{dE}{dt} \right\rangle_{IC} \approx \frac{E'_\gamma}{\tau} \sim \sigma_C n_\gamma c \gamma^2 E_\gamma \quad (4.40)$$

Mit der Energiedichte $u_{rad} = n_\gamma E_\gamma$ eines isotropen elektromagnetischen Feldes und der Mittelung über alle Richtungen der Feldquanten und der gestreuten Photonen ergibt sich schließlich im Thomson-Limit:

$$\left\langle -\frac{dE}{dt} \right\rangle_{IC} = \frac{4}{3} \sigma_T \cdot c \cdot u_{rad} \cdot \beta^2 \cdot \gamma^2 \quad (4.41)$$

Der Energieverlust der Elektronen in einem Magnetfeld durch Synchrotronstrahlung hat die gleiche Form (siehe (4.18)):

$$\left\langle -\frac{dE}{dt} \right\rangle_{syn} = \frac{4}{3} \sigma_T \cdot c \cdot u_{mag} \cdot \beta^2 \cdot \gamma^2 \quad (4.42)$$

Hier wird also nur die Strahlungsdichte durch die Energiedichte des Magnetfeldes ersetzt. Die Interpretation ist offensichtlich, dass die Elektronen Energie durch inverse Compton-Streuung an den Feldquanten des Magnetfeldes verlieren.

Beispiele für Energieverlust von Elektronen:

- Sternenlicht (im Optischen) hat in Galaxien eine Energiedichte von $u_{rad} \approx 0.6 \text{ MeV/m}^3$ und typische Magnetfelder sind $B \approx 3 \cdot 10^{-10} \text{ T}$. Damit ergibt

sich:

$$\left\langle -\frac{dE}{dt} \right\rangle_{IC} = 1.6 \cdot 10^{-14} (\beta\gamma)^2 \text{ eV/s} \quad (4.43)$$

$$\left\langle -\frac{dE}{dt} \right\rangle_{syn} = 0.6 \cdot 10^{-14} (\beta\gamma)^2 \text{ eV/s} \quad (4.44)$$

Für die ‘Kühlungszeit’

$$\tau = \frac{E}{\left\langle -\frac{dE}{dt} \right\rangle} \quad (4.45)$$

ergibt sich bei einer Elektronenergie von $E_e = 100 \text{ GeV}$:

$$\tau_{IC} \approx 0.5 \cdot 10^7 \text{ a}, \quad \lambda_{IC} \approx 1.5 \text{ Mpc} \quad (4.46)$$

$$\tau_{syn} \approx 1.5 \cdot 10^7 \text{ a}, \quad \lambda_{syn} \approx 4 \text{ Mpc} \quad (4.47)$$

Die Größen λ sind die Wege, die in der Kühlungszeit zurückgelegt werden können ($1 \text{ pc} = 3.26 \text{ Lj}$).

- Im intergalaktischen Raum dominiert die Mikrowellenhintergrundstrahlung mit einer Dichte von $u_{rad} \approx 0.26 \text{ MeV/m}^3$. Damit ist:

$$\left\langle -\frac{dE}{dt} \right\rangle_{IC} = 0.7 \cdot 10^{-14} (\beta\gamma)^2 \text{ eV/s} \quad (4.48)$$

Mit einem typischen intergalaktischen Magnetfeld von $B \approx 3 \cdot 10^{-12} \text{ T}$ ist der Synchrotronstrahlungsverlust vernachlässigbar. Für die inverse Compton-Streuung an den CMB-Photonen ergibt sich für $E_e = 100 \text{ GeV}$:

$$\tau_{IC} \approx 1.2 \cdot 10^7 \text{ a}, \quad \lambda_{IC} \approx 3.7 \text{ Mpc} \quad (4.49)$$

Die Weglängen sind mit dem Radius der Milchstraße von $r = 15 \text{ kpc}$ und dem Abstand zur nächsten Galaxis von etwa 0.8 Mpc zu vergleichen.

4.5.3 Absorption von hochenergetischer Gammastrahlung

In Materie wird hochenergetische Gammastrahlung hauptsächlich durch Paarbildung im Coulomb-Feld eines Kerns absorbiert (siehe Abschnitt 3.7, Abb. 3.20c). Diese Reaktion macht zum Beispiel auch die Atmosphäre undurchdringlich für Gammastrahlung. Wenn wir danach fragen, wodurch die Ausbreitung der Gammastrahlung im interstellaren und intergalaktischen Raum eingeschränkt ist, muß man vor allem die Wechselwirkung mit den elektromagnetischen Strahlungsfeldern, die praktisch über alle Wellenlängenbereiche im Universum vorhanden sind, in Betracht ziehen. Abweichend von dem klassischen Superpositionsprinzip, das in den Maxwell-Gleichungen verankert ist, führt die Kopplung der Photonen an Materie zu nicht-linearen Effekten der Strahlung. Für die Astrophysik spielt vor allem die Paarbildung in Zwei-Photon-Streuprozessen eine wichtige Rolle (Abb. 4.16):

$$\gamma\gamma \rightarrow e^+e^- \quad (4.50)$$

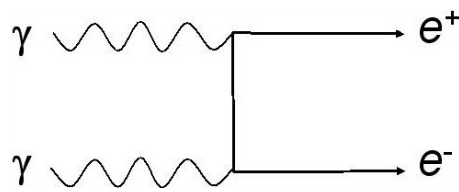


Abbildung 4.16: Diagramm für die Zwei-Photon-Erzeugung eines Elektron-Positron-Paares.

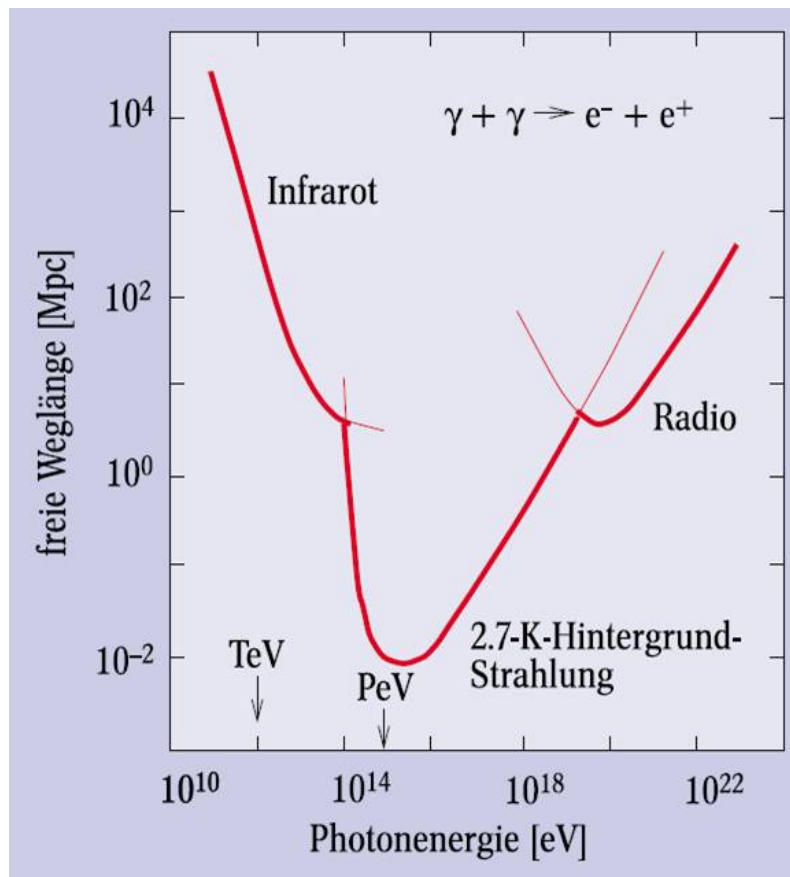


Abbildung 4.17: Die mittlere freie Weglänge von Photonen als Funktion ihrer Energie. 10 kpc entspricht dem Radius unserer Galaxis, 100 Mpc der typischen Entfernung zu den nächsten aktiven galaktischen Kernen. Wegen der ungenauen Kenntnis des Infrarothintergrundes unterliegt die Absorption bei Energien unterhalb von 100 TeV großen Unsicherheiten (aus: C.Spiering, Phys. Bl. 56 (2000) 53)

Hochenergetische Photonen werden durch diesen Prozess absorbiert, wenn die Schwerpunktsenergie die doppelte Elektronenmasse übersteigt ($p_{\gamma i}$ sind die Vierervektoren der Photonen):

$$s = (p_{\gamma 1} + p_{\gamma 2})^2 \geq (2 m_e c^2)^2. \quad (4.51)$$

Wenn die Photonen genau aufeinander zulaufen, ergibt sich:

$$s = 4 E_{\gamma 1} E_{\gamma 2} \geq (2 m_e c^2)^2 \Rightarrow E_{\gamma 1} \geq \frac{(m_e c^2)^2}{E_{\gamma 2}} \quad (4.52)$$

Aus der rechten Seite kann man nun ausrechnen, ab welcher Energie $E_{\gamma 1}^{Schwelle}$ (γ_1 sei das höher-energetische Photon) ein Raum mit bestimmten Strahlungsfeldern für Photonen undurchsichtig wird. Beispiele:

$$E_{\gamma 1}^{Schwelle} = \frac{(m_e c^2)^2}{E_{\gamma 2}} \approx \begin{cases} 10^{15} \text{ eV} & \text{CMB (} 2.35 \cdot 10^{-4} \text{ eV)} \\ 10^{19 \dots 20} \text{ eV} & \text{Radio} \\ 10^{12 \dots 15} \text{ eV} & \text{IR (} 10^{-1 \dots -4} \text{ eV)} \end{cases} \quad (4.53)$$

Die Transparenz oberhalb der Schwelle wird durch den Wirkungsquerschnitt des Zweiphoton-Prozesses (4.50) bestimmt:

$$\sigma_{\gamma\gamma} = \begin{cases} 4\pi r_e^2 \frac{(m_e c^2)^2}{s} \left(\ln \frac{s}{(m_e c^2)^2} - 1 \right) & s \gg (2 m_e c^2)^2 \\ \pi r_e^2 \sqrt{1 - \frac{(2 m_e c^2)^2}{s}} & s \rightarrow (2 m_e c^2)^2 \text{ (Schwelle)} \end{cases} \quad (4.54)$$

Der maximale Wirkungsquerschnitt liegt nahe der Schwelle bei etwa $\pi r_e^2 = 3/8 \sigma_T$. Die mittlere freie Weglänge von Photonen als Funktion der Energie für Reaktionen verschiedenen Komponenten der elektromagnetischen Strahlung ist in Abb. 4.17 gezeigt. Für die Wechselwirkung mit CMB-Photonen bei einer mittleren Energie erhält man ($n_\gamma = 410 \text{ cm}^{-3}$):

$$\lambda_{CMB} = \frac{8}{3\sigma_T n_\gamma} \approx 10^{20} \text{ m} \approx 3 \text{ kpc} \quad (4.55)$$

Das bedeutet, dass Photonen mit Energien um 10^{15} eV bereits innerhalb unserer Galaxis absorbiert werden.

Kapitel 5

Neutrinos

5.1 Überblick

Seit die Existenz der Neutrinos von Pauli postuliert worden war, um die Kinematik im β -Zerfall richtig beschreiben zu können, ist viel an und mit Neutrinos geforscht worden – häufig mit spektakulären Ergebnissen. Dazu gehört insbesondere die Entdeckung der Neutrino-Flavour-Oszillationen in den Flüssen von solaren und atmosphärischen Neutrinos¹. Die genauen Parameter der Oszillationen sollen nun in verschiedenen Experimenten mit Neutrinos, die aus dem Weltall, von Beschleunigern oder Reaktoren kommen, genau vermessen werden. Die Eigenschaften der Neutrinos sind auch für die Kosmologie und die Entwicklung des Universums wichtig: so könnte das Rätsel der Materie-Antimaterie-Asymmetrie eine Erklärung finden, wenn das Neutrino sein eigenes Antiteilchen ist (Majorana-Neutrino). Wenn Neutrinos nicht Dirac-Teilchen sondern Majorana-Teilchen sind, kann es einen neutrinolosen Doppel- β -Zerfall geben.

Flavour-Mischungen durch Übergänge zwischen den Lepton-Dubletts (l^-, ν_l) verschiedener Familien ($l = e, \mu, \tau$) sind nur möglich, wenn die Neutrinos eine Masse haben. Tatsächlich gibt es, trotz intensiver experimenteller Bemühungen, bisher keine direkte Messung einer von Null verschiedenen Masse wenigstens eines der Neutrinos. Die aktuellen Grenzen sind [17]:

$$m(\nu_e) < 2 \text{ eV}, \quad m(\nu_\mu) < 190 \text{ keV}, \quad m(\nu_\tau) < 18.2 \text{ MeV}. \quad (5.1)$$

Trotzdem sind wir inzwischen sicher, dass die Neutrinos Massen haben (allerdings weit unterhalb der obigen Grenzen), weil die Oszillationen zwischen Neutrinos verschiedener Leptonflavours beobachtet wurden (die obigen Grenzen gelten für die effektiven Massen der Leptonflavour-Eigenzustände, die Überlagerungen der Massen der Masseneigenzustände sind, siehe Abschnitt 5.4.1).

Im “Licht von Neutrinos” ist erstmalig ein astronomisches Objekt, nämlich die Sonne, mit einer nicht-elektromagnetischen Strahlung beobachtet worden (Kamiokande II, 1989²). Bei dem Ausbruch der Supernova Sn1987A im Jahre 1987 wurden

¹Sehr aktuelle Information über die Forschung an und mit Neutrinos findet sich unter <http://neutrinooscillation.org/>.

²K. S. Hirata et al. (KAMIOKANDE-II Collaboration), “Observation of B-8 Solar Neutrinos in the Kamiokande-II Detector,” Phys. Rev. Lett. 63, 16 (1989).

erstmals Neutrinos von einer Supernova beobachtet. Mit diesen Beobachtungen relativ niederenergetischer Neutrinos gewinnt man Informationen über das Innenleben von Sternen und deren Entwicklung (elektromagnetische Signale brauchen einige 100000 Jahre, um aus dem Inneren der Sterne an die Oberfläche zu kommen).

Die relativ ungestörte Ausbreitung über kosmologische Distanzen, macht hochenergetische Neutrinos zu interessanten Botenteilchen für astronomische Prozesse und Ereignisse, die zu der Erzeugung der riesigen Energien führen, die man in der geladenen und elektromagnetischen Komponente der kosmischen Strahlung beobachtet. Dabei ist die geringe Wechselwirkungswahrscheinlichkeit der Neutrinos einerseits hilfreich für ungestörte Beobachtungen, andererseits erfordert der Nachweis sehr große Detektorvolumina. Bisher sind keine hochenergetischen (oberhalb der TeV-Skala) Neutrinos von astronomischen Punktquellen beobachtet worden. Hier wird ein Durchbruch mit der nächsten Generation von km³-großen Detektoren in Eis und Wasser erwartet.

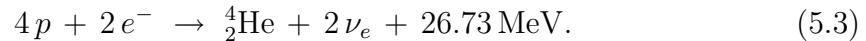
5.2 Solare Neutrinos

5.2.1 Sonnenenergie

Die Dichte, Druck und Temperatur im Inneren der Sonne,

$$\rho = 10^5 \text{ kg/m}^3, \quad p = 2 \cdot 10^{15} \text{ Pa}, \quad T = 15.5 \cdot 10^6 \text{ K}, \quad (5.2)$$

erlauben die Kernfusion, die im wesentlichen über zwei Reaktionszyklen, den pp-Zyklus und den CNO-Zyklus, verläuft. In jedem Fall findet eine Verschmelzung von Wasserstoff zu Helium statt ('Wasserstoffbrennen'). Die Bilanzgleichung lautet:

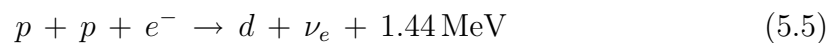


Die Neutrinos verlassen die Sonne mit einer mittleren Energie von 0.26 MeV. In dem Prozess werden zusätzlich Gammaquanten erzeugt, die lokal absorbiert werden.

Der pp-Zyklus: Die Sonne und entsprechende Sterne bestehen hauptsächlich aus Protonen und Elektronen, die unter den herrschenden Druck- und Temperaturbedingungen ein Plasma bilden. Die Protonen können zu Deuterium entsprechend der folgenden Reaktion verschmelzen:



Das ist ein Prozess der schwachen Wechselwirkung mit einem entsprechend kleinen Wirkungsquerschnitt: Jedes Proton reagiert im Mittel nach etwa 10^{10} Jahren. Damit wird die Langzeitstabilität der Sonne garantiert. Alternativ kann Deuterium mit einem kleinen Anteil (0.23%) über den sogenannten pep-Prozess erzeugt werden:



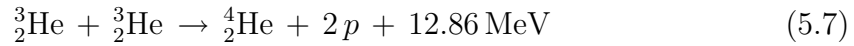
Das ist ein Elektroneneinfang-Prozess (EC), der im Gegensatz zu dem β -Zerfall in (5.4) monoenergetische Neutrinos liefert (siehe Abb. 5.1).

Im nächsten Schritt wird das Heliumisotop ${}^3\text{He}$ gebildet:

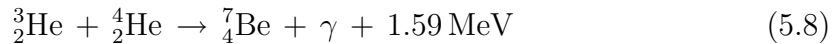


Jetzt gibt es drei unterschiedliche Wege (pp-I bis pp-III), die jeweils am Ende zu ${}^4_2\text{He}$ führen.

pp-I:

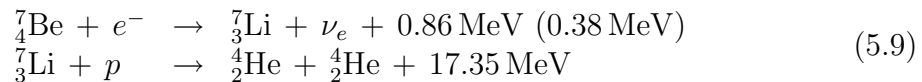


${}^7\text{Be}$ -Produktion: Die Ketten pp-II und pp-III beginnen beide bei der Produktion von ${}^7\text{Be}$:

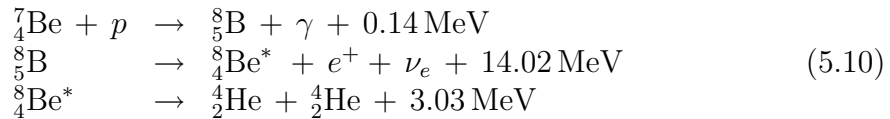


Dann teilen sich die Wege: ${}^7\text{Be}$ kann mit einem Elektron oder einem Proton reagieren.

pp-II:

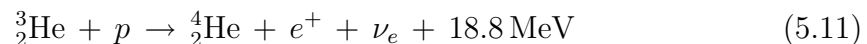


pp-III:



Der angeregte ${}^8\text{Be}$ -Kern zerfällt spontan in die beiden Heliumkerne.

Ausserdem gibt es noch einen sehr kleinen Beitrag von dem ‘‘hep-Prozess’’:



Zusätzlich trägt der CNO-Zyklus noch etwa 3% zur Energieerzeugung bei (siehe Kapitel 6).

5.2.2 Nachweis der Sonnenneutrinos

In den verschiedenen Fusionsreaktionen werden Neutrinos produziert, die zum Teil monoenergetisch sind (wenn sie von einem EC Prozess stammen) oder ein kontinuierliches Spektrum bis etwa 10 MeV haben (Abb. 5.1).

Trotz des sehr kleinen Wirkungsquerschnittes dieser niederenergetischen Neutrinos werden Solarneutrinos in Detektoren mit großer Targetmasse nachgewiesen. Zur Abschirmung des Untergrundes von der kosmischen Strahlung sind diese Detektoren in unterirdischen Kavitäten (Bergwerke, Tunnel) untergebracht.

Der Neutrinofluß von der Sonne ist von verschiedenen Experimenten in verschiedenen Energiebereichen etwa um einen Faktor 2 kleiner als die theoretischen Erwartungen gemessen worden. Zuerst wurde dieses Defizit an Solarneutrinos in dem Experiment von R. Davis beobachtet (Abb. 5.2). Das Experiment läuft seit 1968 in

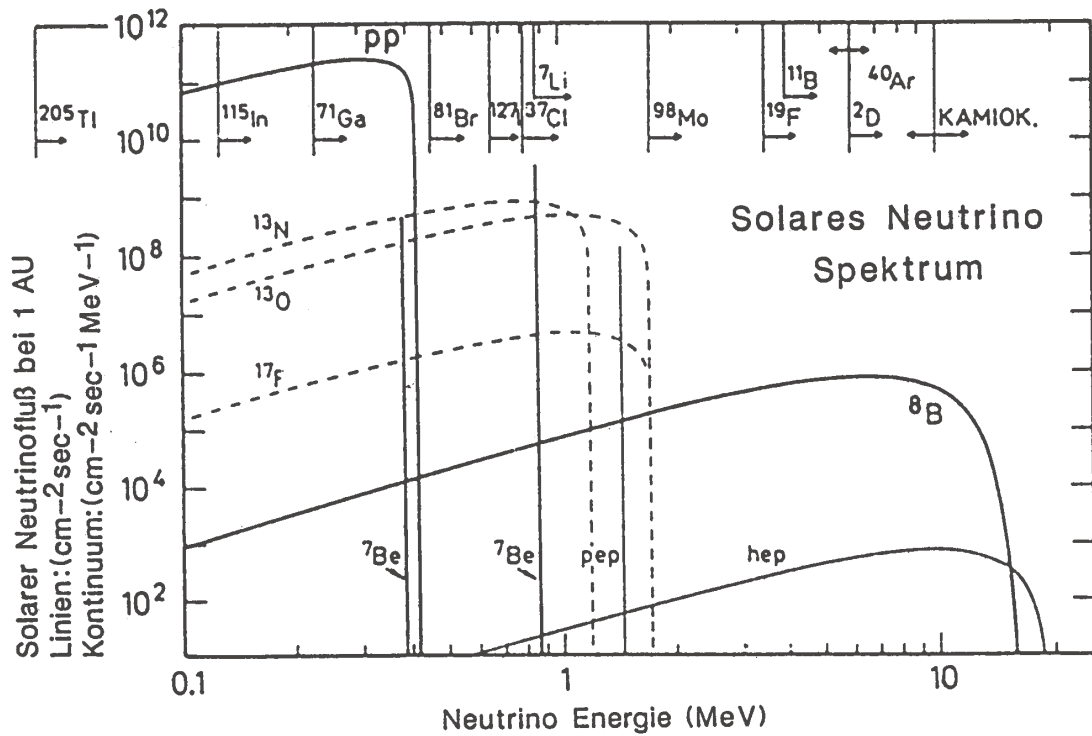


Abbildung 5.1: Das theoretisch berechnete solare Neutrinospektrum mit den Beiträgen der verschiedenen Reaktionen. Eingezeichnet sind auch die Schwellenenergien verschiedener Detektormaterialien. Der EC-Prozess des ⁷Be in (5.9) führt zu zwei Linien entsprechend zwei möglichen Übergängen in ⁷Li.

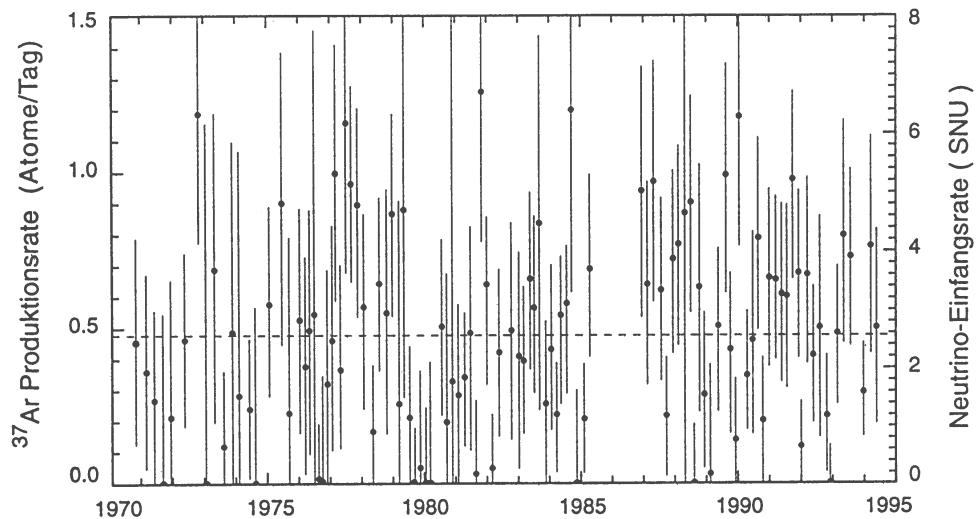


Abbildung 5.2: Mit dem Chlor-Experiment gemessener Neutrinofluss seit 1970. Nach den theoretischen Rechnungen werden $1,5 \pm 0,6$ Atome pro Tag erwartet.

der Homestake Mine in South Dakota mit 615 t Percloräthylen (C_2Cl_4). Die Nachweisreaktion



hat eine Schwelle für Neutrinoenergien von 814 keV. Das ${}^{37}\text{Ar}$ ist in der Lösung flüchtig und wird jeden Monat extrahiert. Der Nachweis erfolgt über den radioaktiven Zerfall



Die Ergebnisse werden häufig in SNU (solar neutrino units) angegeben:

$$1 \text{ SNU} = 10^{-36} \text{ Einfänge pro Targetatom und Sekunde}$$

Gemessen werden etwa 15 Atome pro Monat! Das Ergebnis des Homestake-Experimentes ist bisher 2.56 ± 0.22 SNU bei erwarteten 7.7 ± 1.2 SNU.

Mit dem Chlor-Experiment kann wegen der Energieschwelle von 814 keV der dominierende pp-Prozess mit ν -Energien ≤ 420 keV nicht beobachtet werden. Inzwischen gibt es allerdings Ergebnisse von anderen Experimenten, die auch beim pp-Prozess das Neutrino Defizit beobachten. In den Experimenten Gallex und Sage wird für den Nachweis Gallium benutzt:



Die Reaktion hat eine Schwelle für Neutrinoenergien von 233 keV. Mit einer Halbwertszeit von 11.43 Tagen geht Germanium durch Elektroneinfang wieder in Gallium über:



Dieser Zerfall wird über Auger-Elektronen nachgewiesen (Auger-Elektronen werden beim Auffüllen des freien Elektronenplatzes emittiert).

Bei höheren Neutrinoenergien, oberhalb von einigen MeV, können Neutrinos direkt (in 'Echtzeit') über ihre Wechselwirkung mit den Elektronen nachgewiesen werden:



Wenn das Elektron genügend Rückstoß bekommen hat, kann es nachgewiesen werden, zum Beispiel kann es in einem Wassertank einen Cherenkov-Kegel erzeugen, dessen Richtung annähernd der Neutrino-Richtung entspricht. Das Experiment Super-Kamiokande in Japan hat in einem Tank mit etwa 50000 t Wasser Sonnenneutrinos gemessen. Die gemessenen Winkel relativ zur Richtung der Sonne in Abb. 5.3 zeigen eine Überhöhung in Sonnenrichtung. Super-Kamiokande und der Vorläufer Kamiokande haben auch für energetische Sonnenneutrinos ein Defizit relativ zu der theoretischen Erwartung festgestellt.

In Tabelle 5.1 ist eine Zusammenfassung der Ergebnisse von Experimenten mit verschiedenen Energieschwellen gezeigt (aus T. Kirsten: 'Solar neutrino experiments: results and implications', Rev. Mod. Phys., 71 (1999) 1213). Eine aktuelle Zusammenfassung findet man auf der Web-Seite des PDG [17].

In die theoretischen Berechnungen gehen Temperatur, Dichte und Druck im Inneren der Sonne sehr sensitiv ein. Man glaubt aber diese Parameter sehr gut kontrollieren zu können (unter anderem durch 'helio-seismische' Messungen). Für einen

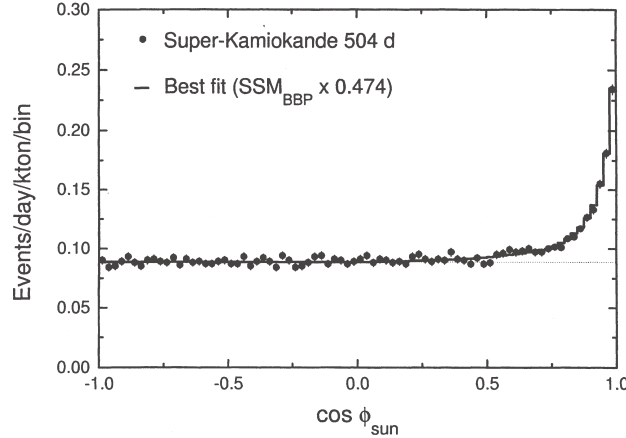


Abbildung 5.3: Neutrinoraten als Funktion der Einfallrichtung zur Sonne gemessen von Super-Kamiokande; $\cos \phi_{sun} = 1$ entspricht der Sonnenrichtung. Nach Subtraktion eines konstanten Untergrundes ist die Form der gemessenen Verteilung in sehr guter Übereinstimmung mit dem Standard-Sonnenmodell (SSM). Die theoretische Kurve muß allerdings um einen Faktor 0.474 herunterskaliert werden.

gegebenen Prozess zur Energieerzeugung, weiß man, wieviel Energie pro erzeugtem Neutrino zusätzlich erzeugt wird. Bei dem dominierenden pp-Prozess ist es zum Beispiel etwa 13 MeV pro Neutrino. Im Gleichgewicht zwischen Erzeugung und Abstrahlung der Sonnenenergie läßt sich aus der Strahlungsleistung pro Fläche auf der Erde (Solarkonstante $S = 8.5 \cdot 10^{11} \text{ MeV cm}^{-2}\text{s}^{-1}$) der Neutrinofluß bestimmen:

$$\Phi_\nu = S / \langle E_\nu \rangle \approx 6.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \quad (5.17)$$

5.2.3 Erklärungen des Defizits der Sonnenneutrinos

Neutrinooszillationen: Eine Erklärung für das Neutrinodefizit ist möglich, wenn Neutrinos eine Masse haben. Dann kann es Oszillationen zwischen den verschiede-

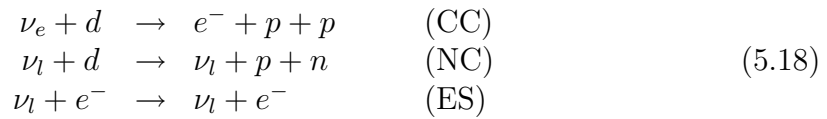
Tabelle 5.1: Resultate von Sonnenneutrino-Experimenten verglichen mit den theoretischen Erwartungen des Standard-Sonnenmodells. Die Vorhersagen und Meßergebnisse sind für die radio-chemischen Experimente (Homestake, Gallex, Sage) in SNU und für (Super)-Kamiokande in $10^6 \nu(^8\text{B}) \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ angegeben.

	Homestake	Kamiokande	Super-Kamiokande	Gallex	Sage
Schwelle [MeV]	0.814	7.5	7.0	0.233	0.233
Laufzeit	1970 - 1994	1987 - 1995	1996 - 1998	1991 - 1997	1990 - 1997
Vorhersage	$7.7^{+1.2}_{-1.0}\text{U}$	$5.15^{+0.98}_{-0.72}$	$5.15^{+0.98}_{-0.72}$	129^{+8}_{-6}	129^{+8}_{-6}
Experiment	2.56 ± 0.22	2.82 ± 0.38	2.42 ± 0.08	77.5 ± 8	66.6 ± 8
S_{th}/S_{exp}	3.0	1.8	2.1	1.7	1.9

nen Neutrinoarten geben (siehe dazu die Diskussion in Abschnitt 5.4.1). In diesem Fall könnten die Elektronneutrinos aus den Fusionsprozessen in Myon- oder Tau-Neutrinos übergehen, auf die die Nachweisreaktionen nicht sensitiv sind. Die $(\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu, \nu_\tau)$ -Oszillation könnte auf der Erde gerade ein Minimum für ν_e ergeben.

Gesamtfluss aller Neutrino-Flavours von der Sonne: Man weiss also, dass Elektronneutrinos verschwinden (“disappearance” experiment). Um die Oszillationshypothese zu belegen, würde man eigentlich gern die daraus entstandenen μ - oder τ -Neutrinos nachweisen (“appearance” experiment). Der direkte Nachweis wäre am besten über eine CC-Reaktion mit dem Auftreten eines μ - oder τ -Leptons zu machen. Allerdings reicht die Energie von Sonnenneutrinos für die Erzeugung von μ - und τ -Leptonen nicht aus. Inzwischen gibt es aber von dem Sudbury Neutrino Observatory (SNO) experimentelle Ergebnisse, dass die Summe der Flüsse aller Neutrinoarten innerhalb der Messfehler dem erwarteten Fluss der Sonnenneutrinos entspricht. Die Summe der Flüsse ist durch NC-Reaktionen gemessen worden, an denen alle Neutrinoarten teilnehmen können.

Das SNO-Experiment in Kanada besteht aus 1000 to hochreinem schweren Wasser (D_2O) in einem kugelförmigen Acrylbehälter, der von einer H_2O -Abschirmung umgeben ist (Abb. 5.4). Der Detektor ist sensitiv auf 8B -Sonnenneutrinos (hochenergetischer Teil des Spektrums, Abb. 5.1) über die Reaktionen:



Die erste Reaktion, Deuteronspaltung über den geladenen Strom (CC) kann nur durch Elektronneutrinos ausgelöst werden und misst deshalb den Fluss $\phi(\nu_e)$. Die zweite Reaktion, Deuteronspaltung über den neutralen Strom (NC), hat für alle Neutrino-Flavours den gleichen Wirkungsquerschnitt und misst deshalb $\phi(\nu_e) + \phi(\nu_{\mu,\tau})$ ($\phi(\nu_{\mu,\tau})$ steht für den Fluss der Neutrinos, die nicht ν_e sind). Die Messungen ergeben (Abb. 5.5, [17]):

$$\frac{\phi(\nu_e)}{\phi(\nu_e) + \phi(\nu_{\mu,\tau})} = 0.340 \pm 0.023 \pm 0.030 \quad (5.19)$$

Damit ist gezeigt, dass außer den Elektronneutrinos auch andere Neutrinos von der Sonne kommen. Tatsächlich ist auch der gemessene Fluss aller Neutrinos in sehr guter Übereinstimmung mit den theoretischen Erwartungen ([17], review 13):

$$\begin{aligned} \phi_{tot}(\nu) &= (4.94 \pm 0.21 \pm 0.38) \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} && \text{exp.} \\ \phi_{tot}(\nu) &= (5.69 \pm 0.91) \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} && \text{theo.} \end{aligned} \quad (5.20)$$

5.3 Weitere Hinweise auf Neutrinooszillationen

5.3.1 Atmosphärische Neutrinos

Ein weiterer Hinweis auf Neutrino-Oszillationen kommt von Experimenten, die Neutrinos nachweisen, die in der Atmosphäre entstehen. Elektron- und Myonneutrinos

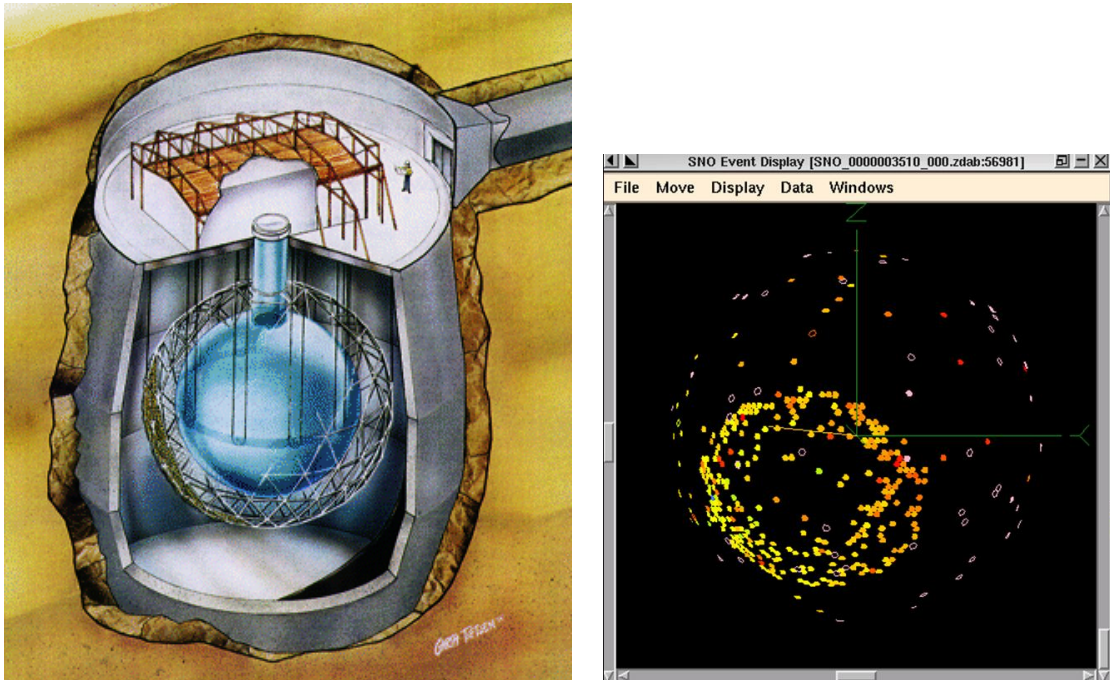


Abbildung 5.4: SNO-Experiment in der Sudbury mine; rechts Ereignis mit stoppen- dem Myon.

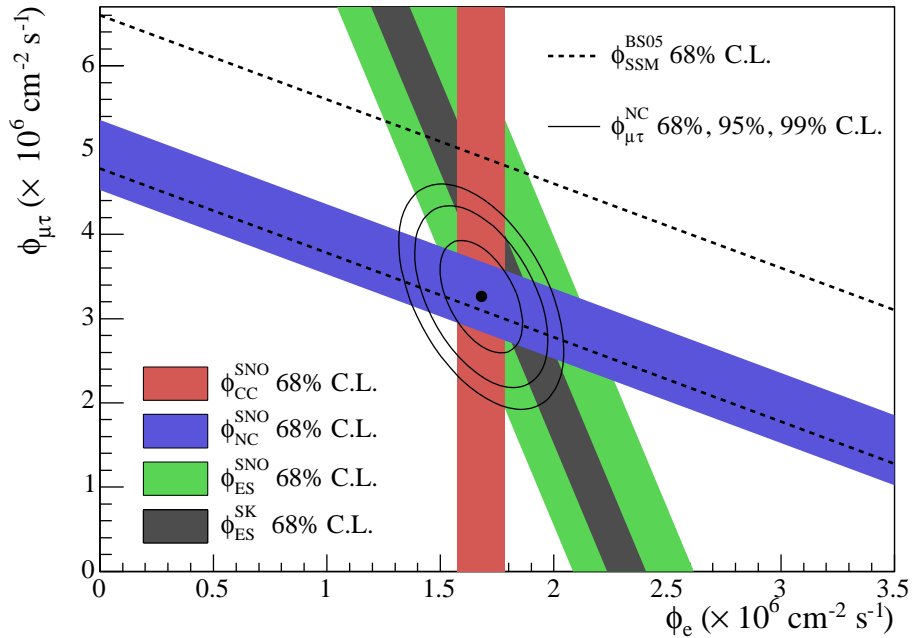


Abbildung 5.5: Messungen der solaren Neutrino-flüsse in unterschiedlichen Kombi- nationen, die alle den gleichen Schnittpunkt bei einer bestimmten $\phi(\nu_e)$ - $\phi(\nu_{\mu,\tau})$ - Kombination haben. Der Schnittpunkt liegt auch auf dem Band des Standard- Sonnenmodells, das eine feste Summe aller Neutrinos fordert.

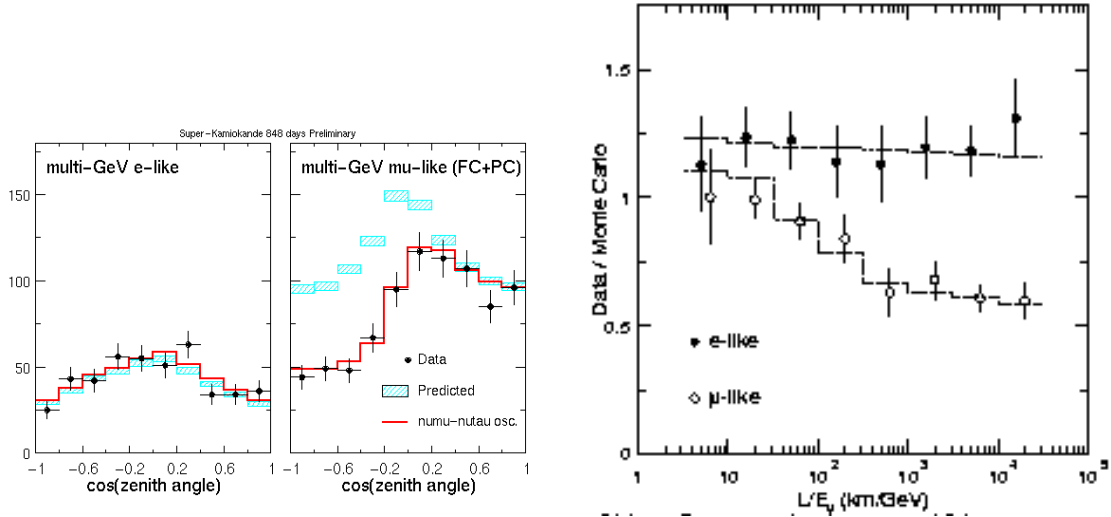
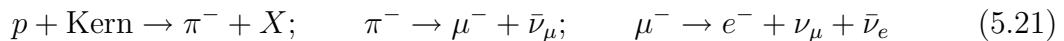


Abbildung 5.6: Messung des Flusses von atmosphärischen Elektron- und Myonneutrinos mit dem Super-Kamiokande-Detektor. Links: Die Verteilung des Zenithwinkels der gemessenen Elektron- und Myonneutrinos im Vergleich zu den Erwartungen ohne Oszillationen (Flächen) ($\cos \theta = +1$ ist oben, $\cos \theta = -1$ ist unten). Man sieht deutlich das Defizit für Myonneutrinos, die von unten kommen, also durch die Erde gehen und somit einen weiteren Weg haben. Rechts: Das Verhältnis der gemessenen zu den erwarteten Neutrinos als Funktion des Verhältnisses der Weglänge und der Neutrinoenergie. Die gestrichelten Linien sind die Vorhersage für Oszillationen $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ mit den Parametern $\Delta m^2 = 2.2 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$ und $\sin^2 2\theta = 1$ (siehe auch Abb. 5.7).

können zum Beispiel in folgender Reaktionskette in der Atmosphäre erzeugt werden:



Bei dem entsprechenden Zerfall von π^+ -Mesonen werden die ladungskonjugierten Neutrinos erzeugt. Man beobachtet ein Defizit an μ -Neutrinos, die von unten kommen, also durch die Erde gehen (Abb. 5.6). Der entsprechende Fluss der Elektronneutrinos stimmt aber etwa mit den Erwartungen ohne Oszillationen überein. Es ist deshalb naheliegend anzunehmen, dass die μ -Neutrinos bevorzugt in τ -Neutrinos oszillieren (wenn es keine anderen Neutrinoarten gibt).

5.3.2 Reaktor-Antineutrinos

Wie wir in dem Abschnitt 5.4.3 weiter unten noch besprechen werden, muß man bei den Neutrinos, die aus dem Zentrum der Sonne kommen, mit einem Einfluss der durchlaufenen Materie auf die Oszillationen rechnen. Das führt dazu, dass die Messung der Sonnenneutrinos allein keine eindeutige Lösung für die Oszillationsparameter bietet. Eine eindeutige Lösung (LMA-MSW-Lösung, siehe Abschnitt 5.4.3) konnte durch eine Messung von Antineutrinos von Spaltungsprozessen in Reaktoren erzielt werden.

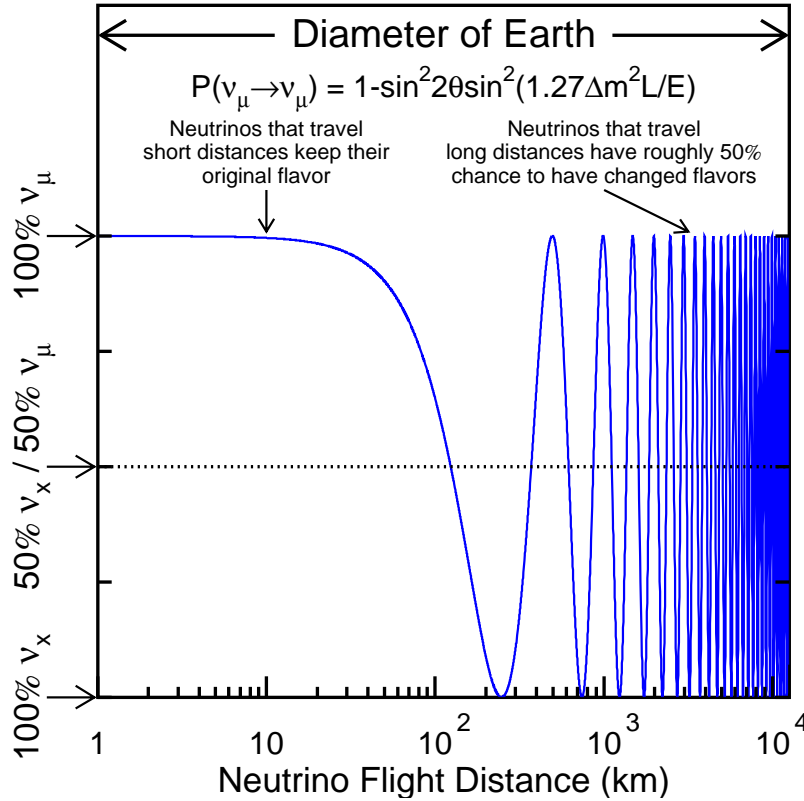


Abbildung 5.7: Oszillationen der atmosphärischen Myon-Neutrinos.

Das Experiment KamLAND in Japan, mit 1000 t flüssigen Szintillator, ist von 53 Reaktoren, die im Mittel 180 km entfernt sind, umgeben. Der erwartete gesamte Fluss von Antineutrinos und deren Energiespektren wurde sehr genau bestimmt (in der Summe wurden auch entferntere Reaktoren berücksichtigt). Bei 365.2 ± 23.7 erwarteten und 258 beobachteten Ereignissen der inversen β -Zerfallsreaktion



wird die Hypothese der Neutrinooszillationen auch für Antineutrinos bestätigt (mit den bisherigen Beobachtungen ist verträglich, dass Antineutrinos die gleichen Oszillationsparameter haben wie Neutrinos).

5.3.3 Neutrinos von Beschleunigern

In den Experimenten LSND und KARMEN wurden die Neutrinos aus dem Zerfall gestoppter Myonen untersucht:



LSND hat ein Ergebnis, was als einziges in das bisherige Bild (siehe Abschnitt 5.4.2) nicht hineinpasst, was von KARMEN zwar nicht bestätigt aber auch nicht vollständig widerlegt werden kann. Inzwischen gilt aber das LSND-Experiment durch das Experiment MiniBooNE als widerlegt.

Die Oszillationshypothese für atmosphärische Neutrinos ist mit dem K2K-Experiment ('KEK-to-Kamioka') überprüft worden. Das Experiment benutzt einen

ν_μ -Strahl, der von einem Protonbeschleuniger in dem japanischen Laboratorium KEK erzeugt wird und vergleicht die ν_μ -Reaktionsraten in einem nahen und einem fernen Detektor (Superkamiokande, 250 km entfernt; "long-baseline"-Experiment). Es werden weniger Reaktionen, als man ohne Oszillationen erwartet, beobachtet, in Übereinstimmung mit den Beobachtungen atmosphärischer Neutrinos.

Zur Zeit sind weitere "long-baseline"-Experimente in Europa, den USA und Japan in Vorbereitung (CERN - Grand Sasso, Fermi-Laboratory - Soudan Mine, beide mit einer Basis von etwa 700 km).

5.4 Neutrinooszillationen

5.4.1 Formalismus der Neutrinooszillationen

Die Flavourquantenzahl der Neutrinos wird durch ihre Erzeugung mittels schwacher Wechselwirkung festgelegt: zum Beispiel treten im Neutronzerfall Elektronneutrinos, im π -Zerfall bevorzugt μ -Neutrinos und in hadronischen τ -Zerfällen τ -Neutrinos auf. Wir haben drei solche Flavour-Eigenzustände ν_α mit $\alpha = e, \mu, \tau$. Die Flavour-Eigenzustände ν_α sind Überlagerungen von Massen-Eigenzuständen ν_i mit festen Massen m_i :

$$\nu_\alpha = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* \nu_i \quad (5.24)$$

mit einer unitären Matrix entsprechend der CKM-Matrix für Quarkmischungen (die Konvention ist, dass für Teilchenfelder hier die Matrix U auftritt und für Zustände die Matrix U^* ; wir wollen das hier aber nicht unterscheiden).

Wir sind interessiert an der zeitlichen Entwicklung eines Zustandes, der durch den Produktionsprozess zur Zeit $t = 0$ festgelegt ist, also ein reiner Flavour-Eigenzustand ist. Ein Masseneigenzustand ν_i mit der Energie E_i , der in x -Richtung mit dem Impuls p_i propagiert, hat die zeitliche Entwicklung:

$$\nu_i(t) = e^{-i(E_i t - p_i x)} \nu_i(0) \quad (5.25)$$

Die Massen sind so klein, dass man für die Ausbreitung die Lichtgeschwindigkeit annehmen kann, das heißt $x/t = 1$ (mit $c = 1$):

$$\nu_i(x) = e^{-i(E_i - p_i)x} \nu_i(0) \quad (5.26)$$

Weiterhin läßt sich für $p_i \gg m_i$ die Energie entwickeln:

$$E_i = p_i + \frac{m_i^2}{2p_i} \quad (5.27)$$

Das eingesetzt in (5.26) ergibt:

$$\nu_i(x) = e^{-i\left(\frac{m_i^2}{2p_i}\right)x} \nu_i(0) \quad (5.28)$$

Die Massenzustände, die nach (5.24) zu einem Flavourzustand beitragen, bekommen also eine mit der Flugstrecke wachsende Phasendifferenz, da ja der Impuls p_i durch

den Produktionsprozess festgelegt ist und somit für alle ν_i gleich ist. Man definiert gewöhnlich eine mittlere Energie E der Massenzustände und setzt in (5.28) ein:

$$p_i \approx E \quad (5.29)$$

Damit erhalten wir durch Einsetzen von (5.28) in (5.24) die zeitliche Entwicklung eines Flavour-Zustandes:

$$\nu_\alpha(x) = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* e^{-i(\frac{m_i^2}{2E})x} \nu_i(0) \quad (5.30)$$

Mit der Inversion von (5.24) können wir dann noch die Zustände ν_i eliminieren, was uns dann die zeitliche Entwicklung eines Flavour-Zustandes in andere Flavour-Zustände liefert:

$$\nu_\alpha(x) = \sum_{i=1}^3 \sum_{\beta=1}^3 U_{\alpha i}^* e^{-i(\frac{m_i^2}{2E})x} U_{\beta i} \nu_\beta \quad (5.31)$$

Damit ist die Wahrscheinlichkeit für die Oszillation eines Anfangszustandes α in einen Zustand β nach der Flugstrecke x gegeben durch:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; x) = |\langle \nu_\beta(0) | \nu_\alpha(x) \rangle|^2 \quad (5.32)$$

Einsetzen von (5.31) ergibt:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; x) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j} \text{Re}(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) \sin^2 \frac{\Delta m^2}{4E} x \quad (5.33)$$

$$+ 2 \sum_{i>j} \text{Im}(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) \sin \frac{\Delta m^2}{2E} x \quad (5.34)$$

Diesen Ausdruck wollen wir jetzt für den Fall bestimmen, dass nur zwei Neutrinoarten oszillieren. Das könnten im Fall der Sonnenneutrinos die Flavour-Zustände ν_e und ν_μ sein (tatsächlich statt ν_μ eine effektive Mischung von ν_μ und ν_τ). Für die Mischung von zwei Zuständen ist die Matrix U reell und kann wegen der Orthogonalität durch einen einzigen Mischungswinkel θ_V parametrisiert werden (V steht für Vakuum; in Materie kann sich die Mischung ändern, siehe unten):

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_V & \sin \theta_V \\ -\sin \theta_V & \cos \theta_V \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \quad (5.35)$$

Die Wahrscheinlichkeit ein als Elektronneutrino erzeugtes Neutrino nach einer Flugstrecke x noch als Elektronneutrino zu finden ist:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e; x) = | \langle \nu_e(x) | \nu_e(0) \rangle |^2 = 1 - \sin^2 2\theta_V \sin^2 \frac{\Delta m^2}{4E} x \quad (5.36)$$

Dabei ist $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$, wobei $m_2 > m_1$ ohne Beschränkung der Allgemeinheit festgelegt werden kann.. Üblicherweise führt man eine Oszillationslänge im Vakuum L_V ein, das ist die Länge zwischen zwei Maxima der Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Elektronneutrinos:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e; x) = 1 - \sin^2 2\theta_V \sin^2 \frac{\pi}{L_V} x \quad (5.37)$$

Für die Oszillationslänge ergibt sich (mit den richtigen Faktoren c und \hbar):

$$L_V = \frac{4\pi E \hbar}{\Delta m^2 c^3} = 2.48 \text{ m} \left(\frac{E}{\text{MeV}} \right) \left(\frac{\text{eV}^2}{\Delta m^2} \right) \quad (5.38)$$

Bei kleinen Massendifferenzen ergeben sich also große Oszillationslängen. Für Sonnenneutrinos mit Energien von etwa 0.2 bis 10 MeV und einem Erde-Sonne-Abstand von $1.5 \cdot 10^{11}$ m, ergeben sich Sensitivitäten auf Massendifferenzen von etwa 10^{-11} eV². Aus den Experimenten in Tabelle 5.1 ergeben sich als beste Lösung für Vakuumoszillationen etwa folgende Werte: $\Delta m^2 \approx 8 \cdot 10^{-11}$ eV² und $\sin^2(2\theta_V) \approx 0.75$. Diese Vakuumlösung ist allerdings nicht mehr die favorisierte Lösung (siehe Masseneffekte unten).

5.4.2 Ergebnisse für die 3-Flavour-Mischung

Eine häufig benutzte Darstellung der Mischungsmatrix U^* basiert auf den drei Mischungswinkeln θ_{12} , θ_{23} , θ_{13} , die wie Euler-Winkel definiert sind ($c_{ij} = \cos \theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$):

$$U^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.39)$$

Es sei hier nur am Rande bemerkt, dass für Majorana-Neutrinos eine vierte Matrix dazukommt, die diagonal ist und zwei weitere Phasen einführt. Gleichung (5.39) ergibt:

$$U^* = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (5.40)$$

Wie im Falle der Quarkmischungen tritt hier auch nur eine freie Phase δ auf, die im allgemeinen zu CP -Verletzung führt, weil die Mischungsmatrix für Antineutrinos die komplex konjugierte Matrix der Neutrinos ist.

Die experimentellen Ergebnisse für die Mischungswinkel sind³:

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta_{12} &\approx 0.31, & \sin^2 \theta_{23} &\approx 0.50, & \sin^2 \theta_{13} &\approx 0 \\ \implies \theta_{12} &\approx 33.8^\circ, & \theta_{23} &\approx 45.0^\circ, & \theta_{13} &\approx 0^\circ \end{aligned} \quad (5.41)$$

Für die Massendifferenzen ergibt sich aus der Analyse der solaren Neutrinos eine Massendifferenz

$$\Delta m_{12}^2 = m_2^2 - m_1^2 \approx 7.9 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2 \quad (> 0, \text{ festgelegt}), \quad (5.42)$$

die klein ist gegenüber der mit atmosphärischen Neutrinos gemessenen Massendifferenz:

$$\Delta m_{(12)3}^2 = \left| m_3^2 - \frac{m_2^2 + m_1^2}{2} \right| \approx 2.4 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2 \quad (5.43)$$

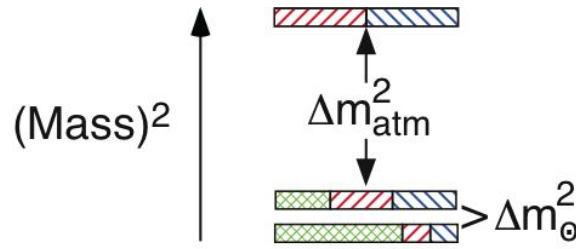


Abbildung 5.8: Das Schema der Masseneigenzustände der Neutrinos wie es sich aus den bisherigen Messungen ergibt. Das ‘invertierte Spektrum’ mit Δm_{atm}^2 bei kleineren Massen ist ebenfalls möglich. Die Schraffuren geben die jeweiligen Anteile der Flavour-Eigenzustände ν_e , ν_μ , ν_τ an (in dieser Reihenfolge bei den unteren beiden Zuständen).

Das Schema der Massenaufspaltung ist in Abb. 5.8 schematisch gezeigt. Es gilt $\Delta m_{13}^2 = m_3^2 - m_1^2 \approx \Delta m_{23}^2 = m_3^2 - m_2^2$, wobei das Vorzeichen bisher experimentell nicht bestimmt wurde. Beide Möglichkeiten werden in Betracht gezogen.

Dieser Satz von Mischungsparametern entspricht der so genannten ‘Large Mixing Angle’ (LMA) - Lösung mit Masseneffekten. Die Charakteristika sind:

- Zwei der Mischungswinkel sind groß, so dass eine Entwicklung um eine Diagonalform der Mischungsmatrix wie bei den Quarks (Wolfenstein-Parametrisierung) nicht möglich ist. Die Winkel sind nahe einer Mischung mit gleichen Anteilen zweier Massenzustände (für $\theta = 45^\circ$).
- Ein Winkel, θ_{13} ist sehr klein oder Null. Dieser Winkel soll in der nächsten Zeit besser bestimmt werden. Das Auftreten von CP -Verletzung durch die Phase δ setzt $\theta_{13} \neq 0$ voraus.
- Die Hierarchie von Massen, mit einer großen und einer kleinen Aufspaltung, führt dazu, dass die Messungen der solaren und atmosphärischen Neutrinos jeweils wie 2-Flavour-Systeme behandelt werden können.

Wenn man die Oszillationslängen mit Gleichung (5.38) für die beiden Massendifferenzen (5.42) und (5.43) auswertet, erhält man:

$$L(\Delta m_{12}^2) \approx 30 \text{ km} \cdot E [\text{MeV}] \quad (5.44)$$

$$L(\Delta m_{(12)3}^2) \approx 1 \text{ km} \cdot E [\text{MeV}] \quad (5.45)$$

Der Einfluß der unterschiedlichen Massendifferenzen läßt sich an folgendem Zahlenbeispiel verstehen: Die Oszillation ”(12)3” hat ihr Maximum (entsprechend einer Phase von 90°) beim Erddurchmesser für $E \approx 14 \text{ GeV}$. Die Phase der langsamen ”12”-Oszillation ist dann nur $1/30$ also ist die Amplitude $\sin 3^\circ \approx 0.05$ weniger entwickelt. Allgemein kann man sagen: wenn der Abstand des Erzeugungsortes der Neutrinos vom Nachweisort von der Größenordnung einer Oszillationslänge ist, dominiert die entsprechende Massendifferenz die Oszillationserscheinung.

³G.L. Fogli et al., ‘Global analysis of three-flavor neutrino masses and mixings’, hep-ph/0506083.

5.4.3 MSW-Effekt

Unterschiedliche Wechselwirkungen der Flavoureigenzustände in Materie können die Oszillationen beeinflussen. Zum Beispiel kann im Fall der Sonnenneutrinos das Elektroneneutrino an den Elektronen des Sonnenplasmas über W - und Z -Austausch (CC und NC) elastisch streuen, während das Myonneutrino nur über Z -Austausch streut. Das führt zu einer Modifizierung der Oszillationslänge während des Durchlaufens der Sonne (MSW-Effekt).

Die räumliche Entwicklung der Masseneigenzustände in (5.28) (wegen $x = ct$ gleichbedeutend mit der zeitlichen Entwicklung) läßt sich durch einen diagonalen Hamilton-Operator beschreiben. Für zwei Flavours ergibt sich:

$$i \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2p} \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = H_0 \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \quad (5.46)$$

Beim Übergang zu den Flavour-Eigenzuständen mit der Mischungsmatrix U^* geht die Matrix H_0 in $U^* H_0 U^{*T}$ über:

$$i \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \frac{\Delta m_{12}^2}{4p} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = H_V \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \quad (5.47)$$

In der letzten Gleichung ist eine Matrix proportional zur Einheitsmatrix weggelassen worden, weil sie nicht zu einer Oszillation beiträgt. Auch hier bedeutet eigentlich ν_μ , wie in Abschnitt 5.4.1 bereits erwähnt, eine effektive Mischung von ν_μ und ν_τ . In Materie führt die unterschiedliche Wechselwirkung der Elektron- und Myonneutrinos nach Mittelung über viele Wechselwirkungen zu einem Potentialterm $V(x)$, der von der Elektronendichte N_e am Ort x abhängt (G_F ist die Fermi-Kopplungskonstante):

$$V(x) = \sqrt{2} G_F N_e(x) \quad (5.48)$$

Mit dem gesamten Hamilton-Operator lautet die räumliche Entwicklung in Materie:

$$i \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \left[\frac{\Delta m_{12}^2}{4p} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} + \frac{V(x)}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \quad (5.49)$$

Hier ist der Potentialterm symmetrisch auf beide Komponenten aufgeteilt worden, indem wieder ein Term proportional der Einheitsmatrix weggelassen wurde, nämlich $V(x)/2$ mal der Einheitsmatrix.

Durch Diagonalisierung von $H = H_V + H_M$ findet man die energieabhängigen effektiven Massenzustände als Funktion des Ortes und den effektiven Mischungswinkel θ_M in Materie. Die verschiedenen Fälle werden in der Literatur diskutiert⁴. Ein spezieller Fall, der etwa der LMA-Lösung entspricht, soll hier als Beispiel diskutiert werden: Wenn die Elektronendichte sehr groß ist (wie im Sonneninneren $N_e \approx 6 \cdot 10^{25} \text{ cm}^{-3}$) und Δm_{12}^2 relativ klein, so dass H etwa diagonal wird, verhält sich das in der Sonne erzeugte Elektroneneutrino annähernd wie der effektive Masseneigenzustand ν_{2m} mit der höheren Masse. Wenn sich die Elektronendichte und damit der Hamilton-Operator nur langsam, adiabatisch ändert, bleibt der Masseneigenzustand erhalten und geht schließlich in den Vakuumzustand ν_2 über. Da dieser

⁴Siehe zum Beispiel die ausführliche Herleitung und Diskussion in: Klapdor-Kleingrothaus, Staudt: "Teilchenphysik ohne Beschleuniger", Teubner Verlag.

Zustand ein Eigenzustand des Vakuums ist, breitet er sich ohne Oszillationen aus. Die Zerlegung in Flavoureigenzustände ergibt:

$$\nu_2 = \sin \theta \nu_e + \cos \theta \nu_\mu. \quad (5.50)$$

Daraus folgen die Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten von Elektron und Myon-neutrinos:

$$P(\nu_e) = \sin^2 \theta, \quad P(\nu_\mu) = \cos^2 \theta. \quad (5.51)$$

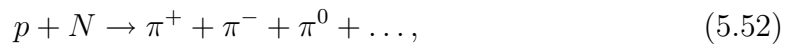
Für $\theta = 45^\circ$ würde man danach 50% der Sonnenneutrinos als Elektronneutrinos beobachten. Die Tatsache, dass es weniger als 50% ist, weist darauf hin, dass θ kleiner ist. Details, einschließlich der Energieabhängigkeit, müssen durch numerische Methoden berechnet werden.

5.5 Neutrinoastronomie bei hohen Energien

5.5.1 Fragestellung

Obwohl die Kosmische Strahlung bereits seit fast 100 Jahren erforscht wird, ist ihre Herkunft und die Beschleunigungsmechanismen, die Energien bis 10^{20} eV und vielleicht mehr erreichen können, noch nicht vollständig verstanden. Wie in Abschnitt 3.4 ausgeführt, verlieren Teilchen unterhalb von etwa 10^{20} eV ihre Richtungsinformation durch die galaktischen Magnetfelder. Für den Nachweis von kosmischen Beschleunigern ist es deshalb wichtig, auch elektrisch neutrale Strahlung, wie Photonen und Neutrinos, zu nutzen. Wie wir sehen werden, ist vor allem der Vergleich von Beobachtungen astronomischer Objekte mit hochenergetischen Photonen und mit Neutrinos aufschlussreich für die Beschleunigungsmechanismen: während Photonen sowohl bei der Beschleunigung von Hadronen, also vor allem Protonen, als auch von Elektronen entstehen, sind Neutrinos ein klarer Hinweis auf hadronische Beschleunigung in einer astronomischen Quelle. Der wesentliche Nachteil der Neutrinostrahlung, ist die geringe Wechselwirkung mit der Materie des Detektors, was durch die Größe des Detektors wett gemacht werden muß. Bisher sind noch keine hochenergetischen Neutrinos von astronomischen Quellen außerhalb des Sonnensystems nachgewiesen worden. Es wird aber erwartet, dass das mit der nächsten Generation von Neutrino-teleskopen, mit km^3 Detektorvolumina, möglich sein soll.

Protonen (oder Kerne), die auf hohe Energien beschleunigt wurden, erzeugen in inelastischen Wechselwirkungen mit Materie in der Quelle oder deren Umgebung vor allem Pionen (siehe auch Abschnitt 3.6):



die dominant wie folgt zerfallen:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \quad (5.53)$$

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (5.54)$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (5.55)$$

Wenn also hochenergetische Photonen beobachtet werden, die aus hadronischen Prozessen stammen, lassen sich aus den obigen Reaktionen auch Abschätzungen für die

Produktion von Neutrinos in den gleichen Prozessen machen. Zu beachten ist, dass die beobachtete Photonenrate von der Absorptionslänge der Photonen in den durchquerten Medien abhängig ist und damit in der Regel von Modellen.

Als kosmische Teilchenbeschleuniger werden unter anderem diskutiert (Kapitel7):

- die Stoßfronten, die von den abgestoßenen Hüllen explodierender Supernovae in dem interstellaren Medium gebildet werden;
- Akkretionsscheiben binärer Sternsysteme;
- Aktive Galaktische Kerne (AGN), die Energie in Form von Jets ausstoßen;
- Gammastrahlungsausbrüche (Gamma Ray Bursts).

Ein kompakter Überblick über die Astroteilchenphysik mit hochenergetischen Neutrinos ist in einem Artikel von F. Halzen zu finden⁵

5.5.2 Neutrino teleskope

Nachweis

Zum Nachweis von Myon-Neutrinos nutzt man die CC-Wechselwirkung mit den Kernen der den Detektor umgebenden Materie (Gestein, Wasser, Eis, ...):

$$\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X \quad (5.56)$$

und weist die Myonen aus diesen Reaktionen nach. Um die Produkte der von der kosmischen Strahlung ausgelösten Luftschauer zu unterdrücken, betrachtet man Myonen, die von unten kommen, bei denen also die Neutrinos durch die Erde gegangen sind. Außerdem versucht man, auch möglichst viel Abschirmung nach oben zu erreichen. Nach 1 km Wassertiefe ist das Verhältnis der von oben kommenden Myonen zu den von unten kommenden noch etwa 10^6 .

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für Reaktion (5.56) ist:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy} = \frac{2G_F^2 E_\nu}{\pi} \left(\frac{M_W^2}{Q^2 + M_W^2} \right)^2 (xq(x, Q^2) + x\bar{q}(x, Q^2)(1-y)^2). \quad (5.57)$$

Die Variablen (x, y, Q^2) sind wie in der Lepton-Nukleon-Streuung üblich definiert; q, \bar{q} sind Quark- und Antiquarkverteilungen im Nukleon. Die Integration ergibt den totalen Wirkungsquerschnitt in Abb. 5.9. Der Wirkungsquerschnitt wächst linear mit der Energie für $E_\nu < O(1 \text{ TeV})$ und steigt dann etwa wie $\sigma \sim E^{0.36}$ für $E_\nu > O(10 \text{ TeV})$ an. Das Abknicken setzt dort ein, wo das maximale Q^2 , das proportional zu s ist, in die Größenordnung der W -Masse kommt, weil sich dann die Q^2 -Abhängigkeit des Propagatorterms in (5.57) bemerkbar macht.

In Tabelle 5.2 ist die Wechselwirkungslänge für einige Neutrinoenergien angegeben. Man sieht, dass ab $1 \text{ EeV} = 10^9 \text{ GeV}$ die Erde für Neutrinos undurchsichtig wird. Bei diesen Energien wird aber auch der Untergrund an atmosphärischen Myonen so klein, dass man die hochenergetischen Myonen auch ohne Erdabschirmung

⁵F. Halzen, 'Astroparticle physics with high energy neutrinos: from AMANDA to IceCube', Eur. Phys. J. C 46, 669687 (2006)

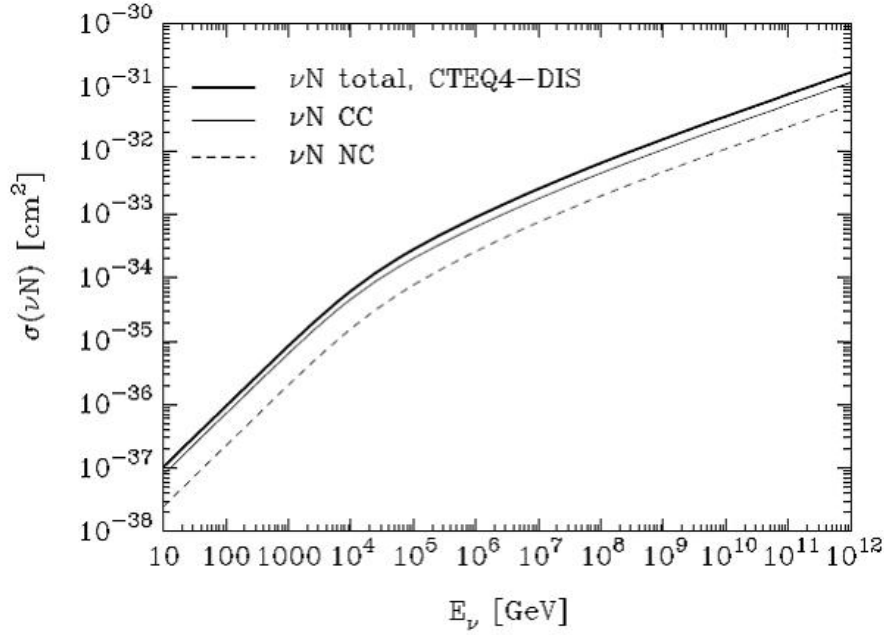


Abbildung 5.9: Totaler Neutrino-Nukleon Wirkungsquerschnitt als Funktion der Neutrinoenergie.

Tabelle 5.2: Neutrino-Nukleon-Wirkungsquerschnitte für einige Neutrinoenergien und die Absorptionslänge in Wasser (für die Erde ist die Absorptionslänge im Mittel um etwa einen Faktor 5.5 kleiner).

E_ν [GeV]	10^3	10^6	10^9
$\sigma_{tot}(\nu N)$ [cm ²]	$8.4 \cdot 10^{-36}$	$8.9 \cdot 10^{-34}$	$1.5 \cdot 10^{-32}$
$\rho\Lambda$ [km w.e.]	$2.0 \cdot 10^6$	$1.9 \cdot 10^4$	$1.1 \cdot 10^3$

messen kann. Allerdings sind dann die zu erwartenden Flüsse zu gering für die Größe existierender und geplanter Detektoren, so dass man zur Zeit über neue Technologien (zum Beispiel akustische und Radio-Sensoren, Beobachtung der Atmosphäre von Satelliten) zur Instrumentierung größerer Volumina nachdenkt.

Für die Nachweiswahrscheinlichkeit von Neutrinos über die erzeugten Myonen, ist die Reichweite der Myonen, wie in Abb. 5.10 dargestellt, wesentlich (siehe dazu auch die Diskussion der Myon-Reichweite in Abschnitt 3.6 und Abb. 3.19).

Die Myonen werden über ihre Abstrahlung von Cherenkovstrahlung in Wasser oder Eis nachgewiesen (Abb. 5.11). Das Licht wird über Photovervielfacher (PMT) nachgewiesen. Die Messung der Ankunftszeiten des Lichtes mit einer Genauigkeit von wenigen Nanosekunden erlaubt eine Rekonstruktion der Myonrichtung, woraus annähernd die Neutrino-richtung bestimmt werden kann. Der mittlere Winkel des Myons zu dem primären Neutrino in (5.56) wird mit wachsender Energie kleiner:

$$\langle\theta_{\nu\mu}\rangle \approx \frac{1^\circ}{\sqrt{E_\nu/\text{TeV}}} \quad (5.58)$$

Dieser Winkel liegt in einer ähnlicher Größenordnung wie die erreichbare Winkel-

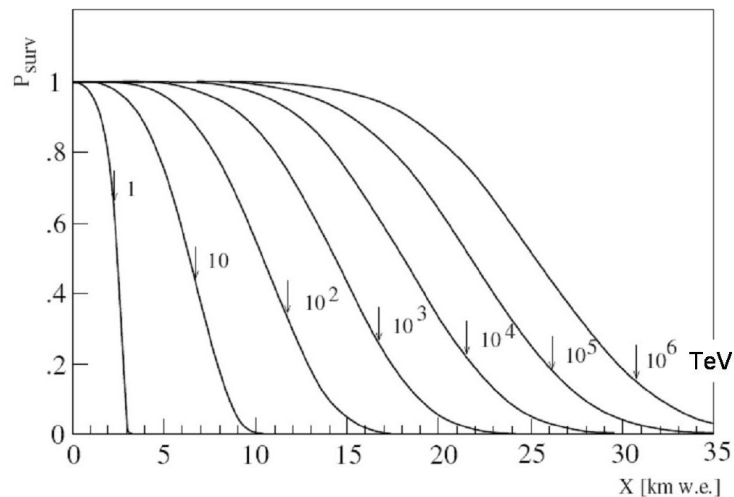


Abbildung 5.10: Überlebenswahrscheinlichkeit von Myonen als Funktion der Eindringtiefe in Wasser. Die Kurve in Abb.3.19 zeigt die entsprechenden mittleren Reichweiten als Funktion der Energie.

auflösung der Detektoren.

Experimente

Das DUMAND-Projekt war der erste Versuch, ein großvolumiges Neutrinoteleskop nach dem eben beschriebenen Prinzip in Wasser (Pazifik vor Hawaii) zu realisieren. Dieses Projekt hat die (vor allem mit dem Salzwasser zusammenhängenden) Probleme nicht meistern können und wurde offiziell nach etwa 20 Jahren 1996 eingestellt. Das erste funktionsfähige Teleskop wurde dann auch in Süßwasser realisiert: im Baikalsee wurden 1993 erstmalig Daten genommen.

Der Durchbruch gelang mit dem AMANDA-Experiment, das eine Tiefe zwischen etwa 1500 m und 2000 m im antarktischen Kompakteis installiert wurde (Abb. 5.12 links). Mit der letzten Ausbaustufe AMANDA II wurden von 2000 bis 2009 Daten genommen. Das AMANDA-Teleskop war als Prototyp sehr erfolgreich. Allerdings war schon von Anfang an klar, dass erst ein mindestens 1 km^3 großer Detektor genügend Sensitivität auf die zu erwartenden Flüsse, insbesondere von Punktquellen, haben wird. IceCube ist ein solcher Detektor, der zur Zeit in der Antarktis realisiert wird (Abb. 5.12 rechts).

Es gibt drei Projekte (ANTARES, NEMO und NESTOR) für Neutrinooteleskope im Mittelmeer von ähnlicher Größe wie AMANDA, die auch die südliche Hemisphäre (mit dem galaktischen Zentrum) beobachten können oder könnten. Leider sind die Projekte etwas verzögert. Insgesamt wirft eine Meeresumgebung mit Biolumineszenz, Wellenbewegung und aggressivem Salzwasser offensichtlich viel größere Probleme auf, als Detektorinstallation und -betrieb im Eis. ANTARES nimmt seit 2007 Daten. Allerdings ist in der Zwischenzeit eigentlich bereits klar, dass die nächste Stufe, ein km^3 -Detektor notwendig ist. Eine europäische Studie dazu hat unter dem Namen KM3NET begonnen⁶.

⁶<http://www.km3net.org>

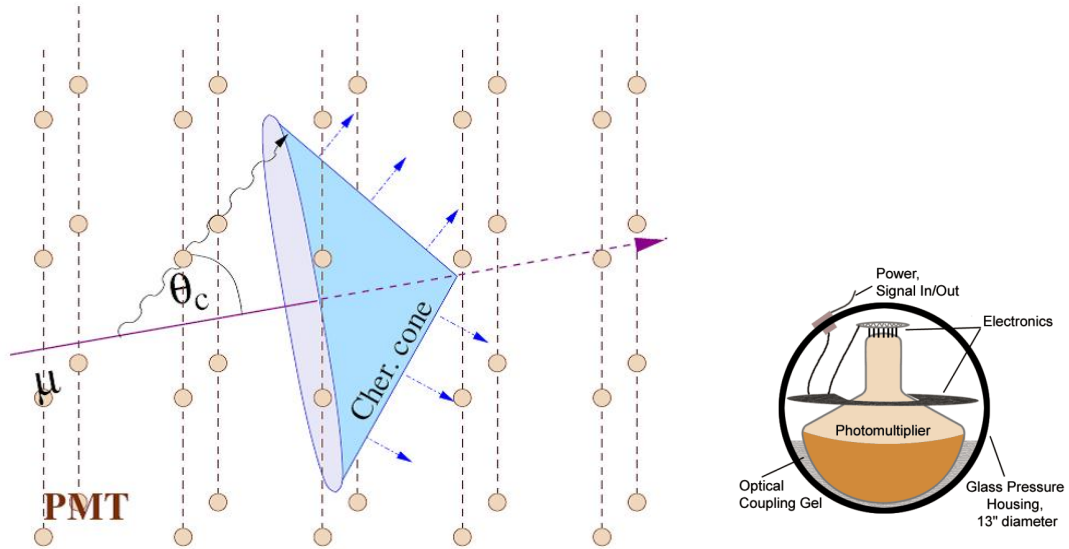


Abbildung 5.11: Typische Anordnung eines Neutrinooteleskops: ein Muon erzeugt Cherenkov-Licht in Wasser oder Eis, das von Photomultipliern (PMT) registriert wird. Die Ankunftszeiten des Lichtes an den verschiedenen PMT erlaubt die Berechnung der Myonrichtung. Die PMT sind in druckfesten Gehäusen einschließlich der Detektor- und Übertragungselektronik in sogenannten ‘Optischen Modulen’ (OM) integriert (rechts).

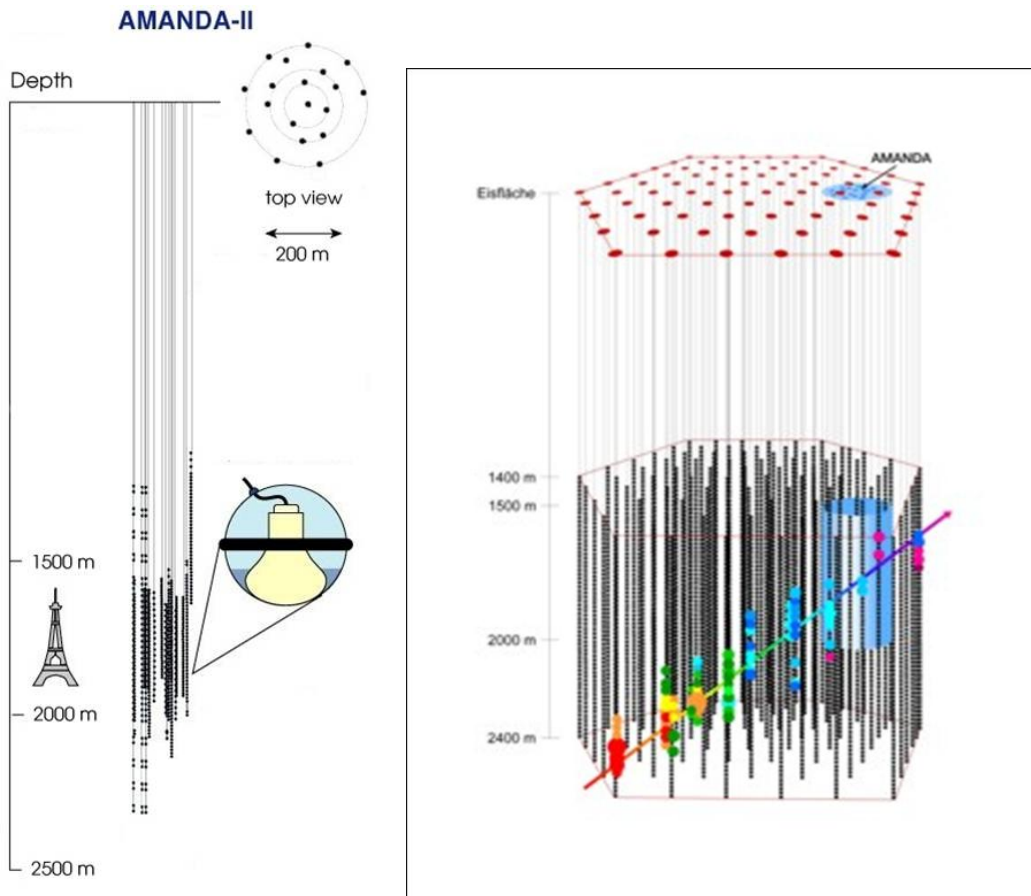


Abbildung 5.12: Der AMANDA-Detektor (links) und der IceCube-Detektor (rechts) mit Größenvergleichen.

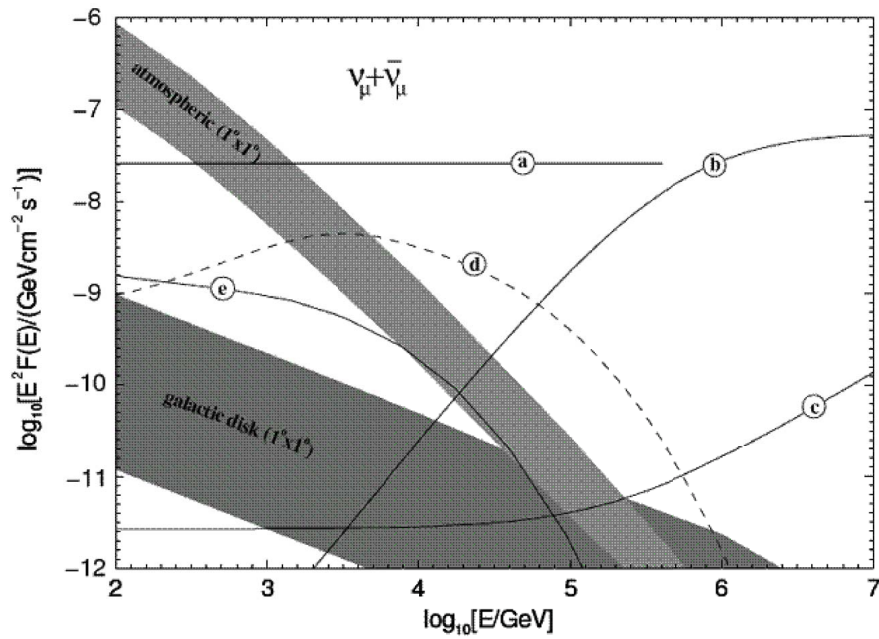


Abbildung 5.13: Vorhergesagte Neutrinoemissionen als Funktion der Energie verglichen mit dem Spektrum atmosphärischer Neutrinos (schattiertes Band): a)-c) Verschiedene Vorhersagen für AGN 3C273, d) Neutrinoemission vom Krebsnebel, e) Neutrinoemission vom SN-Rest Cassiopeia A. Das flachere der schattierten Bänder stellt die Vorhersage für Neutrinos aus Wechselwirkungen von Kosmischer Strahlung in der galaktischen Scheibe dar.

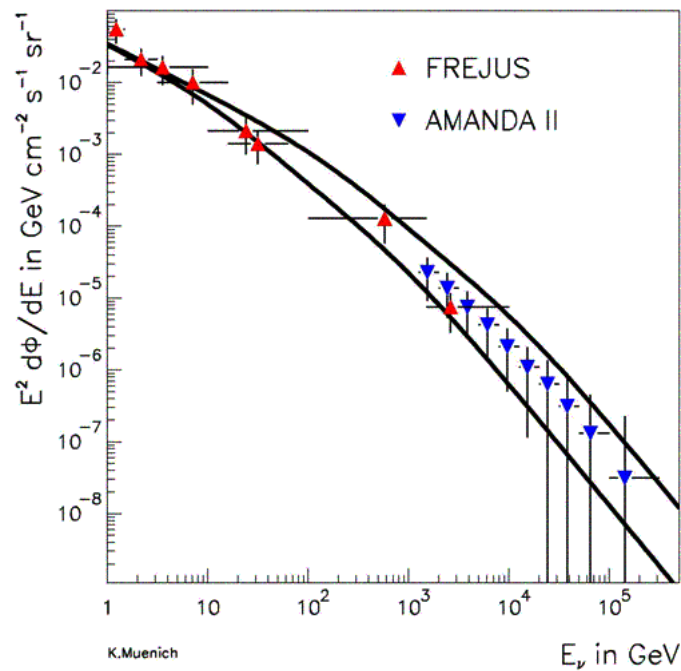


Abbildung 5.14: Gemessener Fluss atmosphärischer Neutrinos.

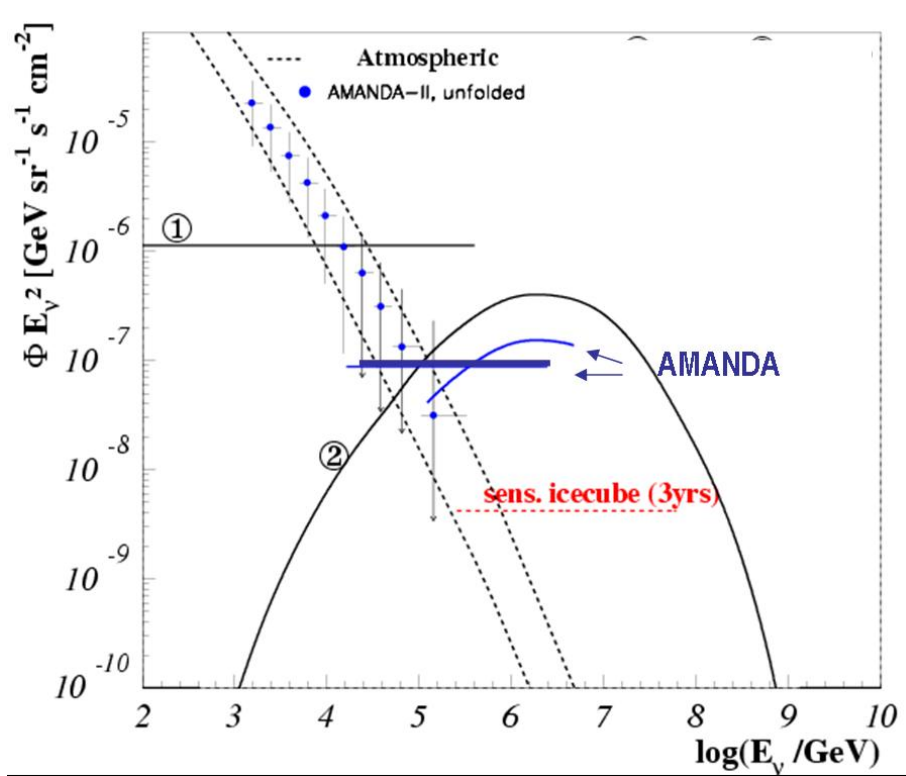


Abbildung 5.15: Grenzen für diffusen Neutrinofluss von AMANDA, verglichen mit dem gemessenen Fluss atmosphärischer Neutrinos und mit zwei speziellen Modellen, die durch die AMANDA-Messung ausgeschlossen werden.

Ergebnisse

Atmosphärische Neutrinos: Für Beobachtung von HE-Neutrinos, die durch die Erde gehen, stellen die atmosphärischen Neutrinos den wesentlichen Untergrund dar. Allerdings werden für die Flüsse von Neutrinos mit kosmischem Ursprung, sowohl diffuse Flüsse als auch Flüsse von Punktquellen, weniger steile Energiespektren vorausgesagt (Abb. 5.13). Das bedeutet, dass Signale mit wachsender Energie untergrundfreier werden. AMANDA hat als ein wichtiges Ergebnis das Spektrum der atmosphärischen Neutrinos bis 300 TeV vermessen und verifiziert, dass das Spektrum von den benutzten Simulationen reproduziert wird (Abb. 5.14).

Diffuser Neutrinofluss: Hochenergetische Neutrinos mit kosmischem Ursprung sind bisher nicht gemessen worden (bei niedrigen Energien Neutrinos von der Supernova-Explosion SN1987a). Grenzen wurden auf diffuse Flüsse gegeben, zum Beispiel für ein E^{-2} -Spektrum (Abb. 5.15):

$$E^2 \cdot \Phi < 0.8 \cdot 10^{-6} \text{ GeV}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1} \quad (5.59)$$

Punktquellen: Die Punktquellensuche, der wichtigste Punkt im Forschungsprogramm der HE-Neutrinoexperimente, hat bisher auch nur zu oberen Flussgrenzen geführt. Abbildung 5.16 zeigt eine Karte des nördlichen Himmels mit eingezeichneten Kandidaten für Punktquellen. Eine Analyse mit Suchfenstern, die der apparati-

ven Winkelauflösung entsprechen, hat keine signifikanten Anhäufungen ergeben. Alle Kandidaten sind statistisch mit atmosphärischen Neutrinos verträglich. Zudem wurde gezielt nach Quellen, die von TeV-Gammateleskopen gesehen wurden, gesucht. Auch dabei ist bei keiner Quelle eine signifikante Anhäufung festgestellt worden.

Eine Möglichkeit die statistische Signifikanz der Punktquellensuche zu erhöhen, ist die Analyse von zeitlichen Korrelationen von Neutrinoereignissen. Insbesondere wäre die Anhäufung von Neutrinosignalen von einer Quelle in einem Zeitfenster, in dem mit anderen Methoden (zum Beispiel Gamma- oder Röntgenstrahlung) eine Überhöhung der Intensität von dieser Quelle beobachtet wurde (zum Beispiel als 'Gamma-Flare' wie in Abb. 5.17) eine mögliche Bestätigung für die Beobachtung kosmischer Neutrinos.

Exotische Neutrinoquellen: Weitere Ergebnisse betreffen zum Beispiel obere Grenzen für magnetische Monopole und Wimp-Annihilation.

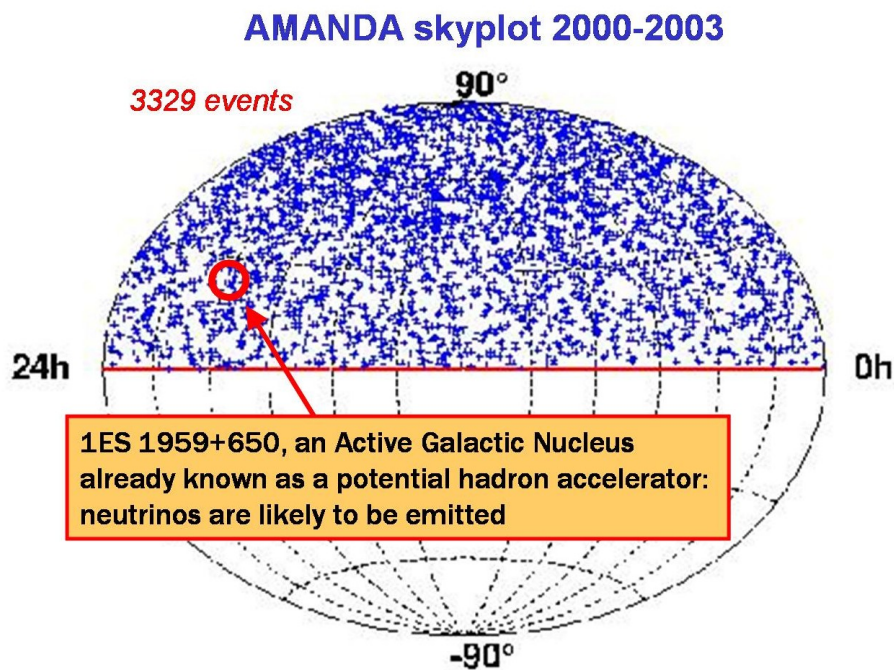


Abbildung 5.16: 'Skyplot' von Kandidaten für kosmische Neutrinosignale (AMANDA 2000-2003)

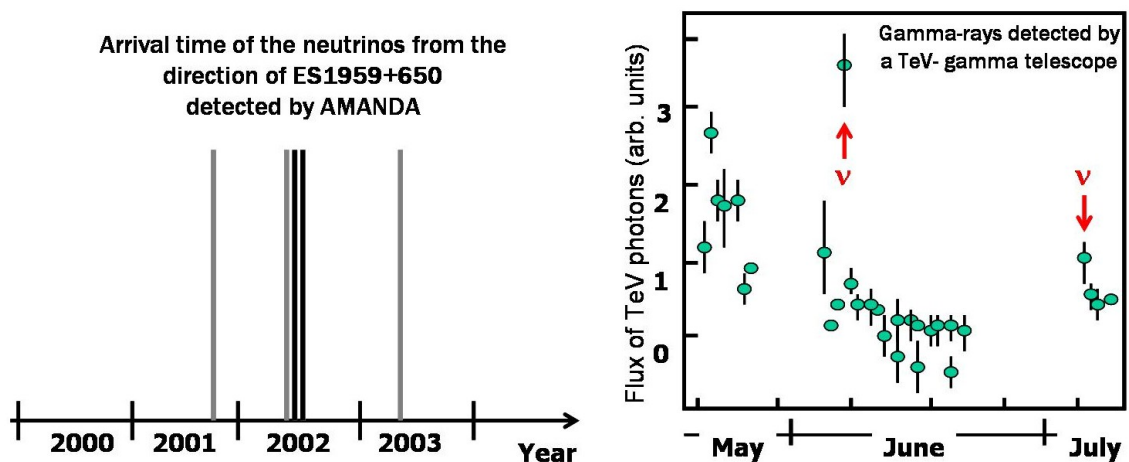


Abbildung 5.17: Links ist die zeitliche Verteilung von Neutrinosignalen in einem räumlichen Fenster um die variable Gamma-Quelle 1ES 1959+650 gezeigt. Zwei Ereignisse (dunkle Striche) fallen in ein enges Intervall um den Zeitpunkt, zu dem ein Aufleuchten dieser Quelle (Flare) in TeV-Gammas beobachtet wurde (rechts).

Kapitel 6

Sternentwicklung

Wir wollen uns in diesem Kapitel einen kurzen Überblick über die Bildung, die Entwicklung und das Vergehen von Sternen verschaffen. Vor allem in der letzten Phase, dem Sterben von Sternen, können bei genügend großer Masse gewaltige Energieumsetzungen stattfinden, die Quellen hochenergetischer kosmischer Strahlung sind.

Wir gehen davon aus, dass das Universum kurz nach dem Urknall im Wesentlichen homogen und isotrop war, mit geringen Dichtefluktuationen (siehe Kapitel 2). Heute sieht man, dass die Materie geklumpt in Form von Sternen, Galaxien und Galaxien-Clustern, also mit Strukturen auf unterschiedlichen Skalen, erscheint. Wir wollen in diesem Kapitel folgenden Fragen nachgehen:

- Unter welchen Bedingungen bilden sich Strukturen?
- Unter welchen Bedingungen bilden sich Sterne mit einer quasi-statischen Energieabstrahlung?
- Unter welchen Bedingungen kommt es zum katastrophalen Kollaps eines ausgebrannten Sterns?
- Welche Zustände werden unter welchen Bedingungen am Ende eines Sternlebens erreicht?

6.1 Strukturbildung

6.1.1 Gravitative Instabilität

Wir betrachten ein mehr oder weniger gleichverteiltes Gas (meistens H oder H₂), in dem es kleine Dichtefluktuationen geben soll. Unter welchen Bedingungen verstärkt sich die Fluktuation durch gravitative Kontraktion?

Unter den im Folgenden diskutierten Bedingungen können wir das Gas mit der idealen Gasgleichung beschreiben:

$$pV = nkT \implies p_{gas} = \frac{\rho}{m} kT. \quad (6.1)$$

Dabei sind n , ρ die Teilchen- und Massendichten und m die Masse der Teilchen. Wenn wir ein Gebiet mit der Gesamtmasse M betrachten, ist die gesamte kinetische

Energie:

$$E_{kin} = \frac{3}{2} \frac{M}{m} k T \quad (6.2)$$

Gegen den Gasdruck wirkt der gravitative Druck. Der Druck im Mittelpunkt einer homogenen Kugel von Radius R und Masse M ist:

$$p_{grav} = \frac{3}{8} \frac{G M^2}{\pi R^4} \quad (6.3)$$

Die entsprechende potentielle Energie der gesamten Kugel ist:

$$E_{grav} = -\frac{3}{5} \frac{G M^2}{R} \quad (6.4)$$

Der Vorfaktor, hier $3/5$, für eine homogene Kugel, hängt sehr von der geometrischen Dichteverteilung ab und ist für die folgenden Schlußfolgerungen nicht wichtig.

Als Kriterium, wann die Wolke kondensiert, kann man entweder den Energiesatz benutzen [10],

$$E_{kin} + E_{grav} < 0, \quad (6.5)$$

oder das Druckgleichgewicht [8],

$$p_{gas} < p_{grav}. \quad (6.6)$$

Mit (6.1) und (6.3) ergibt sich aus dem Druckgleichgewicht:

$$\frac{\rho}{m} k T < \frac{3}{8} \frac{G M^2}{\pi R^4} \implies M > \frac{2kT R}{Gm} \quad (6.7)$$

Der Radius der Wolke läßt sich durch Masse und Dichte ausdrücken:

$$\rho = \frac{3M}{4\pi R^3} \implies R = \left(\frac{3}{4\pi} \frac{M}{\rho} \right)^{1/3} \quad (6.8)$$

Damit ergibt sich aus (6.7) in Abhängigkeit von Dichte und Temperatur eine Grenzmasse, oberhalb der eine Dichtefluktuation instabil wird und kontrahiert:

$$M_{grenz} = \sqrt{\frac{6}{\pi}} \left(\frac{kT}{Gm} \right)^{3/2} \frac{1}{\sqrt{\rho}} \quad (6.9)$$

Auf einem etwas anderen Weg hat Jeans eine Grenzmasse M_J in Abhängigkeit von einer typischen Ausdehnung der Materieansammlung λ_J abgeleitet. **Jeans-Masse und -Länge** sind gegeben durch:

$$M_J = \frac{\pi}{6} \rho \lambda_J^3 \quad (6.10)$$

$$\lambda_J = v_s \sqrt{\frac{\pi}{G\rho}}. \quad (6.11)$$

Dabei ist

$$v_s = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}} \quad (6.12)$$

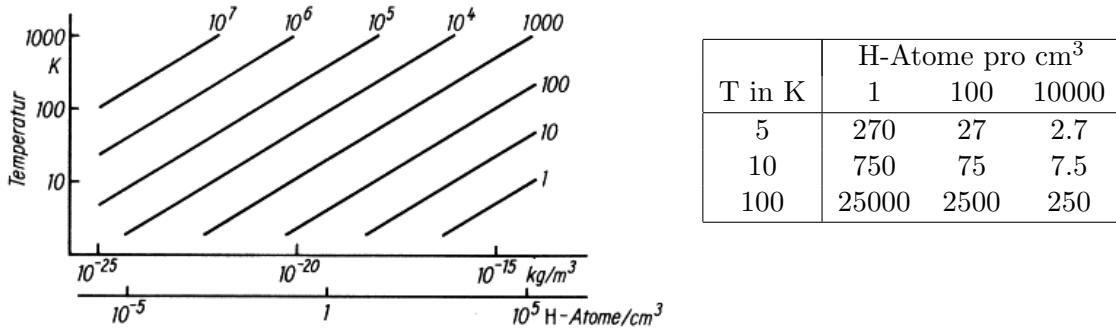


Abbildung 6.1: Zum Jeans-Kriterium: kritische Masse in Einheiten der Sonnenmasse in Abhängigkeit von Temperatur und Dichte.

die Schallgeschwindigkeit, mit der sich Störungen in dem Medium ausbreiten. Für ein ideales Gas gilt:

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma kT}{m}} \quad (6.13)$$

mit dem Adiabatenkoeffizienten γ . Für ein einatomiges Gas mit $\gamma = 5/3$ erhält man dann für die Jeans-Länge:

$$\lambda_J = \sqrt{\frac{5\pi kT}{3mG\rho}} \quad (6.14)$$

und damit für die Jeans-Masse:

$$M_J \sim \left(\frac{kT}{Gm}\right)^{3/2} \frac{1}{\sqrt{\rho}} \quad (6.15)$$

Das entspricht bis auf die Vorfaktoren der Grenzmasse in (6.9), die wir mit einer vereinfachenden Überlegung erhalten hatten. Nach dem **Jeans-Kriterium** wird eine Massenansammlung M instabil, wenn die Jeans-Masse überschritten wird, wenn also gilt (Abb. 6.1):

$$M > M_J. \quad (6.16)$$

Bedeutung des Jeans-Kriteriums: In [11] ist eine physikalische Begründung für die Abhängigkeit der Jeans-Länge von der Schallgeschwindigkeit gegeben: kleine Fluktuationen $\Delta\rho/\rho$ verstärken sich, wenn die Gravitationskraft pro Masse die Druckkraft pro Masse übersteigt (die charakteristische Ausdehnung der Fluktuation sein λ):

$$F_{grav} \approx \frac{GM}{\lambda^2} \approx \frac{G\rho\lambda^3}{\lambda^2} > F_{gas} \approx \frac{p\lambda^2}{\rho\lambda^3} \approx \frac{v_s^2}{\lambda} \quad (6.17)$$

$$\implies \lambda > v_s \sqrt{\frac{1}{G\rho}} \approx \lambda_J \quad (6.18)$$

Das bedeutet: wenn die Ausdehnung λ einer Dichtefluktuation größer als die Jeans-Länge ist, kann sich eine Störung nicht mehr schnell genug ausgleichen (mit der

Geschwindigkeit v_s) und es kommt zum gravitativen Kollaps. Die gleiche Interpretation ergibt sich, wenn man die Zeit t_{ff} für den freien Fall einer Masse m im Abstand R von einer Masse M betrachtet. Bei dem Fall wird potentielle Energie in kinetische Energie umgewandelt:

$$\Delta E_{pot} = \Delta E_{kin} \implies GMm \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) = \frac{1}{2} m \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \quad (6.19)$$

Daraus erhält man die Freifallzeit:

$$t_{ff} = \int_R^0 \frac{dr}{dr/dt} = \frac{1}{\sqrt{2GM}} \int_R^0 \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}} dr = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}} \quad (6.20)$$

Dabei wurde $\rho = M/(4/3\pi R^3)$ benutzt. Der Vergleich mit der Definition der Jeans-Länge in (6.11) zeigt:

$$t_{ff} \sim \sqrt{\frac{\pi}{G\rho}} = \frac{\lambda_J}{v_s} = \tau_{HD} \quad (6.21)$$

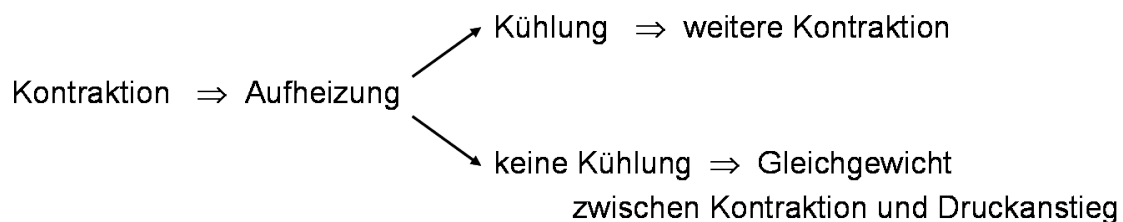
Zu einer Instabilität, einem Kollaps, kommt es, wenn die 'hydrodynamische Zeit' τ_{HD} , mit der sich eine Störung ausgleichen könnte, größer als die Freifallzeit ist:

$$t_{ff} < \tau_{HD} \quad (6.22)$$

6.2 Entwicklungsstadien von Sternen

6.2.1 Protosterne

Aus Dichtefluktuationen, die nach dem Jeans-Kriterium gravitativ instabil sind, bilden sich so genannte Protosterne. Bei der Kontraktion der Massen wird die potentielle Gravitationsenergie in kinetische Energie der Masseteilchen umgewandelt. Andererseits kann Kühlung durch Abstrahlung oder interne Energieabsorption, zum Beispiel durch Dissoziation von H_2 -Molekülen oder die Ionisation von Wasserstoff, erfolgen. Die Kühlung wird gestoppt und die Temperatur steigt, wenn die Zeitskalen für Kühlungsprozesse groß gegen die Kontraktionszeit werden, zum Beispiel, wenn die Massenwolke für die Strahlung dicht wird, und wenn keine innere Energieumsetzung möglich ist. Schematisch ist der Ablauf also:



Die verschiedenen Phasen der Kontraktion sind in Abbildung 6.2 dargestellt:

- Erster dynamischer Kollaps: Kühlung durch Emission von Strahlungsenergie.

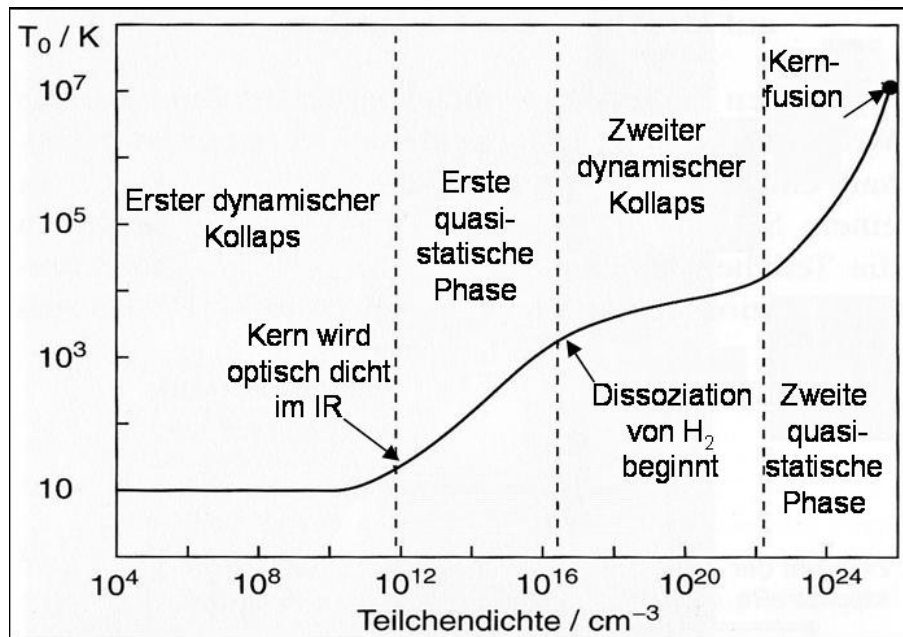
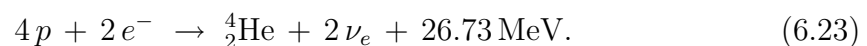


Abbildung 6.2: Temperatur-Dichte-Entwicklung einer Massenkontraktion, die zu einem Protostern und schließlich einem Stern auf der Hauptreihe (siehe nächster Abschnitt) führt.

- Erste quasistatische Phase: Stern wird optisch dicht im Infraroten, die Kontraktion erfolgt adiabatisch (ohne Energieabgabe nach außen), in dieser Phase hat sich der 'Protostern' gebildet.
- Zweiter dynamischer Kollaps: Kühlung durch Dissoziation von H_2 -Molekülen und Ionisation von Wasserstoff.
- Zweite quasistatische Phase: hydrostatisches Gleichgewicht im ionisierten Gas: Kontraktion führt zu Anwachsen des Gas- und Strahlungsdruckes.
- Bei genügend Masse kann sich der Stern weiter aufheizen bis zur Kernfusion und hat sich damit zu einem Stern entwickelt.

6.2.2 Kernfusion: Wasserstoffbrennen

Da die Bindungsenergie pro Nukleon ein Maximum etwa bei der Kernmasse von Eisen hat (Abb. 6.3), ist die Fusionsreaktion von Kernen unterhalb von Eisen exotherm. Allerdings müssen die Kerne genügend kinetische Energie haben, um den Coulomb-Wall zu überwinden, beziehungsweise zu durchtunneln. Bei Temperaturen von etwa 10^7 K setzt dann als erstes das Wasserstoffbrennen ein, bei dem über verschiedenen Reaktionswege schließlich Wasserstoff zu Helium fusioniert wird (siehe Details dazu in dem Abschnitt über solare Neutrinos 5.2.1). Die Bilanzgleichung lautet (5.3):



Das Wasserstoffbrennen verläuft hauptsächlich über den pp-Zyklus, der ausführlicher in Abschnitt 5.2.1 diskutiert wurde (Überblick in Abb. 6.4).

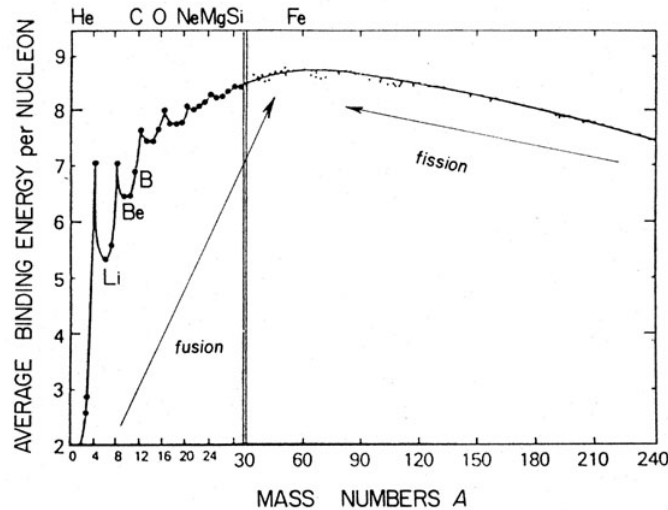


Abbildung 6.3: Bindungsenergie pro Nukleon in Abhängigkeit von der Massenzahl A. Das Maximum liegt bei $A=56$; bei kleinerem A ist Fusion, bei größerem A Spaltung exotherm.

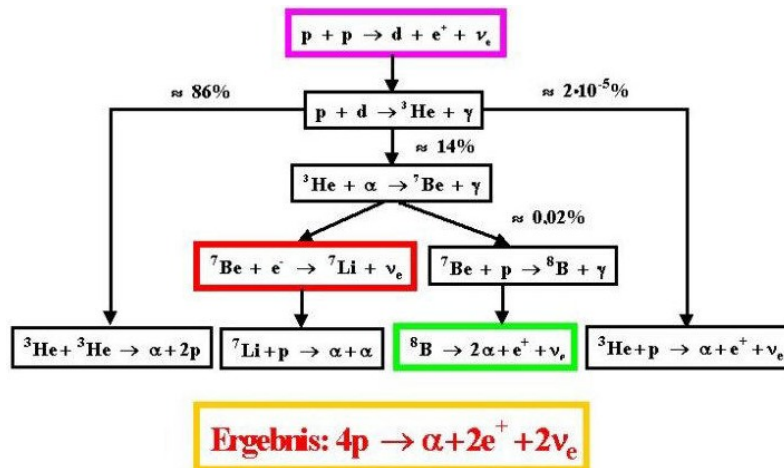
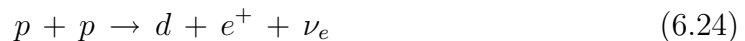


Abbildung 6.4: Der Wasserstoff-Zyklus der Sonne.

Die Energieproduktion in Sternen wie der Sonne verläuft über lange Zeiträume sehr gleichmäßig. Das liegt daran, dass der Beginn der Reaktionskette durch einen sehr langsamen Prozess, die Verschmelzung von zwei Protonen zu Deuterium, kontrolliert wird:



pp-Reaktionswahrscheinlichkeit: Die Protonen in (6.24) müssen die elektrostatische Abstoßung überwinden. Die Höhe des Coulomb-Walls (Abb. 6.5) ist:

$$V_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2r_0} \quad \Rightarrow \quad V_0 = 0.6 \text{ MeV} \quad \text{mit } r_0 = 1.2 \text{ fm} \quad (6.25)$$

Andererseits ist die mittlere kinetische Energie der Protonen $kT \approx 1 \text{ keV}$, so dass nur der hochenergetische Ausläufer der Maxwell-Verteilung zu der Reaktion beitragen

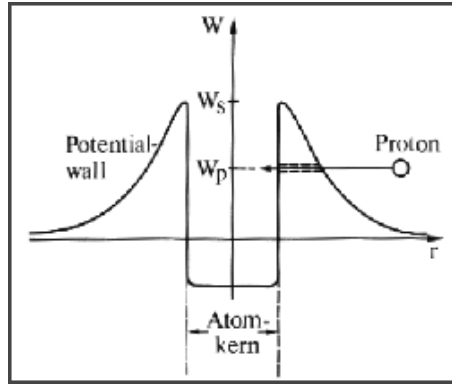


Abbildung 6.5: Kernpotential mit Coulomb-Wall, der bei der Kernfusion von den Kernen durchtunnelt werden muß.

wird. Die Wahrscheinlichkeit für eine pp-Reaktion hängt von dem Überlapp der Maxwell-Verteilung $F(E)$ mit der Tunnelwahrscheinlichkeit $P(E)$ ab:

$$F(E) = \frac{2\pi}{(\pi kT)^{3/2}} \sqrt{E} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right), \quad (6.26)$$

$$P(E) = \exp\left(-\sqrt{\frac{E_G}{E}}\right), \quad \text{mit } E_G = 2m_r (\pi \alpha Z_1 Z_2)^2 \quad (6.27)$$

Hier ist ($m_r = m_p/2$) die reduzierte Masse des pp-Systems. Die Gamow-Energie ist für pp-Stöße $E_G = 0.49 \text{ MeV}$. Während die Maxwell-Verteilung steil mit E abfällt, wächst die Tunnelwahrscheinlichkeit erst bei höheren Energien steil an. Der Überlappungsbereich bestimmt dann die geringe Wechselwirkungswahrscheinlichkeit (Abb. 6.6). Zusammen mit dem geringen Wirkungsquerschnitt für die pp-Reaktion (6.24) von $\sigma \approx 10^{-43} \text{ cm}^2$ und einer typischen Dichte von $\rho = 10^5 \text{ kg/m}^3$ ergibt sich eine typische Verbleibzeit für ein Proton im Stern von $\tau^{pp} = O(10^9 \text{ a})$.

6.2.3 Heliumbrennen und C, O-Produktion

Wenn der Wasserstoff verbrannt ist und einen Heliumkern im Stern gebildet hat, kann der Stern sich weiter kontrahieren und damit die Temperatur erhöhen. Wenn die Masse mehr als etwa eine halbe Sonnenmasse ist, wird die Temperatur von etwa 10^8 K erreicht, die zum Heliumbrennen notwendig ist. Für diese Fusionsstufe hat die Natur allerdings eine Schwierigkeit eingebaut: es gibt kein stabiles Nuklid mit der Massenzahl $A=8$, das man einfach aus zwei Heliumkernen aufbauen könnte (Abb. 6.7). Die aus Helium endotherm (-92 keV) gebildeten ${}^8\text{Be}$ -Kerne zerfallen sehr schnell ($\tau_{\text{Be}} = 2.6 \cdot 10^{-16} \text{ s}$) wieder in Heliumkerne und nur eine geringe Anzahl ${}^8\text{Be}$ -Kerne verbleibt in der Gleichgewichtsreaktion:



Wegen der kurzen ${}^8\text{Be}$ -Lebensdauer müssen drei Heliumkerne fast gleichzeitig wechselwirken (Triple- α -Prozess), damit mit einer kleinen Wahrscheinlichkeit Kohlenstoff in einem Anregungszustand produziert werden kann:



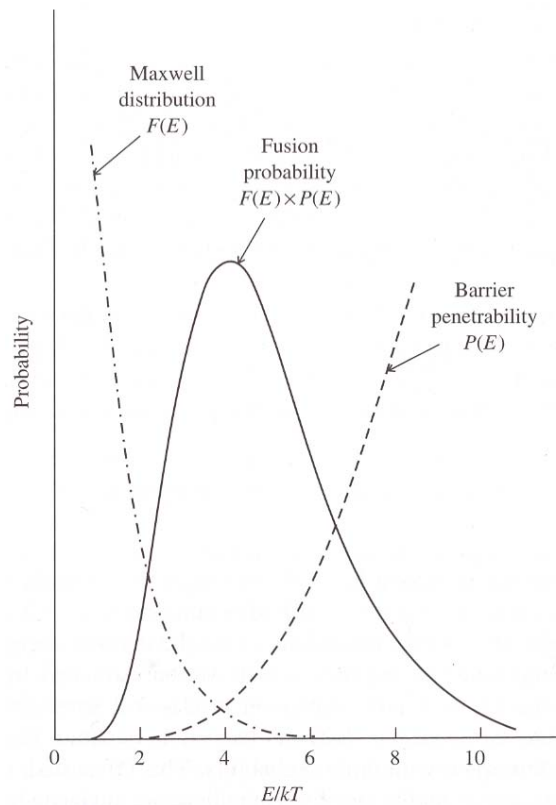


Abbildung 6.6: Energieabhängigkeiten der Maxwell-Verteilung und Tunnelwahrscheinlichkeit, die die Geschwindigkeit von Fusionsprozessen bestimmen.

	Halbwertszeit														
p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	H	He	Li	Be	B	C	N	O	F	Ne	Na	Mg	Al	Si	
EI	10^{-10} Sekunden														
EI	<math>< 1</math> Minute														
EI	1 Minute bis 1 Stunde														
EI	1 Stunde bis 1 Tag														
EI	1 Tag bis 60 Tage														
EI	60 Tage bis 10 Jahre														
EI	10 Jahre bis 1.000 Jahre														
EI	1.000 Jahre bis 100.000 Jahre														
EI	100.000 Jahre bis 10.000.000 Jahre														
EI	10.000.000 bis 50.000.000 Jahre														
EI	primordiales Nuklid (> 50.000.000 Jahre)														
EI	Stabil														
n															
0		^1H													
1	n	^2H	^3He	^4Li											
2		^3H	^4He	^5Li	^6Be	^7B	^8C								
3		^4H	^5He	^6Li	^7Be	^8B	^9C	^{10}N							
4			^6He	^7Li	^8Be	^9B	^{10}C	^{11}N	^{12}O						
5			^7He	^8Li	^9Be	^{10}B	^{11}C	^{12}N	^{13}O	^{14}F					
6			^8He	^9Li	^{10}Be	^{11}B	^{12}C	^{13}N	^{14}O	^{15}F	^{16}Ne				
7				^{10}Li	^{11}Be	^{12}B	^{13}C	^{14}N	^{15}O	^{16}F	^{17}Ne	^{18}Na			
8				^{11}Li	^{12}Be	^{13}B	^{14}C	^{15}N	^{16}O	^{17}F	^{18}Ne	^{19}Na	^{20}Mg		

Abbildung 6.7: Ausschnitt aus der Nuklidkarte, der zeigt, dass es keine stabilen Nuklide mit $A=8$ gibt. Aus: <http://de.wikipedia.org/wiki/Nuklidkarte>

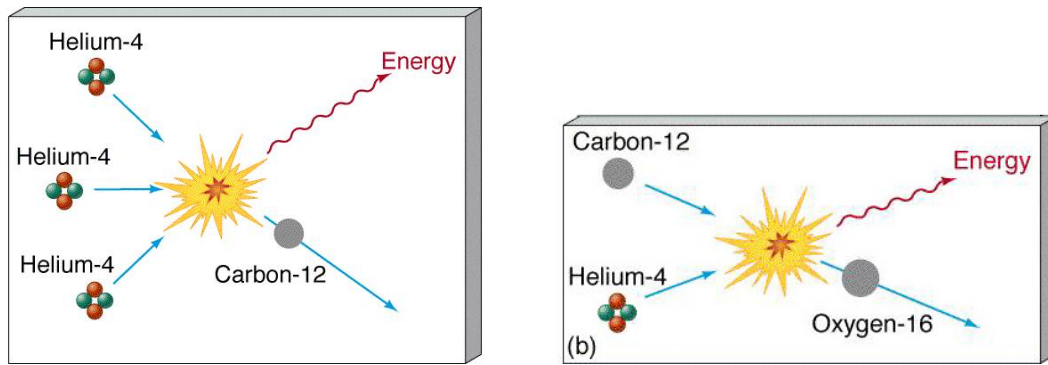
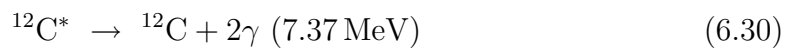


Abbildung 6.8: Die Produktion von Kohlenstoff durch den Triple- α - Prozess (links) und die Produktion von Sauerstoff (rechts).

Mit einem Verzweungsverhältnis von $B_{\gamma\gamma}(^{12}\text{C}^*) = 3 \cdot 10^{-12}$ kann der angeregte Kern dann in den Grundzustand übergehen:



Schließlich kann dann noch Sauerstoff gebildet werden:



Die Rate für die Sauerstoffproduktion ist nicht sehr hoch, gerade so, dass ^{12}C und ^{16}O etwa gleich häufig erzeugt werden. Damit sorgt diese Reaktionskette gerade für die Häufigkeit der Elemente, die für unser Leben am wichtigsten sind.

6.2.4 Produktion schwerer Elemente

Wenn Sterne genügend massiv sind, können sie aufeinanderfolgend immer schwerere Elemente erzeugen. Die notwendigen höheren Temperaturen müssen jeweils schrittweise nach Ausbrennen eines Elements oder einer Elementgruppe durch gravitative Kontraktion gewonnen werden. Auf diese Weise können Elemente bis Eisen ($A=56$) gebildet werden, ohne dass eine weitere Hürde wie bei $A=8$ auftritt.

Da die höchsten Temperaturen jeweils im Zentrum des Sterns erreicht werden, bildet sich eine Schalenstruktur mit den schwersten Elementen im Inneren (Abb. 6.9).

Kohlenstoffbrennen setzt bei einer Temperatur und Dichte von etwa $T \approx 5 \cdot 10^8 \text{ K}$ und $\rho \approx 3 \cdot 10^9 \text{ kg m}^{-3}$ ein (Abb. 6.10):



Sauerstoffbrennen setzt erst bei höheren Temperaturen, $T \approx 2 \cdot 10^9 \text{ K}$ ein:



Bei diesen hohen Temperaturen treten Photonen im MeV-Bereich auf, die bereits gebildete schwere Kerne spalten können. Nur deshalb kann im Sterninneren eine

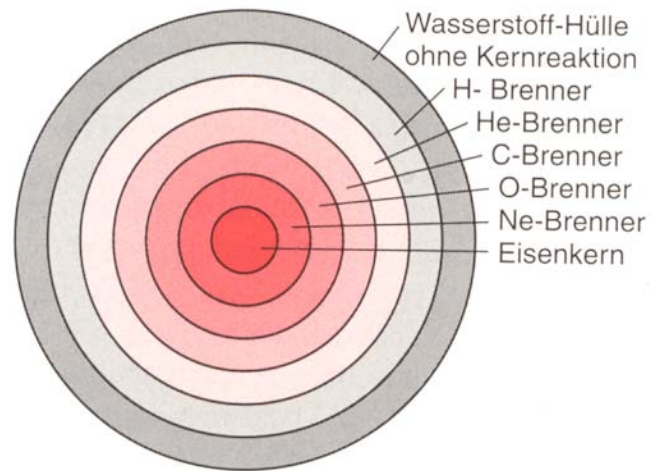


Abbildung 6.9: Schalenstruktur des Brennens verschieden schwerer Elemente in einem Stern.

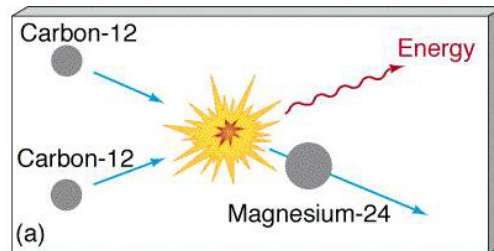


Abbildung 6.10: Kohlenstoffbrennen.

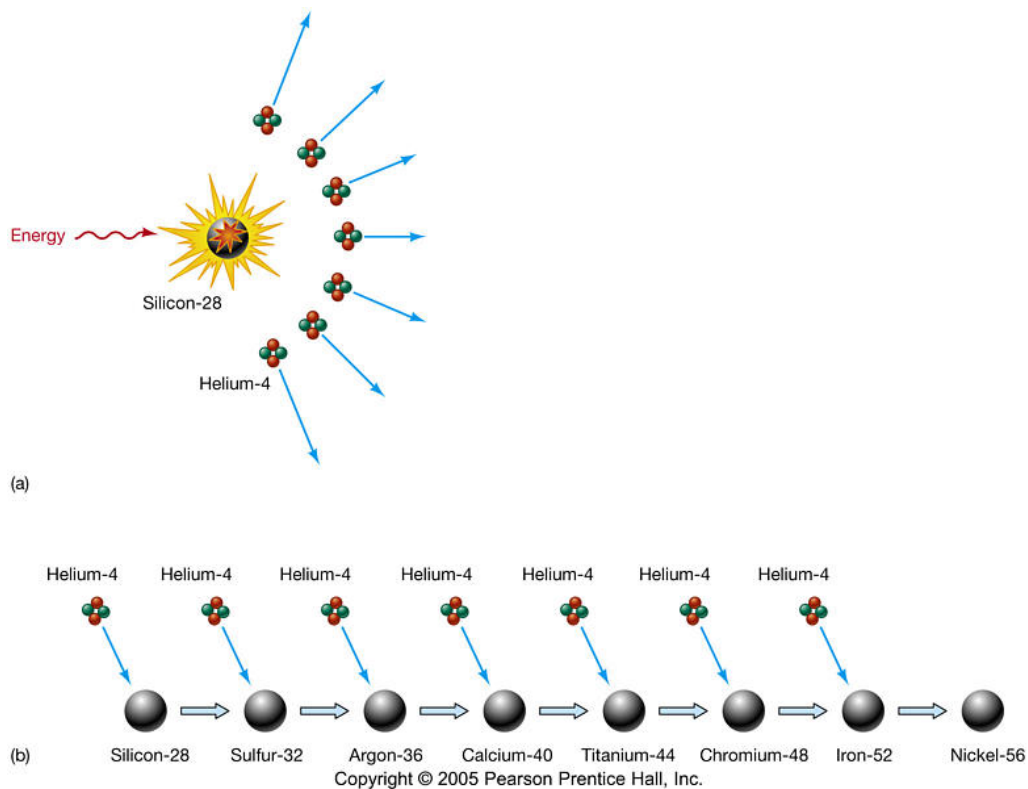


Abbildung 6.11: Schematische Darstellung der Produktion schwerer Elemente.

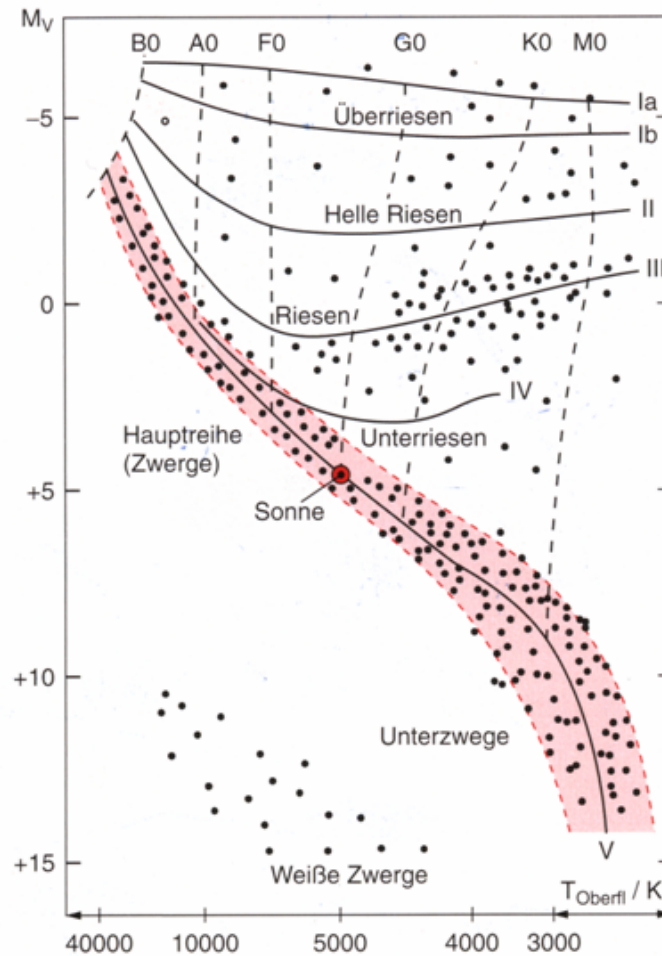


Abbildung 6.12: Beispiel für ein Hertzsprung-Russel-Diagramm. Die absolute Helligkeit (gemessen in Magnituden) ist gegen die Oberflächentemperatur (etwa entsprechend den Spektralklassen, die in dem Diagramm oben angegeben sind) aufgetragen.

effiziente Verbrennung bis zum Maximum der Bindungsenergie erfolgen. Mit Gammaenergien oberhalb von etwa 9 MeV kann zum Beispiel Silizium gespalten werden:



Mit dem so erzeugten Helium können dann die Elemente S, Ar, Ca, Fe, Ni, ... gebildet werden (Abb. 6.11).

6.2.5 Hertzsprung-Russel-Diagramm

In dem Hertzsprung-Russel-Diagramm (HRD) trägt man die absolute Helligkeit gegen die Oberflächentemperatur (entspricht einer Spektralklasse bei astronomischen Beobachtungen) von Sternen auf (Abb. 6.12). Die absolute Helligkeit ist die scheinbare (= beobachtete) Helligkeit, die man messen würde, wenn sich der Stern in einer Entfernung von 10 pc (also $10 \cdot 3.26$ Lichtjahren) befinden würde. Die Helligkeit wird in der Astronomie häufig in Magnituden angegeben:

$$m = -2.5 \cdot \log F/F_0, \quad (6.37)$$

wobei F die gemessene Flussdichte der elektromagnetischen Strahlung (oder eines Teils des Spektrums) und F_0 ein Referenzfluss mit $m = 0$ ist ($m = 0$ entspricht etwa der Helligkeit des Sterns Wega). Die absolute Magnitude wird dann berechnet zu:

$$M = m + 2.5 \cdot \log \left(\frac{(10 \text{ pc})^2}{r^2} \right). \quad (6.38)$$

Es mag gewöhnungsbedürftig sein, dass größere Magnituden kleineren Helligkeiten entsprechen.

Aus der absoluten Helligkeit läßt sich direkt die Leuchtkraft, die gesamte Strahlungsleistung des Sterns, bestimmen. Über das Stefan-Boltzmann-Gesetz sind Leuchtkraft, Oberfläche und Oberflächentemperatur eines Sterns in der Schwarzkörper-Näherung miteinander verbunden ($\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$):

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \quad (6.39)$$

Die meisten Sterne liegen auf der so genannten Hauptreihe, auf der die Leuchtkraft monoton mit der Temperatur ansteigt. Auf der Hauptreihe liegen die stabil Wasserstoff verbrennenden Sterne, die sich im wesentlichen nur durch ihre Massen unterscheiden. Die Leuchtkraft ist abhängig von der Masse, da in (6.39) sowohl R als auch T von der Masse abhängen. Empirische ergibt sich etwa:

$$L \sim M^{3.5} \quad (6.40)$$

Nach Ausbrennen des Wasserstoffs im Kern bewegen sich die Sterne je nach Masse auf unterschiedlichen Trajektorien, was im folgenden Abschnitt besprochen werden soll.

6.3 Stabilitätsgrenzen von Sternen

Wen die Energiegewinnung durch Fusion aufhört, abhängig von der Masse spätestens bei Eisen, müssen die Temperatur und der Druck sinken und der Stern wird kollabieren. Welches Schicksal er weiter erfährt, hängt von der Masse ab. Eine Übersicht der verschiedenen Entwicklungswege zeigt Abb. 6.13. Nur wenn der Stern eine Masse von mindestens 5 Sonnenmassen hat (abhängig vom Drehimpuls), kollabiert er ungebremst in ein Schwarzes Loch. Für geringere Massen wird der Kollaps durch den Entartungsdruck von Elektronen oder Neutronen abgebremst. Diese Endzustände der Sternentwicklung sollen in diesem Abschnitt diskutiert werden.

6.3.1 Elektronenentartungsdruck

Bei einem Gravitationskollaps können Dichten erreicht werden, die den Zustandsraum der Elektronen einschränken. Nach dem Pauli-Prinzip kann eine Elementarzelle h^3 des Phasenraums nur von einem Fermionzustand eingenommen werden. Wegen des statistische Gewichts $g_e = 2$ (2 Spinzustände) können sich also in einem Phasenraumelement bis zu zwei Elektronen aufhalten. Die Anzahl der Zustände bis zu dem Fermi-Impuls p_F ist deshalb:

$$N = g_e \frac{V}{h^3} \int_0^{p_F} 4\pi p^2 dp = \frac{g_e V}{3h^3} 4\pi p_F^3 \quad (6.41)$$

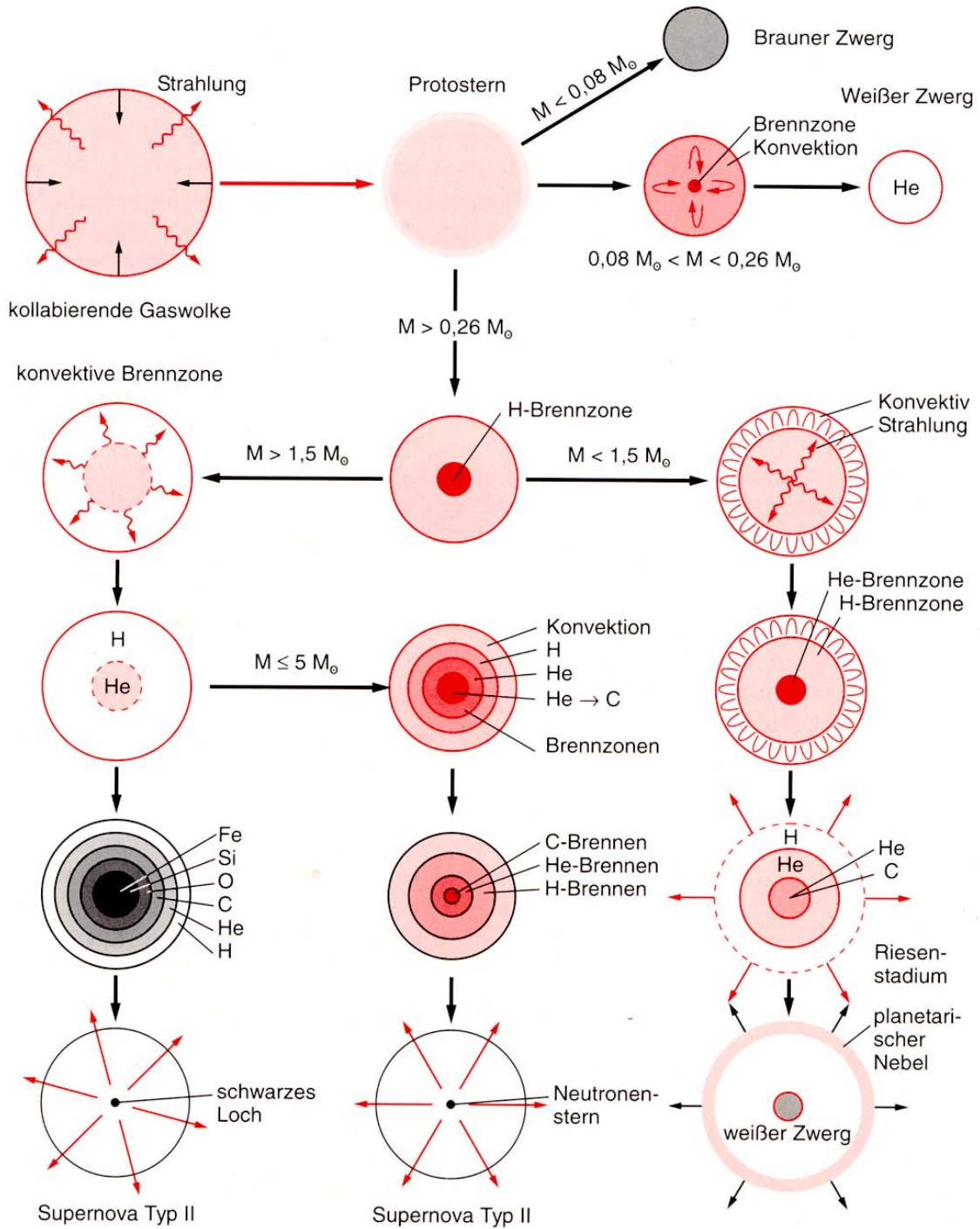


Abbildung 6.13: Entwicklungswege der Sterne in Abhängigkeit von ihrer Masse (aus [8]).

Für Elektronen ergibt sich

$$p_F = h \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{1/3}, \quad (6.42)$$

wobei $n = N/V$ die Elektronendichte ist.

Um einen Ausdruck für den Druck, der sich bei Einschränkung des Phasenraums aufbaut, zu erhalten, benutzen wir die Zustandsgleichungen im Anhang B.1, die den Zusammenhang zwischen Druck und Massen-/Energiedichte angeben. Dabei wird hier der Unterschied der Zustandsgleichungen für relativistische Teilchen verglichen mit der für nicht-relativistischen Teilchen besonders wichtig. Für die beiden Grenzfälle $v \rightarrow c$ und $v \rightarrow 0$ ergibt sich:

$$\begin{aligned} \text{relativistisch (R):} & \quad P = \frac{1}{3}\rho_R \\ \text{nicht-relativistisch (NR):} & \quad P = \frac{1}{3}\rho_m v^2 = \frac{2}{3}\rho_{NR} \end{aligned}$$

Dabei ist ρ_m die Massendichte, ρ_{NR} die Dichte der kinetischen Energie und ρ_R die Dichte der Strahlungsenergie. Der Druck wird hier mit dem großen Buchstaben P angegeben, was nicht mit einem Impuls p verwechselt werden sollte.

Damit erhalten wir im nicht-relativistischen Fall für die Dichte:

$$\rho_{NR} = \frac{E_{NR}}{V} = \int_0^{p_F} 8\pi p^2 \frac{p^2}{2m_e} \frac{dp}{h^3} = \frac{8\pi p_F^5}{10m_e h^3} \quad (6.43)$$

und damit für den Druck:

$$P_{NR} = \frac{2}{3} \frac{E_{NR}}{V} = \frac{8\pi p_F^5}{15m_e h^3} = \left(\frac{3}{8\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{5m_e} \cdot n^{5/3} \quad (6.44)$$

Im relativistischen Fall ($E \approx pc$) ergibt sich entsprechend für die Dichte:

$$\rho_R = \frac{E_R}{V} \approx \frac{pc}{V} = \int_0^{p_F} 8\pi p^2 p c \frac{dp}{h^3} = \frac{2\pi p_F^4 c}{h^3} \quad (6.45)$$

und damit für den Druck:

$$P_R = \frac{1}{3} \frac{E_R}{V} = \left(\frac{3}{8\pi} \right)^{1/3} \frac{hc}{4} \cdot n^{4/3} \quad (6.46)$$

Der Entartungsdruck P_R oder P_{NR} ist mit dem Gravitationsdruck und dessen Abhängigkeit von der Elektronendichte n zu vergleichen:

$$\begin{aligned} P_{grav} &= \frac{1}{3} \frac{E_{grav}}{V} = \frac{1}{3} \frac{1}{V} \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} = \frac{1}{5} \frac{GM^2}{\frac{4}{3}\pi R^4} \\ &= \frac{G}{5} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{1/3} M^{2/3} \left(\frac{m_p A}{Z} \right)^{4/3} n^{4/3} \end{aligned} \quad (6.47)$$

Dabei ist die Elektronendichte n aus der Massendichte ρ , der Gesamtmasse M und den Massen- und Ladungszahlen A , Z berechnet worden:

$$\rho = n \frac{A}{Z} m_p = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \implies R^4 = \left(\frac{M Z}{\frac{4}{3}\pi n A m_p} \right)^{4/3} \quad (6.48)$$

Als wichtiges Ergebnis halten wir fest:

$$\begin{aligned}
\text{relativistisch:} & \quad P_R \sim n^{4/3} \\
\text{nicht-relativistisch:} & \quad P_{NR} \sim n^{5/3} \\
\text{Gravitationsdruck:} & \quad P_{grav} \sim n^{4/3}
\end{aligned}$$

Im **nicht-relativistischen** Fall steigt der Entartungsdruck bei Kompression schneller als der Gravitationsdruck und damit ergibt sich ein **stabiler Endzustand**. Dagegen führt im **relativistischen** Fall die gleiche Abhängigkeit des Entartungsdruckes und des Gravitationsdruckes von der Elektronendichte zu einem **labilen Gleichgewicht**, das bei einer Störung zum Kollaps führt.

Da der Fermi-Impuls nach (6.42) ebenfalls von der Elektronendichte abhängt, gibt es eine kritische Dichte, bei der ein Übergang von nicht-relativistischen zu relativistischen Impulsen stattfindet und damit von einem stabilen Endzustand zu einem kollabierenden System. Für die folgende Abschätzung soll das relativistische Regime durch $p_F > m_e c$ festgelegt sein. Durch eine Kompression steigt p_F und kann bei ausreichender Gesamtmasse den kritischen Impuls $p_F = m_e c$ überschreiten. Die Grenzmasse, oberhalb der der Stern instabil wird, ist die Chandrasekar-Masse M_{Ch} , die wir im Folgenden berechnen wollen.

Die kritische Elektronendichte, bei der p_F relativistisch wird, ist:

$$p_F = h \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{1/3} = m_e c \implies n_{krit}^{-1/3} = \left(\frac{3}{8\pi} \right)^{1/3} \frac{h}{m_e c} \approx 0.5 \lambda_{Compton} \quad (6.49)$$

Das kritische Volumen pro Elektron ist also, wie erwartet, von der Größenordnung $O(\lambda_{Compton}^3)$. Für $P_{grav} = P_{NR}$ und $n = n_{krit}$ ergibt sich dann mit (6.44), (6.47) und (6.49) die kritische Grenzmasse:

$$M_{Ch} \approx \frac{3\sqrt{2}}{8\pi} \left(\frac{hc}{G} \right)^{3/2} \left(\frac{Z}{A m_p} \right)^2 = 4.91 \left(\frac{Z}{A} \right)^2 \cdot M_\odot \quad (6.50)$$

Dabei ist $Z/A \approx 1/2$. Mit einer etwas genaueren Abschätzung wird die **Chandrasekar-Masse** mit

$$M_{Ch} = 1.4 \cdot M_\odot \quad (6.51)$$

angegeben. Für $M > M_{Ch}$ kann der Elektronenentartungsdruck den Kollaps nicht aufhalten.

6.3.2 Weiße Zwerge

Für Sterne mit Massen kleiner als etwa $0.25 \cdot M_\odot$ endet die Energieerzeugung durch Fusion mit dem Wasserstoffbrennen, weil die Masse nicht ausreicht, durch gravitative Kontraktion die Temperatur genügend zu erhöhen, um Heliumbrennen zu starten. Diese Sterne leuchten beim Kontrahieren für relativ kurze Zeit als Weißer Zwerg auf, um dann als Schwarzer Zwerg zu enden.

Sterne in einem Massenbereich

$$0.25 \cdot M_\odot < M < M_{Ch} = 1.4 \cdot M_\odot \quad (6.52)$$

verbrennen den Wasserstoff relativ gleichmäßig von innen nach aussen, wobei ein Heliumkern stetig anwächst. Der Kern kühlt durch Strahlung ab und kontrahiert,

Tabelle 6.1: Zeitskala der Kernfusionsprozesse in einem Stern mit 25 Sonnenmassen.

Fusion of	Time to complete	Core temperature (K)	Core density (kg m^{-3})
H	7×10^6 yr	6×10^7	5×10^4
He	5×10^5 yr	2×10^8	7×10^5
C	600 yr	9×10^8	2×10^8
Ne	1 yr	1.7×10^9	4×10^9
O	0.5 yr	2.3×10^9	1×10^{10}
Si	1 day	4.1×10^9	3×10^{10}

wobei die Temperatur wieder ansteigt. Bei Sternen des betrachteten Massenbereiches wirkt dem Gravitationsdruck im wesentlichen der Entartungsdruck der Elektronen entgegen. Der Gasdruck der Ionen in dem Helium-Elektron-Plasma ist bis zu der Zündtemperatur des Heliums viel geringer als der Entartungsdruck:

$$P_{\text{Fermi}} \gg P_{\text{gas}}. \quad (6.53)$$

Dadurch führt das Zünden des Heliumbrennens nicht zur Expansion des Sterns (die durch die Temperaturerhöhung des Gases getrieben würde) und es kommt zu einer explosionsartigen Zündung ('Helium-Flash'), meistens begleitet von einem Ausstoßen der äußeren Hülle (Bildung 'planetarer Nebel' um den Stern). Wenn die Masse nicht ausreicht, um Kohlenstoffbrennen zu zünden (ab $M \approx M_{\odot}$), kontrahiert der Stern nach dem Ausbrennen des Heliums zu einem relativ heißen kleinen Stern, einem Weißen Zwerg, der im wesentlichen aus kristallisiertem Kohlenstoff besteht, was bei den Druck-Temperatur-Verhältnissen ein sehr großer Diamant ist.

6.3.3 Supernova (Typ II)

Schwere Sterne, oberhalb der Chandrasekar-Masse, können alle Stadien bis zur Eisenproduktion durchlaufen. Die einzelnen Stadien werden in immer schnellerer Folge durchlaufen bis zu einem explosiven Ende (Tabelle 6.1). Mit höheren Kernmassen bei der Verbrennung steigt die Temperatur und sorgt für ein Gleichgewicht zwischen Strahlungs- und Gasdruck einerseits und dem Gravitationsdruck andererseits. Durch die Verbrennung wächst der Eisenkern stetig an, bis er die Chandrasekar-Masse überschreitet und es zu einem Kollaps, der Supernova-Explosion, kommt. Eine solche Supernova, bei der der Kern kollabiert, wird dem Typ II zugeordnet.

Auslöser für den Kernkollaps ist eine Kühlung des Kerns durch Photodisintegration von Eisen und durch Wegtragen von Energie durch Neutrinos, die in inversen β -Zerfällen erzeugt werden.

Photodisintegration: Der Kern heizt sich auf über 10^{10} K auf, wodurch Photonenenergien oberhalb von 2.5 MeV, die für die Eisenspaltung erforderlich sind, erreicht werden. Über verschiedene Zwischenstufen kann Eisen letztlich wieder in Heliumkerne zerlegt werden:



Zur rechten Seite hin ist der Prozess endotherm, was durch Kühlung zu einer Beschleunigung des Kollapses führt. Schließlich kann auch noch das Helium endotherm in seine Bestandteile zerlegt werden:



Neutronisierung: Wenn durch die Kontraktion die Fermi-Impulse der Elektronen 0.8 MeV übersteigen, ist der inverse β -Zerfall begünstigt:



In Abschnitt 6.3.5 wird gezeigt, dass das Einstellen gleicher Fermi-Energien auf beiden Seiten der Reaktion (6.56) das Gleichgewicht bei wachsender Kontraktion auf die Seite der Neutronen schiebt. Wenn eine Dichte von $\rho_{Kern} \approx 10^{12} \text{ kg m}^{-3}$ erreicht wird, wird der Fermi-Impuls der Elektronen (6.42):

$$p_F = h \left(\frac{3Z\rho}{8\pi A m_p} \right)^{1/3} \approx 4 \text{ MeV} \quad (6.57)$$

und damit groß genug um den inversen β -Zerfall von Eisen mit einer Schwelle von 3.7 MeV auszulösen:



So werden zunehmend Elektronen und Protonen in Neutronen und Neutrinos umgewandelt. Die Kühlung durch Dissoziation und entweichende Neutrinos führt praktisch zu einem freien Fall mit mit einer Zeitkonstanten (6.20)

$$t_{ff} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}} \approx 0.1 \text{ s} \quad (6.59)$$

Schockwelle: Der Kollaps wird gestoppt, wenn die Dichte die nukleare Dichte erreicht und der Radius durch die dichte Packung der Nukleonen bestimmt ist:

$$R_{nukl} \approx r_0 A^{1/3} \quad (6.60)$$

Zum Beispiel ergibt sich für $M = 1.4 M_\odot$ eine Nukleonenzahl $A = M/m_p = 1.9 \cdot 10^{57}$ und damit ein Radius $R \approx 15 \text{ km}$. Die Dichte ist dann:

$$\rho_{Kern} = \rho_{nukl} = \frac{3m_p}{4\pi r_0^3} \approx 2 \cdot 10^{17} \text{ kg m}^{-3} \quad (6.61)$$

Wenn die Dichte $\rho_{Kern} \approx 2 \dots 3 \cdot \rho_{nukl}$ erreicht hat, wird der Kollaps hart gestoppt und es läuft eine Schockwelle zurück. Das Zurücklaufen der Schockwelle durch das einfallende Material erzeugt die gigantischen optischen Phänomene, die ein Supernova in unserer Galaxis auch am Tage sichtbar machen würden. Trotzdem macht die Energie der emittierten elektromagnetischen Strahlung nur etwa 1% der aus der Graviationsenergie freiwerdenden Energie aus, der überwiegende Teil geht in die Neutrinos. In der Schockwelle findet auch die Nukleosynthese der Elemente, die schwerer als Eisen sind, statt.

Neutrinoemission: Die Gravitationsenergie, die durch den Kollaps frei wird, ist etwa:

$$\Delta E_{grav} \approx \frac{3 GM^2}{5 R_{nukl}} = \frac{3 GA^2 m_p^2}{5 r_0 A^{1/3}} = \frac{3 GA^{5/3} m_p^2}{5 r_0} = 3 \cdot 10^{46} \text{ J} = 1.8 \cdot 10^{56} \text{ MeV} \quad (6.62)$$

Das entspricht etwa 100 MeV pro Nukleon und einem Massendefizit von etwa 10%.

Die Neutrinos aus den inversen β -Zerfällen (6.56, 6.58) tragen etwa 5% von ΔE_{grav} weg. Allerdings wird die Emission verzögert, weil bei einer Dichte $\rho > 10^{15} \text{ kg m}^{-3}$ selbst für Neutrinos die Materie undurchlässig wird (siehe die Abschätzung weiter unten). Damit kann für eine kurze Zeit die Energie nicht effizient abgeführt werden und es können durch hochenergetische Photonen über e^+e^- -Paarproduktion Neutrinos aller Flavors erzeugt werden:

$$\gamma \leftrightarrow e^+ + e^- \leftrightarrow \nu_i + \bar{\nu}_i, \quad i = e, \mu, \tau \quad (6.63)$$

Die Neutrinos werden von einer ‘Neutrinosphäre’, die nur wenige Meter dick ist, ‘abgedampft’. Das soll im Folgenden etwas quantitativer diskutiert werden: Für die Wechselwirkung der Neutrinos in der Materie nehmen wir als typischen schwachen Wirkungsquerschnitt zum Beispiel den für Elektronneutrinos:

$$\sigma(\nu_e + n \rightarrow p + e^-) = \frac{G_F^2 (\hbar c)^2}{\pi} (1 + 3g_A^2) E_\nu^2 \approx 10^{-43} \left(\frac{E_\nu}{\text{MeV}} \right)^2 \text{ cm}^2 \quad (6.64)$$

Die Neutrinoenergien sind von der Größenordnung 10 MeV. Für $E_\nu = 20 \text{ MeV}$ und eine Dichte von $\rho = 2 \cdot 10^{17} \text{ kg m}^{-3}$ ergibt sich eine mittlere freie Weglänge

$$\lambda = \frac{1}{\sigma n} = \frac{1}{\sigma N_A \rho} = \frac{900}{(E_\nu/\text{MeV})^2} \text{ m} \approx 2 \text{ m}. \quad (6.65)$$

Für μ - und τ -Neutrinos ist λ etwas länger, aber von ähnlicher Größenordnung. Bei thermischem Gleichgewicht der Prozesse (6.63) diffundieren die Neutrinos über viele Wechselwirkungsprozesse aus dem Kern. Bei ‘random walk’ ist der gesamte zurückgelegte Weg $\lambda \cdot N$ bei N Streuungen, aber die mittlere Entfernung vom Ausgangspunkt nur $\lambda \cdot \sqrt{N}$. Daraus lässt sich zum Beispiel die mittlere Diffusionszeit aus der Mitte des Kerns abschätzen:

$$R = \lambda \sqrt{N} \implies N = \frac{R^2}{\lambda^2} \quad (6.66)$$

Dann erhält man für den tatsächlich zurückgelegten Weg und die dafür notwendige Zeit:

$$N \cdot \lambda = \frac{R^2}{\lambda} \implies t = \frac{R^2}{\lambda c} \approx 0.4 \text{ s}. \quad (6.67)$$

Die Energieabgabe durch die Neutrinos aller drei Flavors erstreckt sich etwa von 0.1 bis 10 s, die Energie ist im Mittel $\bar{E}_\nu \approx 15 \text{ MeV}$ und insgesamt ist der Anteil der Neutrinos an der emittierten Gesamtenergie etwa 99%, weniger als 1% ist optisch sichtbar.

Abbildung 6.14 zeigt die gemessene Lichtkurve der 1987 in der Großen Magelanschen Wolke beobachtete Supernova (SN1987A). Der langsame Abfall der Helligkeit kommt von dem radioaktiven Zerfall schwerer Elemente, die in der Supernova-Explosion gebildet werden. Erst in diesem Endstadium des Sterns können die schweren Elemente oberhalb von Eisen erzeugt werden. Das Vorkommen dieser Elemente

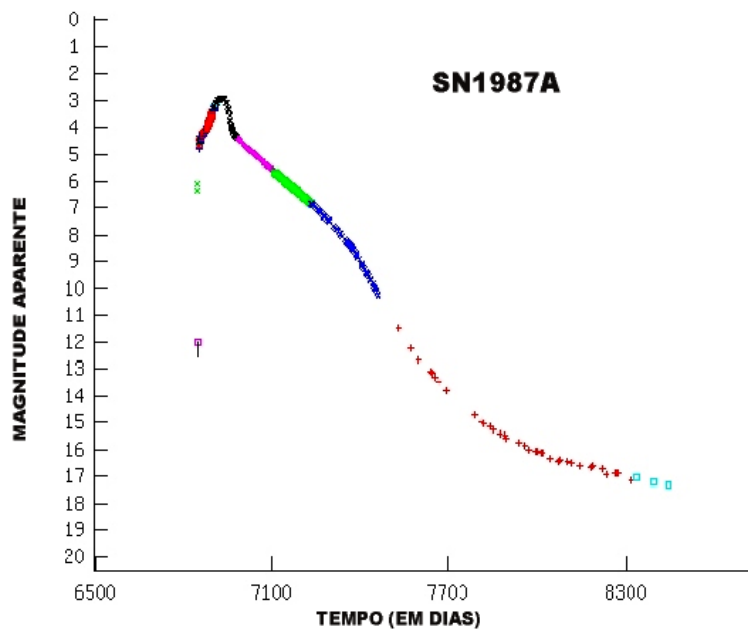


Abbildung 6.14: Scheinbare Helligkeit der Supernova SN1987A als Funktion der Zeit (in Tagen).

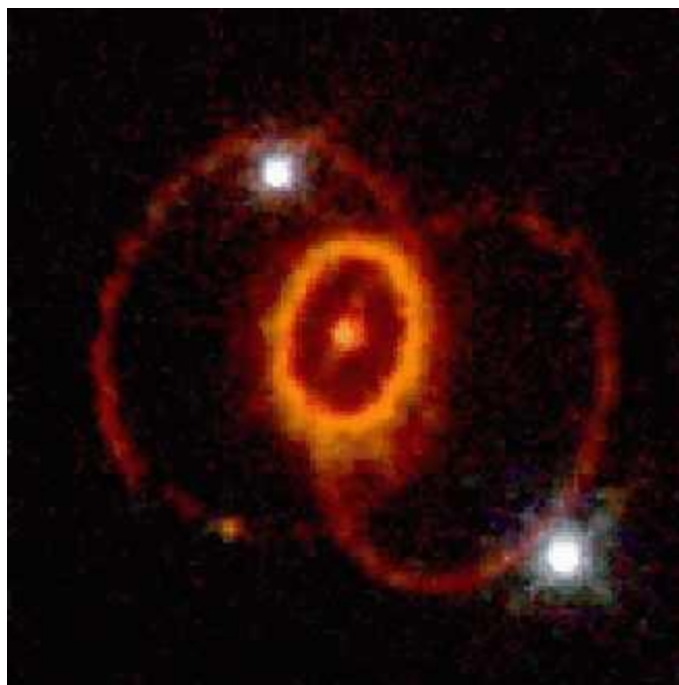


Abbildung 6.15: Aufnahme der Supernova SN1987A etwa 7 Jahre nach der Explosion durch das Hubble-Teleskop.

auf der Erde weist darauf hin, dass sich das Sonnensystem zumindest zum Teil aus Supernova-Resten gebildet hat.

SN1987A wurde in der Großen Magellanschen Wolke etwa 170 000 Lichtjahre von uns entfernt beobachtet. Auf der Erde dürften etwa 10^{10} Neutrinos pro cm^2 angekommen sein. Davon sind etwa 10 von den beiden Detektoren Kamiokande und IMB nachgewiesen worden. Das ist der bisher erste und letzte Nachweis von Neutrinos mit Ursprung ausserhalb des Sonnensystems. Eine Supernova-Explosion in unserer Galaxis, deren Häufigkeit zu 1 bis 3 pro Jahrhundert abgeschätzt wird, würde sehr starke Signale in Neutrinodetektoren erzeugen, selbst in den auf hohe Energien spezialisierten Detektoren wie IceCube und ANTARES.

Bei der Diskussion von kosmischen Beschleunigern im nächsten Kapitel werden wir auf die Bedeutung der von einer Supernova auslaufenden Schockwelle zurückkommen. In Abb. 6.15 ist eine Aufnahme von SN1987A aus dem Jahre 1994 durch das Hubble-Teleskop gezeigt. Der innere helle Ring wird als die Schockwelle interpretiert, die Interpretation der beiden äußeren Ringe ist nicht ganz klar.

6.3.4 Supernova (Typ Ia)

Supernovae vom Typ Ia sollen hier zumindest kurz erwähnt werden, auch wenn wir nicht sehr ins Detail gehen wollen. Dieser Typ ist von besonderem Interesse, weil er durch eine anscheinend universelle Lichtkurve charakterisiert ist (Abb. 6.16), was es erlaubt, solche Supernovae als Standardkerzen zu verwenden und damit die Entfernung zu bestimmen.

Man nimmt an, dass Supernovae vom Typ Ia aus einem Binärsystem aus einem Weißen Zwerg und einem Begleiter (zum Beispiel ein Roter Riese) entstanden sind. Der Weiße Zwerg akkretiert solange Masse von dem Begleiter (Abb. 6.17) bis seine Masse die Chandrasekar-Masse erreicht hat. Es kommt dann innerhalb von Sekunden zur Fusion bis Nickel und Eisen.

Durch die Messung von Supernovae Ia bei großer Rotverschiebung ist in jüngster Zeit eine beschleunigte Expansion des Universums analysiert worden (Abb. 2.19). Die Daten sind am besten mit einer kosmologischen Konstante entsprechend $\Omega_\Lambda \approx 0.7$ verträglich. Dieses Ergebnis wird auch von den CMB-Messungen unterstützt (siehe dazu Abschnitt 2.5.5).

6.3.5 Neutronensterne und Pulsare

Wir hatten in Abschnitt 6.3.3 gesehen, dass bei einer Supernova-Explosion bevorzugt Neutronen durch inversen β -Zerfall entstehen. Oberhalb der Chandrasekar-Masse von etwa $1.4 M_\odot$ ist der Entartungsdruck der Elektronen nicht mehr ausreichend, während der Entartungsdruck der Neutronen wegen der kleineren Compton-Wellenlänge mindestens bis $5 M_\odot$ (mit Drehimpuls höher) dem Gravitationsdruck standhält. In dem angegebenen Massenbereich sind deshalb Neutronensterne die Endstadien von Sternen nach einer Supernova-Explosion.

In einem Neutronenstern stellt sich ein Gleichgewicht zwischen dem Neutronzerfall und dem inversen β -Zerfall ein, wenn die Fermi-Energien von Neutronen und Elektronen etwa gleich sind:

$$E_F(n) \approx E_F(e) \quad (6.68)$$

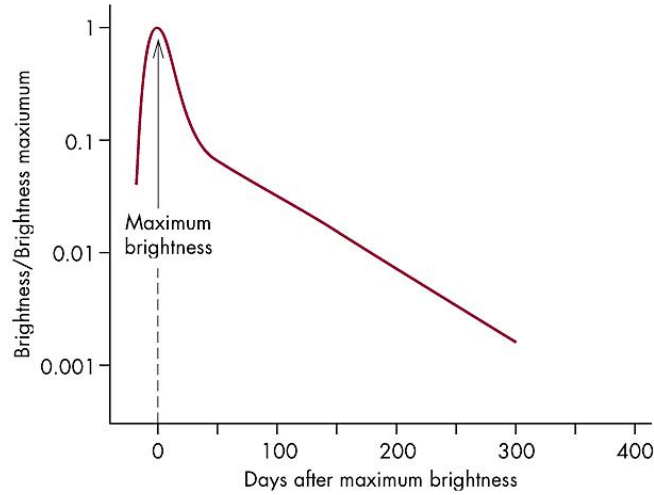


Abbildung 6.16: Lichtkurve einer Supernova vom Typ Ia.

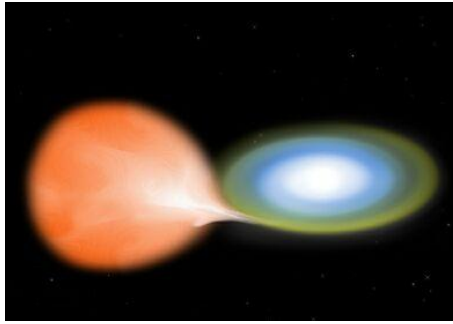


Abbildung 6.17: Darstellung eines Binärsystems, dass zu einer Supernova Ia führt.

Die Protonen tragen hier wenig bei, weil sie durch Ladungserhaltung an die Anzahl der Elektronen, die bei der gegebenen Dichte eine viel höhere Fermi-Energie haben, gebunden sind und die Neutrinos entweichen dem betrachteten Zustandsvolumen. Für eine Dichte $\rho = 2 \cdot 10^{17} \text{ kg m}^{-3}$ entsprechend einer Neutronendichte von $n_n = 1.2 \cdot 10^{44} \text{ m}^{-3}$ ergibt sich für die Neutronen mit (6.42) ein Fermi-Impuls:

$$p_F^n = h \left(\frac{3n_n}{8\pi} \right)^{1/3} \approx 300 \text{ MeV}/c \quad (6.69)$$

Daraus ergibt sich die Fermi-Energie in dem hier vorliegenden nicht-relativistischen Fall:

$$E_F^n = \frac{p_F^{n2}}{2m_n} = 48 \text{ MeV} \quad (6.70)$$

Die Fermi-Energie der Elektronen ist relativistisch zu berechnen:

$$p_F^e \cdot c = E_F^e \approx E_F^n = 48 \text{ MeV} \quad (6.71)$$

Damit läßt sich nun das Verhältnis der Elektron- und Neutrondichten bestimmen:

$$\frac{p_F^e}{p_F^n} = \frac{48}{300} = \left(\frac{n_e}{n_n} \right)^{1/3} \implies n_e \approx 0.004 \cdot n_n \quad (6.72)$$

Das heißt: Weil der Fermi-Impuls der Neutronen viel höher ist, können viel mehr Neutronenzustände im Phasenraum besetzt werden. Mit $n_e = n_p$ (wegen Ladungserhaltung) folgt, dass Protonen und Elektronen weniger als 1% der Masse eines Neutronensterns ausmachen.

Eigenschaften eines Neutronensterns: Aus der Masse $M/m_n = A$ und der Dichte der Kernmaterie folgt die **Größe** eines Neutronensterns:

$$R \leq r_0 A^{1/3} \approx 10 \dots 15 \text{ km} \quad (6.73)$$

Die Erhaltung des **Drehimpulses** bei dem Kollaps des Muttersterns ergibt (I_i = Trägheitsmoment):

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2; \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} \implies \omega_2 = \frac{R_1^2}{R_2^2} \omega_1 \quad (6.74)$$

Mit den entsprechenden Größen von Sternen ergeben sich Perioden in der Größenordnung von Millisekunden. Geringere Perioden treten nicht auf, weil zu hohe Rotationsgeschwindigkeiten den Neutronenstern zerreißen würden. Die Bedingung, dass die Zentrifugalbeschleunigung kleiner als die Gravitationsbeschleunigung sein soll, bedeutet:

$$\omega^2 R < G \frac{M}{R^2} \implies T > 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}} \quad (6.75)$$

Mit einem typischen Radius von etwa 10 km und einer Masse von wenigen Sonnenmassen ergibt sich für die Periode:

$$T > O(1 \text{ ms}) \quad (6.76)$$

Der Fluss des **Magnetfeldes** des Muttersterns bleibt erhalten:

$$\phi_1 = \phi_2 \implies B_1 R_1^2 = B_2 R_2^2 \implies B_2 = B_1 \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \approx B_1 \cdot 10^{11} \quad (6.77)$$

Das heißt, dass Neutronensterne ein riesiges Magnetfeld haben können. Zum Beispiel ergibt sich für $B_1 = 10^{-2} \text{ T}$ ein Feld von $B_2 = 10^9 \text{ T}$.

Pulsare: Im allgemeinen sind die Rotationsachse und die Dipolachse des Magnetfeldes eines Neutronensterns nicht ausgerichtet, sondern mit einem Öffnungswinkel θ gegeneinander geneigt (Abb. 6.18). Wenn der Neutronenstern bevorzugt in Richtung der Magnetfeldachse abstrahlt, sieht man, bei entsprechender Ausrichtung, auf der Erde eine mit der Rotationsperiode pulsierende Strahlung. Deshalb wurden diese Objekte Pulsare genannt. Pulsare sind mit Perioden von etwa 1 ms bis etwa 10 s beobachtet worden (Abb. 6.19). Sie häufen sich in der galaktischen Ebene, was auf ihren galaktischen Ursprung hinweist (Abb. 6.20).

Zum Beispiel wird in dem Krebsnebel (Abb. 3.3), der von einer Supernova-Explosion im Jahre 1054 stammt, ein Pulsar mit $\omega = 190/\text{s}$ beobachtet. Die Rotationsgeschwindigkeit nimmt mit einer Rate von $\dot{\omega} = -2.4 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-2}$ ab. Diesen

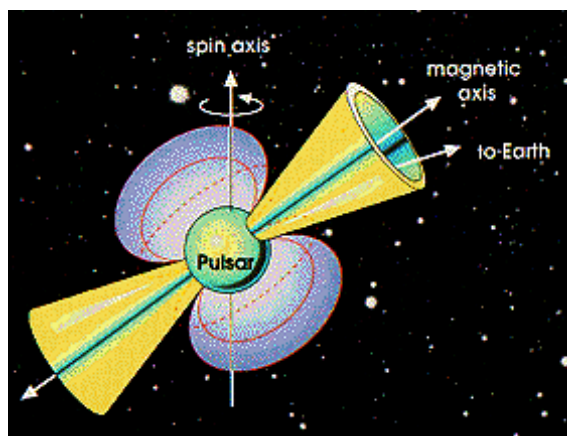


Abbildung 6.18: Neutronenstern, bei dem die Rotationsachse und die Dipolachse des Magnetfeldes gegeneinander geneigt sind.

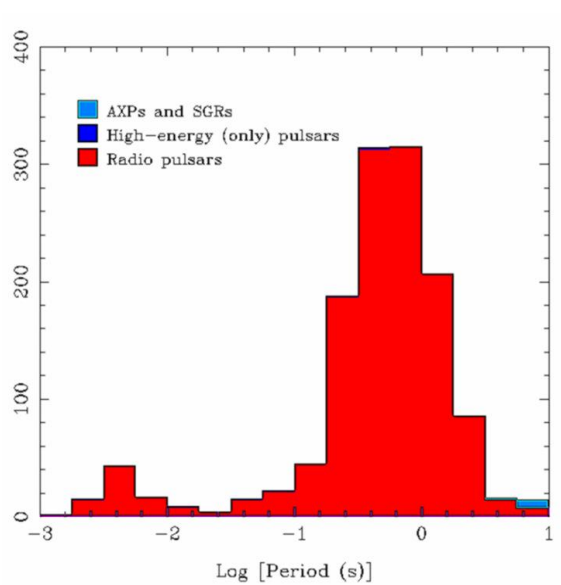


Abbildung 6.19: Verteilung der Perioden der beobachteten Pulsare.

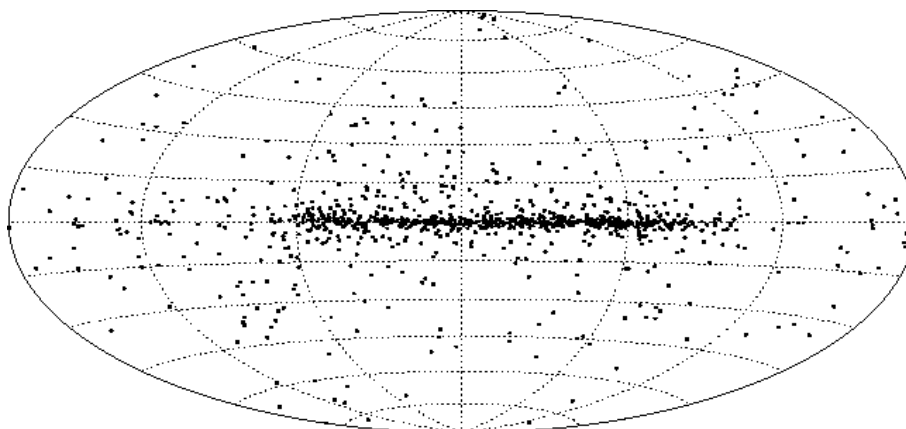


Abbildung 6.20: Verteilung der bekannten Pulsare.

'Spin-Down' kann man näherungsweise durch die Abstrahlung eines rotierenden magnetischen Dipols μ erklären. Die abgestrahlte Leistung für ein Dipolmoment p_m , das mit der Drehachse einen Winkel θ einschließt, ist:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\mu_0}{6\pi c^3} p_m^2 \omega^4 \sin^2 \theta = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} I \omega^2 \right) = I \omega \dot{\omega} \quad (6.78)$$

Daraus ergibt sich:

$$\dot{\omega} \sim \omega^3 \quad (6.79)$$

Mit dieser Beziehung zwischen Spin-Down und Rotationsfrequenz ergibt sich zum Beispiel für die Parameter des Pulsars im Krebsnebel ein konsistentes Bild (siehe Übungsaufgabe).

6.3.6 Schwarze Löcher

Neutronensterne werden durch den Entartungsdruck der Neutronen stabil gehalten. Das ist aber auch nur bis zu einer maximalen Masse, M_{max} , die der Chandrasekarmasse im Falle des Elektronenentartungsdrucks entspricht, möglich. In der Formel (6.50) muss nur $Z = A$ gesetzt werden (in der relativistischen Näherung gibt es keine Massenabhängigkeit mehr), um die Stabilitätsgrenze eines Neutronsterns zu berechnen:

$$M_{max} \approx \frac{3\sqrt{2}}{8\pi} \left(\frac{hc}{G} \right)^{3/2} \left(\frac{Z}{A m_p} \right)^2 \approx 5 \cdot M_\odot \quad (\text{ohne Drehimpuls}). \quad (6.80)$$

Bei Berücksichtigung der mit einem Drehimpuls verbundenen Zentrifugalkraft kann diese Grenze sich bis etwa $20 \cdot M_\odot$ verschieben. Wenn die Sternmasse die Grenzmasse überschreitet, gibt es nichts mehr, was den gravitativen Kollaps aufhält und die Masse kontrahiert zu einer Singularität, dem Schwarzen Loch. Die Möglichkeit einer solchen Singularität wird auch von den Einstein-Gleichungen vorhergesagt.

Die Eigenschaften eines Schwarzen Loches sind durch Masse, Drehimpuls und Magnetfeld festgelegt. Von einem Schwarzen Loch kann man außen kein Signal empfangen. Der **Schwarzschild-Radius** legt die Kugelschale um ein Schwarzes Loch fest, innerhalb der kein Signal, insbesondere auch kein Licht, nach außen dringen kann (siehe auch Gleichung (2.50) in Abschnitt 2.2.2). Die Einstein-Gleichungen ergeben für den Schwarzschild-Radius:

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (6.81)$$

In den Zentren von Galaxien scheinen sich in der Regel schwarze Löcher gebildet zu haben. Insbesondere scheinen die enormen Luminositäten von Aktiven Galaktischen Kernen (AGN) von der Akkretion von Massen durch ein Schwarzes Loch herzurühren. Im Zentrum unserer Milchstraße wird ein Schwarzes Loch mit einer Masse von etwa $3.7 \cdot 10^6 \cdot M_\odot$ mit der Radioquelle Sagittarius A* assoziiert. Dieses Schwarze Loch erscheint allerdings relativ ruhig, wahrscheinlich weil es in seiner Umgebung bereits die Sterne verschluckt hat. Man glaubt deshalb auch, dass AGNs jüngere Galaxien sind.

Kapitel 7

Beschleunigungsmechanismen

Das gemessene Spektrum der Kosmischen Strahlung (Abb. 3.4) erstreckt sich bis zu Energien von mehr als 10^{20} eV. Solche Energien können nicht mehr thermischen Ursprungs sein. Die Quellen für die hochenergetische Strahlung müssen deshalb kosmische Beschleuniger sein und/oder exotischere Phänomene, wie die Zerfälle bisher unbekannter Teilchen mit Massen, die größer als die bisher beobachteten CR-Energien sind.

Als Kandidaten für kosmische Teilchenbeschleuniger werden Phänomene diskutiert, bei denen ein besonders hoher Energieumsatz beobachtet wird:

- Schockwellen von Supernovae;
- Pulsare;
- Aktive Galaktische Kerne (AGN);
- Schwarze Löcher;
- Gammastrahlungsausbrüche (gamma ray bursts, GRB);
- ...

Mit dem Verständnis kosmischer Beschleuniger steht man noch ganz am Anfang. Die theoretische Basis ist die Magnetohydrodynamik heißer Plasmen und die Feldgleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie (zum Beispiel bei Schwarzen Löchern). Die im Allgemeinen sehr komplizierten Gleichungen versucht man, numerisch zu lösen. Häufig ergeben sich aber bisher nur Abschätzungen für die Größenordnungen der umgesetzten Energien und Plausibilitätsargumente für Beschleunigungsmechanismen.

7.1 Gesamtenergie der Kosmischen Strahlung

Um die Größenordnung der notwendigen Beschleunigungsleistungen zu sehen, vergleichen wir die Leistung, mit der die CR in der Milchstraße erzeugt werden muß, mit der Leistung von Supernovae-Explosionen. Die CR wird durch die galaktischen Magnetfelder ($O(10^{-10}$ T)) in der Milchstraße gehalten (siehe Abschnitt 3.4.2 ‘Das galaktische Magnetfeld’). Mit folgenden Zahlenwerten läßt sich die notwendige Beschleunigungsleistung für die galaktische kosmische Strahlung berechnen:

$$\begin{aligned}
\rho_E^{CR} &\approx 0.5 \text{ MeV/m}^3 && \text{CR-Energiedichte in der Galaxis} \\
\tau_G^{CR} &\approx 10^7 \text{ Jahre} && \text{Verweilzeit der CR in der Galaxis} \\
V_G &\approx 10^{61} \text{ m}^3 && \text{Volumen der Galaxis } (r \approx 15 \text{ kpc}, h \approx 0.5 \text{ kpc})
\end{aligned}$$

Daraus berechnet sich die notwendige Beschleunigungsleistung für die galaktische kosmische Strahlung:

$$L_{CR} = \frac{V_G \cdot \rho_E^{CR}}{\tau_G^{CR}} \approx 3 \cdot 10^{33} \text{ J/s} \quad (7.1)$$

Die Gesamtleistung von Supernova-Explosionen schätzen wir mit folgenden Zahlenwerten ab:

$$\begin{aligned}
\tau_G^{SN} &\approx 30 - 50 \text{ Jahre} && \text{mittlere Zeit zwischen SN-Explosionen in der Milchstraße} \\
E^{SN} &\approx 3 \cdot 10^{46} \text{ J} && \text{Energie pro SN-Explosion}
\end{aligned}$$

Damit ergibt sich die Gesamtleistung der Supernova-Explosionen in der Milchstraße:

$$L_{SN} = \frac{E^{SN}}{\tau_G^{SN}} \approx 3 \cdot 10^{35} \text{ J/s} \quad (7.2)$$

Es ist durchaus denkbar, dass in Supernova-Explosionen Teilchen mit 1% Effizienz beschleunigt werden können und damit die Gesamtenergie der galaktischen CR erklärbar wäre. Es zeigt sich auch, dass das beobachtete Potenzgesetz im Energiespektrum zumindest für Energien bis zum Knie von Modellen für Beschleunigungsmechanismen in SN-Resten reproduziert wird (siehe Abschnitt 7.4).

7.2 Magnetfelder und Plasmen

Die Modelle für kosmische Beschleunigungsmechanismen benutzen in der Regel Magnetfelder, die in Plasmen eingeschlossen sind. Ohne hier in die Details der Magnetohydrodynamik einzugehen, werden wir im Folgenden einige für das Verständnis wichtige Prinzipien besprechen.

7.2.1 Magnetische Spiegel und Flaschen

Statisches homogenes Magnetfeld: In einem statischen homogenen Magnetfeld führt die Lorentz-Kraft

$$\vec{F} = ze(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (7.3)$$

zu einer Helix-Teilchenbahn mit konstanter Steigung und einem konstanten Radius (Gyroradius) in der Projektion senkrecht zu dem Magnetfeld (Abb. 7.1). Mit der lorentz-invarianten Definition des Impulses

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v} \quad (7.4)$$

ergibt sich die lorentz-kovariante Form von (7.3):

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{ze}{\gamma m} (\vec{p} \times \vec{B}) \quad (7.5)$$

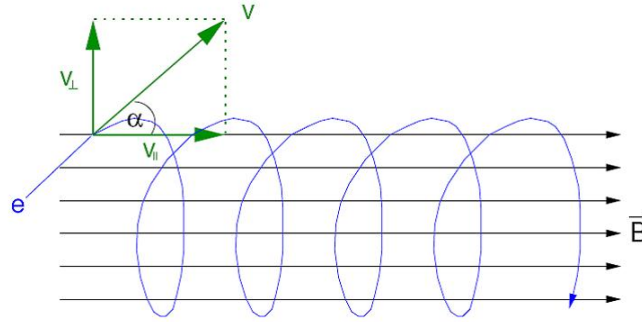


Abbildung 7.1: Teilchenbahn in einem homogenen Magnetfeld.

Die Lösungen sind:

$$p_{\parallel} = \text{const} \quad (7.6)$$

$$p_T = r_G \omega_c \gamma m \quad (7.7)$$

mit der Zyklotronfrequenz

$$\omega_c = \frac{zeB}{\gamma m} \quad (7.8)$$

und dem Gyroradius

$$r_G = \frac{p_T}{zeB}. \quad (7.9)$$

Langsam veränderliches Magnetfeld: Es sollen jetzt Teilchenbewegungen in Magnetfeldern, die sich räumlich und/oder zeitlich langsam verändern, besprochen werden. ‘Langsam’ bedeutet hier:

$$\vec{B} \approx \text{const} \quad \text{über einen Umlauf}, \quad (7.10)$$

so dass sich quasi-periodische Bewegungen mit adiabatischen Änderungen ergeben. Im Weiteren verwenden wir den Formalismus der klassischen Mechanik:

Seien q_i, p_i kanonisch konjugierte Variable und q_i zyklisch (das heißt, die Hamilton-Funktion hängt nicht explizit von q_i ab, $\partial H / \partial q_i = 0$), dann ist das folgende Integral über einen geschlossenen Weg invariant gegenüber adiabatischen Veränderungen:

$$J_i = \oint p_i dq_i = \text{const} \quad (7.11)$$

Wir betrachten den Ortsvektor \vec{r}_T und den generalisierten Impuls \vec{P}_T in der Ebene senkrecht zu \vec{B} , mit

$$\vec{P}_T = \vec{p}_T + ze\vec{A} \quad (\vec{B} = \nabla \times \vec{A}). \quad (7.12)$$

Die Variablen $r = |\vec{r}_T|$, P_T sind kanonisch konjugiert und r ist zyklisch. Dann ist das folgende geschlossene Wegintegral invariant:

$$J = \oint \vec{P}_T d\vec{r}_T = \oint \vec{p}_T d\vec{r}_T + ze \underbrace{\oint \vec{A} d\vec{r}_T}_{\int \vec{B} d\vec{a}} \quad (7.13)$$

$$= 2\pi r \underbrace{p_T}_{r zeB} - zeB \pi r^2 = ze \pi r^2 B \quad (7.14)$$

$$= ze \phi_m \quad (7.15)$$

Daraus folgt, dass der magnetische Fluss ϕ_m durch eine in der Projektion senkrecht zum Magnetfeld geschlossene Teilchenbahn konstant ist:

$$\phi_m = \pi r^2 B = \text{const} \quad (7.16)$$

Mit (7.9) ergibt sich schließlich die wichtige Erhaltungsgröße:

$$\frac{p_T^2}{B} = \text{const} \quad (7.17)$$

Anwendungen:

1. $|\vec{B}| = \text{const}$; Feldlinien gekrümmt: Teilchen spiralt um Feldlinie (Abb. 7.2), wodurch die Kurve einen konstanten Fluss, $\phi_m = \text{const}$ einschließt. Es sei an-

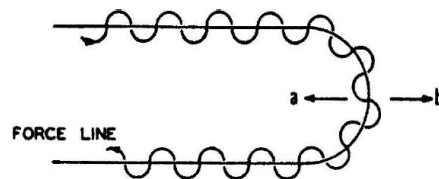


Abbildung 7.2: Darstellung einer Teilchenbahn, die einer gekrümmten B-Feldlinie folgt (Aus: E. Fermi, "On the Origin of the Cosmic Radiation", Physical Review 75 (1949) 1169).

gemerkt, dass zum Beispiel Elektronen durch Synchrotronstrahlung den Impuls transversal zu der Feldlinie verlieren, deshalb sehr bald genau entlang der Feldlinie laufen und dann die Krümmungsstrahlung, wie in Abschnitt 4.5 besprochen, abstrahlen.

2. Konvergierende Feldlinien, magnetische Flasche, magnetischer Spiegel: Aus

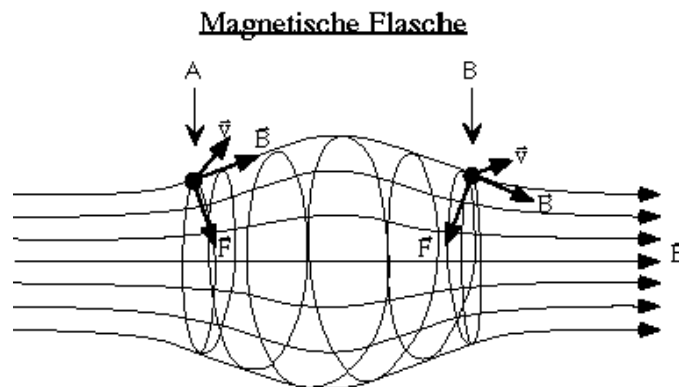


Abbildung 7.3: Magnetische Flasche.

dem Erhaltungssatz (7.17) leitet man für die magnetische Flasche in Abb. 7.3 ab: In der Mitte der (hier, oBdA, symmetrischen) Flasche ist das Magnetfeld minimal und damit auch p_T minimal und damit p_{\parallel} maximal. An den Enden ist das Feld und damit auch p_T maximal und damit p_{\parallel} minimal. Wenn bei maximalem Feld der Transversalimpuls größer als der (erhaltene) Gesamtimpuls

werden würde, $p_{Tmax} > p$, gibt es einen Umkehrpunkt mit $p_{Tmax} = p$ und das Teilchen läuft zurück. Das Prinzip der magnetischen Spiegel oder Flaschen wird zum Einschluß von Plasmen in Kernfusionsanlagen angewendet. Es ist auch für die Oszillation von Ionen und Elektronen zwischen den magnetischen Polen der Erde im Van Allen-Gürtel verantwortlich.

7.2.2 Einschluß von Magnetfeldern in Plasmen

Zeitliche Änderungen eines Magnetfeldes in einem Plasma mit guter Leitfähigkeit σ werden stark durch die Gegenwirkung der induzierten Felder gehemmt. Wir wollen uns das an einem einfachen Beispiel (aus Gerthsen, Kap. 8.4), das aber das Wesentliche enthält, klarmachen.

Wir betrachten ein homogenes Magnetfeld \vec{B} in einem langen Plasmaschlauch mit Radius $r = R$, dessen zeitliche Änderung $\dot{\vec{B}}$ parallel zu \vec{B} verlaufen soll. Auf einem kreisförmigen Weg mit Radius r wird ein elektrisches Feld induziert:

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int (\vec{B} d\vec{a}) \implies |\vec{E}| 2\pi r = \pi r^2 |\dot{\vec{B}}| \implies |\vec{E}| = \frac{1}{2} r |\dot{\vec{B}}| \quad (7.18)$$

Das Feld führt zu einem Ringstrom,

$$|\vec{j}| = \sigma |\vec{E}| = \frac{1}{2} \sigma r |\dot{\vec{B}}|, \quad (7.19)$$

der wiederum ein Magnetfeld induziert:

$$B_{ind} = -\frac{1}{4} \mu_0 \sigma R^2 \dot{B} \quad (7.20)$$

Das Minus-Zeichen bedeutet, dass B_{ind} der Änderung \dot{B} entgegenschlägt. Wenn das Magnetfeld gerade von der Magnetfeldänderung erzeugt wird, erhält man die Differentialgleichung

$$\dot{B} = -\frac{1}{\tau_M} B \quad \text{mit} \quad \tau_M = \frac{1}{4} \mu_0 \sigma R^2 \quad (7.21)$$

Das Magnetfeld kann sich also nicht schneller ändern als:

$$B(t) = B_0 e^{t/\tau_M} \quad (7.22)$$

Auf die Ladungen in dem Ringstrom wirkt die Lorentz-Kraft, wodurch ein 'magnetischer Druck' P_m von außen auf das Plasma wirkt, der bei schneller Feldänderung mit der Zeitkonstante τ_M etwa der Energiedichte des Magnetfeldes entspricht:

$$P_m \approx j B R \approx \sigma R^2 B \dot{B} \approx \frac{B^2}{\mu_0}. \quad (7.23)$$

Falls der magnetische Druck viel größer als der Gasdruck ist,

$$P_m \gg P_{gas}, \quad (7.24)$$

was im interstellaren Raum häufig der Fall ist, breiten sich Störungen nicht mehr mit der üblichen Schallgeschwindigkeit aus, sondern mit der Geschwindigkeit der magnetohydrodynamischen ‘Alfvén-Wellen’:

$$c_{\text{Alfvén}} = \sqrt{\frac{P_m}{\rho}} \approx \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \rho}} B \quad (7.25)$$

Die typische Zeit, in der Plasma sich aus dem Schlauch (oder allgemeiner einem Gebiet der typischen Ausdehnung R) bewegen kann ist:

$$\tau_P = \frac{R}{c_{\text{Alfvén}}} \approx \frac{R}{B} \sqrt{\rho \mu_0}. \quad (7.26)$$

Wenn die Alfvén-Bedingung

$$\tau_P \ll \tau_M \implies \sqrt{\rho} \ll B \sqrt{\mu_0} \sigma R \quad (7.27)$$

erfüllt ist, wird das Magnetfeld vom Plasma mitgezogen, man sagt: das Magnetfeld ist im Plasma ‘eingefroren’. Für Parameter von Sternen werden die Dämpfungszeiten der Magnetfelder größer als das Alter des Universums; für Sonnenflecken ergeben sich etwa 1000 Jahre (hier spielen aber noch andere Effekte eine Rolle).

7.3 Fermi-Beschleunigung

Wir betrachten die Streuung geladener Teilchen an zufällig verteilten magnetisierten Plasmawolken (Abb. 7.4a), die sich isotrop mit den Geschwindigkeiten \vec{u}_i bewegen. In Abb. 7.4b betrachten wir einen einzelnen Streuprozess. Ein Teilchen läuft mit

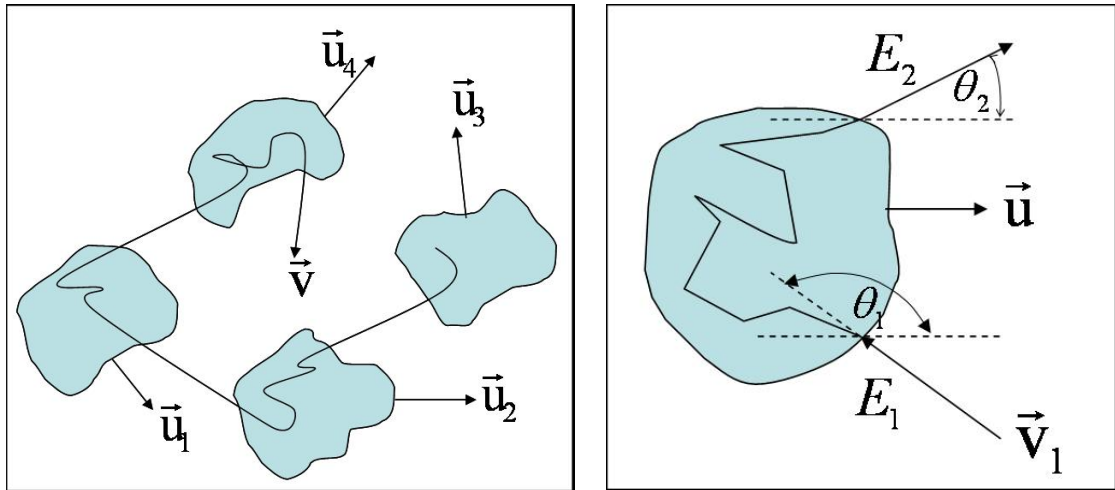


Abbildung 7.4: a) Stochastisch verteilte Plasmawolken, an denen Teilchen isotrop gestreut werden. b) Zur Fermi-Beschleunigung.

einer Geschwindigkeit \vec{v}_1 auf eine Wolke zu, die die Geschwindigkeit \vec{u} hat. Der Winkel zwischen den Geschwindigkeiten ist θ_1 :

$$\vec{u} \cdot \vec{v}_1 = u v \cos \theta_1. \quad (7.28)$$

Das Teilchen habe relativistische Energien:

$$E_1 \approx p_1 \cdot c \implies v_1 \approx c \quad (7.29)$$

Nach einer isotropen Streuung in der Wolke tritt das Teilchen unter dem Winkel θ_2 mit der Energie E_2 aus.

Wir wollen nun die mittlere Energie $\langle E_2 \rangle$ berechnen. Zur Berechnung des mittleren Streuwinkels nutzen wir aus, dass die Streuung im Schwerpunktsystem der Wolke isotrop ist. Deshalb transformieren wir das einlaufende Teilchen zunächst in dieses System:

$$E'_1 = \gamma E_1 (1 - \beta \cos \theta_1) \quad (7.30)$$

mit

$$\beta = u/c \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (7.31)$$

Die Streuung unter dem Winkel θ'_2 im Wolkensystem sei elastisch:

$$E'_1 = E'_2. \quad (7.32)$$

Um die Teilchenenergie im Laborsystem (interstellarer Raum) zu erhalten, muß wieder entsprechend zurücktransformiert werden:

$$\begin{aligned} E_2 &= \gamma E'_2 (1 + \beta \cos \theta'_2) \\ &= \gamma^2 E_1 (1 + \beta \cos \theta'_2) (1 - \beta \cos \theta_1) \end{aligned} \quad (7.33)$$

Die Mittelung über die Streurichtungen ergibt wegen der Isotropie der Streuung im Wolkensystem (hier ist es wichtig, dass die Streuung in diesem System berechnet wurde!):

$$\langle \cos \theta'_2 \rangle = 0 \quad (7.34)$$

Das Gleiche gilt nicht für die θ_1 -Mittelung, weil die Stoßwahrscheinlichkeit von der Relativgeschwindigkeit der Stoßpartner abhängt:

$$\frac{dN}{dt d \cos \theta_1} \sim v_{rel} = u - v \cos \theta_1 \quad (7.35)$$

Die Mittelung über diese Verteilung ergibt:

$$\langle \cos \theta_1 \rangle = \frac{\int_{-1}^{+1} \cos \theta_1 (u - v \cos \theta_1) d \cos \theta_1}{\int_{-1}^{+1} (u - v \cos \theta_1) d \cos \theta_1} = -\frac{u}{3v} \stackrel{v=c}{\approx} -\frac{\beta}{3} \quad (7.36)$$

Mit diesen beiden Winkelmittlungen ergibt sich aus (7.33) für die mittlere Energie des gestreuten Teilchens:

$$\langle E_2 \rangle = \gamma^2 E_1 (1 + \frac{1}{3} \beta^2) = E_1 \frac{1 + \frac{1}{3} \beta^2}{1 - \beta^2} = E_1 (1 + \frac{4}{3} \beta^2 + O(\beta^4)) \quad (7.37)$$

oder:

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle = \frac{\langle E_2 \rangle - E_1}{E_1} \approx \frac{4}{3} \beta^2 \quad (7.38)$$

Das heißt, dass der Energiezuwachs nur von 2. Ordnung in der Geschwindigkeit der Plasmawolke ist.

Es soll jetzt noch berechnet werden, wie das resultierende Energiespektrum aussieht. Allgemein ist die Energie nach k Stößen im Mittel:

$$\frac{E_k}{E_{k-1}} = \xi = 1 + \frac{4}{3}\beta^2 \implies E_k = E_0 \xi^k. \quad (7.39)$$

Wenn wir jetzt die Wahrscheinlichkeit P , dass ein Teilchen nach einem Stoß im System verbleibt, als konstant annehmen, können wir die Zahl der Teilchen mit Energien oberhalb E_k abschätzen:

$$N_k = N(E \geq E_k) = N_0 P^k. \quad (7.40)$$

Mit

$$\frac{N_k}{N_0} = P^k \quad \text{und} \quad \frac{E_k}{E_0} = \xi^k \quad (7.41)$$

folgt:

$$\frac{\ln \frac{N_k}{N_0}}{\ln \frac{E_k}{E_0}} = \frac{\ln P}{\ln \xi} \implies \frac{N}{N_0} = \left(\frac{E}{E_0} \right)^{\ln P / \ln \xi}. \quad (7.42)$$

Daraus ergibt sich schließlich das Energiespektrum:

$$\frac{dN}{dE} = \frac{dN}{dE}(E_0) \cdot \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-1 + \ln P / \ln \xi}. \quad (7.43)$$

Wenn ξ und P Konstanten sind, ergibt sich also mit dem Fermi-Beschleunigungsmechanismus ein Potenzgesetz, wie es auch beobachtet wird. Mit einigen weiteren Annahmen kann man tatsächlich $\alpha = -1 + \ln P / \ln \xi \approx -(2.0 \dots 2.2)$ berechnen. Dass das gemessene Spektrum steiler ist ($\alpha \approx -2.7$), läßt sich damit erklären, dass die Kosmische Strahlung sehr lange in der Galaxis verweilt und dabei durch Streuung an der interstellaren Materie Energie verliert, was das Spektrum steiler macht.

Allerdings gibt es grundsätzlich Probleme, die es sehr unwahrscheinlich machen, dass die von β^2 abhängende Fermi-Beschleunigung für die hohen CR-Energien verantwortlich sein könnte:

- $u/c = \beta \leq 10^{-4}$, damit ist der Energiezuwachs sehr klein;
- die mittleren freien Weglänge für die Kollision mit einer Plasmawolke sind $O(1 \text{ pc})$, das heißt, es kommt nur zu etwa einer Kollision pro Jahr;
- der Energieverlust (zum Beispiel durch Ionisation) ist ähnlich groß wie der Energiezuwachs.

Damit ist dieser Mechanismus sicherlich nicht effizient genug. Auf der Suche nach einem Prozess, bei dem der Energiezuwachs linear mit β geht, findet man als Kandidaten die Schockwellen, die von Supernova-Explosionen ausgehen und eine Vorzugsrichtung für ihre Bewegung haben.

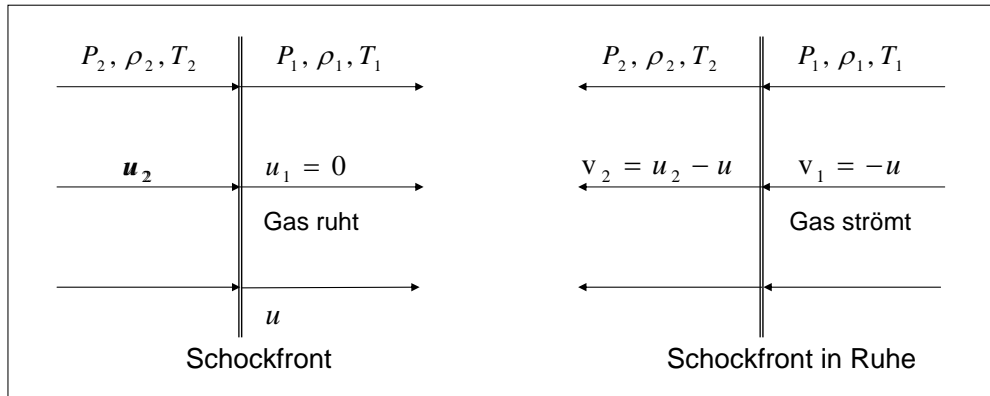


Abbildung 7.5: Zur Thermodynamik einer Schockwelle. Links: im System des ruhenden interstellaren Gases, rechts: im System, in dem die Schockfront ruht.

7.4 Schockbeschleunigung in Supernova-Resten

Die Beschleunigung von Kosmischer Strahlung in Schockwellen von Supernova-Explosionen ist eine gute Möglichkeit das CR-Spektrum zu erklären. Wir wollen zunächst die thermodynamischen Aspekte der Ausbildung einer Schockwelle diskutieren und dann den Beschleunigungsmechanismus in den Schockwellen, auch Fermi-Beschleunigung 1.Ordnung genannt, erklären.

7.4.1 Schockwellen

Eine Schockwelle ist eine Druckwelle, die sich mit Überschallgeschwindigkeit beziehungsweise mit mehr als der Alfvén-Geschwindigkeit bewegt:

$$u > c_{Schall} \quad \text{oder} \quad u > c_{Alfvén}. \quad (7.44)$$

Daraus ergibt sich:

- keine Störung vor der Wellenfront;
- Unstetigkeit an der Wellenfront, entsprechend dem ‘Schock’.

Eine Einsicht in das Verhalten von Schockwellen bietet die folgende vereinfachende thermodynamische Betrachtung (siehe [12], Kap. 2). Das Gas vor ($i = 1$) und hinter ($i = 2$) der Schockfront wird charakterisiert durch Druck, Dichte und Temperatur (P_i, ρ_i, T_i) (Abb. 7.5), die durch die ‘**Schockbedingungen**’ für die Kontinuität der Massen-, Energie- und Impulsflüsse miteinander verknüpft sind. Wir betrachten im Folgenden das System in dem die Schockfront, die einen scharfen Übergang der beiden Gebiete darstellen soll, ruht (rechte Seite in Abb. 7.5). Das Gas soll in x -Richtung, senkrecht zur Schockfront, strömen, so dass die zu berechnenden Divergenzen der Ströme nur die Ableitung nach x enthalten:

- (i) Massenfluss: Aus der Kontinuität des Massenflusses $j_m = \rho v$ folgt:

$$\frac{d}{dx}(\rho v) = 0 \Rightarrow \rho_1 v_1 = \rho_2 v_2 \quad (7.45)$$

- (ii) Impulsfluss: Ein sich räumlich ändernder Druck übt die Kraft $-\vec{\nabla}P$ pro Volumenelement aus (andere Kräfte sollen vernachlässigt werden):

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} = -\vec{\nabla}P \quad (7.46)$$

Für ein stationäres Strömungsfeld (im mit der Schockfront bewegten System) und in der ein-dimensionalen Näherung ergibt sich:

$$\rho v \frac{dv}{dx} + \frac{dP}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dx}(P + \rho v^2) \quad (7.47)$$

Auf der rechten Seite wurde aus (7.45) $\rho v = \text{const}$ benutzt. Damit ergibt sich die Kontinuität des "Impulsflusses" $P + \rho v^2$:

$$P_1 + \rho_1 v_1^2 = P_2 + \rho_2 v_2^2. \quad (7.48)$$

- (ii) Energiefluss: Die Energiedichte des Gases ist

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \epsilon + P, \quad (7.49)$$

wobei ϵ die innere Energiedichte und $\epsilon + P$ die Enthalpiedichte sind. Die Kontinuität des Energieflusses verlangt

$$\frac{d}{dx} \left[\left(\frac{1}{2}\rho v^2 + \epsilon + P \right) v \right] = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho v \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2}v^2 + \frac{\epsilon + P}{\rho} \right) = 0 \quad (7.50)$$

Damit ergibt sich schließlich die dritte Schockbedingung:

$$+\frac{1}{2}v_1^2 + \frac{\epsilon_1 + P_1}{\rho_1} = \frac{1}{2}v_2^2 + \frac{\epsilon_2 + P_2}{\rho_2} \quad (7.51)$$

Das entspricht der Bernoulli-Gleichung für strömende Flüssigkeiten, wobei hier wegen der Kompressibilität der Gase die Änderung der inneren Energie zu berücksichtigen ist.

Zur weiteren Berechnung sind noch zusätzlich Annahmen über die Zustandsgleichung und andere Abhängigkeiten der thermodynamischen Größen zu machen. Hier soll angenommen werden, dass das Gas als **ideales Gas** zu beschreiben ist. Druck und innere Energie sind dann gegeben durch:

$$P = nkT, \quad \epsilon = \frac{f}{2}nkT = \frac{f}{2}P \quad (7.52)$$

Damit kann man in (ii) die Enthalpiedichte einsetzen:

$$\epsilon + P = \frac{f+2}{2}P = \frac{\gamma}{\gamma-1}P. \quad (7.53)$$

Dabei ist der Adiabatenkoeffizient γ :

$$\gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{f+2}{f} = \frac{5}{3} \quad (7.54)$$

für einatomiges Gas (zum Beispiel Wasserstoff). Schließlich sind noch die Schallgeschwindigkeit c_i und die Mach-Zahl M_i gegeben durch:

$$c_i = \sqrt{\frac{\gamma P_i}{\rho_i}}, \quad M_i = \frac{v_i}{c_i} \quad (7.55)$$

Wir umgehen jetzt die Details der weiteren Rechnung¹ und beschränken uns auf den Fall eines ‘starken Schocks’

$$M_1 \gg 1. \quad (7.56)$$

Dann ergibt sich:

	für $M_1 \gg 1$	für $\gamma = \frac{5}{3}$
$\frac{P_2}{P_1}$	$\approx \frac{2\gamma}{\gamma+1} M_1^2$	$= \frac{5}{4} M_1^2$
$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_2}$	$\approx \frac{\gamma+1}{\gamma-1}$	$= 4$
$\frac{T_2}{T_1}$	$\approx \frac{2\gamma(\gamma-1)}{(\gamma+1)^2} M_1^2$	$= \frac{5}{16} M_1^2$

(7.57)

Im Weiteren werden wir vor allem die Geschwindigkeit u_2 des Gases hinter der Schockfront benutzen. Aus der Tabelle (7.57) und Abb. 7.5 ergibt sich

$$-u = v_1 = 4v_2 = 4(u_2 - u) \quad (7.58)$$

und damit folgt:

$$u_2 = \frac{3}{4}u. \quad (7.59)$$

Man beachte, dass das Gas hinter der Schockfront nicht die gleiche Geschwindigkeit wie die Schockfront hat, weil sich die Schockfront durch aufgesammeltes interstellares Gas relativ zu dem nachfolgenden Gas nach vorn bewegt.

7.4.2 Beschleunigung in Schockwellen

Die Beschleunigung in einer Schockwelle (Abb. 7.6) soll hier analog zur Fermi-Beschleunigung in Abschnitt 7.3 berechnet werden, mit dem wesentlichen Unterschied, dass die Schockwelle eine Vorzugsrichtung hat und dass deshalb die Mittelung über die Streuwinkel anders ist. Wir werden sehen, dass der Energiezuwachs dann linear von der Geschwindigkeit der Schockwelle abhängt. Zusätzlich muss die Annahme gemacht werden, dass die Teilchen auch in dem interstellaren, ungestörten Gas vor der Schockfront Magnetfelder vorfinden, die sie mit einer vertretbaren Zeitkonstante zurückstreuen können.

Für die Berechnung der Energie nach der Streuung in der Schockwelle (Abb. 7.6) greifen wir auf (7.33) in Abschnitt 7.3 zurück:

$$E_2 = \gamma^2 E_1 (1 + \beta \cos \theta'_2)(1 - \beta \cos \theta_1) \quad (7.60)$$

Nach dem in Abschnitt 7.4.1 besprochene Modell für die Schockwelle gilt hier:

$$\beta = \frac{3u}{4c}. \quad (7.61)$$

¹Details findet man in [12] und in der Doktorarbeit von N. Komin http://www-hess.physik.hu-berlin.de/public/dissertation/Nukri_Komin_Dissertation.pdf

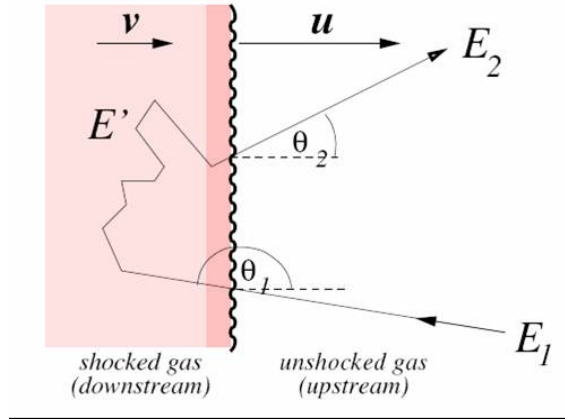


Abbildung 7.6: Fermi-Beschleunigung 1. Ordnung an einer Schockfront.

Die gestreute Energie (7.60) ist wieder über die Winkel zu mitteln:

$$\langle E_2 \rangle = \gamma^2 E_1 (1 + \beta \langle \cos \theta'_2 \rangle) (1 - \beta \langle \cos \theta_1 \rangle) \quad (7.62)$$

Die Mittelung führen wir nur über die jeweilige Hemispäre aus, in der das Teilchen dem Beschleunigungsprozess erhalten bleibt (der andere Teil geht in die Verlustwahrscheinlichkeit ein):

$$\langle \cos \theta_1 \rangle = \frac{\int_{-1}^0 \cos \theta_1 d \cos \theta_1}{\int_{-1}^0 d \cos \theta_1} = -\frac{1}{2} \quad (7.63)$$

$$\langle \cos \theta'_2 \rangle = \frac{\int_0^{+1} \cos \theta'_2 d \cos \theta'_2}{\int_0^{+1} d \cos \theta'_2} = \frac{1}{2} \quad (7.64)$$

Mit diesen beiden Mittelungen ergibt sich für die mittlere Energie des gestreuten Teilchens wie in Abschnitt 7.3:

$$\langle E_2 \rangle = \gamma^2 E_1 (1 + \frac{1}{2} \beta)^2 = E_1 \frac{(1 + \frac{1}{2} \beta)^2}{1 - \beta^2} = E_1 (1 + \beta + O(\beta^2)) \quad (7.65)$$

oder:

$$\langle \frac{\Delta E}{E} \rangle = \frac{\langle E_2 \rangle - E_1}{E_1} \approx \beta = \frac{3}{4} u \quad (7.66)$$

Das heißt, dass der Energiezuwachs hier von 1. Ordnung in der Geschwindigkeit der Schockwelle ist. Auch hier ergibt sich mit der Annahme, dass der Energiezuwachsparameter,

$$\xi = 1 + \frac{3}{4} u/c, \quad (7.67)$$

und die Verbleibwahrscheinlichkeit P konstant sind, ein Potenzgesetz (7.43) für das Energiespektrum:

$$\frac{dN}{dE} = \frac{dN}{dE}(E_0) \cdot \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-1 + \ln P / \ln \xi} = \frac{dN}{dE}(E_0) \cdot \left(\frac{E}{E_0} \right)^\alpha \quad (7.68)$$

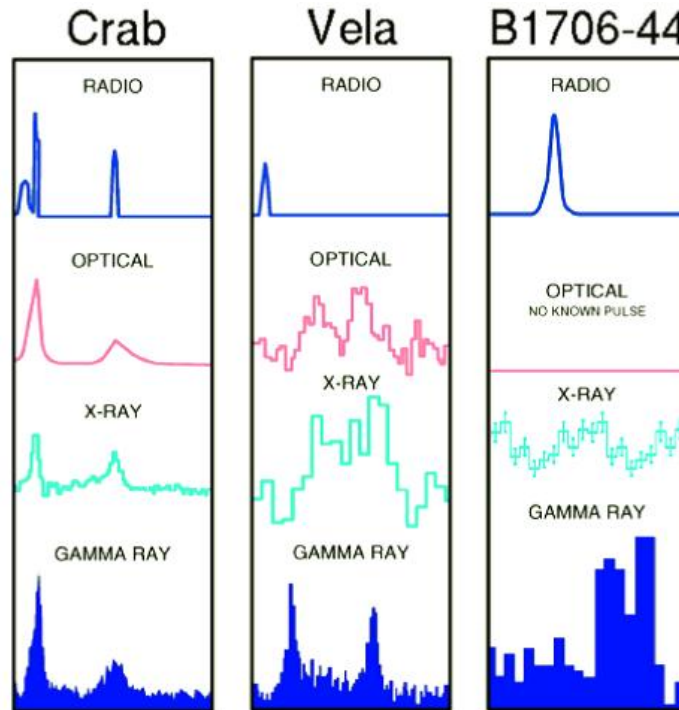


Abbildung 7.7: Lichtkurven als Funktion der Phase für drei verschiedene Pulsare und verschiedene Spektralbereiche.

Numerische Abschätzungen ergeben auch hier Werte $\alpha \approx -2.0 \dots 2.2$, was mit dem beobachteten Wert $\alpha \approx 2.7$ unterhalb des Knies bei Berücksichtigung von Energieverlusteffekten im interstellaren Medium konsistent ist.

Für Energien oberhalb etwa 1 PeV scheinen die Magnetfelder vor der Stoßfront, die für die Rückstreuung notwendig sind, nicht auszureichen. Das könnte den stärkeren Abfall des Energiespektrums oberhalb dieser Energie, das heißt oberhalb des Knies, erklären.

7.5 Pulsare

Die Eigenschaften von Pulsaren haben wir in Abschnitt 6.3.5 eingeführt. Pulsare sind wegen der extrem hohen Magnetfelder und der hohen Rotationsgeschwindigkeiten starke Strahlungsquellen. Im allgemeinen sind die Rotationsachse und die Achse des Magnetfeldes gegeneinander geneigt (Abb. 6.18), was zu der Beobachtung von Strahlungspulsen führt. Gepulste Gamma-Strahlung wird bis in den 10-GeV-Bereich beobachtet (Abb. 7.7). Obwohl Pulsare auch als TeV-Gammastrahler identifiziert wurden, konnte im TeV-Bereich mit den HESS-Teleskopen keine gepulste Strahlung von den drei in Abb. 7.7 gezeigten Pulsaren gefunden werden [19].

7.5.1 Das Goldreich-Julian-Modell

Die Phänomene in der Magnetosphäre eines Pulsars sind im Allgemeinen sehr komplex. Zur Vereinfachung wird in dem Goldreich-Julian-Modell angenommen, dass

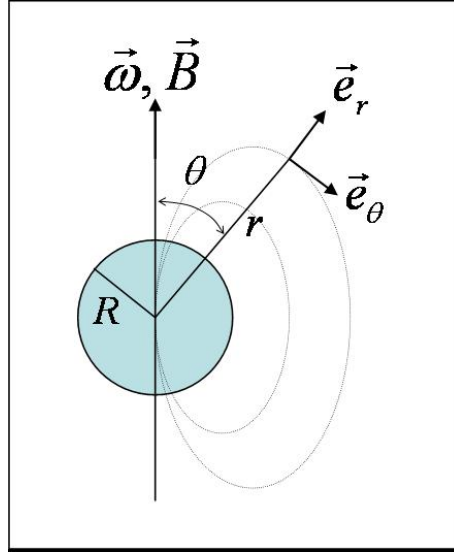


Abbildung 7.8: Zur Berechnung des Goldreich-Julian-Modells.

die Drehachse und die Magnetfeldachse parallel sind ('aligned rotator'). Wir wollen im Folgenden die Berechnung des Modells nachvollziehen und beziehen uns auf die in Abb. 7.8 angegebenen Variablen. Es wird angenommen, dass das Magnetfeld statisch und das eines punktförmigen Dipols ist:

$$\vec{B}(r, \theta) = \frac{B_0}{2} \left(\frac{R}{r} \right)^3 (2 \cos \theta \vec{e}_r + \sin \theta \vec{e}_\theta) \quad (7.69)$$

Die entsprechende Darstellung des Rotationsvektors lautet:

$$\vec{\omega} = \omega (\cos \theta \vec{e}_r - \sin \theta \vec{e}_\theta) \quad (7.70)$$

Innerhalb des Sterns ($r < R$) bewegen sich die Teilchen durch das Feld mit der Geschwindigkeit

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = \omega r \sin \theta \vec{e}_\phi \quad (\vec{e}_\phi = \vec{e}_r \times \vec{e}_\theta). \quad (7.71)$$

Die Sternmaterie sei ein idealer Leiter, in dem sich ein Gleichgewicht zwischen Lorentz-Kraft, die die Ladungen separiert, und dem dadurch induzierten Feld einstellt:

$$\vec{F} = q (\vec{E}_{ind} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0 \quad (r \leq R) \quad (7.72)$$

Das induzierte elektrische Feld ist also:

$$\vec{E}_{ind} = -\vec{v} \times \vec{B} = -(\vec{\omega} \times \vec{r}) \times \vec{B} \quad (7.73)$$

innerhalb des Sterns. Mit (7.71) und (7.69) ergibt sich:

$$\vec{E}_{ind} = \frac{\omega B_0 R^3}{2} \frac{1}{r^2} [\sin^2 \theta \vec{e}_r - 2 \cos \theta \sin \theta \vec{e}_\theta] \quad (7.74)$$

Wegen $\nabla \times \vec{E}_{ind} = 0$ gibt es ein Potential Φ , mit dem man das elektrische Feld erzeugen kann:

$$\vec{E}_{ind} = -\nabla \Phi \quad \text{mit} \quad \Phi(r \leq R, \theta) = \Phi_0 \frac{R}{r} \sin^2 \theta, \quad (7.75)$$

Dabei ist Φ_0 der Spannungsabfall auf der Oberfläche des Sterns zwischen Pol und Äquator ($\theta = 0$ und $\pi/2$), der sich durch Vergleich von $-\nabla\Phi$ mit \vec{E}_{ind} in (7.74) ergibt:

$$\Phi_0 = \frac{\omega B_0 R^2}{2} = 3 \cdot 10^{16} \text{ V} \left(\frac{B_0}{10^8 \text{ T}} \right) \left(\frac{T}{1 \text{ s}} \right)^{-1} \left(\frac{R}{10 \text{ km}} \right)^2, \quad (7.76)$$

Das Potential $\Phi = \Phi^i$ im Inneren des Sterns muss an der Sternoberfläche stetig sein. Unter der Annahme, dass ausserhalb des Sterns Vakuum ist, kann man für $r > R$ das Potential durch Lösen der Laplace-Gleichung und stetiger Anpassung bei $r = R$ fortsetzen:

$$\nabla E = \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0 \implies \Delta\Phi^a = 0 \quad (7.77)$$

Die allgemeine Lösung im axialsymmetrischen Fall mit der Randbedingung $\Phi = 0$ für $r \rightarrow \infty$ ist eine Entwicklung nach Legendre-Polynomen $P_l(\cos\theta)$:

$$\Phi(r, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{r^{l+1}} a_l P_l(\cos\theta) \quad (7.78)$$

Die Koeffizienten a_l werden durch die Randbedingung $\Phi^i(r = R, \theta) = \Phi^a(r = R, \theta)$ festgelegt. Da $\Phi^i \sim \sin^2\theta$ sind nur die Koeffizienten für $l = 0$ und $l = 2$ ungleich 0:

$$\Phi(r = R, \theta) = \Phi_0(1 - \cos^2\theta) = \Phi_0 \frac{2}{3} [P_0(\cos\theta) - P_2(\cos\theta)] \quad (7.79)$$

Das Potential ist damit eine Superposition der Potentiale einer Punktladung (Monopol, $l = 0$) und eines Quadrupols ($l = 2$). Das Potential ausserhalb des Sterns ist dann:

$$\Phi^a(r, \theta) = \Phi_0 \left[\frac{2R}{3r} - \frac{1}{3} \left(\frac{R}{r} \right)^3 (3\cos^2\theta - 1) \right] \quad (7.80)$$

Damit kann das elektrische Feld im Außenraum bestimmt werden:

$$\vec{E}_{ind} = -\nabla\Phi \quad (7.81)$$

Von Interesse ist besonders das elektrische Feld parallel zu dem Magnetfeld, weil es Teilchen, die entlang den Feldlinien laufen, beschleunigt:

$$E_{||,ind} := \frac{\vec{E}_{ind} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|} = 4 \frac{\Phi_0}{R} \left(\frac{R}{r} \frac{1}{3} \cos\theta - \cos^3\theta \frac{\left(\frac{R}{r}\right)^2}{\sqrt{3\cos^2\theta + 1}} \right) \quad (7.82)$$

Auf der Sternoberfläche ist dieses Feld

$$E_{||,ind} = O(10^{12} \text{ V/m}) \quad (7.83)$$

und damit ist $eE_{||,ind}$ viel größer als die Gravitationskräfte, die auf die Teilchen wirken. Die radiale Komponente des elektrischen Feldes $E_{r,ind}$ hat eine Diskontinuität an der Sternoberfläche, die zu einer Flächenladungsdichte führt:

$$\sigma = \epsilon_0 \left(E_{r,ind}(r \xrightarrow{r>R} R) - E_{r,ind}(r \xrightarrow{r<R} R) \right) = \frac{\epsilon_0 \Phi_0}{R} \left(\frac{2}{3} - 2\cos^2\theta \right) \quad (7.84)$$

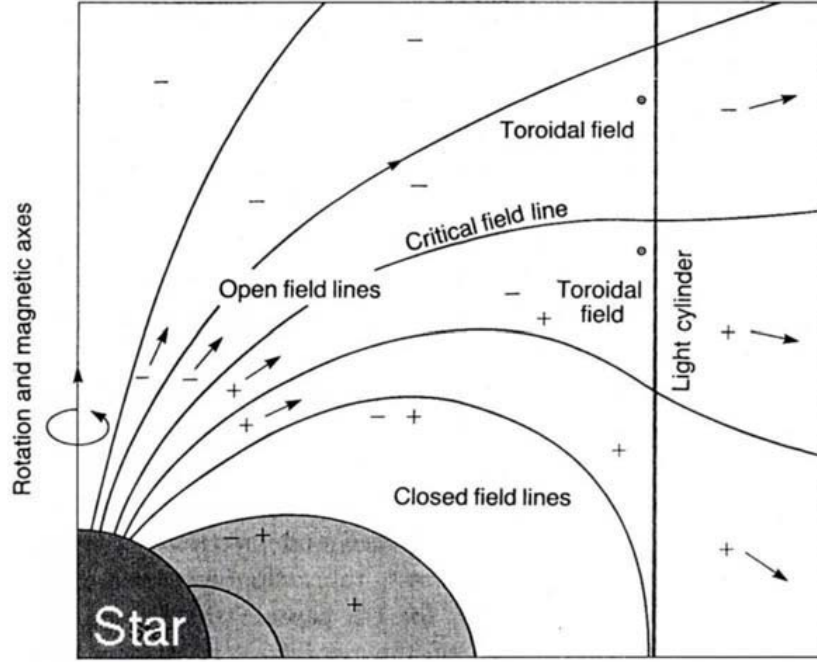


Abbildung 7.9: Schematische Darstellung der Magnetosphäre eines ‘aligned rotator’ nach dem Modell von Goldreich und Julian. Entlang den offenen Feldlinien fließen oberhalb einer ‘kritischen Feldlinie’ negativ geladene Teilchen und unterhalb dieser Feldlinien positiv geladene Teilchen nach aussen (aus [6]).

Allerdings werden bei starken E_{\parallel} die Ladungen aus der Oberfläche gezogen und es wird sich ein Plasma im Außenraum bilden (im Gegensatz zu unserer Annahme, dass außen Vakuum herrscht). Das äußere Feld wird die Ladungen im Plasma trennen bis es sich selbst kompensiert. Die sich dadurch aufbauende Ladungsdichte, genannt “Goldreich-Julian-Ladungsdichte” ist:

$$\rho_{GJ} = \varepsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}_{ind} = -2 \varepsilon_0 \Phi_0 \frac{R}{r^3} (2 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = -2 \varepsilon_0 \vec{\omega} \cdot \vec{B} \quad (7.85)$$

Die Fläche, die durch $\vec{\omega} \cdot \vec{B} = 0$ definiert wird, trennt also Ladungsbereiche mit unterschiedlichem Vorzeichen.

In einem stationären Gleichgewicht rotiert das Plasma mit dem Stern mit der Driftgeschwindigkeit:

$$\vec{v}_D = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (\text{mit der Annahme } \vec{v} \cdot \vec{B} = 0) \quad (7.86)$$

Spätestens in der Nähe des “Lichtzylinders”, an dem die Driftgeschwindigkeit gleich der Lichtgeschwindigkeit wäre, kann das Plasma der Rotation nicht mehr folgen. Der Radius des Lichtzylinder ist:

$$v = r\omega = c \implies R_{lc} = \frac{c}{\omega} = 4.8 \cdot 10^4 \text{ km} \left(\frac{T}{1 \text{ s}} \right), \quad (7.87)$$

Nach dem Modell fließen auf den Magnetfeldlinien, die sich nicht innerhalb des Lichtzylinders schließen, Ladungen nach außen von dem Stern weg (Abb. 7.9). Das

führt dazu, dass Ladungen nachgeliefert werden müssen und zwar aus dem Bereich, in denen die offenen Feldlinien enden. Das ist in dem Bereich der Polkappen ('polar cap'), der durch die letzten geschlossenen Feldlinien umgrenzt wird. Um diese Begrenzung zu berechnen, gehen wir von der Darstellung einer Feldlinie des punktförmigen Dipols (7.69) aus:

$$r = a \cdot \sin^2 \theta \quad (7.88)$$

Für die letzte geschlossene Feldlinie, die bei $r = R_{lc}$ und $\theta = \pi/2$ gerade den Lichtzylinder berührt, ergibt sich $a = R_{lc}$. Damit läßt sich der halbe Öffnungswinkel der Polkappe berechnen:

$$\theta_{pc} \approx \sin \theta_{pc} = \sqrt{\frac{R}{R_{lc}}} = 0.83^\circ \cdot \left(\frac{T}{1 \text{ s}}\right)^{-1/2}, \quad (7.89)$$

entsprechend eine Polkappenradius:

$$R_{pc} = R \theta_{pc} \approx \sqrt{\frac{R^3 \omega}{c}} = 145 \text{ m} \cdot \left(\frac{T}{1 \text{ s}}\right)^{-1/2}. \quad (7.90)$$

Es wird angenommen, dass im Bereich der geschlossenen Feldlinien keine Ladungen fließen, dass die Ladungsverteilung statisch ist, und dass im Bereich der offenen Feldlinien Ladungen aus den Polkappen gezogen werden und entlang der Magnetfeldlinien beschleunigt werden. Eine Abschätzung für die möglichen elektrischen Feldstärken gibt der Spannungsabfall im Bereich der Polkappen mit (7.75) und für $R = 10 \text{ km}$:

$$\Delta V_{pc} \equiv \Phi(R, \theta = \theta_{pc}) - \Phi(R, \theta = 0) = \frac{\omega^2 B_0 R^3}{2c} = 6.6 \cdot 10^{12} \text{ V} \left(\frac{B_0}{10^8 \text{ T}}\right) \left(\frac{T}{1 \text{ s}}\right)^{-2} \quad (7.91)$$

In dem Magnetfeld strahlen Elektronen und Positronen Synchrotron- und Krümmungsstrahlung ab, die wiederum Paarbildung in dem Magnetfeld machen und zu einem Plasma führen, das zu dem beobachteten Pulsarwind führt. In den starken Magnetfeldern und dem Strahlungsfeld können Elektronen über den inversen Compton-Effekt hochenergetische Gamma-Strahlung erzeugen (siehe unten die Diskussion der Messung gepulster Gamma-Strahlung im TeV-Bereich).

Dieses Modell zeigt, welche großen Kräfte grundsätzlich bei der schnellen Rotation eines Neutronensterns mit einem sehr starken Magnetfeld auftreten können. Allerdings sind die Rechnungen nicht immer konsistent und die Ergebnisse problematisch. Insbesondere stellt man fest, dass im stationären Gleichgewicht eigentlich keine Beschleunigungen auftreten, weil sich Felder durch Ladungen abschirmen.

7.5.2 Nicht-ausgerichtetes Magnetfeld

Ein dynamischeres Verhalten erwartet man, wenn Rotationsachse und Magnetfeld nicht ausgerichtet sind (Abb. 7.10). Hier weisen numerische Rechnungen darauf hin, dass neben einem Ladungsfluss im Bereich der Polkappen eine Teilchenbeschleunigung in einem Bereich getrennter Ladungen in der Nähe des Äquators ('outer gap')

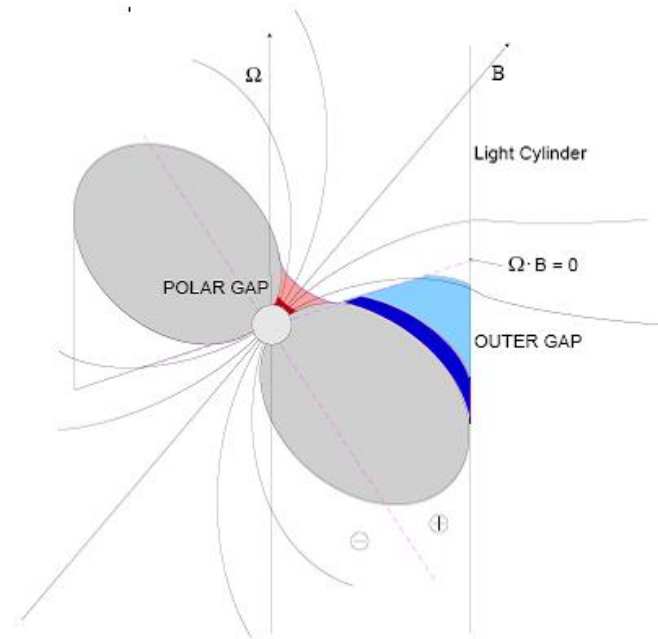


Abbildung 7.10: Magnetospäre eines Pulsars, dessen Rotations- und Magnetfeldachsen nicht ausgerichtet sind.

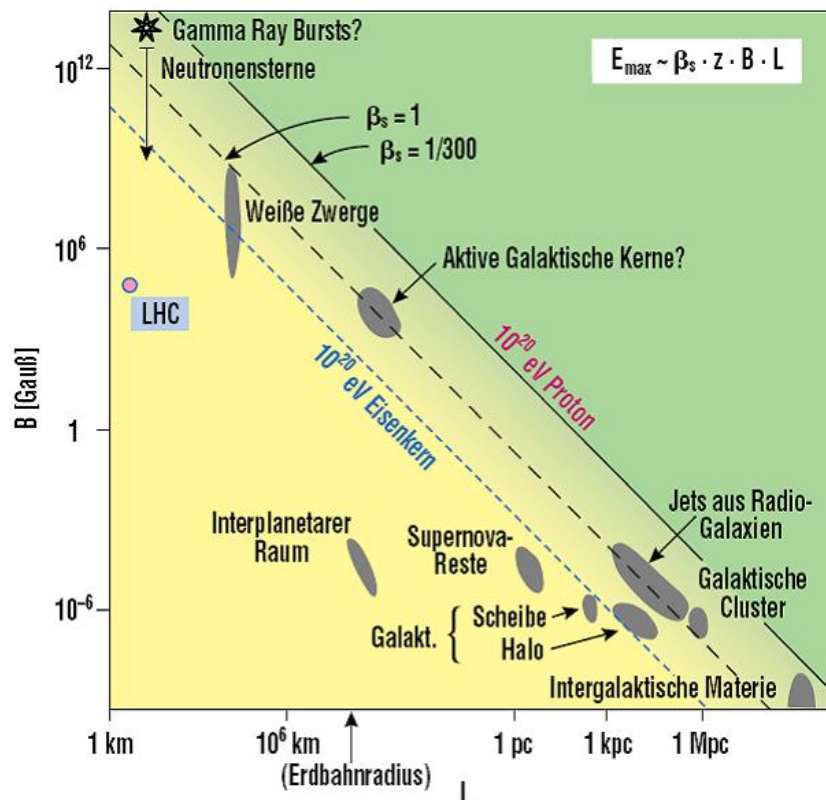


Abbildung 7.11: Im so genannten Hillas-Diagramm wird die charakteristische Größe L eines Objektes gegen die dort herrschende oder vermutete Magnetfeldstärke B aufgetragen. Objekte unterhalb der gestrichelten Linie können keine Protonen ($z = 1$) auf $E \geq 10^{20}$ eV beschleunigen, für Eisenkerne gilt entsprechend die gepunktete Linie ($z = 26$).

	P [ms]	τ [yr]	d [kpc]	B_0 [10^{12} G]	\dot{E}_{sd} [erg s $^{-1}$]
Crab	33.6	1,300	2.0	3.8	$4.5 \cdot 10^{38}$
Vela	89.3	11,000	0.3	3.3	$7.0 \cdot 10^{36}$
PSR B1706–44	102.5	17,000	1.8	3.1	$3.4 \cdot 10^{36}$

Abbildung 7.12: Tabelle der Parameter von drei Pulsaren, die auf gepulste TeV-Gammastrahlung untersucht wurden.

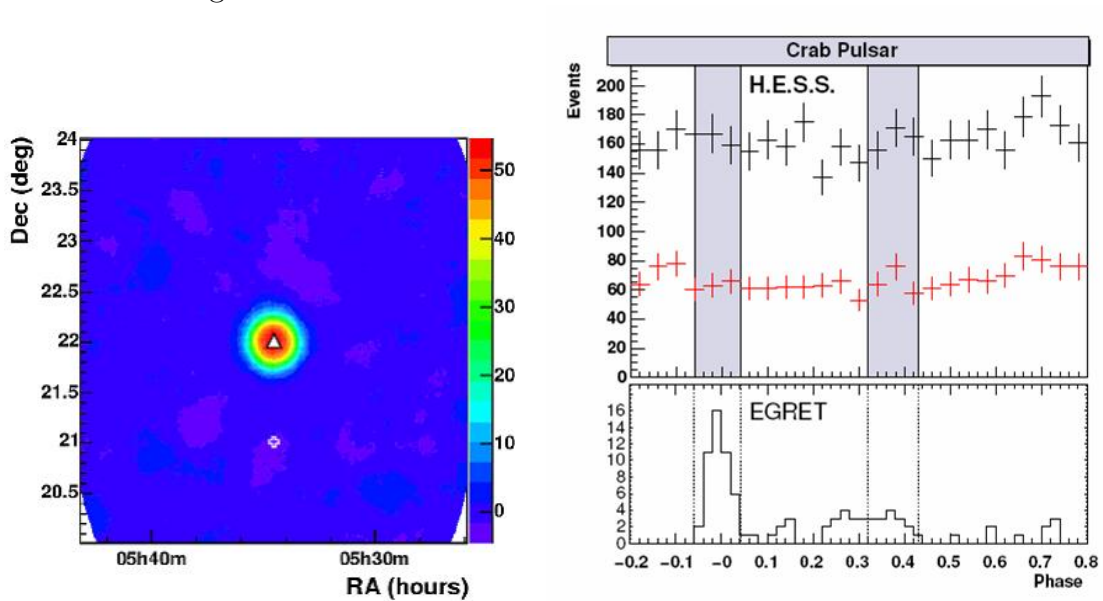


Abbildung 7.13: Links: Darstellung der Signifikanz von TeV-Gammastrahlung über dem Untergrund im Bereich des Krebspulsars (HESS); die aus anderen Frequenzbereichen bekannte Position des Pulsars ist durch Δ gekennzeichnet. Rechts: ‘Phasogramm’ des Krebspulsars für TeV-Gammastrahlung, in dem keine signifikante Struktur auf gepulste Strahlung hinweist, verglichen mit EGRET-Messungen von GeV-Gammastrahlung, die gepulst beobachtet wird.

auftritt. In diesem Bereich ist die Chance größer, dass hochenergetische Gammastrahlung erzeugt und nicht gleich wieder absorbiert wird. Deshalb ist das ‘Outer Gap’ Modell für die TeV-Gamma-Astronomie attraktiv.

Eine Abschätzung für die maximal mögliche Beschleunigung wird in [6] diskutiert. Dazu betrachtet man die zeitliche Änderung des Magnetfeldes, durch die ein elektrisches Feld induziert wird, in der Nähe des Lichtzylinders:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (7.92)$$

Wenn sich die Änderung über eine typische Länge L mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet, läßt sich abschätzen:

$$\frac{E}{L} = \frac{B}{L/c} \implies E = Bc \quad (7.93)$$

In diesem Feld kann ein Teilchen auf die maximale Energie

$$\epsilon_{max} = \int_0^L e E ds = e B c L \quad (7.94)$$

beschleunigt werden. Mit typischen Werten $B = 10^6$ T und $L = 100$ km erhält man als Abschätzung der maximal erreichbaren Energie durch diese Betatron-Beschleunigung:

$$\epsilon_{max} = 3 \cdot 10^{19} \text{ eV}. \quad (7.95)$$

Einen Überblick über die typischen Größen und angenommenen Magnetfelder verschiedener kosmischer Objekte und die nach (7.94) zu erwartende maximal erreichbare Energie gibt das so genannte Hillas-Diagramm in Abb. 7.11.

Als eine weitere Möglichkeit, Teilchen auf hohe Energien zu bringen, wird die Beschleunigung durch starke Radiostrahlungspulse, die von dem Pulsar erzeugt werden, betrachtet. Durch eine Synchrotronstrahlungs-Paarbildungs-Kaskade werden Pulse kohärenter Radiostrahlung emittiert, in denen die Felder Stärken von $B = 10^6$ T und $E = 3 \cdot 10^{14}$ V/m erreichen können. Damit die Teilchen in Phase mit dem Feld bleiben (auf der Welle ‘reiten’) müssen sie relativistisch sein. Die Zeitkonstante τ für die Beschleunigung auf Lichtgeschwindigkeit kann man durch

$$\gamma \frac{mc}{\tau} = eE \implies \tau \approx \frac{mc}{eE} \approx 10^{-14} \text{ s} \quad (7.96)$$

abgeschätzt werden. Diese Zeit ist so kurz, dass die Einstellung der richtigen Phase kein Problem ist. Ein wesentliches Problem ist allerdings, dass für eine im Vakuum frei propagierende Welle das elektrische Feld transversal zur Ausbreitungsrichtung schwingt und damit nicht beschleunigen kann. Die gewünschte longitudinale Komponente kann bei Ausbreitung der Radiostrahlung in einem Plasma entstehen (Plasmawellenbeschleunigung wird auch im Labor als mögliche Zukunftstechnik studiert) oder in dem Nahfeld des rotierenden Dipols (die Dipolstrahlung hat bekanntlich im Nahbereich sowohl transversale als auch longitudinale Komponenten).

An Modellen für solche Beschleunigungsmechanismen, die experimentell überprüfbare Vorhersagen machen, wird gearbeitet.

7.5.3 Suche nach gepulster TeV-Gammastrahlung

In der bereits zitierten Diplomarbeit von F. Schmidt [19] wurde nach gepulster TeV-Gammastrahlung bei den drei in Tabelle 7.12 aufgeführten Pulsaren gesucht. In Abb. 7.7 hatten wir für diese Pulsare die ‘Phasogramme’ gezeigt, die in allen Fällen gepulste Gamma-Strahlung (bis etwa 10 GeV, EGRET-Messungen) zeigen.

Der Pulsar im Krebsnebel ist eine starke TeV-Gammaquelle (Abb. 7.13 links), es gibt aber keine Anzeichen, dass die Strahlung gepulst ist (Abb. 7.13 rechts). Auch für die anderen beiden Pulsare wurde keine gepulste TeV-Gammastrahlung gefunden (allerdings in diesen Fällen auch keine ungepulste). Für alle drei Pulsare sind die Grenzen für gepulste TeV-Gammastrahlung in Abb. 7.14 zusammen mit den anderen gemessenen Frequenzbereichen dargestellt. Diese Grenzen beginnen sensitiv auf die Modellierung der Eigenschaften von Pulsaren zu werden, wie man an dem Vergleich der Messungen mit Modellrechnungen am Beispiel des Vela-Pulsars in Abb. 7.15 sieht.

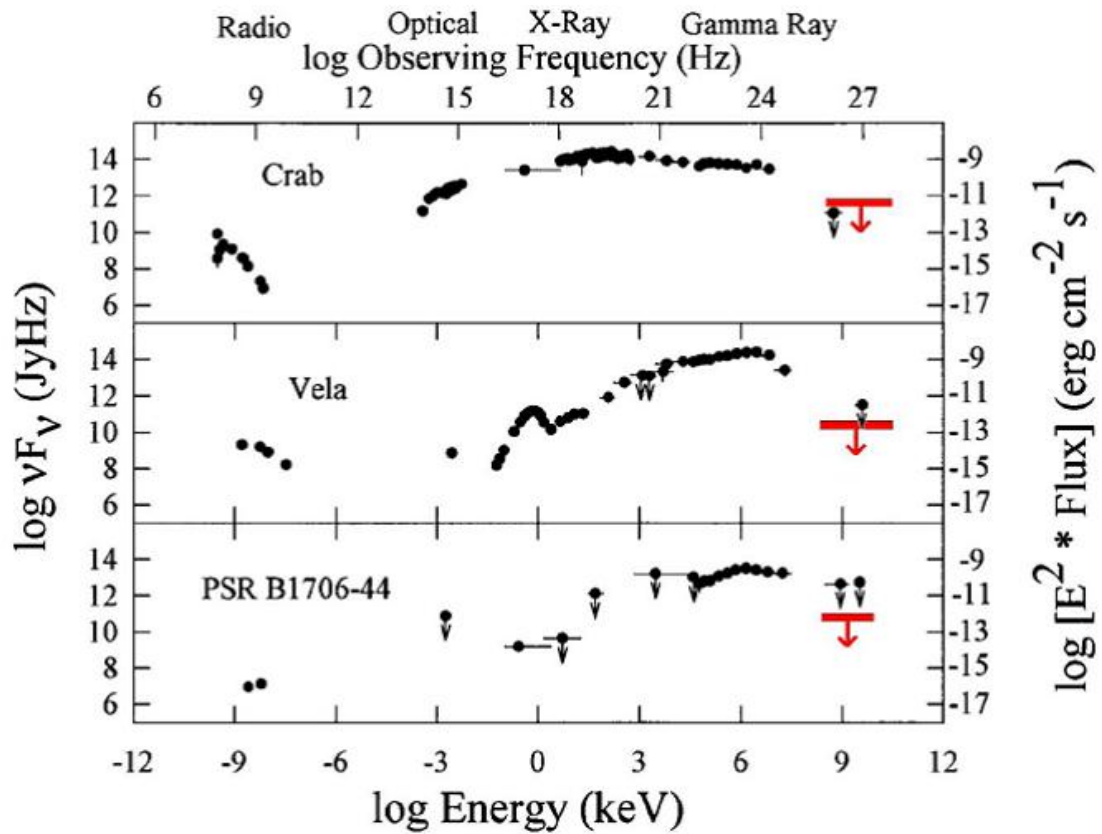


Abbildung 7.14: Breitband-Messungen der gepulsten Strahlung von drei untersuchten Pulsaren. Im TeV-Bereich sind die Grenzen von HESS (Balken) und früheren Experimenten angegeben (aus [19]).

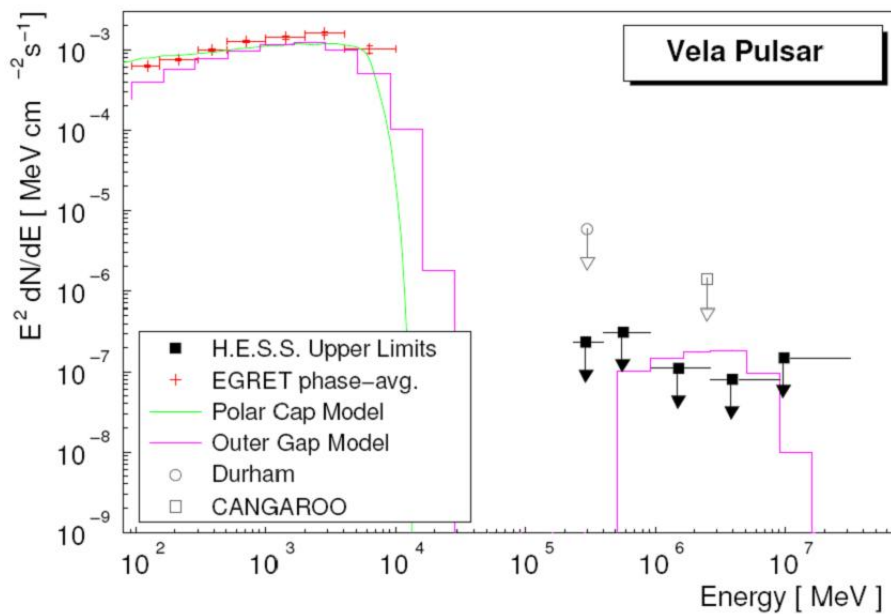


Abbildung 7.15: Modellrechnungen für den Vela-Pulsar angepasst auf EGRET-Daten im GeV-Bereich (aus [19]).

7.6 Aktive Galaktische Kerne

Aktive Galaktische Kerne (AGN, Active Galactic Nuclei) sind Galaxienkerne², deren Leuchtkraft mit der Leuchtkraft der gesamten übrigen Galaxie vergleichbar ist, deren Ausdehnung aber nicht die unseres Sonnensystems ($O(\text{pc})$) überschreitet ('quasistellare Objekte', QSO). Es wird angenommen, dass solche Kerne aus einem supermassereichen Schwarzen Loch (supermassive black hole, SMBH) mit einer Masse von 10^5 bis 10^{10} Sonnenmassen bestehen, das durch Akkretion von Materie auf kpc-Längenskalen seine Masse ständig vergrößert. Häufig bilden sich senkrecht zu der Akkretionsscheibe gigantische Plasma-Jets aus, die eine Länge von mehreren Mpc erreichen können (Abb. 7.16).

Akkretion ist der effizienteste Mechanismus, um Materie in Strahlung umzuwandeln. Damit sind heftige Strahlungsprozesse verbunden, die die Ursache für die enormen Helligkeiten von AGN sind. Aufgrund dieser Helligkeit auf allen möglichen Wellenlängen des elektromagnetischen Spektrums, können die AGN auch in sehr großen Entfernungen noch beobachtet werden. Der aktuelle Entfernungsrekord bei den AGN hält ein Quasar des Sloan Digital Sky Survey Samples mit einer Rotverschiebung von $z = 6.41$. Hier schaut man weit in die Vergangenheit des Universums und kosmologische Modelle können über große Zeitskalen studiert werden.

Unter dem Begriff 'Aktive Galaktische Kerne' werden verschiedene astrophysikalische Erscheinungen wie Radiogalaxien, Quasare, Seyfert-Galaxien, Blazare oder BL Lac zusammengefasst. In dem letzten Jahrzehnt hat sich ein Standardmodell der AGNs entwickelt, in dem alle diese Erscheinungen mit einem einheitlichen Modell ('AGN-Paradigma') beschrieben werden können (Abb. 7.16 rechts und 7.17). Die wichtigsten Klassifikationsmerkmale sind:

- Intensität der Radioemission;
- Masse des Schwarzen Lochs;
- Beobachtungsrichtung relativ zur Akkretionsscheibe.

Zunächst kann man unterscheiden, ob ein AGN ein starkes Radiosignal aussendet ('radio loud') oder nicht ('radio quiet'). In dem Modell entspricht das AGNs, die einen Jet ausbilden oder nicht, weil Radioemission von den beschleunigten Elektronen im Jet ausgesandt werden. Eine weitere Unterscheidung ist dann die Beobachtungsrichtung relativ zu der Akkretionsscheibe, wie in Abb. 7.17 dargestellt: Auf der unteren Seite findet man die AGNs ohne Jets, also 'radio-leise' AGNs, bei denen man zwei Typen von Seyfert-Galaxien, je nach der Breite der beobachteten Emissionslinien, und radio-leise QSO (= Quasare, quasi-stellare Objekte), mit Beobachtungsrichtung etwa senkrecht zu der Akkretionsscheibe, unterscheidet. Bei AGNs mit einem ausgebildeten Jet sind die entsprechenden Beobachtungsbilder BL- und NL-Galaxien und radio-laute QSO. Für die Astroteilchenphysik sind so genannte Blazare (= 'BL-Quasare') besonders wichtig, das sind AGNs, bei denen wir direkt in den Jet sehen und somit die durch die Beschleunigungsprozesse in den Jets erzeugte Strahlung direkt auf uns zukommt (in der Abbildung FSRQ = 'flat spectrum radio quasars' und BL Lacertae (BL Lac)).

²siehe http://www.mpe.mpg.de/~amueller/astro_agn.html
<http://glast.gsfc.nasa.gov/public/science/agn.html>

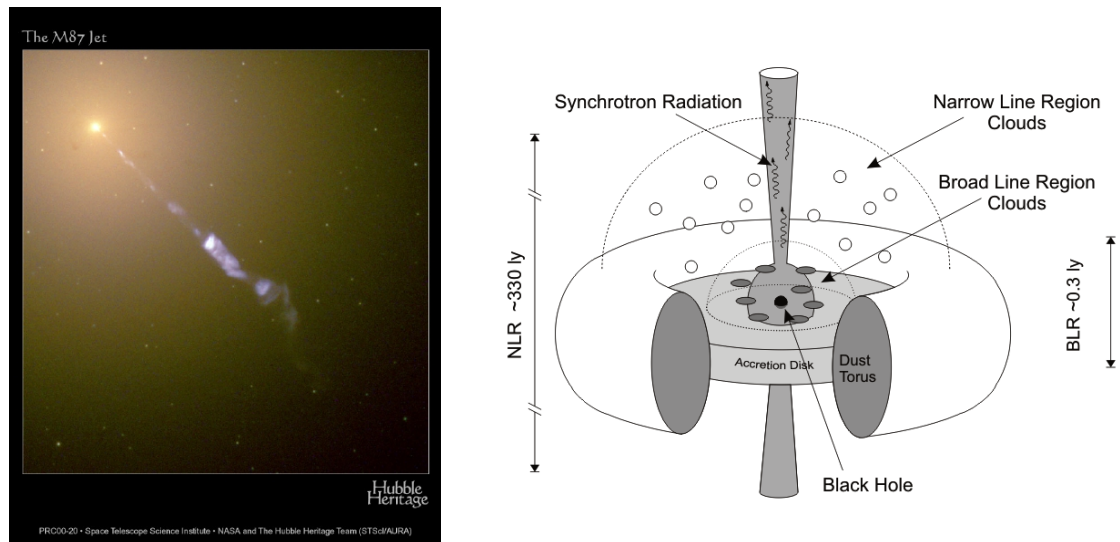


Abbildung 7.16: Hubble-Aufnahme des Jets der Galaxis M87 (links) und Model eines Aktiven Galaktischen Kerns (rechts). Aus dem zentralen Bereich werden breite Emissionslinien (BLR=‘broad line region’) beobachtet, was durch Doppler-Verbreiterung in der turbulenten Umgebung des schwarzen Loches erklärt wird. Mit etwa 0.1 pc ist dieses Gebiet viel kleiner als das etwa 3 Größenordnungen größere Gebiet, aus dem scharfe Emissionslinien (NLR=‘narrow line region’) beobachtet werden. Aus den Jets wird elektromagnetische Strahlung vom Radio- bis in den Gamma-Bereich beobachtet, die wohl hauptsächlich von beschleunigten Elektronen erzeugt wird. Im Rahmen der Astroteilchenphysik wird die Frage untersucht, ob in den Jets auch Protonen und Kerne beschleunigt werden.

Die elektromagnetischen Spektren der Blazare sind nicht-thermisch, das heißt, sie müssen ihren Ursprung in Beschleunigungsprozessen haben, reichen vom Radio-bis zum TeV-Bereich und zeigen keine atomaren Emissionslinien (‘flat spectrum’). Typisch ist eine Struktur von zwei Maxima, im Röntgen- sowie im TeV-Bereich (siehe dazu die Messungen und theoretischen Kurven für den Blazar Makarian 421 in Abb. 7.18). Das erste Maximum wird einem Synchrotronstrahlungsspektrum beschleunigter Elektronen und Positronen zugeordnet, dessen relativ scharfe Abbruchkante durch die Endenergie der Teilchen und die Stärke des Magnetfeldes (siehe Abschnitt 4.5.2) bestimmt wird. Das Spektrum im TeV-Bereich wird hier durch Streuung hochenergetischer Elektronen und Positronen an niederenergetischen Photonen im Bereich des Jets, also inversem Compton-Effekt, beschrieben. In die Berechnungen gehen Modelle für das Magnetfeld, die Beschleunigung der Elektronen und die Dichte und das Spektrum der Umgebungsphotonen ein.

Für die Kurven in Abb. 7.18 wurde nur die Beschleunigung von Elektronen und Positronen betrachtet (‘leptonische Modelle’). Da AGNs aber die bisher besten Kandidaten für die Beschleunigung von Protonen bis zu den höchsten bisher beobachteten Energien (etwa 10^{20} eV) sind, ist es ein wichtiges Ziel der TeV-Gamma- und der Neutrino-Astronomie, die Beschleunigung von Protonen nachzuweisen (‘hadronische Modelle’). Wenn auch Protonen im Jet beschleunigt werden, kann es in γp -Reaktionen zu Pionproduktion kommen. Der Zerfall der neutralen Pionen liefert hochenergetische Gammas und der Zerfall der geladenen Pionen hochenergetische

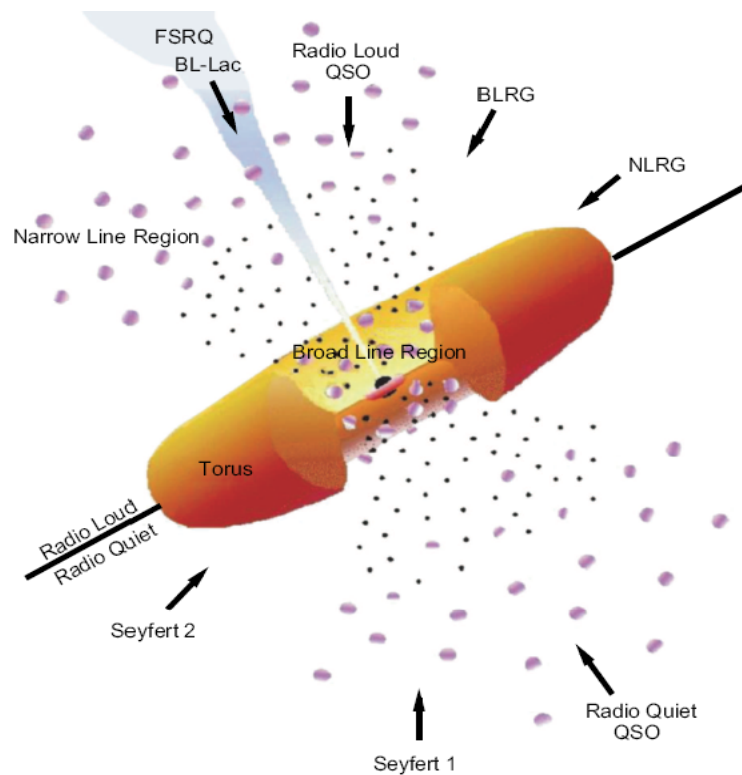


Abbildung 7.17: Das vereinheitlichte Modell für AGN. Die verschiedenen beobachteten Erscheinungen in Galaxien mit einem sehr leuchtstarken Kern werden durch verschiedene Beobachtungsrichtungen (Pfeile im Bild) und dadurch, ob es einen Jet gibt (oberer Teil) oder nicht (unterer Teil), erklärt. Aus der Dissertation von M. Ackermann [20].

Neutrinos (siehe (3.23-3.25)). Der Nachweis von in AGNs erzeugten Neutrinos würde erlauben, zwischen AGN-Modellen zu unterscheiden.

Wenn die Beschleunigung von Teilchen auf höchste Energien in den Jets passiert, dann sollte man natürlich die physikalischen Phänomene um die Bildung und die Eigenschaften von Jets gut verstehen. Allerdings stellen sich die entsprechenden Berechnungen als besonders schwierig heraus, weil hier wegen der starken Raumkrümmung und den starken Magnetfeldern eine Kopplung der Gleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) und der Magnetohydrodynamik zu erwarten ist.

Die Grundideen in Modellrechnungen sind: An die Materie in der Akkretionsscheibe sind weiträumige Magnetfelder gebunden (über die Kopplung von Magnetfeldern an Plasmen siehe Abschnitt 7.2.2). Beim freien Fall der Materie in das Schwarze Loch werden Felder mitgezogen und erfahren in der starken Raumkrümmung in der Nähe des Schwarzen Loches ‘frame-dragging’ (Lense-Thirring-Effekt), das ist das Phänomen, dass eine rotierende Masse nach der ART Raum und Zeit in seiner Umgebung mitrotieren lässt. Durch die Rotation des Schwarzen Loches werden auch die Magnetfelder von der Rotation mitgerissen und verdrillt. Enger gewickelte Feldlinien entsprechen einer Verstärkung des Feldes. Die Umsetzung der Rotationsenergie in die Energie von Plasmajets, die entlang der Spinachse des Schwarzen Loches ausgestoßen werden, stellt man sich ähnlich wie bei der Entstehung des Sonnenwin-

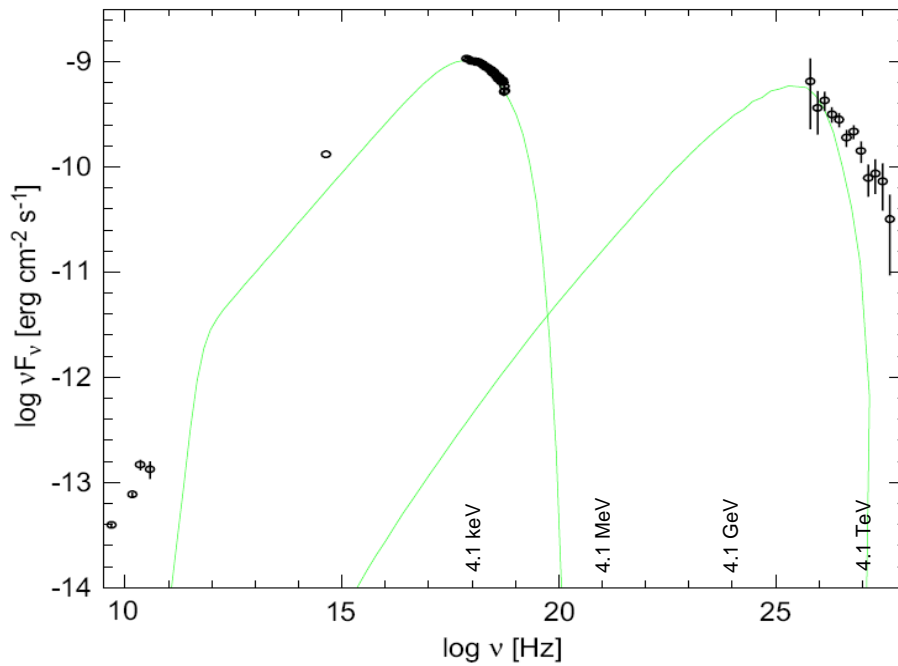


Abbildung 7.18: Gamma-Spektrum von dem BL-Lac-Blazar Makarian 421 in einem Zustand hoher Intensität. Die Kurven beschreiben in einem rein leptonischen Modell die beiden Beiträge von Synchrotronstrahlung und inversem Compton-Effekt (Referenzen siehe Dissertation M. Ackermann [20]).

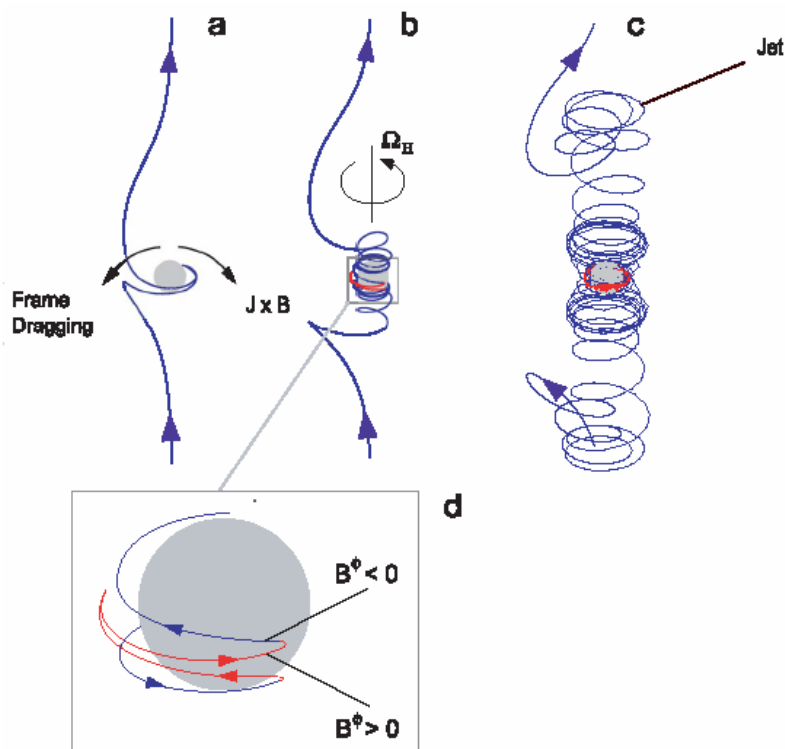


Abbildung 7.19: Schnappschuss einer Simulation der Verdrillung des Magnetfeldes in der Nähe eines Schwarzen Loches auf Grund des ‘frame-dragging’ und die Ausbildung eines Jets.

des³ durch ‘magnetische Rekonnexion’ vor. Damit wird ein Mechanismus umschrieben, bei dem Magnetfeldlinien entgegengesetzter Polarität vernichtet werden und die magnetische Energie, die in den Feldlinien gespeichert ist, in kinetische Energie des Plasmas umgewandelt wird. Dieser von Magnetfeldern getriebene Partikelstrom wird auch Poynting-Fluss genannt. In Falle von Schwarzen Löchern wird das Plasma mit Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit ausgestoßen. Abbildung 7.19 zeigt einen Schnappschuss einer Simulation.

Das Plasma wird nicht kontinuierlich ausgestoßen, sondern häufig in ‘blobs’ oder ‘knots’, die sich mit nahezu Lichtgeschwindigkeit in den intergalaktischen Raum ausdehnen. Dadurch ergibt sich eine starke Variabilität der abgestrahlten Intensität, mit relativ kurzen Aktivphasen (‘Flares’) und längeren Ruhephasen. Die Aktivphasen können sehr kurz sein, zum Beispiel sind 20 Minuten beobachtet worden. Das begrenzt die Ausdehnung des Emissionsgebietes auf

$$\Delta r \approx \Delta t \cdot c \approx 10^{11} \text{ m}, \quad (7.97)$$

also etwa den Erde-Sonne-Abstand. Die Variabilität der AGN kann man zur Erhöhung der Signifikanz von Beobachtungen in der TeV-Astronomie ausnutzen: Wenn man zum Beispiel bei der Suche nach Punktquellen mit Neutrino-teleskopen die Beobachtung auf ein kurzes Zeitintervall, in dem mit anderen Beobachtungen ein Flare eines AGN festgestellt worden ist, einschränkt, kann man einen großen Anteil des Untergrundes unterdrücken.

Mit den Geschwindigkeiten des Plasmas in den Jets nahe der Lichtgeschwindigkeit sind interessante relativistische Phänomene verbunden. Zum Beispiel ist die beobachtete Intensität I einer Photonenquelle mit Spektralindex α für $\alpha > -2$ durch den relativistischen Doppler-Effekt gegenüber der Intensität I' im Ruhesystem der Quelle überhöht (‘relativistic beaming’). Die Intensität oberhalb einer Energieschelle E_{th} ist dann (siehe Anhang B.2):

$$I(E_\gamma > E_{th}) = \delta^{2+\alpha} I'(E'_\gamma > E_{th}) \quad \text{mit} \quad \delta = \frac{1}{\gamma(1 - \beta \cos \phi)} \quad (7.98)$$

Der Doppler-Faktor δ hängt von der Geschwindigkeit $\beta = v/c$ des Plasmas im Jet ab, γ ist der dazugehörige Lorentz-Faktor und ϕ ist der Winkel zwischen der Sichtlinie und der Jetachse. Zusätzlich hängt die Intensitätserhöhung wegen der Blauverschiebung auch von dem Spektralindex α ab.

Ein anderer Effekt ist die ‘superluminal motion’: Die ‘Blobs’ in einem Jet können sich anscheinend mit Überlichtgeschwindigkeit bewegen. Das ergibt sich, wie in Abb. 7.20 dargestellt, wenn man die transversale Bewegung unter einem kleinen Winkel zur Jetachse sieht und den Unterschied der Laufzeit des Lichtes zwischen zwei Beobachtungszeitpunkten berücksichtigt. Die scheinbare Geschwindigkeit ist:

$$v_{app} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{v \sin \phi}{1 - \beta \cos \phi} \quad (7.99)$$

Bei einer gegebenen Geschwindigkeit v ist der Winkel, bei dem die maximale scheinbare Geschwindigkeit auftritt, $\sin \phi_{max} = 1/\gamma$, woraus sich

$$(v_{app})_{max} = \gamma v \quad (7.100)$$

³siehe dazu zum Beispiel Physik Journal 6 (2007) Nr. 3, S. 43 und S. 51

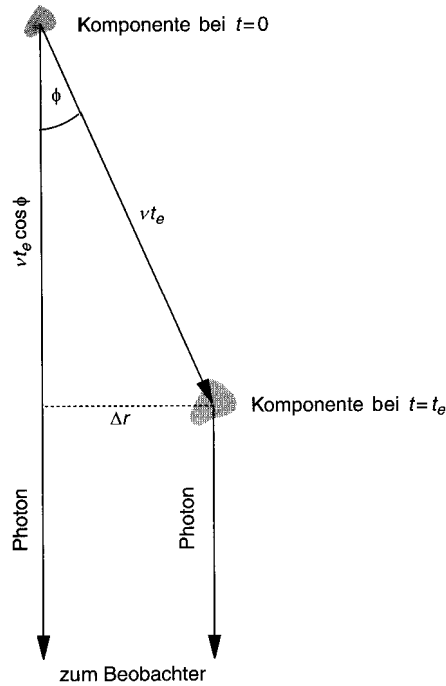


Abbildung 7.20: Erklärung der ‘superluminal motion’: eine Quellkomponente bewegt sich mit Geschwindigkeit v im Winkel ϕ relativ zum Sehstrahl. Betrachte Emission von Photonen zu zwei Zeitpunkten $t = 0$ und $t = t_e$: Photonen, die bei $t = t_e$ emittiert werden, erreichen uns eine Zeit $\Delta t = t_e(1 - \beta \cos \phi)$ später als die bei $t = 0$ emittierten. Scheinbarer Abstand der Quellpositionen zu den beiden Zeitpunkten ist $\Delta r = v t_e \sin \phi$; daraus ergibt sich scheinbare Geschwindigkeit am Himmel von $v_{app} = \Delta r / \Delta t = v \sin \phi / (1 - \beta \cos \phi)$ (aus [13]).

ergibt. Dieser Ausdruck wird größer als die Lichtgeschwindigkeit für $\beta = \sqrt{1/2} \approx 0.7$.

7.7 Gamma-Strahlungsausbrüche (GRB)

Gamma-Strahlungsausbrüche wurden bereits in Abschnitt 4.2 angesprochen. Sie sind dadurch charakterisiert, dass innerhalb sehr kurzer Zeit, innerhalb weniger Sekunden, ungeheure Energiemengen freigesetzt werden. Die Verteilung der beobachteten GRB (Abb. 4.4) über die ganze Himmelskarte zeigt, dass die Erscheinung im ganzen Kosmos stattfindet.

Wegen der kurzen Emissionszeit (Abb. 7.21) muss die Quelle der Strahlung relativ kompakt sein, von der Größenordnung eines Sterns, wobei die emittierte Energie, wenn die Abstrahlung isotrop ist, in die Größenordnung der Ruhemasse eines Sterns kommt. Diese extreme Strahlungsleistung könnte um etwa drei Größenordnungen gesenkt werden, wenn die Abstrahlung nur in einem engen Winkelbereich, wie bei den AGN-Jets, emittiert wird. Als Quellen werden extrem starke Supernova-Explosionen, sogenannte Hypernovae, oder Kollisionen von Neutronensternen diskutiert. In beiden Modellen könnte die Energie in stark kollimierten Jets abgestrahlt werden.

Solche Jets könnten wie bei AGNs Teilchen beschleunigen. Bisher gibt es al-

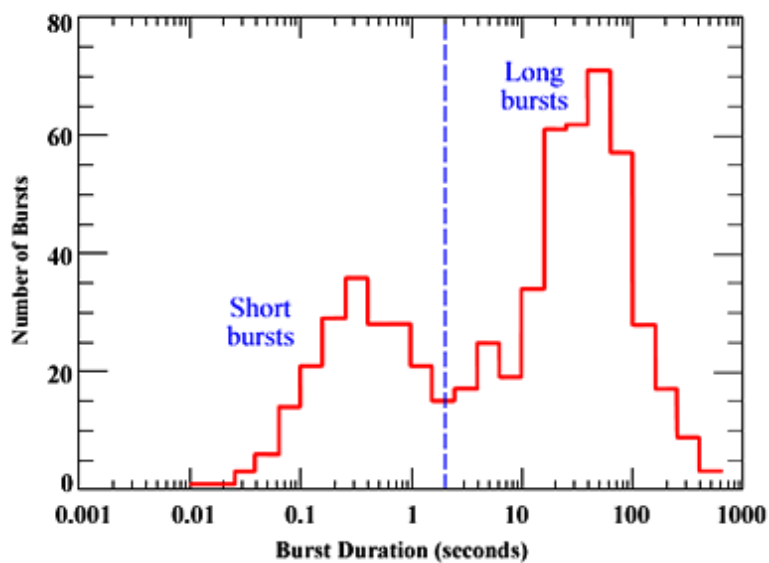


Abbildung 7.21: Verteilung der Dauer von Gamma-Strahlungsausbrüchen. Es scheint zwei Häufungen zu geben, eine bei kleinen, eine bei größeren Zeiten. Häufig werden die langen Zeiten mit Hypernova-Explosionen und die kurzen mit kollidierenden Neutronenestern in Zusammenhang gebracht (aus <http://astronomy.swin.edu.au/cms/astro/cosmos/>).

lerdings noch keinen Nachweis hochenergetischer kosmischer Strahlung von GRBs. Trotz eines Alarmsystems durch die Beobachtungssatelliten ist es zum Beispiel TeV-Gamma-Teleskopen bisher nicht gelungen, schnell genug in Richtung eines GRB zu schauen. Auch hochenergetische Neutrinos, die räumlich und zeitlich mit GRBs korrelieren, sind bisher nicht beobachtet worden.

Kapitel 8

Dunkle Materie

8.1 Hinweise auf Dunkle Materie

Die kosmologischen Parameter: In Tabelle 2.3 in Abschnitt 2.5.5 sind die kosmologischen Parameter nach unserem heutigen Kenntnisstand zusammengestellt. Die wesentlichen Ergebnisse sind (Tabelle 8.1, Abb. 8.1):

- Das Universum ist flach: $\Omega \approx 1$.
- Die Materie trägt nicht dominant zur Gesamtdichte bei: $\Omega_M \approx 27\%$.
- Der größte (und am wenigsten verstandene Anteil) ist die ‘Dunkle Energie’: $\Omega_\Lambda \approx 73\%$.
- Von dem Materieanteil ist nur ein geringer Teil ‘normale’, baryonische Materie: $\Omega_B \approx 5\%$.
- Der tatsächlich sichtbare leuchtende Teil ist wiederum etwa eine Größenordnung kleiner: $\Omega_{vis} \approx 0.5\%$.
- Der überwiegende Materieanteil ist ‘Dunkle Materie’: $\Omega_{DM} \approx 23\%$.

Bei der Dunklen Materie (DM) unterscheidet man ‘kalte Dunkle Materie’ (Cold Dark Matter, CDM) und ‘heiße Dunkle Materie’ (Hot Dark Matter, HDM): ‘kalt’ bedeutet, dass die DM aus nicht-relativistischen ($v \ll c$), meistens schweren Teilchen

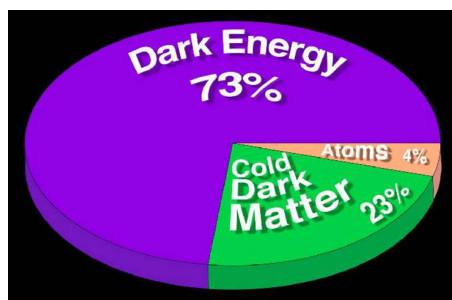


Abbildung 8.1: Anteile der Energie/Massen-Dichte an der Gesamtdichte des Universums, die etwa gleich der kritischen Dichte (siehe (2.17, 2.19)) ist.

Tabelle 8.1: Beiträge zur Energie/Massen-Dichte des Universums relativ zur kritischen Dichte ([17], siehe Tabelle in Anhang A).

Gesamtdichte:	Ω	=	1.011 ± 0.012
Dunkle Energie:	Ω_Λ	=	0.73 ± 0.03
gesamte Materie:	Ω_M	=	0.27 ± 0.02
baryonische Materie:	Ω_B	\approx	0.0425
Dunkle Materie:	Ω_{DM}	\approx	0.20

besteht, während 'heiße' DM aus leichten Teilchen mit relativistischen Geschwindigkeiten, zum Beispiel leichten Neutrinos, besteht. Alle Hinweise deuten darauf hin, dass die DM im wesentlichen 'kalte Dunkle Materie' ist, mit einem kleinen Anteil 'heiße Dunkle Materie', der durch die bekannten Neutrinos mit den experimentelle Massengrenzen gesättigt sein könnte.

Beobachtungsdaten zur Dunklen Materie: Hinweise für Dunkle Materie kommen vor allem von folgenden Analysen:

- Geschwindigkeitsverteilung von Sternen in Galaxien;
- Kinematik von Galaxienhaufen, einschließlich Massenbestimmung durch Gravitationslinseneffekt;
- Temperaturfluktuationen der Mikrowellenhintergrundstrahlung;
- Strukturbildung im Universum auf verschiedenen Skalen.

Die verschiedenen Hinweise sollen im Folgenden einzeln diskutiert werden.

Geschwindigkeitsverteilung von Sternen in Galaxien: Aus der Gleichheit von Zentrifugal- und Gravitationskraft für einen Stern mit der Masse m und Geschwindigkeit v auf einer Bahn mit Abstand r vom Zentrum einer Galaxie folgt:

$$\frac{m v^2}{r} = \frac{G m M(r)}{r^2} \quad (8.1)$$

Wobei $M(r)$ die Masse der Galaxie innerhalb der Bahn ist. Für Sterne, die sich am äußeren Rand der Galaxis befinden, wo also $M(r) \approx \text{const}$ gilt, sollte danach die Geschwindigkeit wie

$$v \sim \frac{1}{\sqrt{r}} \quad (8.2)$$

abfallen. Tatsächlich beobachtet man aber für große r

$$v \rightarrow \text{const}, \quad (8.3)$$

wie am Beispiel des Andromeda-Nebels in Abb. 8.2 gezeigt wird. Dieses Verhalten kann durch einen Halo von dunkler Materie mit einem Dichteprofile etwa proportional zu $1/r^2$ und einer Ausdehnung weit über die Galaxis hinaus erklärt werden (Abb. 8.3). Dieser Halo müsste dann mehr als 2/3 der Gesamtmasse der Galaxis haben.

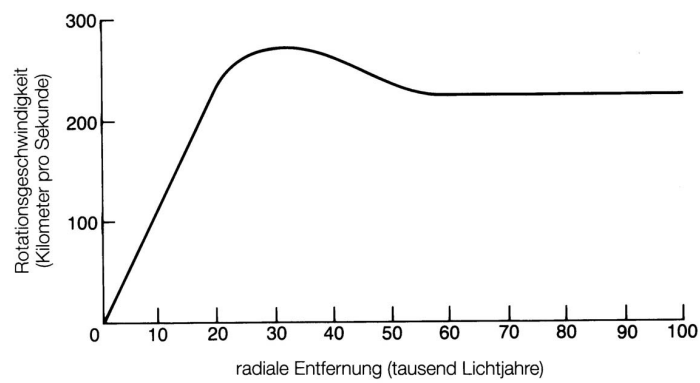


Abbildung 8.2: Oben: Geschwindigkeitsverteilung von Sternen im Andromeda-Nebel als Funktion des Abstandes vom Zentrum der Galaxis. Unten: Andromeda-Nebel.

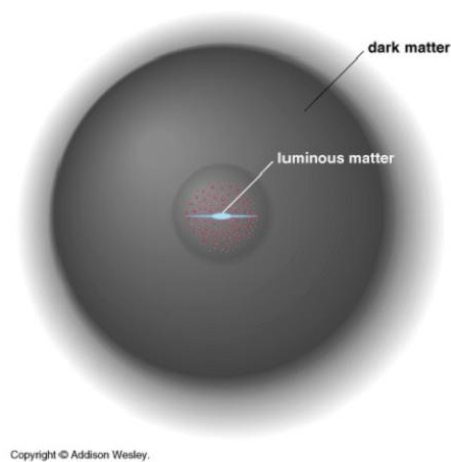


Abbildung 8.3: Schematische Darstellung des DM-Halos um eine Galaxis.

Kinematik von Galaxienhaufen: Es gibt großräumige Anhäufungen von Galaxien, auf die man den Virialsatz anwenden kann (siehe im Anhang Abschnitt B.3). Dieser Satz gibt einen Zusammenhang zwischen den kinetischen und potentiellen Energien der Galaxien, vorausgesetzt, dass das System abgeschlossen ist und sich im mechanischen Gleichgewicht befindet:

$$E_{kin} = -\frac{1}{2}E_{pot} \quad (8.4)$$

Die entsprechenden Analysen der Galaxienbewegungen deuten ebenfalls darauf hin, dass es einen erheblichen Anteil dunkler Materie gibt.

Die Masse M eines Galaxienhaufens von N Galaxien mit mittleren Massen \bar{m} , mittleren Abstände \bar{r} und mittlere Geschwindigkeitsquadraten \bar{v}^2 läßt sich wie folgt abschätzen:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}N\bar{m}\bar{v}^2, \quad E_{pot} = -\frac{1}{2}N(N-1)\frac{G\bar{m}^2}{\bar{r}} \approx -\frac{1}{2}N^2\frac{G\bar{m}^2}{\bar{r}} \quad (8.5)$$

Mit $N\bar{m} = M$ ergibt sich

$$M \approx \frac{2\bar{r}\bar{v}^2}{G} \quad (8.6)$$

Als erster beobachtete Fritz Zwicky 1933, dass die Geschwindigkeiten der Galaxien des Coma-Haufens, bestehend aus etwa 800 Einzelgalaxien, so hoch sind, dass der Haufen nicht durch die Gravitationswirkung der sichtbaren Materie zusammengehalten werden kann, sondern dass dazu etwa das 400-fache der sichtbaren Masse notwendig ist. Seine Hypothese, dass diese fehlende Masse in Form Dunkler Materie vorliege, stieß in der Fachwelt auf breite Ablehnung.

Temperaturfluktuationen der Mikrowellenhintergrundstrahlung: In Abschnitt 2.5 wurde diskutiert, dass sich aus der Analyse der Mikrowellenhintergrundstrahlung die Existenz von Dunkler Materie ergibt. Die Werte in Tabelle 8.1 basieren im Wesentlichen auf diesen Analysen. Der physikalische Grund für die hohe Sensitivität der CMB-Fluktuationen kann anhand der Abb. 2.17 erklärt werden: das Gravitationspotential, in dem die Photon-Baryon-Flüssigkeit schwingt, wäre ohne DM nicht tief genug. Die Schärfe der Fluktuationsstrukturen bis zu sehr kleinen Skalen deutet darauf hin, dass die DM im Wesentlichen ‘kalt’ sein muss.

Strukturbildung im Universum: Strukturbildung im Universum auf verschiedenen Skalen deutet darauf hin, dass zusätzliche, gravitativ wechselwirkende Materie notwendig ist. Der Vergleich der Simulationen von Strukturbildung im Universum (Abb. 8.4), die sich wegen dem großen Rechenaufwand noch im Anfangsstadium befinden, mit beobachteten Galaxienverteilungen (Abb. 8.5) deuten auch darauf hin, dass die DM dominant ‘kalt’ sein muss.

8.2 Kandidaten und ihre Eigenschaften

Es gibt viele mehr oder weniger exotische Kandidaten für die Dunkle Materie, zum Beispiel:

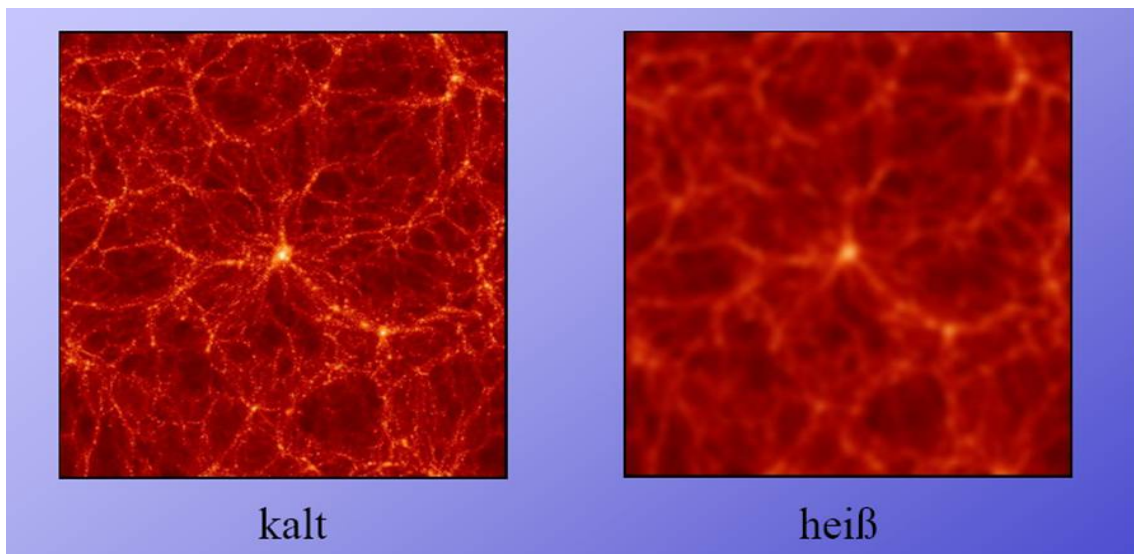


Abbildung 8.4: Simulationen von Strukturbildung in einer Massendichteverteilung auf Grund der Gravitationswechselwirkung.

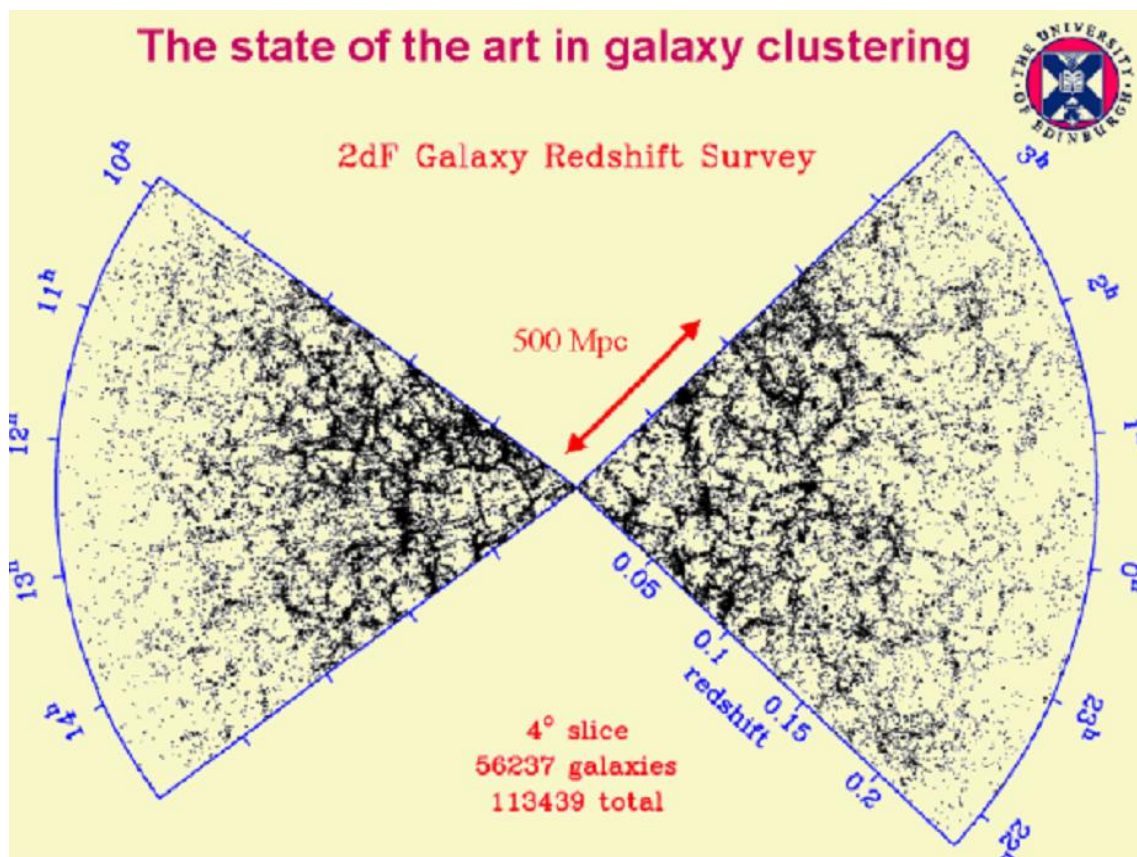


Abbildung 8.5: Beobachtete Verteilung der Galaxien im Universum.

- Neutrinos,
- WIMPs,
- Axionen,
- Topologische Raum-Zeit-Defekte.

Alternativ wurde untersucht, ob man auch mit normaler baryonischer Materie die Beobachtungen, insbesondere die Bewegung astronomischer Objekte, erklären kann:

- Machos
- Modifikation der Gravitationstheorie

8.2.1 Neutrinos

Wenn Neutrinos Masse haben, ist die Neutrino Hintergrundstrahlung ein guter Kandidat, um wenigstens einen Teil der dunklen Materie, als heiße DM, zu erklären. Massen im Sub-eV-Bereich, wie sie von den Analysen der Neutrino-Oszillationen nahegelegt werden, sind mit einem kleinen Beitrag zur DM verträglich. Es verbleibt ein größerer Anteil, der 'kalt' sein muss.

Bestünde die Dunkle Materie zum größten Teil aus schnellen leichten Teilchen, heißer Dunkler Materie, hätte das für den Strukturierungsprozess im Universum ein so genanntes Top-Down-Szenario zur Folge: Dichteschwankungen wären zuerst auf großen Skalen kollabiert, es hätten sich erst Galaxienhaufen, dann Galaxien, Sterne usw. gebildet. Im Widerspruch dazu zeigen Altersbestimmungen von Galaxien, dass sie vorwiegend alt sind, während manche Galaxienhaufen sich gerade im Entstehungsprozess befinden. Ein Bottom-Up-Szenario, eine hierarchische Strukturentstehung, gilt als erwiesen. Daher kann heiße Dunkle Materie allenfalls einen kleinen Teil der gesamten Dunklen Materie ausmachen.

8.2.2 WIMPs

'Weakly Interacting Massive Particles' mit Massen bis zu einigen 100 GeV sind die am meisten favorisierten Kandidaten für DM. Es sollte sich um Teilchen handeln, die nach dem Urknall aus dem thermodynamischen Gleichgewicht zwischen Erzeugung und Vernichtung entkoppelten. Da im Standardmodell der Teilchenphysik Teilchen mit den passenden Eigenschaften (schwer, stabil, sehr schwach wechselwirkend, ...) nicht zur Verfügung stehen, gehören die WIMP-Kandidaten zum Bereich 'Jenseits des Standardmodells', zum Beispiel ist das leichteste supersymmetrische Teilchen (lightest supersymmetric particle, LSP) ein favorisierter Kandidat.

SUSY-Teilchen als WIMPs

Warum Supersymmetrie? Die Supersymmetrie (SUSY) ist eine Symmetrie zwischen Fermionen und Bosonen, mit der Eigenschaft, Raum-Zeit-Symmetrien mit inneren Symmetrien von Teilchen vereinen zu können. Obwohl sie bereits Anfang der 1970iger Jahre entwickelt wurde (Wess, Zumino) und es bisher keine experimentellen Belege für eine supersymmetrische Natur gibt, werden supersymmetrische

Szenarien sehr ernst genommen, weil diese Theorie offene Fragen der Teilchenphysik beantworten könnte. Hier sollen nur kurz in Stichworten die wichtigsten Argumente zusammengefasst werden:

- SUSY beseitigt mathematische Inkonsistenzen im Standardmodell: unphysikalische Divergenzen, die auf der TeV-Skala zum Tragen kämen, heben sich durch Hinzunahme supersymmetrischer Diagramme weg.
- Die laufenden Kopplungskonstanten der elektromagnetischen, schwachen und starken Wechselwirkungen treffen sich in einem Punkt, der Vereinigungsskala M_{GUT} , allerdings erst wenn man die Supersymmetrie hinzunimmt, treffen sich alle drei genau in einem Punkt (Abb. 8.6). Der Vereinigungspunkt rutscht mit SUSY höher, auf $M_{GUT} \approx 2 \cdot 10^{16}$ GeV.
- Durch das Verschieben der GUT-Skala zu höheren Werten verschiebt sich die theoretische Erwartung der Protonlebensdauer nach oben und wird mit den experimentellen Grenzen verträglich.
- SUSY scheint eine Voraussetzung für eine Quantentheorie der Gravitation zu sein (String-Theorien sind supersymmetrisch).

SUSY-Teilchenspektrum: Die Fermion-Boson-Symmetrie impliziert, dass es zu jedem Teilchen des Standardmodells einen SUSY-Partner gibt, dessen Spin sich gerade um $1/2$ unterscheidet. Dadurch hat ein Fermion ein Boson als Partner und umgekehrt (Abb. 8.7).

SUSY wäre eine exakte Symmetrie, wenn die Massen der Partner gleich wären. Die experimentellen Grenzen zeigen aber, dass die Massen erheblich größer sein müssen (zumindest für die leichten Fermionen), so dass die Symmetrie gebrochen ist.

Der geringe Einfluss, den SUSY in dem uns zur Zeit zugänglichen Energiebereich hat, kann, neben den hohen Massen, dadurch erklärt werden, dass es eine erhaltene Quantenzahl gibt, die R-Parität, die nur assoziierte Produktion von SUSY-Teilchen erlaubt. Dann sollte das leichteste SUSY-Teilchen (LSP, lightest supersymmetric particle) stabil sein. Die besten Kandidaten für das LSP sind das Neutralino und das Gravitino. Das Neutralino, Symbol χ , ist im allgemeinen eine Linearkombination aus den vier neutralen Spin- $1/2$ SUSY-Teilchen: Photino, Zino und zwei Higgsinos. Das Gravitino ist der Superpartner des Gravitons. An Beschleunigern ist bisher erfolglos nach dem LSP gesucht worden, was je nach Modell LSP-Massen bis etwa zur Z^0 -Masse ausschließt.

LSP-Eigenschaften: Das LSP ist einer der möglichen Kandidaten für Dunkle Materie (durchaus bemerkenswert, dass es dafür aber nicht erfunden wurde). Bei genügend hohen Temperaturen nach dem Urknall hat es sich im thermodynamischen Gleichgewicht zwischen Erzeugung und Vernichtung befunden:

$$\chi + \bar{\chi} \leftrightarrow X_i \bar{X}_i, \quad (8.7)$$

wobei $X_i \bar{X}_i$ Teilchen-Antiteilchen-Paare sind (i steht für verschiedene Teilchen). Entsprechend der Diskussion in Abschnitt 2.2.2, entkoppeln die LSPs aus dem

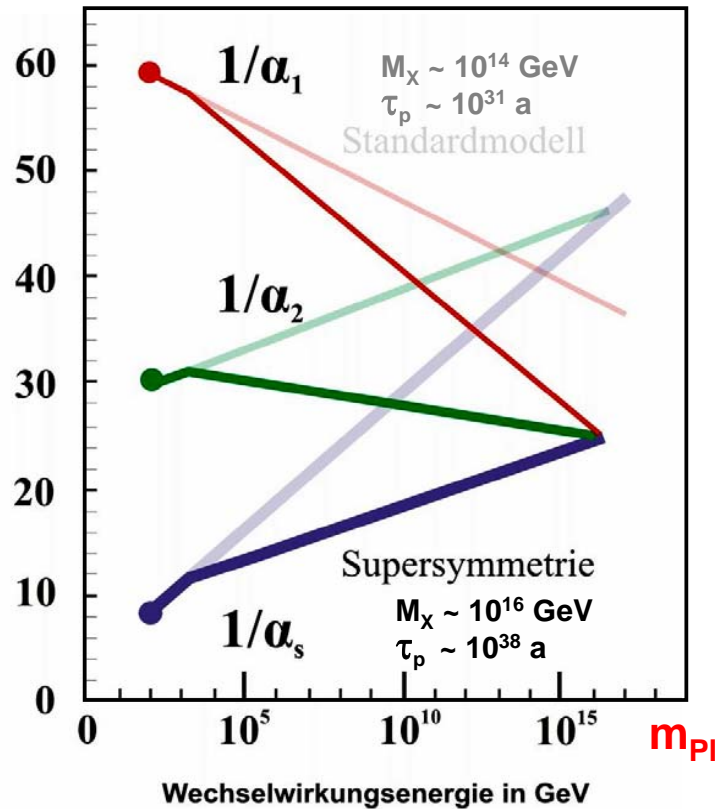


Abbildung 8.6: An der GUT-Skala sollten die Kopplungen der der schwachen, elektromagnetischen und starken Wechselwirkung gleich werden. Experimentell gibt es im Standardmodell eine Diskrepanz, die aber durch Einführung der Supersymmetrie behoben werden kann. Es ergibt sich dann ein Vereinigungspunkt bei etwa 10^{16} GeV.

Teilchen und ihre supersymmetrischen Partner (SUSY)			
Spin	Normales Teilchen	Superpartner	Spin
1/2	Leptons (e, ν_e , ...) Quarks (u, d, ...)	Sleptons (\tilde{e} , $\tilde{\nu}_e$, ...) Squarks (\tilde{u} , \tilde{d} , ...)	0
1	Gluons W^\pm Z^0 Photon (γ)	Gluginos Wino Zino Photino ($\tilde{\gamma}$)	1/2
0	Higgs	Higgsino	1/2
2	Graviton	Gravitino	3/2

Abbildung 8.7: Die elementaren Teilchen im Standardmodell und ihre SUSY-Partner.

Gleichgewicht, wenn die Reaktionsrate Γ kleiner als die Expansionsrate H des Universums wird (2.45): $\Gamma < H$. Nach (2.44) hängt die Reaktionsrate von Wirkungsquerschnitt σ , Teilchendichte n , Teilchengeschwindigkeit v ab:

$$\Gamma = n \langle \sigma v \rangle \quad (8.8)$$

Bei einem gegebenen Wirkungsquerschnitt und einer LSP-Masse (die in die Boltzmann-Verteilung des thermischen Gleichgewichts eingeht, vergleiche dazu die Diskussion der Nukleosynthese in Abschnitt 2.4) lassen sich aus der Expansionsrate die heutige WIMP-Dichte, die Temperaturverteilung und daraus die Reaktionsrate berechnen.

Nachweis: Folgende Möglichkeiten zum Nachweis von SUSY-WIMPs werden verfolgt:

- WIMPs können mit sich selbst annihilieren, bei der Annihilation entsteht Vernichtungsstrahlung oder ein Teilchen-Antiteilchen-Paar. Deshalb wird in der Kosmischen Strahlung nach entsprechenden Signalen von Antiteilchen (Positronen und Antiprotonen) und hochenergetischen Gammas gesucht (Abschnitt 8.3.3).
- WIMPs sollten elastische Stöße mit normaler Materie machen. Danach wird mit sehr empfindlichen Detektoren gesucht (Abschnitt 8.3.2).
- In den Beschleunigern mit den höchsten Energien wird nach der Produktion von SUSY-Teilchen gesucht. Das LSP sollte als stabiles, sehr schwach wechselwirkendes Teilchen mit der Signatur ‘fehlende Energie’ zu erkennen sein (Abschnitt 8.3.5).

8.2.3 Axionen

Axionen sind Teilchen, die postuliert wurden, um die Abwesenheit von CP-Verletzung in der Starken Wechselwirkung zu erklären (Peccei-Quinn-Mechanismus, 1977). Der Hintergrund in Kürze: in der Starken Wechselwirkung tritt eine Phase auf, die zu CP-verletzenden Effekten (zum Beispiel nichtverschwindendes elektrisches Dipolmoment des Neutrons) führen müsste. Die experimentellen Grenzen für solche Effekte bedeuten, dass die Phase sehr nahe oder gleich Null sein muss (aus den Messungen elektrischer Dipolmomente des Neutrons und von Kernen folgt für die Phase $\theta < 4 \cdot 10^{-10}$). Da es als ‘unnatürlich’ angesehen wird, dass eine Naturkonstante zufällig mit hoher Genauigkeit einen ausgezeichneten Wert annimmt, hat man nach einer Symmetrie gesucht, die die Phase natürlicherweise zu Null macht und auch gegen Korrekturen höherer Ordnung ‘schützt’. Diese Symmetrie ist eine $U(1)$ -Symmetrie, die allerdings ein zusätzliches Teilchen (Goldstone-Boson) mit sich bringt, das Axion.

Das Axion ist ein neutraler Pseudoskalar ($J^P = 0^-$) und ähnelt damit dem neutralen Pion, hat aber nur eine sehr kleine Masse von etwa $10^{-3} \dots 10^{-6}$ eV. Wie das π^0 zerfällt das Axion in zwei Photonen:

$$A^0 \rightarrow \gamma\gamma \quad (8.9)$$

Die Kopplung an die Photonen ist sehr schwach (über Loop-Diagramme, Abb. 8.16b) und damit die Lebensdauer des Axions lang (vergleichbar mit schwachen Zerfällen).

Entsprechend einer Klasse von Modellen wurden primordiale Axionen im frühen Universum durch ihre Kopplungen an Quarks und Gluonen erzeugt. Nach dem Confinement-Übergang der QCD werden die Axionen in Reaktionen mit Pionen erzeugt und vernichtet, sind dadurch thermalisiert und treten dann nach ihrer Entkopplung wegen ihrer geringen Masse als ‘Heiße Dunkle Materie’ wie die Neutrinos auf.

Besonders interessant sind aber die Modelle, bei denen Axionen in dem Prozess der Symmetriebrechung auf komplizierte Weise gekühlt werden und als ‘kaltes’ Kondensat auftreten. Diese Axionen könnten nach diesen Modellen trotz sehr kleiner Massen ($O(10 \mu\text{eV})$) die ‘Kalte Dunkle Materie’ (CDM) ausmachen.

Axionen könnten in Sternen in ähnlicher Rate wie Neutrinos produziert werden (über den Primakoff-Effekt, siehe unten) und damit zu der DM beitragen.

8.2.4 Topologische Raum-Zeit-Defekte

Durch die spontane Brechung der GUT-Symmetrien sollten topologische Defekte wie magnetische Monopole, kosmische Strings oder Domänenwände entstanden sein. Zur Zeit sind solche Objekte zur Erklärung von DM wenig aktuell, weil die experimentellen Ausschließungsgrenzen relativ hoch liegen, zum Beispiel für magnetische Monopole.

8.2.5 Machos

Wenn man glaubt, nicht-baryonische Materie einführen zu müssen, um die DM zu erklären, sollte man zunächst verstehen, was zum Beispiel in unserer Galaxis an nicht-leuchtender, normaler baryonischer Materie vorhanden ist. Eine Klasse, die zu solcher Materie beiträgt, sind ‘massive compact halo objects’, MACHOs, zu denen zum Beispiel Braune Zwerge gehören. Experimente zur quantitativen Bestimmung der Häufigkeit und Massen solcher Objekte in dem Halo der Milchstraße, die weiter unten diskutiert werden, ergaben, dass diese Objekte nicht ausreichen, um die DM-Effekte zu erklären.

8.2.6 Modifikation der Gravitationstheorie:

Alternativ wurde untersucht, ob man auch mit normaler baryonischer Materie die Beobachtungen, insbesondere der Bewegung astronomischer Objekte, erklären kann. Durch Änderung des Newton’schen Gesetzes der Gravitationskraft kann man die mit der sichtbaren Materie korrelierten kinematischen Inkonsistenzen, wie die Rotationskurven in Galaxien und die Bewegungen in Galaxienhaufen, ohne zusätzliche nicht-baryonische Materie erklären. Die Modifikation des Gravitationsgesetzes hat aber so weitreichende Implikationen, dass noch nicht klar ist, ob zum Beispiel die experimentellen Befunde zur Sternentstehung und zu den CMB-Fluktuationen einer MOND-Theorie (‘Modified Newtonian Dynamics’) widersprechen.

8.3 Nachweis von Dunkler Materie

8.3.1 Machos

Mit Hilfe des Gravitationslinseneffekts haben die Experimente MACHO, EROS und OGLE (Refs. siehe Review 22 in [17]) versucht, die Machos gegen hell leuchtende extragalaktische Objekte zu beobachten (siehe Abb. 8.8 oben). Es gibt inzwischen mehrere gut belegte Macho-Kandidaten (Abb. 8.8 unten). Allerdings würden diese Halo-Objekte baryonische Materie sein, und damit nicht die fehlende nicht-baryonische Materie erklären.

Das Ergebnis des MACHO-Experimentes nach 5.7 Jahren Suche mit einem auf der Erde stationierten Teleskop: die Beobachtung von 11.9 Millionen Sternen in der großen Magellanschen Wolke, jeweils über eine Zeit von 34 bis 230 Tagen, ergab 13 bis 17 Macho-Ereignisse, die alle Kriterien erfüllen. MACHOs mit 0.1 bis 1.0 Sonnenmasse machen nach diesen Ergebnissen etwa 20% des Halos aus (mit einer oberen Grenze von 40%). Die EROS-Kollaboration setzt niedrigere Grenzen.

8.3.2 Suche nach elastischer WIMP-Streuung

Eine Möglichkeit der Suche basiert darauf, dass WIMPs an Atomkernen elastisch streuen können und dabei einen Rückstoß auf die Kerne übertragen (Abb. 8.9a). Die Experimente sind wegen der geringen Rückstoßenergie und der zu erwartenden kleinen Streurrate extrem schwierig.

Experimentelle Bedingungen: Zur Abschätzung der **Rückstoßenergie** nimmt man an, dass sich die WIMPs im Schwerpunktsystem unserer Galaxis mit thermischen Geschwindigkeiten bewegt (die Temperatur ist beim Ausfrieren etwa $T_f \approx (m_\chi/20)(c^2/k)$ und fällt mit der adiabatischen Ausdehnung etwa mit $1/R^2$ ab). Die thermischen Geschwindigkeiten sind klein gegenüber der Geschwindigkeit des Sonnensystems relativ zur Galaxis von 220 km/s. Deshalb wird eine mittlere WIMP-Geschwindigkeit relativ zu einem erdgebundenen Detektor zu 220 km/s angenommen. Für WIMP-Massen zwischen 10 GeV und 10 TeV sind die zu erwartenden Rückstoßenergien der Kerne (zum Beispiel Ge, Xe) nur 1 bis 100 keV.

Die Streurrate ist durch den lokalen WIMP-Fluss, $j_\chi = n v$, und den Streuquerschnitt gegeben:

$$\Gamma_{\text{elast}} = n v \sigma_{\chi,N}. \quad (8.10)$$

Für unsere Umgebung wird die DM-Dichte zu $\rho_{DM} = 0.3 \text{ GeV}/\text{cm}^3$ mit den in Abschnitt 8.1 diskutierten kinematischen Betrachtungen abgeschätzt. Mit

$$n = \frac{\rho_{DM}}{m_\chi} \quad (8.11)$$

ergibt sich, dass die Rate elastischer Streuungen, Γ_{elast} in (8.10) nur noch von der WIMP-Masse und dem elastischen WIMP-Kern-Streuquerschnitt abhängt. Deshalb werden die bisher erhaltenen Ausschließungsgrenzen als Funktion dieser beiden Parameter aufgetragen (siehe Beispiele weiter unten).

Die größte Schwierigkeit der Experimente ist die zu erwartende extrem niedrige Streurrate der WIMPs. Für SUSY-WIMPs wäre die Streuung eine elektro-schwache

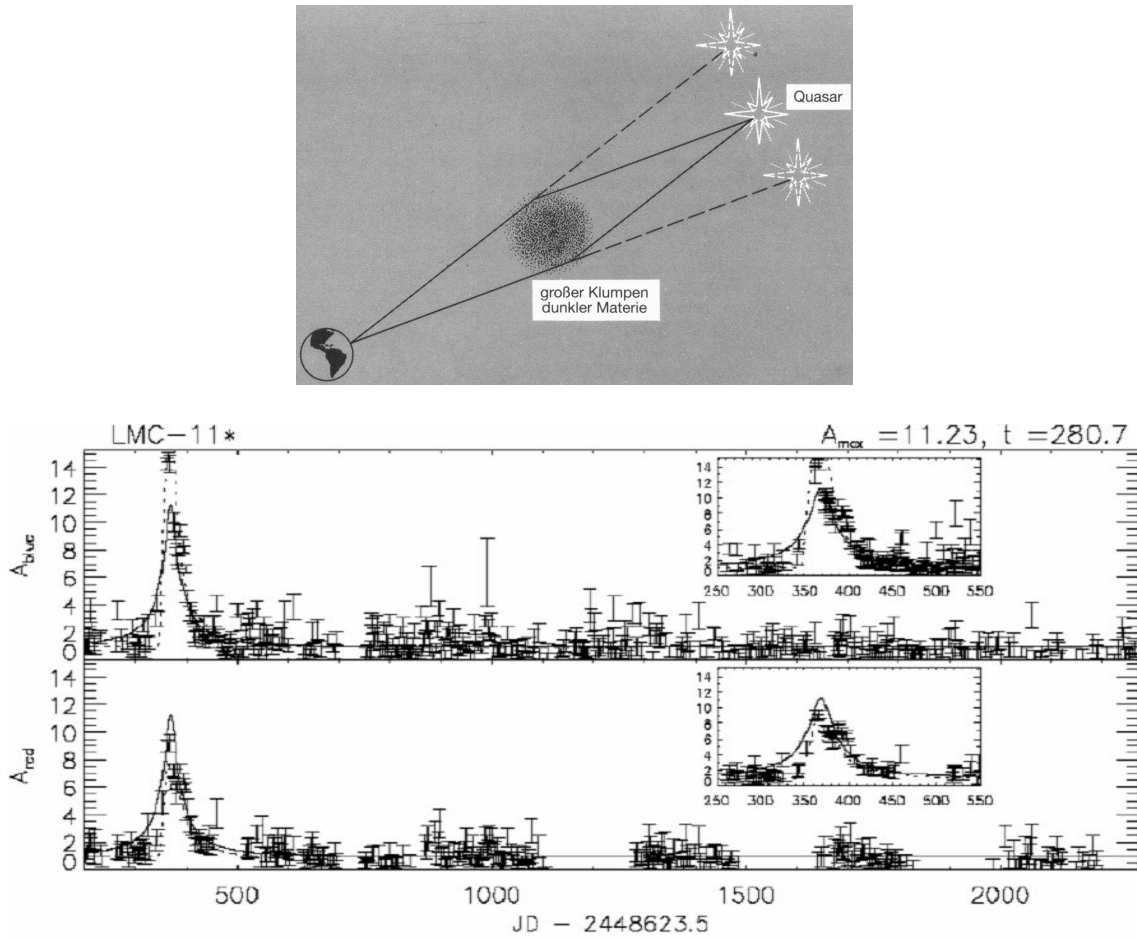


Abbildung 8.8: Die Wirkung einer Gravitationslinse zum Nachweis kompakter Dunkler Materie. Oben: Das Licht einer entfernten Quelle kann durch das Gravitationsfeld eines massiven Objektes, das eventuell sonst nicht zu sehen wäre, fokussiert werden. Unten: Lichtkurven von einem in der großen Magellanschen Wolke beobachteten Stern im blauen und roten Spektralbereich. Das simultane Aufleuchten mit gleicher Stärke in beiden Lichtkurven entspricht der Erwartung, wenn ein massives Objekt in der Milchstraße vor dem Stern vorbeifliegt.

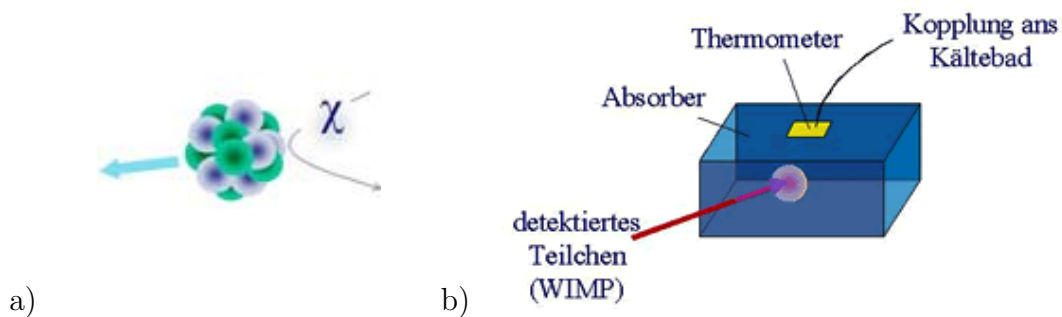


Abbildung 8.9: a) Elastische Streuung eines WIMP an einem Kern. b) Messprinzip eines Kryo-Detektors zum Nachweis von elastischer WIMP-Streuung durch die Messung eines Temperatursprungs in einem Kristall.

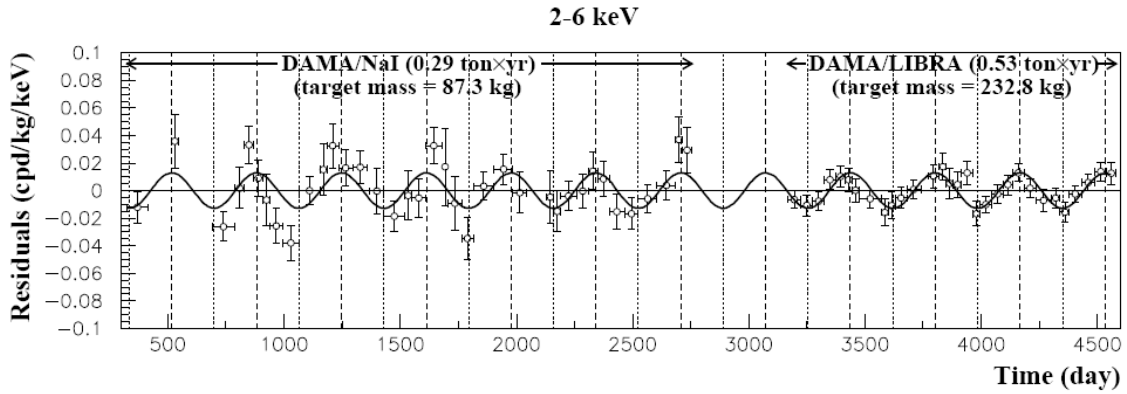


Abbildung 8.10: Messungen der jährlichen Modulation der Rate von Kernrückstoß-Ereignissen durch das DAMA-Experiment (in der vergrößerten und verbesserten Version DAMA/LIBRA).

Wechselwirkung mit einem entsprechend kleinen Wirkungsquerschnitt (zur Erinnerung: in SUSY-Modellen bleiben die Kopplungen die gleichen wie beim Standardmodell). Ohne entsprechende Vorkehrungen sind Energiedepositionen durch Radioaktivität viel häufiger. Der Detektor darf daher nur mit Materialien umgeben werden, die möglichst wenig Radioaktivität enthalten. Außerdem müssen die Experimente in tiefen Bergwerken oder Tunneln betrieben werden, um die kosmische Höhenstrahlung abzuschirmen. Das weltweit größte Labor für derartige Experimente befindet sich in Italien im Gran-Sasso-Tunnel, wo auch die beiden unten angesprochenen Detektoren DAMA und CRESST betrieben werden. Die ebenfalls besprochenen Experimente CDMS und EDELWEISS befinden sich in der Soudan Mine in Minnesota beziehungsweise dem Frejus-Tunnel an der Grenze zwischen Frankreich und Italien.

Das DAMA-Experiment (NaJ-Szintillator): Bedingt durch die Bewegung der Erde um die Sonne sollte sich unsere mittlere Geschwindigkeit relativ zu den WIMPs und damit das zu erwartende Rückstoßspektrum im jahreszeitlichen Rhythmus verändern. Das Experiment DAMA (Dark MATter search) im Gran-Sasso-Labor hat in mehrjährigen Messungen mit jetzt 250 kg NaI-Detektoren, bei einer gesamten Exposition von 0.82 Tonnen \times Jahre, Hinweise auf Modulationen mit einer Jahresperiode gefunden (Abb. 8.10).

Die Ergebnisse sind mit mehr als 8σ signifikant, aber scheinen im Widerspruch zu den Ergebnissen mehrerer anderer Experimente zu stehen (siehe die Ergebnisse der Kryo-Experimente im nächsten Paragraphen). Kritiker fragen, ob die DAMA-Kollaboration alle normalen Effekte mit jahreszeitlicher Schwankung ausgeschlossen haben. Da die Amplitude der Modulation nur größenordnungsmäßig 1% der gesamten Rate beträgt, wird auch hinterfragt, ob die Gesamtrate und die Eigenschaften der einzelnen Ereignisse mit einer WIMP-Hypothese verträglich sind. Andererseits könnte es sein, dass die anderen Experimente, die alle andere Detektortechnologien benutzen, auf die DAMA-Ereignisse nicht sensitiv sind, weil die Natur doch anders als die Modelle ist.

Neue Experimente mit ähnlichen Detektortechnologien sollen nun die DAMA-Ergebnisse überprüfen. Die DAMA-Ergebnisse wie auch die bisher erzielten Grenzen

für die Streuraten von WIMPs der anderen Experimente haben den Bereich, den man nach den Vorhersagen der Supersymmetrie erwarten würde, noch nicht erreicht. Die Streuraten könnten bis zu vier oder fünf Größenordnungen kleiner sein. Um WIMPs nachzuweisen, muß uns daher die Natur entweder mit einem hohen Wirkungsquerschnitt entgegenkommen, oder es sind neue Strategien bei der weiteren Reduzierung des Untergrundes notwendig.

Kryo-Detektoren: Als Detektoren mit hoher Empfindlichkeit und der Fähigkeit, Untergrund zu diskriminieren, werden Kristalle bei Temperaturen von $O(10\text{ mK})$ verwendet. Für kalorimetrische Messungen sind niedrige Temperaturen günstig, weil die Temperatursprung pro deponierter Energie am größten ist. Besonders günstig ist der Betrieb des Detektors an der Sprungtemperatur zum Supraleiter (zum Beispiel bei dem Szintillatorkristall CaWO_4 zwischen 7 und 9 mK). Bei Messung mit Squids (Superconducting QUantum Interference Device) ist man auf einzelne Phononen, die durch den Rückstoß des Kern angeregt werden, sensitiv.

Eine wesentliche Erhöhung der Sensitivität ergibt sich durch Kombination einer Temperaturmessung mit der Messung der Ionisation, die die Rückstoßkerne in dem Kristall erzeugen (Abb. 8.9b). Dabei kann die Ionisation auf verschiedene Weise gemessen werden, zum Beispiel durch Ladungssammlung in einem Halbleiterdetektor (Ge-Detektor im EDELWEISS-Experiment) oder durch Lichtmessung bei einem szintillierenden Kristall (CaWO_4 -Detektor im CRESST-Experiment). Durch den sogenannten Quenching-Effekt bei sehr hoher Ionisationsdichte, wie bei einem langsamen, schweren Kern, ist die Ionisationsausbeute relativ unterdrückt. Das Verhältnis der über Phononen gemessenen Energie zu der über die Ionisation gemessenen ist kleiner als bei der Ionisation von beispielsweise minimal ionisierenden Teilchen. Wie man an Abb. 8.11 für das Beispiel eines szintillierenden Kristalls sieht, läßt sich damit der Untergrund von β - und γ -Radioaktivität effizient unterdrücken.

Auf der Messung der Ionisationsladung basieren das amerikanische Experiment CDMS (Cryogenic Dark Matter Search) und das französische, im Frejus-Tunnel installierte Experiment EDELWEISS (Experience pour DETecter Les Wimps En Site Souterrain). Das unter deutscher Federführung im Gran Sasso Labor installierte Experiment CRESST (Cryogenic Rare Event Search with Superconducting Thermometers) mißt die Ionisation über Szintillationslicht.

Abbildung 8.12 zeigt WIMP-Ausschlussgrenzen von Kryo-Experimenten und die von DAMA beobachteten Evidenz in der Abhängigkeit von der WIMP-Masse und dem WIMP-Nukleon-Streuquerschnitt (die Streuung an Kernen wird mit der an einzelnen Nukleonen über die bekannten Kernformfaktoren in Beziehung gesetzt). Ebenfalls eingezeichnet ist der Bereich der SUSY-Vorhersage, die im Wirkungsquerschnitt bis etwa 10^{-12} pb herunter gehen kann, was mindestens drei Größenordnungen unterhalb der zur Zeit erreichbar scheinenden Messgenauigkeit liegt.

Offensichtlich stehen die DAMA-Evidenz und die Ausschlussgrenzen in Widerspruch zueinander. Ob die DAMA-Evidenz durch etwas anderes als WIMPs hervorgerufen wird, ist noch unklar. Alle genannten Experimente sammeln weiterhin Daten, zum Teil mit erhöhten Targetmassen um die das relevante Produkt Targetmasse \times Zeit zu vergrößern.

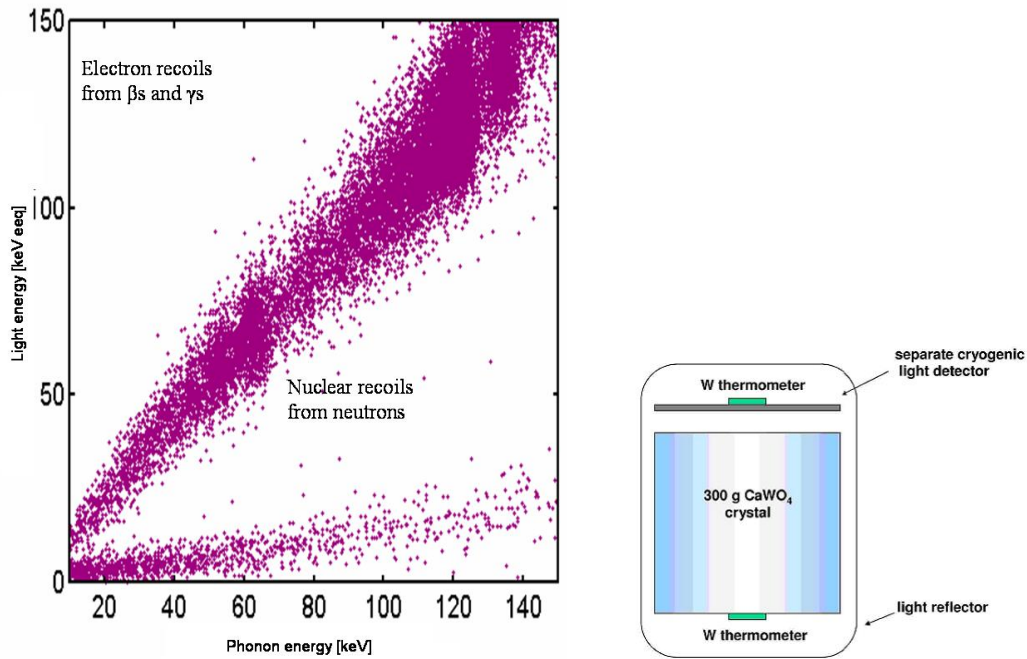


Abbildung 8.11: Links: Lichtausbeute gegen Phononenergie (Temperaturmessung) in einem CaWO_4 -Kristall (rechts Detektorprinzip) für β - und γ -Zerfälle von Kernen und bei Neutronenstreuung an Kernen.

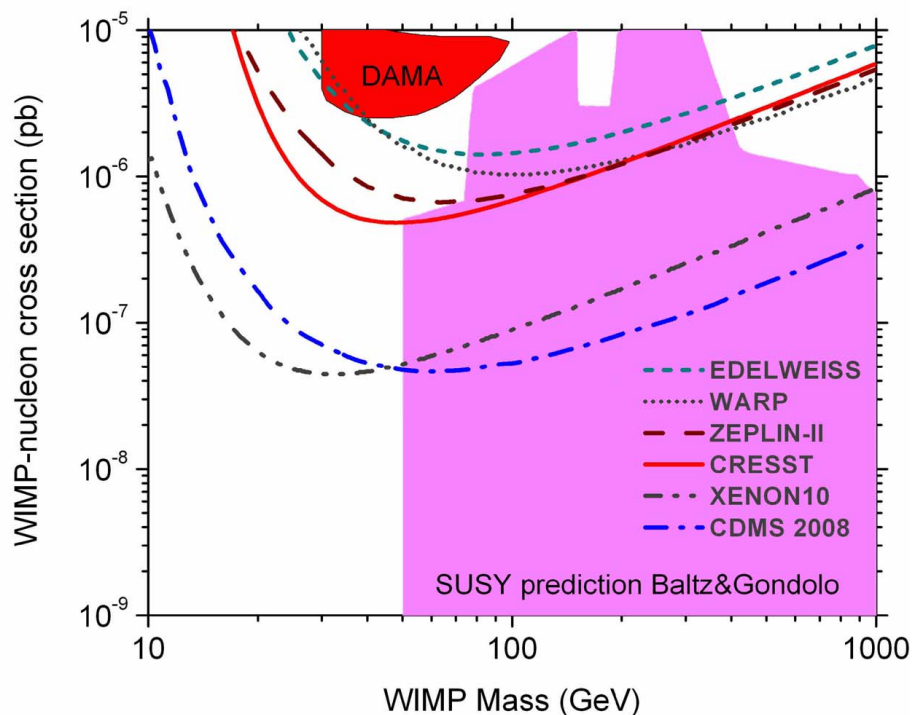


Abbildung 8.12: Ausschließungsgrenzen für WIMPs als Funktion der WIMP-Masse und des elastischen WIMP-Nukleon-Wirkungsquerschnitts. Ebenfalls eingezeichnet ist die von dem DAMA-Experiment gefundene Evidenz sowie der Bereich der SUSY-Vorhersage. Die Abbildung stammt aus der Veröffentlichung der dargestellten CRESST-Resultate (APP 31 (2009) 270).

8.3.3 DM-Suche in Kosmischer Strahlung

Die durch WIMP-Annihilationen im Weltall erzeugten Teilchen würden zur Kosmischen Strahlung beitragen. Wegen der notwendigen Untergrundunterdrückung eignen sich für den Nachweis von WIMP-Annihilationen am ehesten Neutrinos, Gammas und Antiteilchen, wie Antiprotonen und Positronen.

Annihilation in Neutrinos: Im Gravitationspotential der Erde oder der Sonne könnten sich WIMPs ansammeln, wenn diese durch Streuung an der Materie Energie verlieren. Damit würden sich in Erde und Sonne erhöhte Wahrscheinlichkeiten für WIMP-Annihilation ergeben, bei der auch als Endprodukte Neutrinos entstehen. Mit verschiedenen Neutrinodetektoren (Abschnitt 5.5) wurde nach WIMP-Annihilation in der Erde und der Sonne gesucht. Es wurde kein Signal beobachtet, was in eine Grenze für den elastischen Streuquerschnitt als Funktion der WIMP-Masse umgerechnet werden kann. In Abb. 8.13 sind diese Grenzen für ein Neutralino im Rahmen eines bestimmten SUSY-Modelles (MSSM) gezeigt. Für ein bestimmtes SUSY-Modell hängt die Neutralino-Annihilation nur noch von der Neutralino-Dichte ab, das heißt in diesem Fall von dem Streuquerschnitt an dem Wasserstoff der Sonne, der den Einfang in der Sonne bestimmt. Mit diesem Argument kann die Messung der Neutralino-Annihilation in der Sonne mit den direkten WIMP-Suchen in Verbindung gebracht werden. Da Neutralinos eine Spin besitzen könnte der Streuquerschnitt abhängig vom Spin der Kerne sein (zum Beispiel über Spin-Spin-Kopplungsterme). Da Wasserstoff einen Spin hat, wird in der Sonne der spin-abhängige Querschnitt gemessen. Die direkten Suchen messen dagegen mit den meisten Targetmaterialien den spin-unabhängigen Querschnitt, der auch für das Targetmaterial "Erde" maßgeblich ist.

Beitrag der WIMP-Annihilation zum galaktischen Gamma-Spektrum: Die von EGRET (Abb. 4.1) gemessene diffuse Gamma-Strahlung aus unserer Galaxis (Abb. 4.2, siehe Abschnitt 4.2) ist auf mögliche Beiträge von Neutralino-Annihilation untersucht worden (W. deBoer et al., 2005). Obwohl das EGRET-Spektrum von dem Nachfolger FERMI nicht bestätigt werden konnten und wahrscheinlich nicht korrekt ist, wollen wir hier kurz die Überlegungen skizzieren

Zur Beschreibung des Spektrums wurden zunächst die konventionellen Beiträge berechnet:

- Zerfall neutraler Pionen, die in der Wechselwirkung der CR mit dem interstellaren Medium erzeugt werden

$$p + p \rightarrow n \pi^0 + X, \quad \pi^0 \rightarrow \gamma\gamma, \quad (8.12)$$

- Bremsstrahlung von Elektronen,
- Inverser Comptoneffekt von Elektronen an Photonen verschiedener Hintergrundstrahlungsquellen.

Diese Beiträge allein ergaben ein Defizit im Bereich von etwa 100 MeV bis 100 GeV (Abb. 8.14 links). Durch Hinzunahme eines Beitrags von der Annihilation von WIMPs,

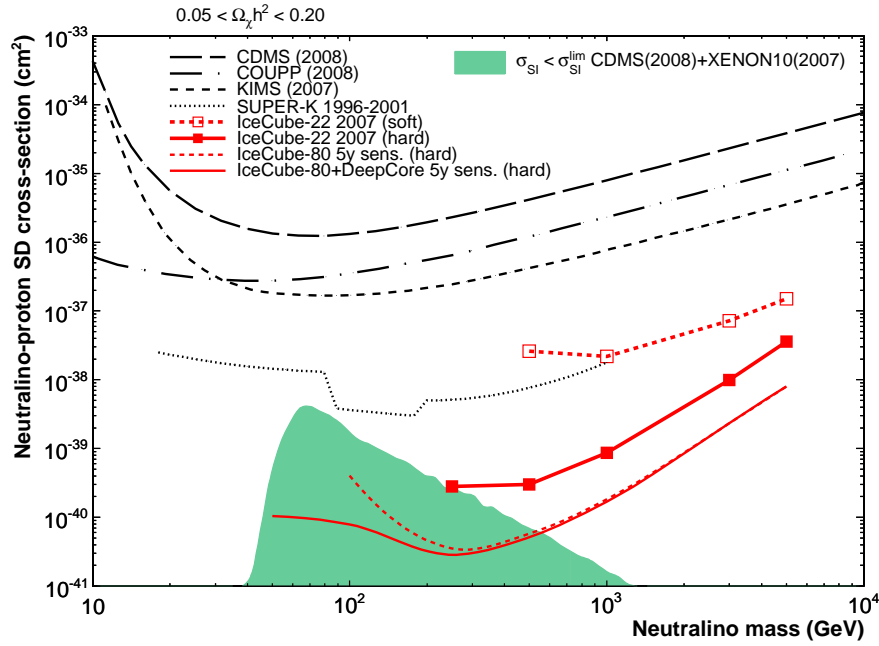


Abbildung 8.13: Grenzen für den spin-abhängigen Neutralino-Proton-Wirkungsquerschnitt als Funktion der Neutralino-Masse von verschiedenen Experimenten. Erläuterungen dazu im Text. Die getönte Fläche ist das Gebiet, dass durch direkte Suchen bisher nicht ausgeschlossen ist. Die Abbildung stammt aus der Veröffentlichung der IceCub-Kollaboration (PRL 102, 201302 (2009)).

angenommen als Neutralinos, die als ihre eigenen Antiteilchen mit sich selbst annihilieren können, konnte das Spektrum sehr gut beschrieben werden (Abb. 8.14 rechts). Die Gammas stammen dabei vor allem aus der wohlbekannten Fragmentation von Quarks, die als Quark-Antiquark-Paar in der Annihilation erzeugt werden:

$$\chi\bar{\chi} \rightarrow q\bar{q} \rightarrow n\pi^0 + X, \quad \pi^0 \rightarrow \gamma\gamma. \quad (8.13)$$

Die relevanten π^0 - und γ -Multiplizitäten und -Spektren sind von Beschleunigerexperimenten sehr gut bekannt. Mit einer Neutralinomasse von etwa 60 GeV ergab sich ein konsistentes Bild für die Reaktionsrate (8.8) heute und zur Zeit der Entkoppelung der Neutralinos im frühen Universum. Allerdings ist die zusätzliche Annahme zu machen, dass die DM klumpt (wie auch die übrige Materie) und zwar mit einem Überhöhungsfaktor der Dichte von etwa 100.

In Abb. 8.15 wird ein Vergleich der EGRET-Daten mit den neuen FERMI-Daten gezeigt. Die FERMI-Kollaboration hat die gleiche Analyse mit ihren Daten wiederholt und findet im Rahmen der systematischen Fehler (die kleiner als bei EGRET sind) keine Notwendigkeit für Beiträge von Neutralino-Annihilationen.

8.3.4 Nachweis von Axionen

Axionen-Annihilation in Magnetfeldern: Axionen können in einem starken Magnetfeld in Photonen konvertieren. In der Reaktion

$$a + \gamma_B \rightarrow \gamma \quad (8.14)$$

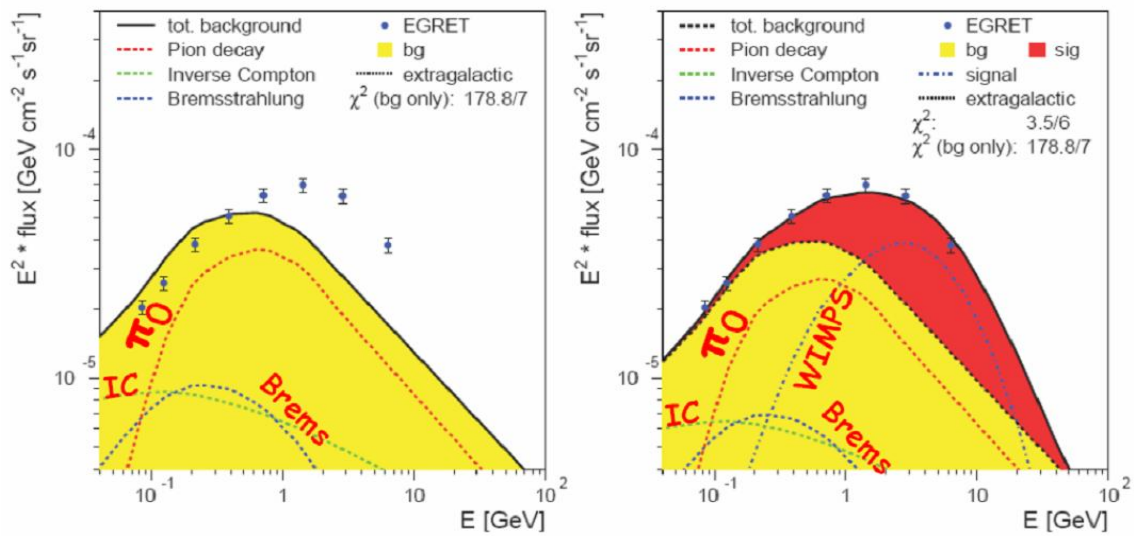


Abbildung 8.14: EGRET-Messungen des galaktischen Gamma-Spektrums verglichen mit Berechnungen verschiedener Beiträge. Links: Die Beiträge bekannter Quellen scheinen das Spektrum nicht zu beschreiben; rechts: der zusätzlich Beitrag von der Annihilation von Neutralinos mit einer Masse von etwa 60 GeV beschreibt das Spektrum.

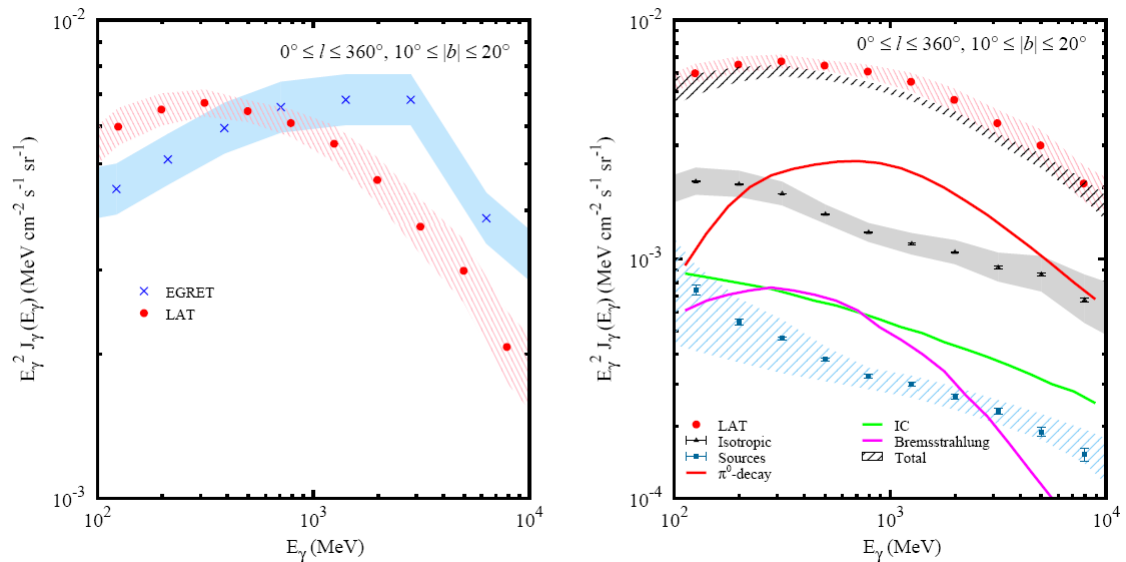


Abbildung 8.15: Das von FERMI aufgenommene Gamma-Spektrum im Vergleich zu dem EGRET-Spektrum zeigt, dass keine nicht-konventionellen Beiträge berücksichtigt werden müssen. Die Abbildungen stammen aus einem Konferenzbericht und sind vorläufig (ICRC09).

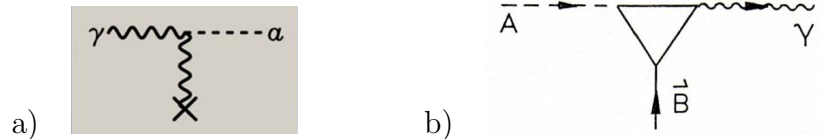


Abbildung 8.16: a) Zwei-Photon-Erzeugung eines Axions durch den Primakoff-Effekt; b) inverser Primakoff-Effekt in einem Magnetfeld: Konversion eines Axions in ein Photon.

koppelt das Axion a an ein Feldquant des Magnetfeldes und wandelt sich in ein Photon um (Abb. 8.16b), das für ein “kaltes” Axion, also den Kandidaten für “cold dark matter” (CDM), im Mikrowellen-Bereich liegt. In verschiedenen Experimenten wird nach Axionen gesucht, indem eine Kavität auf eine Frequenz abgestimmt wird, die der Masse der Axionen entspricht:

$$m_a c^2 = \hbar \omega_{res}. \quad (8.15)$$

Durch Resonanzeffekte würde ein mögliches Axionsignal so verstärkt, dass es messbar wird. Auf diese Weise wurden CDM-Axionen mit Massen im μeV -Bereich ausgeschlossen.

Axionen aus der Sonne: Axionen können im Innern von Sternen in vergleichbarer Häufigkeit wie Neutrinos durch den sogenannten Primakoff-Effekt erzeugt werden. Der Primakoff-Effekt ist die Zwei-Photon-Erzeugung eines Teilchens durch Streuung eines reellen Photons an einem Photon des Coulomb-Feldes eines Kerns (Abb. 8.16a). Die Axionen verlassen den Stern anschließend aufgrund ihrer geringen Wechselwirkungswahrscheinlichkeit nahezu ungehindert.

Um Axionen nachzuweisen, wird im CAST-Experiment ein LHC-Dipolmagnet mit einem Magnetfeld von etwa 9 T verwendet (Abb. 8.17). Dieser Magnet hat in seinem Inneren zwei Hohlräume, und an seinen beiden Enden insgesamt drei verschiedenen Röntgendetektoren (pn-CCD, Time Projection Chamber, Micromegas).

Der Magnet selbst befindet sich auf einem fahr- und drehbaren Gestell, mit dem er auf die Sonne oder auf andere interstellare Objekte ausgerichtet wird. Axionen sollen in dem starken Magnetfeld durch inversen Primakoff-Effekt (Abb. 8.16b) in Röntgenphotonen umgewandelt, von den Detektoren nachgewiesen und anhand ihrer charakteristischen Energie als Axionen identifiziert werden.

Axionen-Erzeugung in einem Magnetfeld: In einem anderen Experiment wird die Sonne durch einen starken Laserstrahl ersetzt, der in dem ersten Teil eines Magnetes Axionen erzeugen und im zweiten Teil, hinter einer Abschirmung des Laserstrahls, sie wieder nachweisen soll (Abb. 8.18). Das Licht würde dann anscheinend durch eine optisch dichte Wand gehen.

Die Experimente haben bisher keinen positiven Effekt beobachtet und bestimmen Ausschließungsgrenzen als Funktion der Axionmasse und der Gamma-Axion-Kopplung (Abb. 8.19).

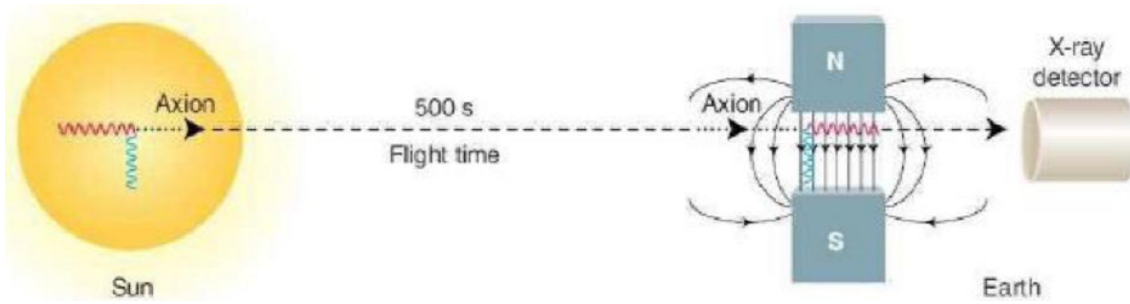


Abbildung 8.17: Cast-Experiment zum Nachweis solarer Axionen.

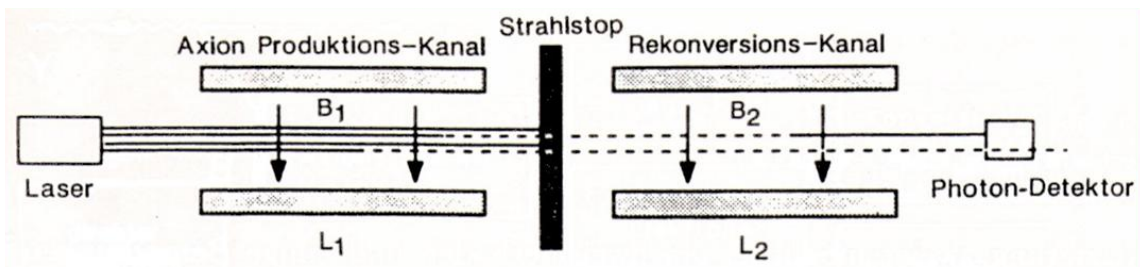


Abbildung 8.18: Axion Erzeugung durch einen Laserstrahl in einem Magnetfeld und Nachweis über inversen Primakoff-Effekt.

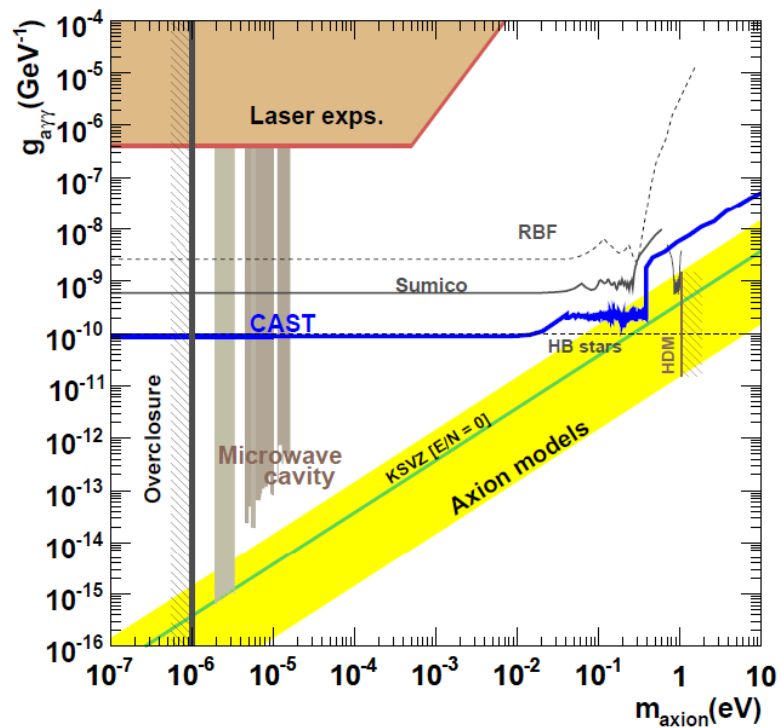


Abbildung 8.19: Ausschließungsgrenzen für Axionen als Funktion der Axionmasse und der Gamma-Axion-Kopplung (aus NJP 11 (2009) 105020).

8.3.5 Beschleunigerexperimente

Eine wesentliche physikalische Motivation für den Bau von Beschleunigern mit sehr hohen Energien (TEVATRON beim Fermilab, LHC beim CERN, der geplante 'International Linear Collider' ILC) ist die Suche nach SUSY-Teilchen. Signaturen sind Ereignisse mit hohen Transversalimpulsen (wegen der hohen Massen), bei dem LSP wäre es eine hohe fehlende Energie, wenn es stabil ist und im Detektor keine Wechselwirkung macht.

Es wäre ein großer Triumph der theoretischen Teilchenphysik und der Experimentierkunst, wenn eine Bestätigung des Supersymmetrie-Modells sowohl von den Beschleunigerexperimenten als auch von den WIMP- und Astroteilchen-Experimenten käme.

Die Jagd nach der dunklen Materie ist in vollem Gange. Vielleicht stellt sich heraus, dass mehrere Effekte beitragen. Das Ziel ist, die Entwicklung des Universums zu verstehen, zum Beispiel, ob es ewig expandiert oder wieder in sich zusammenfällt und dann wieder in einem neuen Urknall beginnt.

Anhang A

Astrophysikalische Konstanten

2. ASTROPHYSICAL CONSTANTS AND PARAMETERS

Table 2.1. Revised May 2008 by E. Bergren and D.E. Groom (LBNL). The figures in parentheses after some values give the one standard deviation uncertainties in the last digit(s). Physical constants are from Ref. 1. While every effort has been made to obtain the most accurate current values of the listed quantities, the table does not represent a critical review or adjustment of the constants, and is not intended as a primary reference. The values and uncertainties for the cosmological parameters depend on the exact data sets, priors, and basis parameters used in the fit. Many of the parameters reported in this table are derived parameters or have non-Gaussian likelihoods. The quoted errors may be highly correlated with those of other parameters, so care must be taken in propagating them. Unless otherwise specified, cosmological parameters are best fits of a spatially-flat Λ CDM cosmology with a power-law initial spectrum to WMAP 3-year data alone [2]. For more information see Ref. 3 and the original papers.

Quantity	Symbol, equation	Value	Reference, footnote
speed of light	c	$299\,792\,458\text{ m s}^{-1}$	exact[4]
Newtonian gravitational constant	G_N	$6.674\,3(7) \times 10^{-11}\text{ m}^3\text{ kg}^{-1}\text{ s}^{-2}$	[1]
Planck mass	$\sqrt{\hbar c/G_N}$	$1.220\,89(6) \times 10^{19}\text{ GeV}/c^2$ $= 2.176\,44(11) \times 10^{-8}\text{ kg}$	[1]
Planck length	$\sqrt{\hbar G_N/c^3}$	$1.616\,24(8) \times 10^{-35}\text{ m}$	[1]
standard gravitational acceleration	g_N	$9.806\,65\text{ m s}^{-2}$	exact[1]
jansky (flux density)	Jy	$10^{-26}\text{ W m}^{-2}\text{ Hz}^{-1}$	definition
tropical year (equinox to equinox) (2007)	yr	$31\,556\,925.2\text{ s} \approx \pi \times 10^7\text{ s}$	[5]
sidereal year (fixed star to fixed star) (2007)		$31\,558\,149.8\text{ s} \approx \pi \times 10^7\text{ s}$	[5]
mean sidereal day (2007) (time between vernal equinox transits)		$23^{\text{h}}56^{\text{m}}04^{\text{s}}.090\,53$	[5]
astronomical unit	AU, A	$149\,597\,870\,700(3)\text{ m}$	[6]
parsec (1 AU/1 arc sec)	pc	$3.085\,677\,6 \times 10^{16}\text{ m} = 3.262\dots\text{ly}$	[7]
light year (deprecated unit)	ly	$0.306\,6\dots\text{pc} = 0.946\,053\dots \times 10^{16}\text{ m}$	
Schwarzschild radius of the Sun	$2G_N M_\odot/c^2$	$2.953\,250\,077\,0(2)\text{ km}$	[8]
Solar mass	M_\odot	$1.988\,4(2) \times 10^{30}\text{ kg}$	[9]
Solar equatorial radius	R_\odot	$6.9551(3) \times 10^8\text{ m}$	[10]
Solar luminosity	L_\odot	$3.842\,7(1\,4) \times 10^{26}\text{ W}$	[11]
Schwarzschild radius of the Earth	$2G_N M_\oplus/c^2$	$8.870\,055\,881\text{ mm}$	[12]
Earth mass	M_\oplus	$5.972\,2(6) \times 10^{24}\text{ kg}$	[13]
Earth mean equatorial radius	R_\oplus	$6.378\,137 \times 10^6\text{ m}$	[5]
luminosity conversion (deprecated)	L	$3.02 \times 10^{28} \times 10^{-0.4 M_{\text{bol}}}\text{ W}$ (M_{bol} = absolute bolometric magnitude = bolometric magnitude at 10 pc)	[14]
flux conversion (deprecated)	\mathcal{F}	$2.52 \times 10^{-8} \times 10^{-0.4 m_{\text{bol}}}\text{ W m}^{-2}$ (m_{bol} = apparent bolometric magnitude)	from above
ABsolute monochromatic magnitude	AB	$-2.5 \log_{10} f_\nu - 56.10$ (for f_ν in $\text{W m}^{-2}\text{ Hz}^{-1}$) $= -2.5 \log_{10} f_\nu + 8.90$ (for f_ν in Jy)	[15]
Solar velocity around center of Galaxy	Θ_0	$220(20)\text{ km s}^{-1}$	[16]
Solar distance from Galactic center	R_0	$8.0(5)\text{ kpc}$	[17]
local disk density	ρ_{disk}	$3\text{--}12 \times 10^{-24}\text{ g cm}^{-3} \approx 2\text{--}7\text{ GeV}/c^2\text{ cm}^{-3}$	[18]
local halo density	ρ_{halo}	$2\text{--}13 \times 10^{-25}\text{ g cm}^{-3} \approx 0.1\text{--}0.7\text{ GeV}/c^2\text{ cm}^{-3}$	[19]
present day CMB temperature	T_0	$2.725(1)\text{ K}$	[20]
present day CMB dipole amplitude		$3.358(17)\text{ mK}$	[21]
Solar velocity with respect to CMB		$369(2)\text{ km/s}$ towards $(\ell, b) = (263.86(4)^\circ, 48.24(10)^\circ)$	[21]
Local Group velocity with respect to CMB	v_{LG}	$627(22)\text{ km s}^{-1}$ towards $(\ell, b) = (276(3)^\circ, 30(3)^\circ)$	[22]
entropy density/Boltzmann constant	s/k	$2889.2 (T/2.725)^3\text{ cm}^{-3}$	[14]
number density of CMB photons	n_γ	$410.5 (T/2.725)^3\text{ cm}^{-3}$	[23]
present day Hubble expansion rate	H_0	$100 h\text{ km s}^{-1}\text{ Mpc}^{-1}$ $= h \times (9.777\,752\text{ Gyr})^{-1}$	[24]
present day normalized Hubble expansion rate [‡]	h	$0.73(3)$	[2,3]
Hubble length	c/H_0	$0.925\,063 \times 10^{26} h^{-1}\text{ m} \approx 1.27 \times 10^{26}\text{ m}$	
scale factor for cosmological constant	$c^2/3H_0^2$	$2.852 \times 10^{51} h^{-2}\text{ m}^2$	
critical density of the Universe	$\rho_c = 3H_0^2/8\pi G_N$	$2.775\,366\,27 \times 10^{11} h^2 M_\odot\text{Mpc}^{-3}$ $= 1.878\,35(19) \times 10^{-29} h^2\text{ g cm}^{-3}$ $= 1.053\,68(11) \times 10^{-5} h^2 (\text{GeV}/c^2)\text{ cm}^{-3}$	
pressureless matter density of the Universe [‡]	$\Omega_m = \rho_m/\rho_c$	$0.128(8) h^{-2} \approx 0.24$ (WMAP3) $0.132(4) h^{-2} \Rightarrow 0.27(2)$ (ALL mean)	[2,3] [2]
baryon density of the Universe [‡]	$\Omega_b = \rho_b/\rho_c$	$0.0223(7) h^{-2} \approx 0.0425$	[2,3]
dark matter density of the universe [‡]	$\Omega_{\text{dm}} = \Omega_m - \Omega_b$	$0.105(8) h^{-2} \approx 0.20$	[2]
dark energy density of the Universe [‡]	Ω_Λ	$0.73(3)$	[25]
Hubble length	c/H_0	$0.925\,063 \times 10^{26} h^{-1}\text{ m} \approx 1.27 \times 10^{26}\text{ m}$	
radiation density of the Universe [‡]	$\Omega_\gamma = \rho_\gamma/\rho_c$	$2.471 \times 10^{-5} (T/2.725)^4 h^{-2} \approx 4.6 \times 10^{-5}$	[23]
neutrino density of the Universe [‡]	Ω_ν	$0.0005 < \Omega_\nu h^{-2} < 0.023 \Rightarrow 0.001 < \Omega_\nu < 0.05$	[26]
total energy density of the Universe [‡]	$\Omega_{\text{tot}} = \Omega_m + \dots + \Omega_\Lambda$	$1.011(12)$	[2,27]

Abbildung A.1: Astrophysikalische Konstanten (aus [17])

2 2. *Astrophysical constants*

Quantity	Symbol, equation	Value	Reference, footnote
baryon-to-photon ratio [‡]	$\eta = n_b/n_\gamma$	$6.12(19) \times 10^{-10}$	[28]
number density of baryons [‡]	n_b	$(1.9 \times 10^{-7} < n_b < 2.7 \times 10^{-7}) \text{ cm}^{-3}$ (95% CL)	from η
dark energy equation of state parameter [‡]	w	$-0.97(7)$	[2]
fluctuation amplitude at $8h^{-1}$ Mpc scale [‡]	σ_8	$0.76(5)$	[2,3]
scalar spectral index from power-law fit to data [‡]	n_s	$0.958(16)$	[2,3]
running spectral index slope at $k_0 = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$ [‡]	$dn_s/d \ln k$	-0.05 ± 0.03	[2,29]
tensor-to-scalar field perturbations ratio at $k_0 = 0.002 \text{ Mpc}^{-1}$ [‡]	$r = T/S$	< 0.65 at 95% C.L.	[2,3]
reionization optical depth [‡]	τ	$0.09(3)$	[2,3]
age of Universe at reionization [‡]	t_{reion}	365 Myr	[2,3]
age of the Universe [‡]	t_0	$13.73(15) \text{ Gyr}$	[2]

[‡] See caption for caveats.

References:

- P. J. Mohr, B. N. Taylor, & D. B. Newell, *CODATA Recommended Values of the Fundamental Constants: 2006*, Rev. Mod. Phys. (to be published); physics.nist.gov/constants.
- D. N. Spergel *et al.*, *Astrophys. J. Supp.* **170**, 377 (2007). Post-deadline WMAP5 values have not been used. In any case, they usually vary no more than 1σ from the WMAP3 values.
- O. Lahav & A. R. Liddle, "The Cosmological Parameters," this *Review*.
- B. W. Petley, *Nature* **303**, 373 (1983).
- The Astronomical Almanac for the year 2007*, U.S. Government Printing Office, Washington, and The Stationery Office, London (2005).
- With the range measurements of the Mars Global Surveyor and Odyssey in 1999–2007 now added to the Viking ranges of 1976–82, the value of the AU is determined to be $149\,597\,870\,700 \pm 2$ meters. While the AU is approximately equal to the semi-major axis of the Earth's orbit, it is not exactly so. Nor is it exactly the mean earth-sun distance. There are a number of reasons for this: 1) the Earth's orbit is not exactly Keplerian due to relativity and to perturbations from other planets; 2) the adopted value for the Gaussian gravitational constant k is not exactly equal to the earth's mean motion; and 3) the mean distance in a Keplerian orbit is not equal to the semi-major axis; instead, it is $\langle r \rangle = a(1 + e^2/2)$, where e is the eccentricity. For an observer far above Earth's orbital plane at rest in the inertial frame of the Solar System, terrestrial clocks would appear to run slower than local clocks because of (a) time dilation from Earth's orbital motion and (b) gravitational redshift at the Earth's surface and in the Sun's potential well. The last contribution is twice as big as the time dilation. The clock rates differ by 1.5 parts in 10^8 . These effects complicate the measurement and definition of the AU and $G_N M_\odot$ (Discussion courtesy of Myles Standish, JPL).
- The distance at which 1 AU subtends 1 arc sec: 1 AU divided by $\pi/648\,000$.
- Product of $2/c^2$ and the heliocentric gravitational constant $G_N M_\odot = A^3 k^2 / 86400^2$, where k is the Gaussian gravitational constant, $0.017\,202\,098\,95$ (exact) [5]. The value and error for A given in this table are used.
- Obtained from the heliocentric gravitational constant [5] and G_N [1]. The error is the 100 ppm standard deviation of G_N .
- T. M. Brown & J. Christensen-Dalsgaard, *Astrophys. J.* **500**, L195 (1998). Many values for the Solar radius have been published, most of which are consistent with this result.
- $4\pi A^2 \times (1366.4 \pm 0.5) \text{ W m}^{-2}$ [30]. Assumes isotropic irradiance.
- Schwarzschild radius of the Sun (above) scaled by the Earth/Sun mass ratio given in Ref. 5.
- Obtained from the geocentric gravitational constant [5] and G_N [1]. The error is the 100 ppm standard deviation of G_N .
- E. W. Kolb & M. S. Turner, *The Early Universe*, Addison-Wesley (1990); The IAU (Commission 36) has recommended $3.055 \times 10^{28} \text{ W}$ for the zero point. Based on newer Solar measurements, the value and significance given in the table seems more appropriate.
- J. B. Oke & J. E. Gunn, *Astrophys. J.* **266**, 713 (1983). Note that in the definition of AB the sign of the constant is wrong.
- F. J. Kerr & D. Lynden-Bell, *Mon. Not. R. Astr. Soc.* **221**, 1023–1038 (1985). "On the basis of this review these [$R_0 = 8.5 \pm 1.1 \text{ kpc}$ and $\Theta_0 = 220 \pm 20 \text{ km s}^{-1}$] were adopted by resolution of IAU Commission 33 on 1985 November 21 at Delhi." We retain this value for Θ_0 but list a more modern value for R_0 .
- M. J. Reid, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **31**, 345–372 (1993); M. Shen & Z. Zhu, *Chin. Astron. Astrophys.* **7**, 120 (2007). In Fig. 2 they present a summary of a dozen modern values for R_0 . All but one are within Reid's error band.
- G. Gilmore, R. F. G. Wyse, & K. Kuijken, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **27**, 555 (1989).
- E. I. Gates, G. Gyuk, & M. S. Turner (*Astrophys. J.* **449**, L133 (1995)) find the local halo density to be $9.2^{+3.8}_{-3.1} \times 10^{-25} \text{ g cm}^{-3}$, but also comment that previously published estimates are in the range $1\text{--}10 \times 10^{-25} \text{ g cm}^{-3}$. The value $0.3 \text{ GeV}/c^2$ has been taken as "standard" in several papers setting limits on WIMP mass limits, *e.g.* in M. Mori *et al.*, *Phys. Lett.* **B289**, 463 (1992).
- J. Mather *et al.*, *Astrophys. J.* **512**, 511 (1999). This paper gives $T_0 = (2.725 \pm 0.002) \text{ K}$ at 95%CL. We take 0.001 as the one-standard deviation uncertainty.
- G. Hinshaw, *et al.*, *Astrophys. J. Supp.* **170**, 288 (2007).
- D. Scott & G. F. Smoot, "Cosmic Microwave Background," this *Review*.
- $n_\gamma = \frac{2\zeta(3)}{\pi^2} \left(\frac{kT}{hc}\right)^3$ and $\rho_\gamma = \frac{\pi^2}{15} \left(\frac{kT}{hc}\right)^4$.
- Conversion using length of sidereal year.
- Ω_Λ from fits to various data sets is given in Table 12 in Ref. 2. The (meaningless) weighted average from the not-independent data sets is 0.727 ± 0.012 . This is almost the WMAP + SDSS LRG fit, which we quote with a 50% more conservative error. The extended error band includes results obtained with all of the data sets.
- The lower limit follows from neutrino mixing results combined with the assumptions that there are three light neutrinos ($m < 45 \text{ GeV}$) and that the lightest neutrino is substantially less massive than the others. Limits set from analyses of WMAP, large-scale structure, and other data are in the $\Omega_\nu < 0.02$ range. If the limit obtained from tritium decay experiments ($m_\nu < 2 \text{ eV}$) is taken seriously, then one can only conclude that $\Omega_\nu < 0.1$.
- From WMAP 3-year + SNLS data. WMAP 3-year data plus the HST Key Project constraint on H_0 implies $\Omega_{\text{tot}} = 1.014 \pm 0.017$ [2].
- Calculated from ρ_c , Ω_b , and n_γ .
- From WMAP 3-year data alone, assuming no tensors. If other data are included, results from -0.058 to -0.066 are obtained. Inclusion of tensors in the model results in values from -0.082 to -0.090 [2].
- R. C. Willson & A. V. Mordvinov, *Geophys. Res. Lett.* **30**, 1119 (2003); C. Frölich, *Space Sci. Rev.* **125**, 53–65 (2006).

Abbildung A.2: Astrophysikalische Konstanten (aus [17])

Anhang B

Ergänzungen

B.1 Zustandsgleichungen

Im Folgenden soll der Zusammenhang zwischen Druck und Energiedichte für Materie und Strahlung für einige wichtige Spezialfälle näher betrachtet werden. Bei der Ableitung der allgemeinen Gasgleichung benutzt man:

$$p = \frac{1}{3} n \langle \pi v \rangle \quad (\text{B.1})$$

Dabei ist p der Druck, der von Teilchen mit einer Dichte n , mittlerem Impuls π und Geschwindigkeit v auf die Wand eines Gefäßes ausgeübt wird.

Im **nicht-relativistischen Fall**, $v \ll c$, ist $\pi = m v$ (m bedeutet immer die Ruhemasse) und (B.1) wird:

$$p = \frac{1}{3} n m \langle v^2 \rangle = \frac{1}{3} n m c^2 \left\langle \frac{v^2}{c^2} \right\rangle = \frac{1}{3} \rho_m c^2 \left\langle \frac{v^2}{c^2} \right\rangle, \quad (\text{B.2})$$

wobei $\rho_m c^2$ die Energiedichte aufgrund der Ruhemassen ist, die im nicht-relativistischen Fall dominiert. In diesem Fall wird der Druck auch sehr klein:

$$p \rightarrow 0 \quad \text{für } v \ll c. \quad (\text{B.3})$$

Im **relativistischen Fall**, $v \approx c$, geht man von den relativistischen Formeln für Impuls und Energie aus:

$$\pi = \gamma m v \quad \text{und} \quad E = \gamma m c^2 \quad (\text{B.4})$$

Tabelle B.1: Zustandsgleichung, Energiedichte und Skalenparameter, der die Ausdehnung des Universums beschreibt, jeweils für die Dominanz einer Energieform in einer Entwicklungsphase des Universums.

Dominante Energieform	Zustandsgleichung	Energiedichte	Skalenparameter
Strahlung	$p = \frac{1}{3} \rho_s$	$\rho_s \sim R^{-4}$	$R \sim t^{1/2}$
Materie	$p = \frac{1}{3} \rho_m c^2 \langle \frac{v^2}{c^2} \rangle \xrightarrow{v \ll c} 0$	$\rho_m \sim R^{-3}$	$R \sim t^{2/3}$
Vakuum	$p = -\rho_v$	$\rho_v = \text{const}$	$R \sim \exp(\alpha t)$

Damit ergibt sich:

$$\lim_{v \rightarrow c} \pi \rightarrow E/c \quad (\text{B.5})$$

Diese Gleichung entspricht natürlich dem Zusammenhang zwischen Energie und Impuls eines Photons:

$$\pi = \frac{h}{\lambda}; \quad E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \pi c \quad (\text{B.6})$$

Damit ergibt (B.1) im relativistischen Fall, $v \approx c$:

$$p = \frac{1}{3}n \langle \pi c \rangle = \frac{1}{3}n \langle E \rangle = \frac{1}{3}\rho_s \quad (\text{B.7})$$

Quantenfluktuationen im Vakuum führen zu einer **Vakuumenergie** ρ_v , die negativen Druck ausübt:

$$p = -\rho_v c^2 \quad (\text{B.8})$$

Der negative Druck lässt sich dadurch erklären, dass die Energie proportional dem Volumen zunimmt, weil mit wachsendem Phasenraum mehr Schwingungsmoden möglich werden (entspricht dem Casimir-Effekt).

In Tabelle B.1 ist zusammengestellt, wie sich das Universum jeweils entwickelt, wenn ein bestimmter Zustand dominiert. Im allgemeinen ist die Energiedichte eine Summe aus den Beiträgen von Strahlung, Materie und Vakuumenergie. Die normierte Energiedichte ist dann:

$$\Omega_{tot} = \frac{\rho}{\rho_c} = \frac{\rho_s}{\rho_c} + \frac{\rho_m}{\rho_c} + \frac{\rho_v}{\rho_c} = \Omega_s + \Omega_m + \Omega_v \quad (\text{B.9})$$

B.2 ‘Relativistic Beaming’

Im Folgenden soll die Relation zwischen einer beobachteten Intensität einer Photonquelle oberhalb einer Schwellenenergie E ,

$$I(E_\gamma > E) = \int_E^\infty \frac{d^2 N_\gamma}{dt dE_\gamma} E_\gamma dE_\gamma \quad (\text{B.10})$$

und der entsprechenden Intensität im Ruhesystem der Quelle hergeleitet werden. Wir betrachten dazu eine relativistischen Jet, der sich mit der Geschwindigkeit v unter einem Winkel θ zur Sichtlinie bewegt (Abb. B.1).

Der mittlere Abstand, in dem Photonen von der Quelle emittiert werden, sei $d\tilde{t}$ im Ruhesystem der Quelle. Wenn sich die Quelle nicht bewegt, ist die Zeit im Beobachtersystem die gleiche: $dt = d\tilde{t}$, mit Bewegung: $dt = \gamma d\tilde{t}$. Im Beobachtersystem hat die Quelle in der Zeit dt die Strecke $v dt$ zurückgelegt und soll die Ebene in $A - B$ in der Abbildung erreichen. Um diese Ebene, von der aus die Lichtwege zum Beobachter gleich sind, zu erreichen, braucht das erste Photon eine Zeit $v \cos \theta dt/c$, so dass für die beobachtete Zeit zwischen der Ankunft von zwei Photonen gilt:

$$dt \rightarrow (1 - \beta \cos \theta) dt \quad (\text{B.11})$$

Damit gilt für die Relation zum Zeitintervall $d\tilde{t}$ zwischen zwei Emissionen in der Quelle:

$$dt \rightarrow \gamma(1 - \beta \cos \theta) d\tilde{t} = \frac{1}{\delta} d\tilde{t}, \quad (\text{B.12})$$

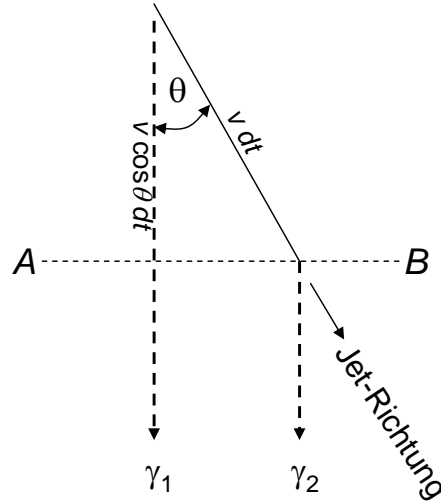


Abbildung B.1: Bewegung eines Plasma-Jets unter dem Winkel θ auf den Beobachter zu.

mit dem Doppler-Faktor

$$\delta = \frac{1}{\gamma(1 - \beta \cos \theta)}. \quad (\text{B.13})$$

Die Energie transformiert sich wie folgt:

$$\tilde{E}_\gamma = \gamma(1 - \beta \cos \theta) E_\gamma = \frac{1}{\delta} E_\gamma \quad (\text{B.14})$$

Die Intensität einer Quelle oberhalb der Energie E sei in ihrem Ruhesystem $\tilde{I}(\tilde{E}_\gamma > E)$. Dann ergibt sich die Intensität oberhalb der Energie E im Beobachtersystem zu:

$$I(E_\gamma > E) = \int_E^\infty \frac{d^2 N_\gamma}{dt dE_\gamma} E_\gamma dE_\gamma = \int_{E/\delta}^\infty \frac{d^2 N_\gamma}{\frac{1}{\delta} d\tilde{t} \delta \tilde{E}_\gamma} \delta^2 \tilde{E}_\gamma d\tilde{E}_\gamma = \delta^2 \tilde{I}(\tilde{E}_\gamma > \frac{E}{\delta}) \quad (\text{B.15})$$

Für eine Quellintensität mit einem festen Spektralindex α oberhalb der Energie E ,

$$\tilde{I}(\tilde{E}_\gamma > E) = A \cdot E^{-\alpha}. \quad (\text{B.16})$$

ergibt sich schließlich für $\alpha > -2$ eine Intensitätserhöhung:

$$I(E_\gamma > E) = \delta^{2+\alpha} \tilde{I}(\tilde{E}_\gamma > E) \quad (\text{B.17})$$

B.3 Virialsatz

Gegeben sei ein System von Massenpunkten i in einem endlichen Volumen mit Massen, Ortsvektoren und Impulsen

$$m_i, \vec{r}_i, \vec{p}_i. \quad (\text{B.18})$$

Das System sei abgeschlossen, das heißt es sollen keine äußeren Kräfte auf die Massenpunkte wirken, und die Impulse seine beschränkt. Das ‘Virial’ der Massenpunkte ist definiert als:

$$G = \sum_i \vec{p}_i \vec{r}_i. \quad (\text{B.19})$$

Die zeitliche Änderung dieser Größe ist:

$$\frac{dG}{dt} = \sum_i \dot{\vec{p}}_i \vec{r}_i + \sum_i \vec{p}_i \dot{\vec{r}}_i = \sum_i \vec{F}_i \vec{r}_i + \sum_i m_i \dot{\vec{r}}_i^2 = \sum_i \vec{F}_i \vec{r}_i + 2T, \quad (\text{B.20})$$

wobei \vec{F}_i die Kraft auf den Massenpunkt i ist und T die gesamte kinetische Energie des Systems.

Im zeitlichen Mittel ist G konstant:

$$\overline{\frac{dG}{dt}} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t \frac{dG}{d\tau} d\tau = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} [G(t) - G(0)] = 0. \quad (\text{B.21})$$

Der Ausdruck wird Null, weil $G(t)$ für alle t wegen der angenommenen Beschränktheit der Vektoren \vec{r}_i und \vec{p}_i endlich bleibt. Damit ergibt sich aus (B.20) der **Virialsatz** in allgemeiner Form:

$$\overline{\sum_i \vec{F}_i \vec{r}_i} = 2\overline{T}. \quad (\text{B.22})$$

Im Folgenden wollen wir den Fall konservativer Kräfte der Massenpunkte untereinander, die nach einem Potenzgesetz von den Abständen abhängen sollen, betrachten. Die Kraft auf einen Massenpunkt i setzt sich aus den Kräften \vec{F}_{ij} aller anderen Massenpunkte j auf den Punkt i zusammen:

$$\vec{F}_i = \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ij} \quad (\text{B.23})$$

Da $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$ gilt, läßt sich schreiben:

$$\sum_i \vec{F}_i \vec{r}_i = \sum_i \sum_{j < i} \vec{F}_{ij} (\vec{r}_i - \vec{r}_j) \quad (\text{B.24})$$

Für die Kraftfelder, die sich aus einem Potential W_{ij} ableiten lassen, gelte ein Potenzgesetz:

$$\vec{F}_{ij} = a_{ij} \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^{n+1}} = \nabla W_{ij} \quad (\text{B.25})$$

Für Coulomb- und Gravitationsfelder gilt $n = 2$, während zum Beispiel für den harmonischen Oszillator $n = -2$ gilt. Aus der Integration der Kraft \vec{F}_{ij} in (B.25) über den Abstand zwischen i und j ergibt sich der Beitrag zur potentiellen Energie

$$W_{ij} = -\frac{1}{n-1} \frac{a_{ij}}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^{n-1}} = -\frac{1}{n-1} \vec{F}_{ij} (\vec{r}_i - \vec{r}_j). \quad (\text{B.26})$$

und der Ausdruck in (B.24) ist dann mit der gesamten potentiellen Energie wie folgt verknüpft:

$$\sum_i \vec{F}_i \vec{r}_i = -(n-1)W_{pot} \quad (\text{B.27})$$

Setzt man dieses Ergebnis in den allgemeinen Ausdruck für den Virialsatz in (B.22) ein, ergibt sich der Virialsatz für Potenzgesetz-Kraftfelder:

$$\overline{T} = -\frac{n-1}{2} \overline{W_{pot}}, \quad (\text{B.28})$$

und damit für die hier wichtigen Gravitationskräfte mit $n = 2$:

$$\bar{T} = -\frac{1}{2}\overline{W_{pot}}. \quad (\text{B.29})$$

Wenn sich die Massenpunkte in einem mechanischen Gleichgewicht befinden, kann die Mittelwertbildung wegfallen:

$$T = -\frac{1}{2}W_{pot}. \quad (\text{B.30})$$

Aus (B.28) ergibt sich die Gesamtenergie des Systems:

$$E = T + W_{pot} = T - \frac{2}{n-1}T = \frac{n-3}{n-1}T \quad (\text{B.31})$$

Daraus folgt, dass es für $n \geq 3$ und $n \leq 1$ keine gebundenen Systeme mit $E < 0$ gibt.