

Nachdem in den 1920er Jahren die Expansion des Weltalls beobachtet worden war, hatte Einstein die Einführung der kosmologischen Konstante als den größten Fehler seines Lebens bezeichnet. Auch wir würden diese Konstante hier nicht mehr erwähnen, hätte sie nicht in den letzten Jahren wieder an Aktualität gewonnen. Die Homogenität des Weltalls ist in dem gerade dargestellten Modell der Kosmologie nicht zu verstehen, weil das heute beobachtbare Universum bei Extrapolation auf frühere Zeiten irgendwann nicht mehr kausal zusammenhängt ('Horizontproblem'). Man versucht heute diese Beobachtung durch eine Phase exponentiell schneller Expansion im frühen Universum zu erklären (siehe Abschnitt 2.3: 'Inflation'). Eine beschleunigte Expansion kann durch  $\Lambda \neq 0$  beschrieben werden.

In die Friedmann-Gleichung (2.19) geht dann die gesamte Energiedichte von Strahlung, Materie und Vakuumenergie, normiert auf die kritische Dichte, ein:

$$\Omega_{tot} = \frac{\rho}{\rho_c} = \frac{\rho_s}{\rho_c} + \frac{\rho_m}{\rho_c} + \frac{\rho_v}{\rho_c} = \Omega_s + \Omega_m + \Omega_v \quad (2.40)$$

### 2.2.2 Entwicklungsphasen des frühen Universums

Mit der adiabatischen Expansion des Universums ist eine Abkühlung verbunden. Wie wir im vorigen Abschnitt gezeigt haben, sind im frühen, strahlungsdominierten Universum Zeit, Ausdehnung, Temperatur und Energiedichte miteinander wie folgt verknüpft:

$$t \sim R^2 \sim \frac{1}{T^2} \sim \frac{1}{\sqrt{\rho}} \quad (2.41)$$

Im thermischen Gleichgewicht sind die mittleren Teilchenenergien durch die Temperatur gegeben:

$$E = kT \quad \text{mit } k = 8.6 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K} \quad (2.42)$$

Thermisches Gleichgewicht wird erreicht, wenn die Reaktionsgeschwindigkeiten groß gegenüber der Expansionsgeschwindigkeit sind. Die mittlere Reaktionsrate pro Teilchen für einen Prozess mit einem Wirkungsquerschnitt  $\sigma$ , Teilchendichte  $n$ , Teilchengeschwindigkeit  $v$  ist:

$$\Gamma = n \langle \sigma v \rangle \quad (2.43)$$

Wenn diese Rate kleiner wird als die Expansionsrate,

$$\Gamma < H, \quad (2.44)$$

entkoppeln sich die entsprechenden Teilchen aus dem Gleichgewicht. Bei Neutrinos passiert das zum Beispiel wegen des mit der Energie fallenden Wirkungsquerschnittes unterhalb einer Temperatur von  $10^{10}$  K. Für Erzeugungsprozesse müssen Energien oberhalb der erzeugten Massen zur Verfügung stehen.

Die Tabelle 2.2 und die Abb. 2.8 geben einen Überblick über die Entwicklungsphasen des Universums (siehe auch Abb. 2.2), die im folgenden erläutert werden.

- $t = 10^{-44}$  s,  $E = 10^{19}$  GeV:

Die Energie entspricht der Planckmasse:

$$M_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \approx 10^{19} \text{ GeV} \quad (2.45)$$

Tabelle 2.2: Phasen der kosmologischen Entwicklung.

$t$ [s]	$E$ [GeV]	$T$ [K]	$R$ [m]	
$10^{-44}$	$10^{19}$	$10^{32}$	$10^{-5}$	Planckzeit, $\lambda_{Compton} \approx r_S$
$10^{-36}$	$10^{15}$	$10^{28}$	$10^{-2}$	$E \approx M_X$ , GUT-Symmetrie-Brechung, Baryogenese
$10^{-10}$	$10^2$	$10^{15}$	$10^{12}$	$E \approx M_W$ , $SU(2)_L \times U(1)$ -Symmetrie-Brechung
$10^{-6}$	$10^0$	$10^{13}$	$10^{14}$	Quark-Confinement, $p\bar{p}$ -Annihilation
$10^0$	$10^{-3}$	$10^{10}$	$10^{17}$	Neutrinos entkoppeln, $e^+e^-$ -Annihilation
$10^2$	$10^{-4}$	$10^9$	$10^{18}$	Bildung leichter Kerne (Nukleosynthese)
$10^{12}$	$10^{-9}$	$10^4$	$10^{23}$	Photonen entkoppeln, Übergang von Strahlungs- zu Materie-Dominanz, Bildung von Atomen, Sternen, Galaxien
$10^{17}$	$10^{-13}$	$10^0$	$10^{26}$	Bildung des Sonnensystems und von organischem Leben, heute ( $t_0 \approx 2 \cdot 10^{10}$ Jahre)

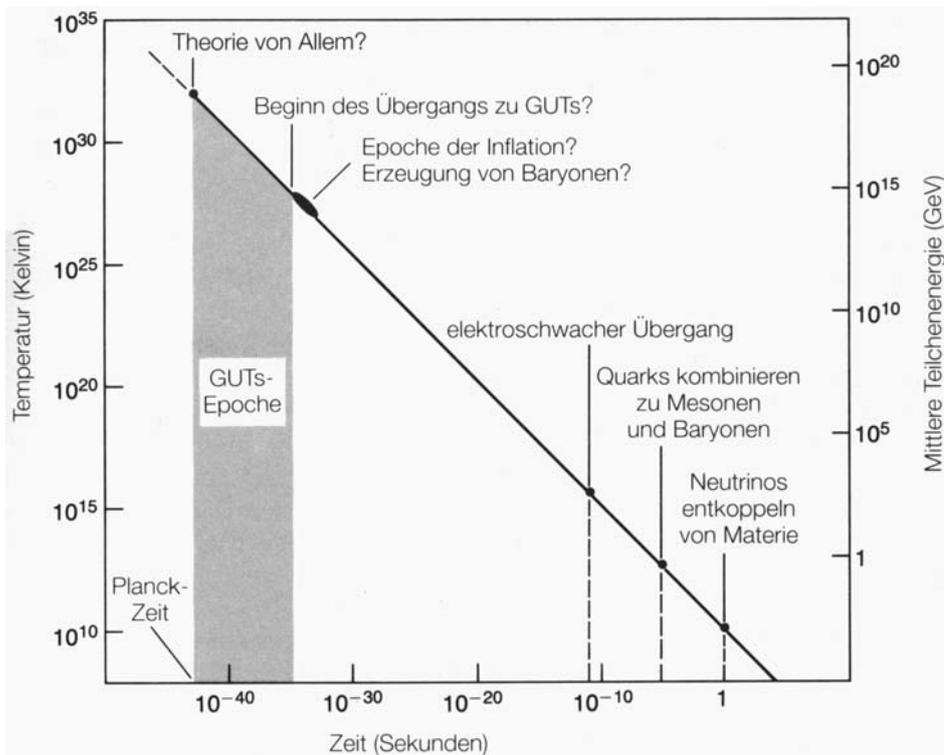


Abbildung 2.8: Elementarteilchenphysik im frühen Universum.

Die entsprechend charakteristische Länge ist die Compton-Wellenlänge eines Teilchens mit der Planck-Masse,

$$L_{Pl} = \frac{\hbar}{M_{Pl}c} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 10^{-35} \text{ m}, \quad (2.46)$$

und eine charakteristische Zeit ist

$$t_{Pl} = \frac{L}{c} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \approx 10^{-44} \text{ s}. \quad (2.47)$$

Auf der Skala, die jeweils durch eine dieser Größen gegeben ist, werden Quanteneffekte auch für die Gravitation wesentlich. Da aber die Gravitation in der Allgemeinen Relativitätstheorie durch die Geometrie des Raumes beschrieben wird, könnte es sein, dass auf dieser Skala Raum und Zeit quantisiert sind. Wir haben noch keine Quantentheorie der Gravitation. Der bisher beste Kandidat dafür ist die String-Theorie.

Die Bedeutung der Planck-Skala kann man sich auf verschiedene Arten klar machen. Die Gravitationsenergie einer Masse von der Größe der Planck-Masse, die über eine Ausdehnung von etwa der Compton-Wellenlänge verteilt ist, ist etwa gleich der Ruhemasse:

$$M_{Pl}c^2 = \frac{GM_{Pl}^2}{L_{Pl}} \quad (2.48)$$

Eine andere Aussage ist, dass die Compton-Wellenlänge eines Teilchens mit der Planck-Masse etwa gleich dem Schwarzschild-Radius dieser Masse ist:

$$r_S(M_{Pl}) = 2GM_{Pl}/c^2 = 2L_{Pl}. \quad (2.49)$$

Das heißt, das Teilchen zieht sich selbst in ein schwarzes Loch (!?)

- $t = 10^{-36} \text{ s}, E = 10^{15} \text{ GeV}$ :

Das ist die Skala, die GUT-Skala, auf der eine Vereinheitlichung der elektroschwachen mit der starken Wechselwirkung erwartet wird. Die erwartete Symmetriegruppe der Vereinigung hat zusätzliche Austauschbosonen  $X$ , die eine Masse  $M_X \approx 10^{15} \text{ GeV}$  haben. In der Zeit vor der GUT-Zeit waren die Energien so hoch, dass Massen keine Rolle spielten, alle fundamentalen Teilchen – Quarks, Leptonen, Bosonen – konnten erzeugt und vernichtet werden. Es herrschte volle Symmetrie. Bei Erreichen der GUT-Skala konnten dann  $X$ -Bosonen nicht mehr erzeugt werden, sondern konnten sich nur noch gegenseitig vernichten. Die GUT-Symmetrie war gebrochen.

In dieser Phase könnte die Asymmetrie zwischen Materie und Antimaterie, die sogenannte Baryogenese, ihren Ursprung haben. Nach A. Sacharow sind dazu drei Bedingungen notwendig:

1. Es muß einen Prozess geben, der die Baryonenzahl verletzt. Das ist in den GUT-Modellen gegeben, wie zum Beispiel der Protonzerfall  $p \rightarrow e^+ \pi_0$ .

2. Die CP-Invarianz muß verletzt sein: Dafür gibt es kein konkretes Modell, man kann sich aber CP-Verletzung ähnlich wie im Standardmodell vorstellen (die CP-Verletzung im Standardmodell scheint übrigens nicht auszureichen, um die Baryogenese zu erklären).
3. Die Prozesse dürfen nicht im thermischen Gleichgewicht verlaufen: Es ist gut möglich, dass bis zur GUT-Phase die Reaktionsraten klein gegen die Expansionsrate war.

- $t = 10^{-10} \text{ s}, E = 10^2 \text{ GeV:}$

Wir haben von der GUT-Zeit einen großen Zeitsprung gemacht, um etwa 26 Größenordnungen. Es gibt keine allgemein anerkannten Modelle, nach denen in dieser Zeit etwas besonderes passieren sollte. Man spricht manchmal über dieses Zeitintervall und dem entsprechenden Energieintervall als die ‘große Wüste’.

Auf der Zeitskala, auf der wir uns jetzt befinden, treten wir in den Energiebereich ein, der bereits experimentell erforscht ist. Ab hier können wir das Urknall-Modell testen und hoffen, auf die Zeit davor vielleicht einmal zurückschließen zu können.

Die Energie entspricht der Masse der  $W$ - und  $Z$ -Bosonen, die hier aus der ‘Ursuppe’ entkoppeln, die elektro-schwache Symmetrie wird gebrochen.

- $t = 10^{-6} \text{ s}, E = 1 \text{ GeV:}$

Die Energie erreicht die Skala der Massen der Nukleonen und der anderen Hadronen. Quarks und Gluonen gehen von einem Quark-Gluon-Plasma in die hadronischen, gebundenen Zustände über. Die hadronische Materie annihiliert in Photonen, es werden keine neuen Quark-Antiquark- oder Hadron-Antihadron-Paare erzeugt. Der Überschuss an Materie macht die heute beobachtete baryonische Materie aus. Das Verhältnis von Antibaryonen zu Baryonen ist heute experimentell

$$n_{\bar{B}}/n_B < 10^{-4} \quad (2.50)$$

Die Photonen aus den Annihilationen lassen sich heute als Hintergrundstrahlung nachweisen. Das Verhältnis Baryonen zu Photonen ist

$$n_B/n_\gamma \approx 10^{-9} \quad (2.51)$$

Das heißt, auf  $10^9$  Antibaryonen gab es  $10^9 + 1$  Baryonen. Der Mechanismus, mit dem diese Asymmetrie erzeugt wurde, ist nicht bekannt. Es wird vermutet, dass es zur Zeit der GUT-Symmetriebrechung (siehe oben) passiert sein könnte.

- $t = 1 \text{ s}, E = 1 \text{ MeV:}$

Die Reaktionsrate von Neutrinos wird so klein, dass sie sich von der übrigen Materie entkoppeln und sich seitdem unabhängig entwickeln. Sie tragen wie die Photonen zu der kosmischen Hintergrundstrahlung bei, konnten aber wegen der extrem niedrigen Energien und Wirkungsquerschnitte bisher nicht nachgewiesen werden.

Neutrino-Reaktionen haben Neutronen und Protonen im thermischen Gleichgewicht gehalten. Das Entkoppeln der Neutrinos ist der Ausgangspunkt für die Nukleosynthese, in der fast alle verbliebenen Neutronen in He-Kerne eingebaut werden (siehe unten, Abschnitt 2.4).

Ab einer Energie  $E \approx 0.5 \text{ MeV}$ , entsprechend der Elektronenmasse, annihilieren Elektronen und Positronen und werden nicht mehr erzeugt:

$$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma. \quad (2.52)$$

Es verbleiben ebenso viele Elektronen wie Protonen, weil das Universum elektrisch neutral ist, das heißt:

$$n_{e^-}/n_\gamma \approx 10^{-9}. \quad (2.53)$$

Die Photonen bleiben über den Compton-Streuprozess noch weiter in Kontakt mit den Elektronen, solange die Dichte noch groß genug ist.

- $t = 10^2 \text{ s}, E = 0.1 \text{ MeV}:$

Bildung der leichten Kerne  $^1\text{H}$ ,  $^2\text{H}$ ,  $^3\text{He}$ ,  $^4\text{He}$ ,  $^7\text{Li}$ , deren gemessenen relative Häufigkeiten mit den Vorhersagen des Urknall-Modells über 10 Größenordnungen übereinstimmen. Diese ‘primordiale Nukleosynthese’ wird in Abschnitt 2.4 ausführlicher behandelt.

- $t = 10^{12} \text{ s} (\approx 10^5 \text{ Jahre}), E = 1 \text{ eV}:$

Das Weltall wird transparent für Photonen, die sich von der übrigen Materie entkoppeln und sich von da an nur durch die Expansion des Universums abkühlen. Die 3K-Hintergrundstrahlung ist sehr gut vermessen und eine der wesentlichen Stützen des Urknall-Modells (siehe Abschnitt 2.5).

Kerne und Elektronen kondensieren zu stabilen Atomen. Die Gravitation regiert nun das materiedominierte Universum und verstärkt Dichtefluktuationen, die sich zu Sternen und Galaxien entwickeln.

- $t = 5 \cdot 10^{17} \text{ s} (\approx 2 \cdot 10^{10} \text{ Jahre}), E = 0.3 \text{ meV}:$

Heute.

### 2.2.3 Probleme des Urknall-Modells

Obwohl das Urknall-Modell sehr sichere experimentelle Stützen hat (Hubble-Expansion, primordiale Nukleosynthese, 3K-Strahlung) gibt es für das Modell in seiner Standardform grundsätzliche Probleme und ungelöste Fragen, von denen wir einige hier aufzählen:

- Flachheitsproblem: Ob die Expansion des Universums sich einmal umkehren wird, hängt von der Materiedichte ab. Die beobachtete Dichte ist nahe der kritischen Dichte,  $\Omega \approx 1$ . Selbst wenn das nur auf einen Faktor 100 richtig ist, sind extrem genaue Anfangsbedingungen im Urknall notwendig, um auf diesen

heutigen Wert zu bekommen. Nach Gleichung (2.19) ergibt sich für  $\Omega - 1$  die zeitliche Entwicklung:

$$\Omega - 1 \sim \frac{1}{R^2} \sim t^{2/3} \dots t \quad (2.54)$$

Die Potenz von  $t$  ergibt sich je nachdem ob das Universum von Materie oder Strahlung dominiert ist. Zum Beispiel muß  $10^{-36}$  s nach dem Urknall die Dichte auf  $10^{-50}$  genau auf die kritische Dichte abgestimmt sein. Noch 1 s nach dem Urknall muß die Abweichung von der kritischen Dichte kleiner als  $10^{-14}$  sein. Eine solche Feinabstimmung widerspricht dem Prinzip der ‘Natürlichkeit’.

- Horizontproblem: Das Universum erscheint sehr homogen und isotrop bezüglich der Verteilung von Galaxien und der Hintergrundstrahlung zu sein. Diese Homogenität und Isotropie erstreckt sich über Bereiche, die zu Zeiten, als die Galaxien und die Strahlung sich zu entwickeln begannen, kausal nicht zusammenhängen konnten (Abb. 2.9).

Ein Beobachter heute sieht Ereignisse im Universum, die mit Lichtgeschwindigkeit zu ihm gelangen können. Damit ergibt sich ein maximaler Abstand bis zu dem man in das Universum blicken kann, der ‘Ereignishorizont’:

$$d_H(t) = R(t) \int_0^t \frac{c dt'}{R(t')} \quad (2.55)$$

Beobachter, die die doppelte Entfernung haben, sehen nichts gemeinsames, sie sind kausal getrennt. Der Ereignishorizont ist zeitabhängig und zwar so, dass man heute Bereiche überblickt, die früher kausal getrennt waren wie in Abb. 2.9 dargestellt. Zum Beispiel waren während der GUT-Zeit, etwa  $10^{-35}$  s nach dem Urknall, zwei Beobachter im Abstand von etwa  $10^{-26}$  m kausal getrennt. Dieser Abstand hat sich bis heute zu gerademal etwa 5 m entwickelt. Warum ist dann die Hintergrundstrahlung, die aus viel größeren Gebieten kommt, so isotrop?

- Monopolproblem: Dieses Problem hängt mit dem Horizontproblem zusammen. Die spontane Brechung der GUT-Symmetrie sollte in kausal nicht zusammenhängenden Gebieten unabhängig ablaufen. Spontane Symmetriebrechung bedeutet, dass von verschiedenen möglichen Zuständen niedrigster Energie ein bestimmter Zustand willkürlich eingenommen wird. Wenn dieser Zustand unterschiedlich in verschiedenen Gebieten eingenommen wird, entstehen an den Übergangsstellen im Allgemeinen topologische Defekte (wie zum Beispiel die Bloch-Wände bei spontaner Magnetisierung). Topologische Defekte können in verschiedenen Dimensionen auftreten: Monopole sind punktförmige Defekte, Bloch-Wände sind zweidimensionale Defekte usw. Bei der GUT-Symmetriebrechung sollten Monopole entstanden sein, die aber bisher nicht mit den in einfachen Modellen erwarteten Eigenschaften und Raten beobachtet wurden.
- Baryonasymmetrie: Das beobachtete Verhältnis Baryonen zu Photonen  $n_B/n_\gamma \approx 10^{-9}$  und die Unterdrückung von Antibaryonen um mindestens  $10^{-4}$  ist wahrscheinlich im Rahmen des Standardmodells nicht zu erklären.
- Dunkle Materie: Die Messungen der Materiedichte ergibt je nach Methode sehr unterschiedliche Ergebnisse. Die Messungen legen nahe, dass es weitere, nicht-baryonische Materie gibt. Die Suche danach ist bisher erfolglos geblieben.

- Kosmologische Konstante: In den letzten Jahren erhärten sich experimentelle Hinweise, dass es eine kosmologische Konstante  $\Lambda \neq 0$  gibt. Es ist aber völlig unklar, welche Bedeutung sie hat.

## 2.3 Inflation

Die beiden ersten Probleme können eventuell durch sogenannte ‘Inflationsmodelle’ beseitigt werden. In diesen Modellen durchläuft das Universum in einem frühen Stadium eine ‘inflationäre’, exponentielle Expansion (Abb. 2.10), in der sich kausal zusammenhängende Blasen entwickeln. Wir befinden uns demnach in einer solchen Blase. Wir haben allerdings kein allgemein anerkanntes Modell, wie diese Inflation ablaufen sollte. Als Ursache kommt eine nicht verschwindende kosmologische Konstante in Frage, die eine “Anti-Gravitation”, also ein Aufblähen des Raumes bewirkt. Man kann sich das etwa so vorstellen: In einer sehr frühen Phase nach dem Urknall soll die Energiedichte  $\rho$  durch die potentielle Energie eines Vakuumfeldes gegeben sein, die bei der Expansion konstant bleiben soll. Das ist verträglich mit bekannten Eigenschaften des Vakuums (Casimir-Effekt, siehe [10]): die Vakuumenergie wächst mit wachsendem Volumen an, weil mehr Moden der Quantenfluktuationen Platz finden. Damit kann nach einer anfänglichen Expansion entsprechend einer Strahlungsdominanz, die zu einem Abfall der Strahlungsdichte führt, die konstante Vakuumenergiedichte in (2.39) dominant werden. Die Friedmann-Gleichung wird dann:

$$H(t)^2 = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G \rho}{3} - k\frac{c^2}{R^2} + \frac{\Lambda}{3} \rightarrow \frac{\Lambda}{3} = \frac{8\pi G \rho_v}{3} = konst \quad (2.56)$$

Die Lösung von

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = H^2 \quad (2.57)$$

ist ein exponentielles Anwachsen der Expansion (für  $H > 0$ ):

$$R(t) = R_i \cdot e^{Ht} \quad (2.58)$$

Dass die Beschleunigung positiv ist, sieht man auch, wenn man die Zustandsgleichung für das Vakuum,  $p = -\rho_v c^2$  in die erste Friedmanngleichung (2.36) einsetzt.

Die Inflation kommt zur Ruhe, wenn die potentielle Energie des Vakuums in kinetische Energie von erzeugten Teilchen soweit umgewandelt worden ist, dass die anderen Terme in der Friedmann-Gleichung dominieren.

Es gibt bisher keine allgemein anerkannte theoretische Beschreibung der inflationären Phase. Zum Beispiel ergeben die Berechnungen der Vakuumenergie Werte, die mit Beobachtungen in unserem Universum nicht verträglich sind.

## 2.4 Nukleosynthese

Ein wesentlicher Erfolg des Urknall-Modells ist die Übereinstimmung der berechneten Nukleosynthese im Urknall mit den gemessenen Häufigkeiten der leichten Elemente  $^1\text{H}$ ,  $^2\text{H}$ ,  $^3\text{He}$ ,  $^4\text{He}$ ,  $^7\text{Li}$ . Die Meßwerte gehen über einen Bereich von etwa 10

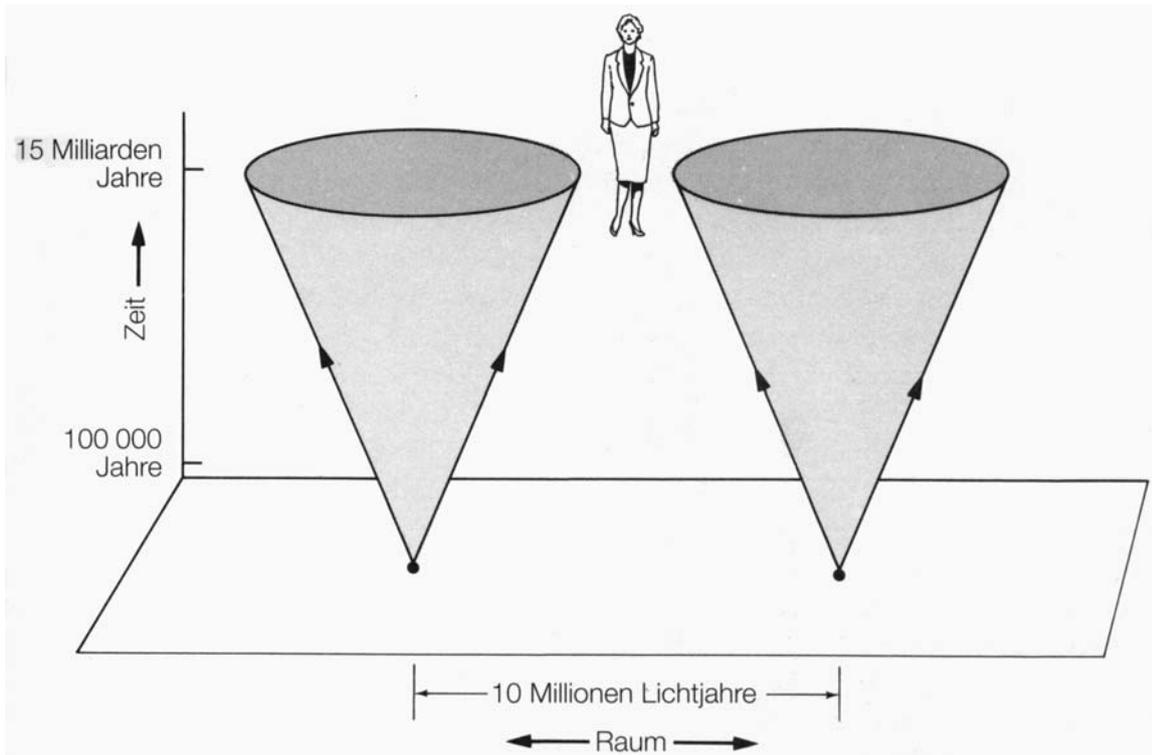


Abbildung 2.9: Beobachter der kosmischen Hintergrundstrahlung empfangen Signale aus Quellen, die  $10^6$  Lichtjahre voneinander entfernt waren, als das Universum etwa  $10^5$  Jahre alt war. Die Temperatur der Strahlung, die aus derart kausal getrennten Gebieten kommt, ist im wesentlichen die gleiche. Es ist, als ob die Quellen dennoch voneinander wüssten.

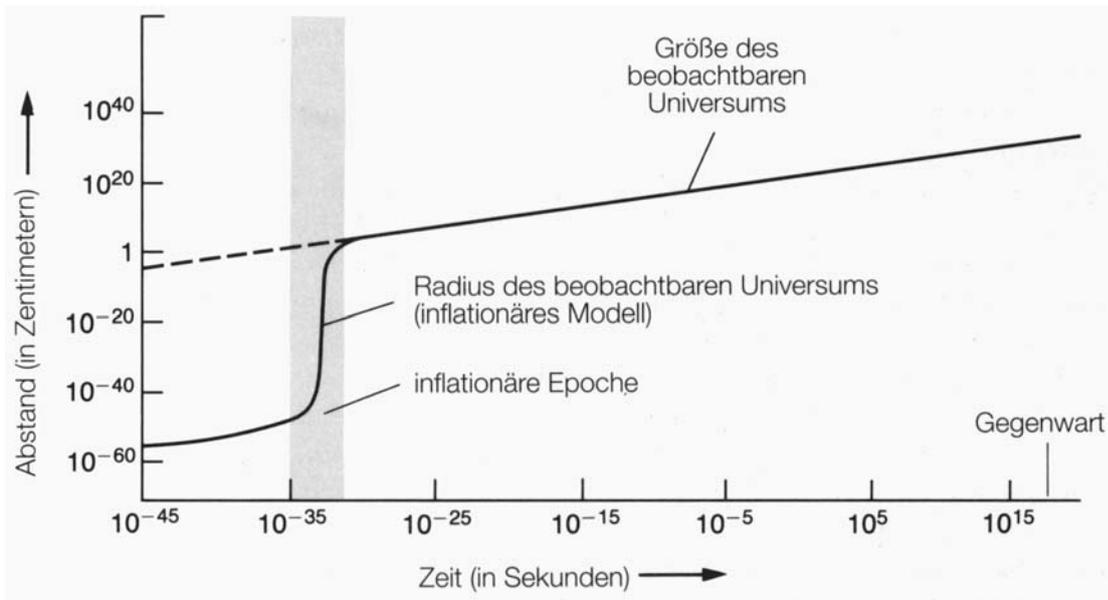


Abbildung 2.10: Entwicklung des Universums mit einer inflationären Phase etwa zur GUT-Zeit. Die Größe dessen, was heute das beobachtbare Universum ist, wächst um mindestens  $10^{50}$  während der kurzen inflationären Phase an.