
Physik der W -Bosonen

Das W -Boson vermittelt in der elektroschwachen Theorie die geladenen Ströme. Damit stellen detaillierte Messungen von Masse und Kopplungen des W -Bosons einen wichtigen Test des SM dar. Die Masse des W -Bosons bestimmt zusammen mit der Masse des Z -Bosons den schwachen Mischungswinkel. Eine genaue Kenntnis der W -Masse (zusammen mit der Masse des Top-Quarks), trägt über Strahlungskorrekturen dazu bei, den möglichen Massenbereich des Higgs-Bosons einzuschränken.

Im Rahmen des SM sind die Kopplungen des W -Bosons an Fermionen reine $V-A$ -Kopplungen und somit „einfacher“ als die Z -Kopplungen. Andererseits entsprechen die Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung nicht den physikalischen Teilchen des SM, und es tritt Quarkmischung auf. Dadurch wird das vielfältige Forschungsgebiet der „Flavorphysik“ begründet. In dieser Vorlesung werden nur einige Grundlagen diskutiert, Details finden sich in einer Spezialvorlesung. Das SM sagt auch Kopplungen der schwachen Eichbosonen untereinander voraus. Diese können z. B. in der WW -Paarproduktion in e^+e^- -Kollisionen überprüft werden.

4.1 Masse des W -Bosons

4.1.1 W -Boson-Produktion in Proton-Antiproton-Kollisionen

Entdeckung des W -Bosons

Das W -Boson wurde kurze Zeit vor der Entdeckung des Z -Bosons zum ersten Mal in $p\bar{p}$ -Streuung am Sp \bar{p} S bei CERN nachgewiesen [Arn83a, Ban83]. Der Feynman-Graph für W -Boson-Produktion und den Zerfall $W \rightarrow \ell\nu$ auf Bornniveau ist in Abb. 4.1 gezeigt. Im naiven Partonmodell wird das W -Boson in der Kollision eines Valenzquarks des Protons (u, d) mit einem Valenzantiquark des Antiprotons (\bar{u}, \bar{d}) erzeugt. Das Valenzquark und -antiquark tragen je einen Impulsanteil $x_{1,2} \approx 0,2$ des (Anti-)Protons. Um ein W -Boson zu erzeugen, braucht man dann eine Parton-Parton-Schwerpunktsenergie von $\sqrt{\hat{s}} \approx 80$ GeV und somit eine $p\bar{p}$ -Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = \sqrt{\hat{s}/(x_1 x_2)} \approx 400$ GeV. Solche Schwerpunktsenergien waren zuerst am Sp \bar{p} S vorhanden.

Der Zerfall des W -Bosons ist innerhalb des SM ein reiner $V-A$ -Prozess, bei

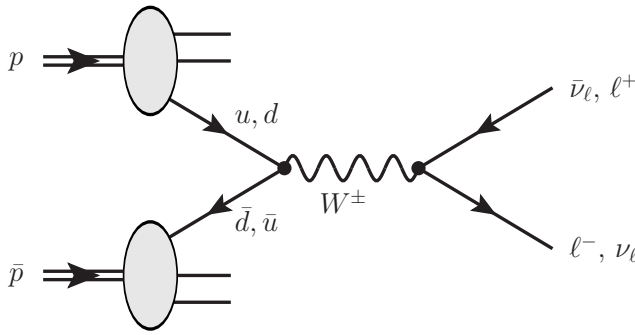


Abbildung 4.1: Feynman-Diagramm für W -Boson-Produktion in $p\bar{p}$ -Kollisionen auf Bornniveau. Zum W -Nachweis und zur Bestimmung der W -Masse werden in der Regel Zerfälle in geladene Leptonen (e , μ) und Neutrinos verwendet.

dem ein Spin-1-Teilchen in zwei Spin-1/2-Teilchen zerfällt. Es entstehen also immer linkshändige Teilchen und rechtshändige Antiteilchen mit parallelen Spins. Damit ist die Winkelverteilung der Teilchen im Endzustand unter Vernachlässigung ihrer Massen gegeben durch die Rotationsmatrix $d_{1,1}^1$:

$$\frac{d\sigma(W \rightarrow \ell\nu)}{d\cos\theta} \sim (1 + \cos\theta)^2. \quad (4.1)$$

Die experimentelle Bestätigung dieser Winkelverteilung dient als Test der Spin-1-Natur des W -Bosons.

Transversale Größen

Der erste Nachweis von W -Bosonen fand im Zerfall $W^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e + \text{h.c.}$ statt. Im Gegensatz zum Z -Nachweis im Zerfall $Z \rightarrow \ell^+ \ell^-$ über die invariante Masse des Leptonpaares kann man hier die Vierervektoren der Zerfallsprodukte nicht vollständig bestimmen. Die Impulsanteile $x_{1,2}$ der Partonen sind von Kollision zu Kollision verschieden, und so ist der longitudinale Impuls p_z des Schwerpunktsystems der Kollision nicht bekannt. Daher verwendet man an Hadron-Collidern generell gern transversale Größen, im Zerfall $W \rightarrow \ell\nu$ insbesondere die Transversalimpulse des Leptons p_T^ℓ und des Neutrinos p_T^ν ,

$$\vec{p}_T = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ 0 \end{pmatrix}, \quad p_T := |\vec{p}_T| = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}. \quad (4.2)$$

Der Transversalimpuls des Neutrinos kann nur indirekt über „fehlende transversale Energie“ \cancel{E}_T (engl.: missing transverse energy, MET) bestimmt werden. Wenn man annimmt, dass das Neutrino das einzige Teilchen ist, das undetektiert dem Detektor entkommt, kann man über die Erhaltung des Transversalimpulses ($\sum \vec{p}_T \approx 0$) die transversale Flugrichtung und Energie des Neutrinos bestimmen. In der Praxis wird dazu die mit dem Polarwinkel θ_i gewichtete Summe der Energien E_i aller Kalorimeterzellen i berechnet:¹

$$\vec{\cancel{E}}_T = - \sum_i E_i \sin\theta_i \begin{pmatrix} \cos\phi_i \\ \sin\phi_i \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

Zur Messung der W -Boson-Masse in $p\bar{p}$ -Kollisionen werden sowohl der Transversalimpuls des Leptons als auch die fehlende transversale Energie verwendet. Eine

¹Diese „rohe“ \cancel{E}_T muss noch auf Effekte wie die geringe Energiedeposition von Myonen im Kalorimeter und mögliche ineffiziente Detektorbereiche korrigiert werden.

weitere Observable, die „transversale Masse“ m_T , kombiniert beide und liefert somit zusätzliche Sensitivität auf m_W , verbunden mit einer unterschiedlichen Abhängigkeit von systematischen Unsicherheiten:

$$m_T^2 := 2 p_T^\ell p_T^\nu \left(1 - \cos(\phi^\ell, \phi^\nu) \right), \quad (4.4)$$

wobei $p_T^\nu = \cancel{E}_T$ gesetzt wird und $\phi^\ell - \phi^\nu$ der Öffnungswinkel zwischen den Transversalimpulsen des Leptons und des Neutrinos ist. Im Ruhesystem des W -Bosons und unter Annahme einer verschwindenden Zerfallsbreite Γ_W ist $p_T = m_W/2 \sin \theta$, und somit

$$m_T = m_W \sin \theta. \quad (4.5)$$

Der differenzielle Wirkungsquerschnitt als Funktion von m_T wird durch eine Variablentransformation im Wirkungsquerschnitt gewonnen. Mit $\mu := m_T/m_W = \sin \theta$ erhält man

$$\frac{d\sigma}{d\mu} = \frac{d\sigma}{d\cos \theta} \left| \frac{d\cos \theta}{d\mu} \right| \quad (4.6)$$

Man erhält für die Jacobi-Determinante dieser Variablentransformation

$$\frac{d\cos \theta}{d\mu} = \frac{d\sqrt{1 - \sin^2 \theta}}{d\mu} = \frac{d\sqrt{1 - \mu^2}}{d\mu} = -\frac{\mu}{\sqrt{1 - \mu^2}}.$$

Der differenzielle Wirkungsquerschnitt als Funktion von m_T besitzt damit einen scharfen Knick bei $m_T = m_W$, den man als „Jacobi-Kante“ (engl.: Jacobian peak) bezeichnet. In Messungen ist die Jacobi-Kante aufgrund zweier Effekte verschmiert (siehe Abb. 4.2): Das W -Boson wird im allgemeinen nicht in Ruhe erzeugt und besitzt eine endliche Zerfallsbreite von $\Gamma_W = 2.098(48)$ GeV. Dennoch erlauben Messungen der Position der Jacobi-Kante die genaueste Bestimmung der W -Boson-Masse in $p\bar{p}$ -Kollisionen. Eine Jacobi-Kante tritt analog auch im differenziellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dp_T$ auf, bei einem Transversalimpuls von $p_T = m_W/2$.

4.1.2 Messung der W -Boson-Masse am Tevatron

Zurzeit werden Messungen der W -Boson-Masse insbesondere bei den Tevatron-Experimenten CDF und DØ durchgeführt. Am Tevatron wird m_W sowohl über die transversale Masse als auch über den Transversalimpuls des Leptons und die fehlende transversale Energie bestimmt. Aufgrund der Komplexität der Detektoren müssen die erwarteten Verteilungen, etwa des differenziellen Wirkungsquerschnitts $d\sigma/dm_T$ mit aufwändigen Simulationsrechnungen bestimmt werden. An die gemessenen Verteilungen werden dann Schablonen (engl.: templates) für verschiedene Werte für m_W angepasst, die sowohl Signalereignisse ($W \rightarrow e\nu$) als auch die erwarteten Untergrundeignisse beinhalten. Mit einer Likelihood-Methode wird die Schablone ausgewählt, die die Daten am besten beschreibt.

Die Genauigkeit der W -Massen-Messung am Tevatron ist nicht durch die Anzahl der produzierten W -Bosonen limitiert, sondern durch systematische Effekte. Die größte systematische Unsicherheit liegt in der Messung der Energie des Elektrons aus dem Zerfall $W \rightarrow e\nu$. Typische elektromagnetische Kalorimeter besitzen eine Auflösung von $\delta E/E \approx 10\%/\sqrt{E [\text{GeV}]}$, also etwa 1,5% für $E \approx 40$ GeV. Die angestrebte Genauigkeit

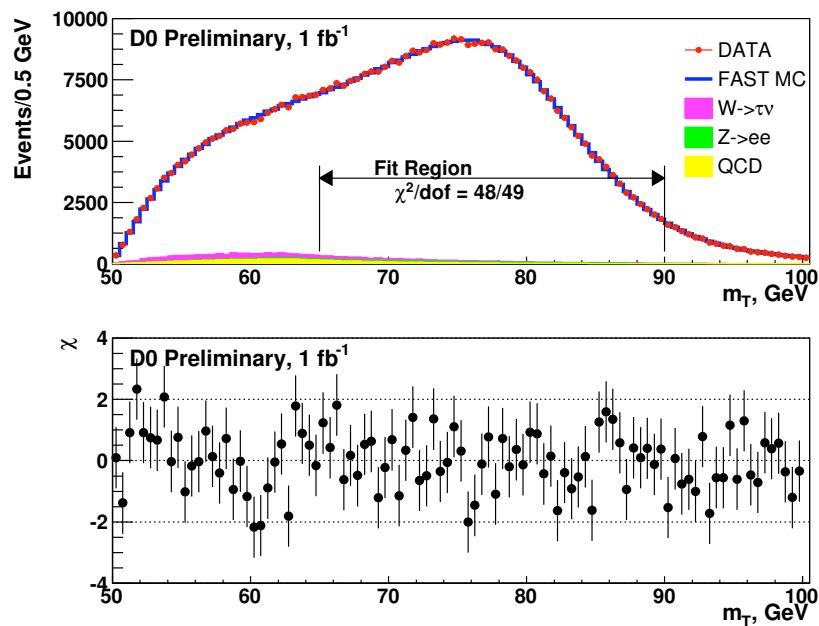


Abbildung 4.2: Verteilung der transversalen Masse m_T des W -Bosons. Aus einer Anpassung von Schablonen an die in den Daten beobachtete Verteilung wird die W -Boson-Masse bestimmt [D0W09].

der Massenbestimmung ist aber $< 0,1\%$. Daher wird das Kalorimeters kalibriert mit den Zerfallsprodukten von Teilchen, deren Masse sehr genau bekannt ist, wie dem Z -Boson. Somit ist eine Messung der W -Boson-Masse am Tevatron eigentlich eine Messung des Verhältnis der W - zur Z -Boson-Masse.

Die Messungen der W -Masse in Tevatron Run I und Run II wurden zuletzt im Sommer 2008 gemittelt. Es wurde ein Wert von $m_W = 80,432(39)$ GeV ermittelt [TEV08]. Zusammen mit den Resultaten von LEP-II ergibt sich ein Weltmittelwert von $80,399(25)$ GeV. Die derzeit beste Einzelmessung der W -Masse stammt vom DØ-Experiment mit $\int L dt = 1 \text{ fb}^{-1}$ und etwa 500.000 nachgewiesenen Zerfällen $W \rightarrow e\nu$. Sie ergibt einen Wert von $m_W = 80,401(43)$ GeV [D0W09] und ist noch nicht im Weltmittelwert berücksichtigt. Alle diese Ergebnisse werden in Abb. 4.3 verglichen.

4.1.3 Messung der W -Boson-Masse bei LEP-II

Die direkte Produktion von W -Bosonen bei LEP wurde erst im zweiten Datennahme-lauf ab 1996 möglich, bei dem die Schwerpunktsenergie an bzw. oberhalb der Schwel-le für die Produktion von W^+W^- -Paaren von $\sqrt{s} = 2m_W \approx 161$ GeV lag. Zwischen 1996 und 2000 wurde \sqrt{s} sukzessive von 161 GeV auf bis zu 209 GeV erhöht. In dies-er Zeit wurden bei LEP-II etwa 40.000 WW -Paare produziert. Die Feynman-Graphen für den Prozess $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ auf Bornniveau im SM sind in Abb. 4.4 gezeigt. Der gemessene Wirkungsquerschnitt $\sigma_{WW} := \sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma/Z \rightarrow W^+W^-)$ als Funktion von \sqrt{s} ist in Abb. 4.5 mit theoretischen Vorhersagen verglichen. Er stimmt sehr gut mit der Vorhersage des SM überein. Diese Messung dient auch gleichzeitig als Test der Kopplung zwischen drei Eichbosonen (engl.: triple gauge coupling, TGC). Für die TGC ist der kinetische Term für die Eichfelder ($\sim W_{\mu\nu}^a W^{a,\mu\nu}$) in der elektroschwachen La-grangedichte (2.47) verantwortlich. Wenn es nur den Neutrino-Austausch gäbe oder der

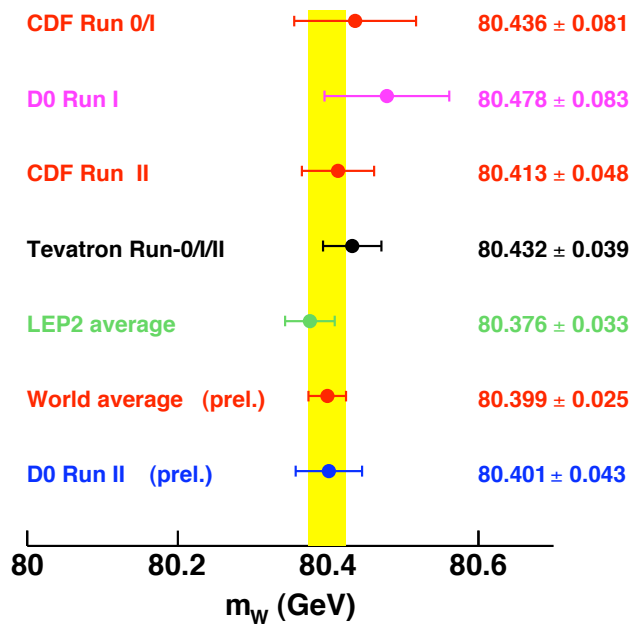


Abbildung 4.3: Übersicht der Messungen der W-Boson-Masse bei LEP-II und am Tevatron (Stand: Mai 2009) [DOW09].

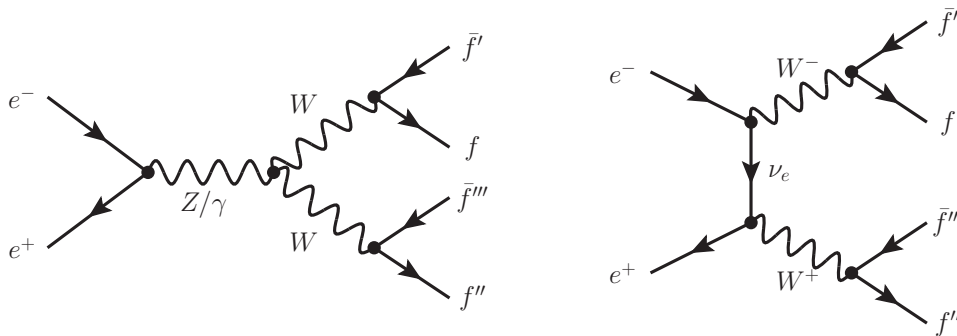


Abbildung 4.4: Feynman-Graphen auf Bornniveau für den Prozess $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$. γWW - und ZWW -Kopplungen (links). Neutrinoaustausch (rechts).

Neutrino-Austausch nur zusammen mit einer γWW -Kopplung aufträte, wüchse der Wirkungsquerschnitt zu stark mit \sqrt{s} und verletzte somit die Unitarität der Streumatrix. Nur durch die Kombination aller drei Kopplungen, inklusive der ZWW -Kopplung, werden die Messdaten beschrieben.

Aufgrund der Verzweungsverhältnisse des W-Bosons in $\ell\nu$ (10.8% pro Lepton-Flavor) und $q\bar{q}'$ (67.6%) ergeben sich drei mögliche Zerfallskanäle, die im Prinzip alle für die Massenmessung verwendet werden können:

- $WW \rightarrow \ell\nu\ell\nu$: zwei Leptonen und fehlende Energie (10.5%),
- $WW \rightarrow q\bar{q}'\ell\nu$: ein Lepton, zwei Jets und fehlende Energie (43.8%),
- $WW \rightarrow q\bar{q}'q''\bar{q}'''$: vier Jets (45.7%).

Der Anstieg des Wirkungsquerschnitts σ_{WW} an der WW -Schwelle hängt stark vom zur Verfügung stehenden Phasenraum ab, aber nur wenig von der zugrundeliegenden Kopplung zwischen den Fermionen und Eichbosonen. Eine Messung von σ_{WW} an der WW -Schwelle stellt damit eine weitgehend modellunabhängige Messung von m_W dar. Jenseits der WW -Schwelle ergeben sich die genauesten Messungen aus $WW \rightarrow q\bar{q}'\ell\nu$

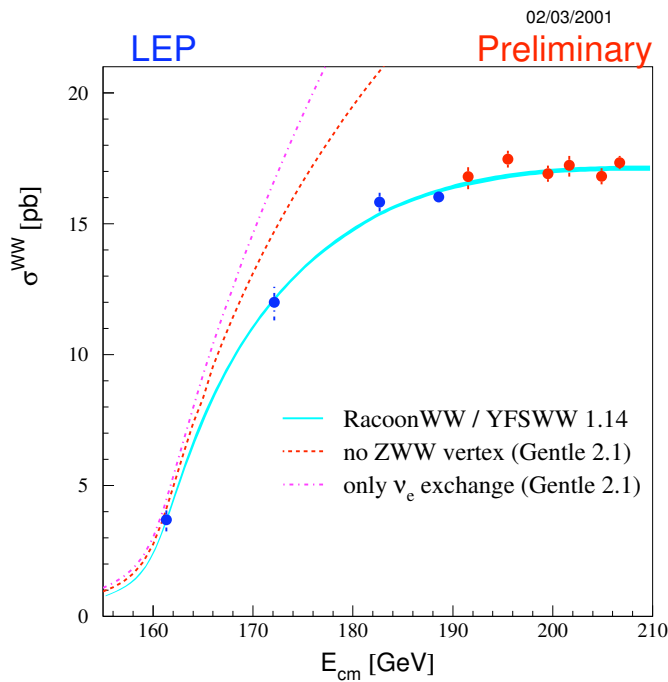


Abbildung 4.5: Wirkungsquerschnitt für die WW -Produktion als Funktion der Schwerpunktsenergie bei LEP-II [LEP]. Die Daten stimmen gut mit der SM-Vorhersage überein. Ein Modell ohne ZWW - und/oder γWW -Kopplung wird von den Daten ausgeschlossen.

und $WW \rightarrow 4$ Jets. Hier wird die invariante Masse der Paare von Fermionen im Endzustand gemessen. Dies geschieht mithilfe eines „kinematischen Fits“, einer Kombination der rekonstruierten Fermionen unter Randbedingungen (z. B. Viererimpulserhaltung, bekannte Strahlenergie). Damit verbessert man die Energieauflösung für Jets und damit die Massenauflösung. Im Falle des 4-Jet-Endzustandes hilft der kinematische Fit auch bei der korrekten Zuordnung von Paaren von Jets, die vom selben W -Boson stammen.

Die beste Einzelmessung der W -Boson-Masse bei LEP stammt vom ALEPH-Experiment: $m_W = 80,440(51)$ GeV. Die letzte vorläufige Kombination der LEP-Daten zur Messung von m_W wurde im Sommer 2006 veröffentlicht, sie ergab einen Mittelwert von $m_W = 80,376(33)$ GeV [Alc06]. Dieser Wert ist im Weltmittelwert berücksichtigt, wie in Abb. 4.3 gezeigt.

4.2 Kopplung des W -Bosons an Fermionen

Die Kopplung des W -Bosons an Fermionen ist universell. Dies kann z. B. aus einer Messung der Verzweungsverhältnisse der W -Boson-Zerfälle in WW -Produktion überprüft werden. Ist die Kombination der Teilchen im Endzustand ein Eigenzustand der elektroschwachen Wechselwirkung, so lautet der geladene Strom

$$J_\mu^{+CC} = \bar{f}' \gamma_\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) f, \quad (4.7)$$

damit sind die Vektor- und Axialvektorkopplung gegeben durch $g_V = g_A = 1$. Diese universelle Kopplung wird allerdings durch die Tatsache verkompliziert, dass die Quarks keine Eigenzustände der elektroschwachen Wechselwirkung sind und somit Quarkmischung beobachtet wird.

4.2.1 Klassifikation der Kopplungen ans W -Boson

Anhand der beteiligten Fermionen lassen sich die Kopplungen des W -Bosons in leptonsche, semileptonische und hadronische Prozesse aufteilen. In Abb. 4.6 sind beispielhaft Feynman-Graphen für alle drei Prozesstypen gezeigt.

Leptonische Prozesse

Die Leptonen sind Eigenzustände der elektroschwachen Wechselwirkung, daher induziert hier die Kopplung an das W -Boson (analog zum Z -Boson) keine Übergänge zwischen den Leptonfamilien. Rein leptonsche Prozesse sind die Zerfälle des Myons und des Taus:

- $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu + \text{h.c.}$,
- $\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau + \text{h.c.}$ und $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau + \text{h.c.}$.

Das Tau zerfällt aufgrund seiner großen Masse von 1,77684(17) GeV sowohl in Leptonen als auch in Hadronen. Die Masse des Myons ($m_\mu = 105,658367(4)$ MeV) ist geringer als die des Hadrons mit der geringsten Masse, des Pions ($m_{\pi^\pm} = 139,57018(35)$ MeV). Daher kann das Myon nur leptonsch zerfallen. Der Zerfall des Myons eignet sich daher besonders, um die Stärke der Kopplung zu bestimmen. Die Lebensdauer des Myons ist gegeben durch

$$\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) = \frac{1}{\tau_\mu} = \frac{G_F^2}{192\pi^3} m_\mu^5 (1 + \Delta), \quad (4.8)$$

wobei m_μ die Masse des Myons ist und Δ kleine Korrekturen durch die Massen der beteiligten Teilchen und QED-Korrekturen zusammenfasst. Messungen ergeben einen Wert von

$$G_F = \sqrt{2} \frac{g^2}{8m_W^2} = 1,16637(1) \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}. \quad (4.9)$$

Aus Untersuchungen der Winkelverteilung in Leptonzerfällen lässt sich detailliert überprüfen, ob die Kopplungen des W -Bosons an Leptonen universell ist („Lepton-Universalität“) und den Vorhersagen des Standardmodells entspricht. Die allgemeine differenzielle Zerfallsbreite für den Zerfall $\mu \rightarrow e\nu$ ist gegeben durch

$$\frac{d^2\Gamma}{x^2 dx d\cos\vartheta} \sim 3(1-x) + \frac{2\rho}{3}(4x-3) + 3\eta x_0(1-x)x \pm \mathcal{P}_\mu \xi \cos\vartheta \left[1 - x + \frac{2\delta}{3}(4x-3) \right], \quad (4.10)$$

mit dem Winkel ϑ zwischen Elektronimpuls und Myonspin, der Myonpolarisation \mathcal{P}_μ sowie $x := E_e/m_\mu$ und $x_0 := m_e/\max(E_e)$. Die Parameter ρ , η , ξ und δ bezeichnet man als „Michel-Parameter“. Das SM sagt voraus, dass $\rho = \delta = 3/4$, $\mathcal{P}_\mu \xi = 1$ und $\eta = 0$, was experimentell mit Genauigkeiten von $< 2\%$ bestätigt wurde.

Semileptonische Prozesse

Semileptonische Prozesse sind Prozesse, in denen eine Mischung aus Leptonen und Hadronen beteiligt ist. Beispiele dafür sind

- Pionzerfall: $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu + \text{h.c.}$,

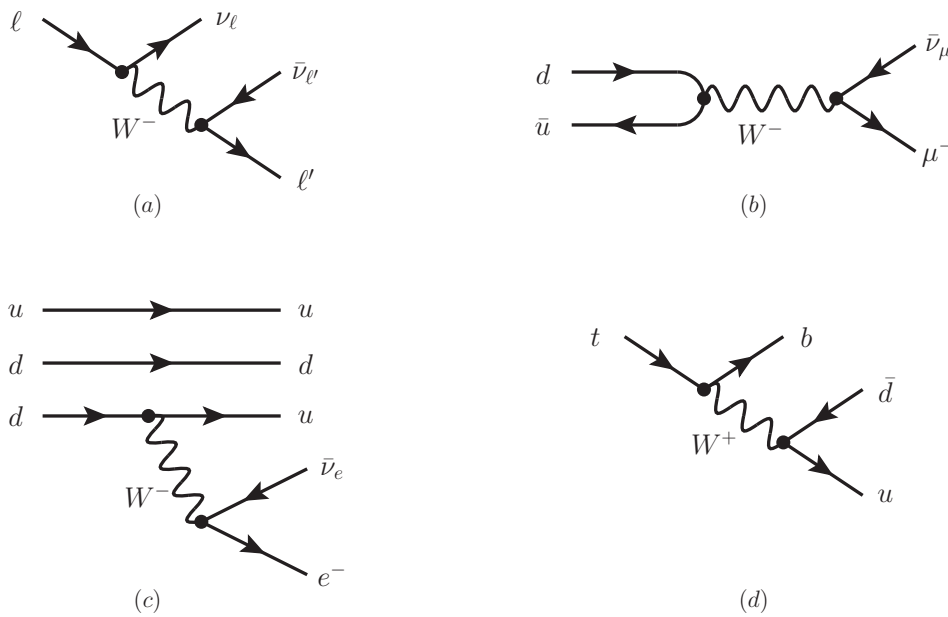


Abbildung 4.6: Feynman-Graphen für Kopplungen des W -Bosons an Fermionen. (a) Leptonischer Prozess: Leptonzerfall. (b) Semileptonischer Prozess: Pionzerfall. (c) Semileptonischer Prozess: Neutronzerfall. (d) Hadronischer Prozess: Top-Quark-Zerfall.

- Neutronzerfall: $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$.

Teilweise werden Prozesse wie der oben genannte Pionzerfall auch als leptonische Zerfälle eines Hadrons klassifiziert, da es nur Leptonen im Endzustand gibt.

Hadronische Prozesse

Wenn in die Wechselwirkung mit dem W -Boson nur Quarks involviert sind, spricht man von einem hadronischen Prozess. Beispiele sind

- W -Produktion in $p\bar{p}$ -Kollisionen mit Zerfall in Quarks: $p\bar{p} \rightarrow W^- \rightarrow q\bar{q}' + \text{h.c.}$,
- Hadronischer Top-Quark-Zerfall, z. B. $t \rightarrow W^+ b \rightarrow u\bar{d} b + \text{h.c.}$

4.2.2 Die CKM-Matrix: Kopplung an Quarks

Wie zuerst von Cabibbo beschrieben und später durch Kobayashi und Maskawa für drei Quarkfamilien formuliert (vgl. Kapitel 1.2.5), sind die physikalischen Quarks nicht Eigenzustände der elektroschwachen Wechselwirkung. Damit ist der schwache geladene Strom für Quarks gegeben durch

$$J_{\mu}^{+\text{CC}} = (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t}) \gamma_{\mu} \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) V_{\text{CKM}} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad \text{mit } V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \quad (4.11)$$

Die Quarkmischung ist hierbei durch die Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-(CKM-)Matrix V_{CKM} beschrieben, die, wie in Kapitel 2.3.4 gezeigt wurde, aus der Diagonalisierung der Massenmatrix in der Yukawakopplung für Fermionmassen entsteht. Die Beträge und

Tabelle 4.1: Zahl der Freiheitsgrade der CKM-Matrix.

	3 × 3-Matrix		N × N-Matrix	
	Beträge	Phasen	Beträge	Phasen
Gesamt	9	9	N^2	N^2
–Quark-Phasen		5		$2N - 1$
–reelle Gleichungen	3		N	
–komplexe Gleichungen	3	3	$N(N - 1)/2$	$N(N - 1)/2$
Resultat	3	1	$N(N - 1)/2$	$(N - 1)(N - 2)/2$

Phasen der Elemente der CKM-Matrix werden im SM nicht vorhergesagt, so dass sie experimentell bestimmt werden müssen. V_{CKM} ist eine unitäre komplexe 3×3 -Matrix, d. h.

$$V_{\text{CKM}}^\dagger V_{\text{CKM}} = V_{\text{CKM}} V_{\text{CKM}}^\dagger = \mathbb{1}_3. \quad (4.12)$$

Im folgenden wird eine Parametrisierung von V_{CKM} entwickelt. Dazu ist zunächst die Zahl der Freiheitsgrade von Interesse. Im allgemeinen besitzt V_{CKM} 18 Freiheitsgrade, die Beträge und Phasen der 9 Elemente der Matrix. Die 6 Phasen der Quarkfelder sind nicht beobachtbar. Eine Gesamtphase ist frei, alle weiteren können durch Umdefinition der Felder eliminiert werden. Damit reduziert sich die Zahl der freien Parameter auf 13, davon 9 Beträge und 4 Phasen. Aus der Unitarität von V_{CKM} ergeben sich folgende Bedingungen für die Komponenten von V_{CKM} :

$$3 \text{ reelle Gleichungen: } \sum_{i=1}^3 V_{ij} V_{ij}^* = 1 \quad \text{für } j = 1 \dots 3 \quad (4.13)$$

$$3 \text{ komplexe Gleichungen: } \sum_{i=1}^3 V_{ij} V_{ik}^* = 0 \quad \text{für } j, k = 1 \dots 3, k > j. \quad (4.14)$$

Dabei finden sich in Gleichung (4.13) die Summen der Zeilen von V_{CKM} mit ihrer komplex konjugierten. Durch die drei Gleichungen sind drei Beträge festgelegt. In Gleichungen (4.14) wird die Summe einer Spalte (Zeile) mit der komplex konjugierten jeder anderen Spalte (Zeile) gebildet, und somit drei Beträge und drei Phasen festgelegt. Damit bleiben drei Beträge (analog zu den „Euler-Winkeln“ in der klassischen Mechanik) und eine Phase übrig. Die CKM-Matrix ist also im allgemeinen komplex und kann nicht reell gemacht werden. Diese Überlegung ist in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

CKM-Matrix und CP-Verletzung

Kobayashi und Maskawa haben bei ihrer Formulierung der CKM-Matrix gefordert, dass die CKM-Matrix komplex sein muss, um CP-verletzende Prozesse zu ermöglichen, also Prozesse, die unter der gleichzeitigen Anwendung der diskreten Symmetrien C (Ladungskonjugation) und P (Parität) nicht invariant sind. Dazu haben sie gefordert, dass es im SM mindestens drei Familien von Quarks gibt, so dass die CKM-Matrix eine mindestens eine 3×3 -Matrix mit einer Phase ist.² Um den Zusammenhang zwischen einer

²Dies ist umso bemerkenswerter, da zur Zeit der Veröffentlichung von Kobayashi und Maskawa nur die drei leichten Quarks bekannt waren und nur das Charm-Quark zur Vervollständigung der zweiten Familie bereits postuliert war.

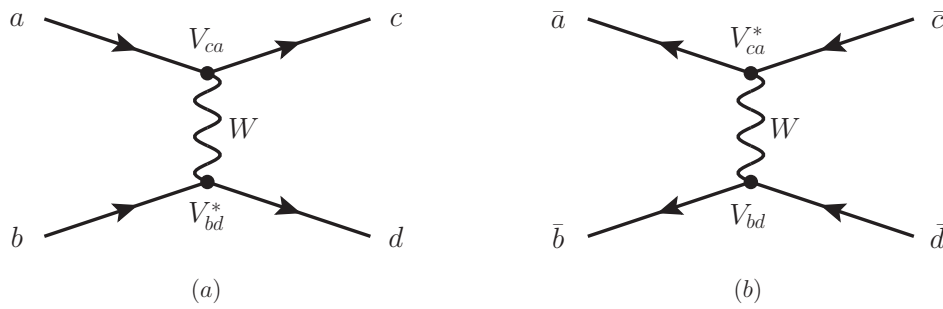


Abbildung 4.7: Schwacher neutraler Strom in den Prozessen (a) $ab \rightarrow cd$ und (b) $\bar{a}\bar{b} \rightarrow \bar{c}\bar{d}$.

komplexen CKM-Matrix und CP -Verletzung zu sehen, betrachtet man die Amplitude für $2 \rightarrow 2$ -Streuung $A(ab \rightarrow cd)$, wie in Abb. 4.7 gezeigt. Diese ist proportional zum Produkt der geladenen Ströme:

$$A(ab \rightarrow cd) \sim J_{\mu,ca}^+ J_{bd}^{\mu-} = V_{ca} V_{bd}^* [\bar{c} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) a] [d \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b]. \quad (4.15)$$

Aufgrund der Crossing-Symmetrie ist $A(ab \rightarrow cd) = A(\bar{c}\bar{d} \rightarrow \bar{a}\bar{b})$. Die Amplitude für den analogen Prozess mit Antiteilchen ist

$$A(\bar{a}\bar{b} \rightarrow \bar{c}\bar{d}) = A(cd \rightarrow ab) \sim V_{ca}^* V_{bd} [\bar{a} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c] [\bar{b} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d] = A^\dagger, \quad (4.16)$$

es ergibt sich genau die Adjungierte von A . Die CP -Operation macht nun aus den in dem Prozess beteiligten linkshändigen Teilchen rechtshändige Antiteilchen, und es ergibt sich für die CP -transformierte Amplitude

$$A_{CP} \sim V_{ca} V_{bd}^* [\bar{a} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c] [\bar{b} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d]. \quad (4.17)$$

Falls die Elemente der CKM-Matrix reell sind, ergibt sich $A_{CP} = A^\dagger$, und die Amplitude ist CP -erhaltend. Da V_{CKM} eine komplexe Phase besitzt, ist dies im allgemeinen nicht erfüllt, womit der Prozess CP -verletzend ist. Die Kopplungen des W -Boson an Quarks sind im SM die einzige Quelle von CP -Verletzung. CP -verletzende Prozesse wurden im System der neutralen Kaonen und in Zerfällen von B -Hadronen nachgewiesen. Die CP -Verletzung wird in Abschnitt 4.3.3 genauer diskutiert.

Wolfenstein-Parametrisierung

Die relative Größe der Elemente der CKM-Matrix wird sichtbar, wenn man von der Parametrisierung mit drei Euler-Winkeln und einer Phase übergeht in eine Entwicklung im Cabibbo-Winkel $\lambda := \sin \theta_C = 0,2257_{-0,0010}^{+0,0009}$:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.18)$$

wobei neben λ noch die reellen Parameter A und ρ sowie ein komplexer Parameter $i\eta$ auftreten. Diese „Wolfenstein-Parametrisierung“ [Wol83] verdeutlicht die relative Größe der Elemente von V_{CKM} : die Diagonalelemente haben Werte nahe bei 1, außerhalb der Diagonalen sind die Werte um Potenzen λ^1 bis λ^3 unterdrückt.

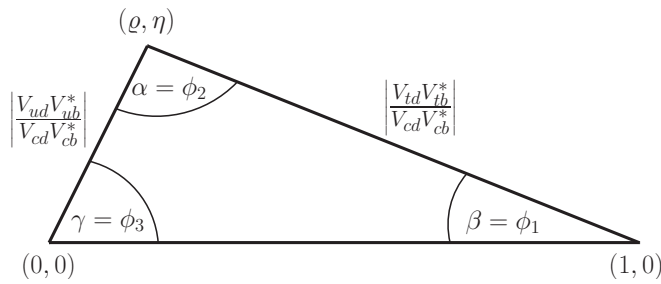


Abbildung 4.8: Das Unitaritätsdreieck (4.20) als Visualisierung der CKM-Matrix.

Unitaritätsdreieck

Die Unitaritätsrelationen (4.14) sind Summen von drei komplexen Zahlen, die jeweils 0 ergeben. Daher kann man Sie als Dreiecke in der komplexen Ebene darstellen. Die Fläche der Dreiecke sind ein Maß für die CP -Verletzung. Besonders gern wird die Relation zwischen der ersten und dritten Spalte benutzt:

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0. \quad (4.19)$$

In der Wolfenstein-Parametrisierung sieht man, dass alle drei Summanden $\mathcal{O}(\lambda^3)$ sind, die drei Dreiecksseiten also etwa gleich lang sind. Experimentell ist dies von Vorteil, da keine Seitenlängen und Winkel des Dreiecks so klein sind, dass sie schwierig zu bestimmen sind. Die Grundseite des Dreiecks wird auf 1 normiert, und es ergibt sich

$$\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} + \frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} + \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} = 0. \quad (4.20)$$

Damit liegen die drei Ecken des Dreiecks bei $(0,0)$, $(0,1)$ und (ρ, η) , wie in Abb. 4.8 gezeigt.

Die experimentelle Überprüfung der Quarkmischung und der CP -Verletzung im SM wurde ab 1999 von den Experimenten BaBar und Belle an den B -Fabriken vorangetrieben. Das Ziel ist es, durch Messungen der Seitenlängen und Winkel das Unitaritätsdreieck überzubestimmen. Abweichungen von der Dreiecksform würden auf Physik jenseits des SM hindeuten. Das experimentelle Wissen über das Unitaritätsdreieck heute wird von verschiedenen Gruppen gesammelt und zu globalen Fits verwendet. Das Resultat der CKMfitter-Kollaboration [Cha05] ist in Abb. 4.9 gezeigt. Die konkurrierende UTfit-Kollaboration [Ciu01] liefert vergleichbare Ergebnisse unter Verwendung anderer statistischer Methoden.

4.3 Messung der Elemente der CKM-Matrix

Im folgenden werden einige Schlüsselmessungen zu den Beträgen und Phasen der Elemente der CKM-Matrix beschrieben. Weitere Details finden sich in der Spezialvorlesung „Flavorphysik“.

4.3.1 Beträge der CKM-Matrixelemente

Die Beschreibung der Messungen der Beträge der CKM-Matrix und die Mittelwerte der Messungen folgen der Darstellung der Particle Data Group [Ams08].

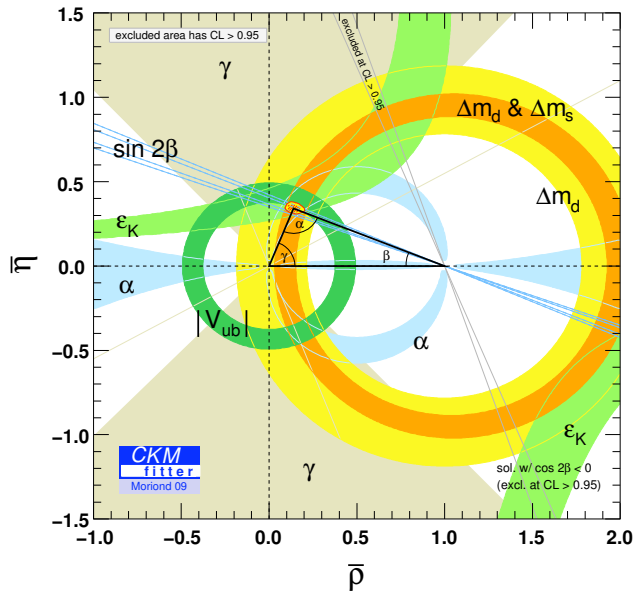


Abbildung 4.9: Experimentelle Beschränkungen des Unitaritätsdreiecks nach der CKMfitter-Kollaboration (Stand: März 2009) [Cha05]

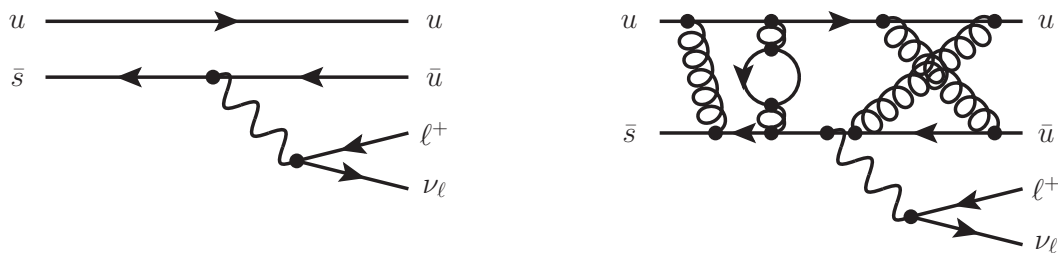


Abbildung 4.10: Semileptonischer Zerfall $K^+ \rightarrow \pi^0 \ell^+ \nu_\ell$ ohne Berücksichtigung der starken Wechselwirkung (links) und mit einigen beispielhaften Prozessen der starken Wechselwirkung (rechts).

Hadronische Unsicherheiten und Formfaktoren

Ein generelles Problem bei der Messung der CKM-Matrixelemente ist die Tatsache, dass sie Übergänge zwischen Quarks beschreiben, jedoch die Quarks in der Natur nicht als freie Teilchen vorliegen, sondern Bindungszustände eingehen und Hadronen formen, wie in Abb. 4.10 illustriert. Die starke Wechselwirkung hält Hadronen durch Gluonaustausch zusammen, ein Prozess, der im allgemeinen nicht störungstheoretisch berechnet werden kann.

Deswegen müssen Messungen von geladenen Strömen zwischen Hadronen übersetzt werden in CKM-Matrixelemente der Quarks. Zu dieser Übersetzung benötigt man häufig theoretische Berechnungen im Rahmen der nichtstörungstheoretischen starken Wechselwirkung, die die Genauigkeit der Messung einschränken. Im Pionzerfall (siehe Abb. 4.6) ergibt sich ein „hadronisches Matrixelement“ $\langle 0 | J_\pi^\mu | \pi \rangle$, das die Erzeugung des Pions aus dem Vakuum beschreiben. Die Amplitude für den Pionzerfall ist dann

$$A \sim \langle 0 | J_\pi^\mu | \pi \rangle \cdot J_{\mu, \text{Leptonen}}. \quad (4.21)$$

Da das Pion ein Spin-0-Teilchen ist, ist der einzige für den Strom zur Verfügung stehen-

de Lorentzvektor der Pionimpuls P_π^μ . Damit macht man den Ansatz

$$\langle 0 | J_\pi^\mu | \pi \rangle = f_\pi P_\pi^\mu \quad (4.22)$$

mit dem „Pion-Formfaktor“ f_π . Diese muss entweder experimentell bestimmt werden oder durch nichtstörungstheoretische Methoden der QCD wie die Gitter-QCD bestimmt werden.

Bestimmung von $|V_{ud}|$

Das CKM-Matrixelement V_{ud} kann z. B. im Neutronzerfall bestimmt werden. Auf Quarkniveau lautet die Amplitude dafür (vgl. Abb. 4.6 (c))

$$A \sim J_{\text{Quarks}}^\mu J_{\mu, \text{Leptonen}} \sim V_{ud} [\bar{u} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d] [\bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_e]. \quad (4.23)$$

Der Leptonstrom bleibt durch die starken Wechselwirkung unverändert, aus dem Quarkstrom wird jedoch ein Hadronstrom der allgemeinen Form

$$J_{\text{Hadronen}}^\mu = \langle p | \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma_5) | n \rangle. \quad (4.24)$$

Experimentell findet man $g_V = 1$ und $g_A \approx 1,25$. Dies wird dadurch erklärt, dass die starke Wechselwirkung aufgrund ihrer Isospininvarianz die Vektorkopplung nicht verändert („CVC-Hypothese“: conserved vector current), die Axialvektorkopplung sich aber verändern kann („PCAC“: partially conserved axial current). Das Matrixelement V_{ud} kann aus dem Neutronzerfall also nur gemessen werden, wenn man gleichzeitig die CVC-Hypothese anwendet und g_A experimentell bestimmt.

Die genaueste Bestimmung von $|V_{ud}|$ stammt aus Betazerfällen bestimmter Atomkerne. Betazerfälle zwischen zwei Atomkernen mit den Quantenzahlen $J^P = 0^+$ (Gesamtdrehimpuls 0, positive Parität) werden als „übererlaubte“ Zerfälle bezeichnet. Diese Zerfälle werden über eine reine Vektorkopplung vermittelt und sind nach der CVC-Hypothese daher praktisch unabhängig von Kerneffekten. Beispiele für solche Atomkerne sind ^{14}O und ^{26}Al . Weitere Messungen von $|V_{ud}|$ werden in Zerfällen von Neutronen und Pionen durchgeführt. Der Mittelwert ergibt sich zu [Ams08]

$$|V_{ud}| = 0,97418(27). \quad (4.25)$$

Bestimmung von $|V_{us}|$

Der Wert von $|V_{us}|$ kann bestimmt werden aus Zerfällen von Kaonen und Hyperonen, die Strange-Quarks enthalten, sowie aus τ -Zerfällen in Teilchen, die Strange-Quarks enthalten. Häufig werden so genannte $K_{\ell 3}$ -Zerfälle verwendet, d. h. semileptonische Zerfälle neutraler oder geladener Kaonen mit drei Teilchen im Endzustand, insbesondere $K \rightarrow \pi \mu \nu_\mu$ und $K \rightarrow \pi e \nu_e$, vgl. Abb. 4.11 (a). Die Kaon-Lebensdauer sowie das Verzweigungsverhältnis für den Zerfallskanal werden experimentell bestimmt. Analog zum Myonzerfall erhält man

$$\Gamma(K \rightarrow \pi \ell \nu) = \frac{1}{\tau_K} = \frac{G_F^2}{192 \pi^3} m_K^5 |V_{us}|^2 F_K \quad (4.26)$$

wobei F_K sowohl elektroschwache Strahlungskorrekturen als auch hadronische Formfaktoren enthält und nur mithilfe theoretischer Vorhersagen bestimmt werden kann. Aus $K_{\ell 3}$ -Zerfällen ergibt sich ein Wert von [Ams08]

$$|V_{us}| = 0,2255(19). \quad (4.27)$$

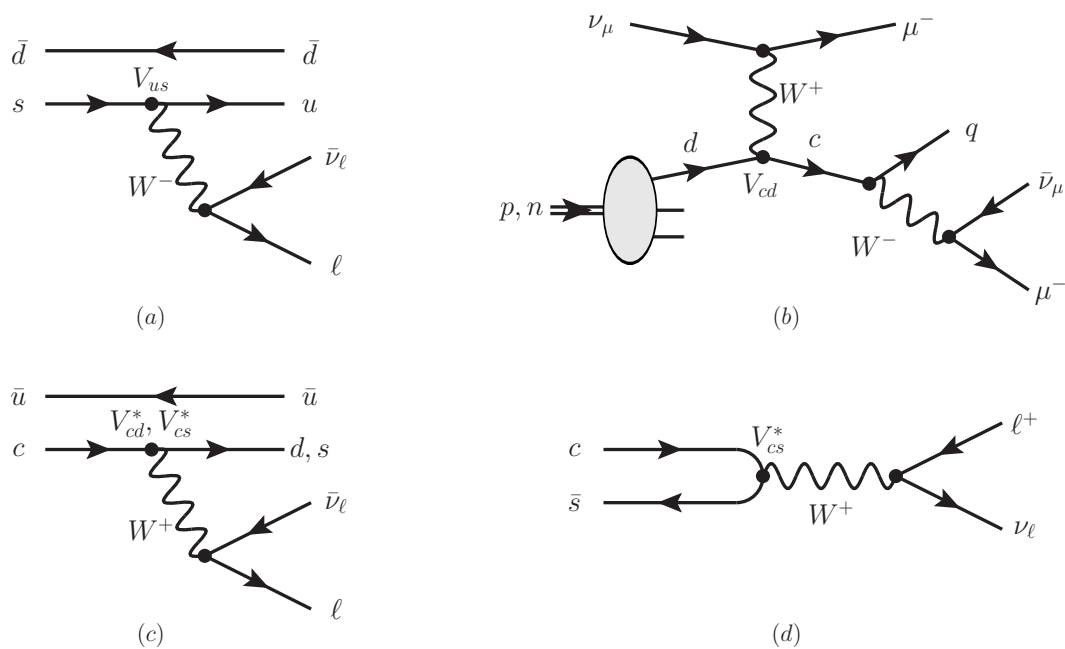


Abbildung 4.11: Feynman-Graphen für Prozesse, die zur Bestimmung der CKM-Matrixelemente verwendet werden. (a) $K_{\ell 3}$ -Zerfall $K \rightarrow \pi \ell \nu$. (b) Charmproduktion in Neutrino-Nukleon-Streuung. (c) Semileptonische D -Meson-Zerfälle $D \rightarrow \pi/K \ell \nu$. (d) Leptonischer D_s -Zerfall $D_s^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell$

Bestimmung von $|V_{cd}|$

Die präziseste Bestimmung von $|V_{cd}|$ stammt aus der Neutrino-Nukleon-Streuung. Wie in Abb. 4.11 (b) gezeigt, geht durch einen geladenen Strom ein einfallendes ν_μ in ein Myon und ein Valenz- d -Quark in ein c -Quark über. Im nachfolgenden semileptonischen Zerfall des c -Quarks entsteht ein weiteres Myon. Man misst dann das Verhältnis von Ereignissen mit zwei Myonen zu Ereignissen mit einem Myon. Experimentell sind auch weitere Quellen von Ereignissen mit zwei Myonen denkbar. Daher bestimmt man das Verhältnis sowohl bei ν_μ -Strahlen (bei denen der Prozess $\nu_\mu d \rightarrow \mu^- c$ stattfindet) als auch bei $\bar{\nu}_\mu$ -Strahlen (bei denen der umgekehrte Prozess $\bar{\nu}_\mu c \rightarrow \mu^+ d$ stark unterdrückt ist, da es keine Valenz-Charmquarks im Nukleon gibt). Aus dem Vergleich dieses Verhältnisses bei ν_μ - und $\bar{\nu}_\mu$ -Strahlen kann $|V_{cd}|$ bestimmt werden [Ams08]:

$$|V_{cd}| = 0,230(11). \quad (4.28)$$

Alternativ können auch semileptonische Zerfälle von D -Mesonen benutzt werden, z. B. $D \rightarrow \pi \ell \nu$. Wie bei den $K_{\ell 3}$ -Zerfällen ergeben sich auch hier theoretische Unsicherheiten aufgrund hadronischer Formfaktoren.

Bestimmung von $|V_{cs}|$

Semileptonische D -Meson-Zerfälle eignen sich ebenso zur Bestimmung von $|V_{cs}|$. Sie müssen dann statt einem Pion ein Hadron mit Strange-Quarks im Endzustand haben, z. B. $D \rightarrow K \ell \nu$. Um experimentell Pionen vom Kaonen und anderen Hadronen zu unterscheiden, werden bei den Experimenten an den B -Fabriken ringabbildende Cherenkov-Detektoren und Flugzeitmesser eingesetzt. Mit ähnlicher Präzision kann

$|V_{cs}|$ auch aus leptonischen D_s -Zerfällen $D_s^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell + \text{h.c.}$ bestimmt werden, dargestellt in Abb. 4.11 (c). Aus der Mittelung der Ergebnisse beider Methoden ergibt sich [Ams08]

$$|V_{cs}| = 1,04(6). \quad (4.29)$$

Bestimmung von $|V_{cb}|$

Die Kopplung zwischen b - und c -Quarks wird aus semileptonischen Zerfällen von B -Mesonen bestimmt. Diese werden an Beschleunigern durchgeführt, an denen gezielt B -Mesonen produziert werden im Prozess $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$. Man verwendet zur Bestimmung von $|V_{cb}|$ zum einen den „inklusive“ Zerfall $\bar{B} \rightarrow X_c \ell \bar{\nu}_\ell$, bei dem man den hadronischen Endzustand X_c nicht genauer auflöst. Zum anderen verwendet man auch „exklusive“ Endzustände, wie z. B. $B^0 \rightarrow D^{(*)} \ell^+ \nu_\ell$. In beiden Fällen werden Verzweigungsverhältnis und Zerfallsrate experimentell bestimmt, Formfaktoren für die Zerfälle müssen theoretisch berechnet werden. Dazu stehen verschiedene „effektive Feldtheorien“ zur Verfügung, in deren Rahmen z. B. aufgrund der vergleichsweise großen Masse des b -Quarks m_b eine Störungsentwicklung in $1/m_b$ vorgenommen wird. Die Kombination der oben beschriebenen Messungen ergibt [Ams08]

$$|V_{cb}| = 0,0412(11). \quad (4.30)$$

Bestimmung von $|V_{ub}|$

Analog zu $|V_{cb}|$ lässt sich auch $|V_{ub}|$ aus inklusiven oder exklusiven semileptonischen B -Zerfällen bestimmen. Im Fall der inklusiven Zerfälle $\bar{B} \rightarrow X_u \ell \bar{\nu}_\ell$ leidet die Messung unter dem Überlapp mit dem etwa 50 mal häufigeren Zerfall $\bar{B} \rightarrow X_c \ell \bar{\nu}_\ell$, der experimentell nur sehr schwer zu unterscheiden ist, wie in Abb. 4.12 gezeigt. Durch die größere Masse des c -Quarks (etwa 1,5 GeV) im Vergleich zum u -Quark wird in einem semileptonischen Zerfall mit einem c -Quark etwas weniger Impuls auf das geladene Lepton übertragen, so dass der Endpunkt des Energiespektrums der Elektronen zu etwas kleineren Werten verschoben ist. Aktuelle Messungen von $|V_{ub}|$ ergeben einen Mittelwert von [Ams08]

$$|V_{ub}| = 3,95(35) \cdot 10^{-3}. \quad (4.31)$$

Bestimmung von $|V_{td}|$, $|V_{ts}|$ und $|V_{tb}|$

Zur Bestimmung von $|V_{tb}|$ kann man sowohl Produktion von $t\bar{t}$ -Paaren in der starken Wechselwirkung als auch die elektroschwache Produktion einzelner Top-Quarks verwenden, beide Prozesse sind in Abb. 4.13 gezeigt. Da bis zum Start des LHC Top-Quarks nur am Tevatron erzeugt werden können, stammen entsprechende Messungen von den Tevatron-Experimenten CDF und DØ. Das Top-Quark zerfällt in einem schwachen geladenen Strom: $t \rightarrow Wq$. Ein Wert von $|V_{tb}| = 1$ entspricht dabei dem Fall, dass ausschließlich der Zerfall $t \rightarrow Wb$ auftritt. Wenn man annimmt, dass es im Standardmodell drei Quarkfamilien gibt und die CKM-Matrix unitär ist, ergibt sich $|V_{tb}|$ aus dem Vergleich des Verzweigungsverhältnisses $\mathcal{B}(t \rightarrow Wb)$ mit $\mathcal{B}(t \rightarrow Wq)$:

$$R := \frac{\mathcal{B}(t \rightarrow Wb)}{\mathcal{B}(t \rightarrow Wq)} = \frac{|V_{tb}|^2}{|V_{td}|^2 + |V_{ts}|^2 + |V_{tb}|^2} = |V_{tb}|^2 \quad (4.32)$$

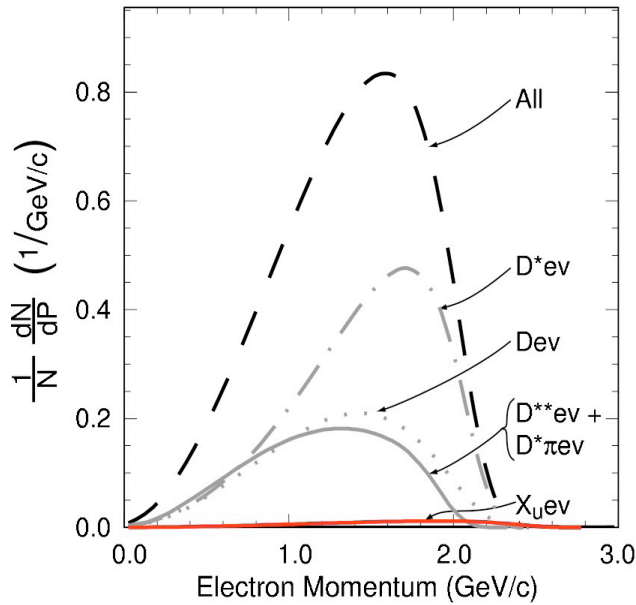


Abbildung 4.12: Impulsverteilung des geladenen Leptons aus Zerfällen $\bar{B} \rightarrow X_{u/c}, \ell \bar{\nu}_\ell$. Der $b \rightarrow u$ -übergang ist nur am kinematischen Endpunkt von $b \rightarrow c$ unterscheidbar (Quelle unbekannt).

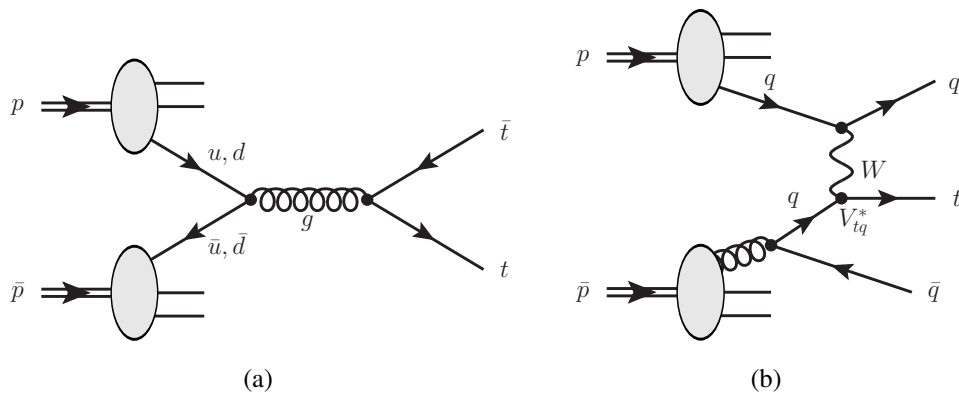


Abbildung 4.13: (a) Häufigster Produktionsprozess für Top-Quark-Paare am Tevatron: $t\bar{t}$ -Produktion in $q\bar{q}$ -Vernichtung. (b) Häufigster Produktionsprozess für einzelne Top-Quarks am Tevatron: t -Kanal-Austausch eines W -Bosons.

Experimentell unterscheidet man den Zerfall $t \rightarrow Wb$ von den anderen Zerfälle über die Identifikation des b -Quarks, beispielsweise aufgrund seiner langen Lebensdauer (b -tagging). Es ergibt sich eine untere Grenze von

$$|V_{tb}| > 0,89 \quad (4.33)$$

bei einem Vertrauensniveau von 95% [Aba08]. In Messungen einzelner Top-Quarks kann $|V_{tb}|$ auch unabhängig von solchen Annahmen bestimmt werden. Vorläufige Resultate von CDF und DØ ergeben bei 95% Vertrauensniveau $|V_{tb}| > 0,71$ (CDF) bzw. $|V_{tb}| > 0,78$ (DØ) [Aal09, Aba09].

Die Werte der CKM-Matrixelemente $|V_{td}|$ und $|V_{ts}|$ sind zu klein, um derzeit direkt aus Zerfällen von Top-Quarks bestimmt werden zu können. Sie können aus Flavor-Oszillationen im System der neutralen B -Mesonen bestimmt werden, die in Abschnitt 4.3.2 diskutiert werden.

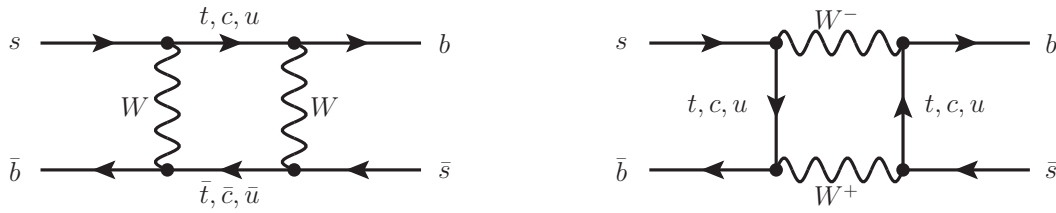


Abbildung 4.14: Boxdiagramme zur Flavor-Oszillation im Standardmodell am Beispiel der B_s^0 - \bar{B}_s^0 -Oszillationen. Die stärkste Kopplung in der Box ist die an das Top-Quark.

4.3.2 Flavor-Oszillationen

Aussagen über die Phase der CKM-Matrix sowie die CKM-Matrixelemente $|V_{td}|$ und $|V_{ts}|$ lassen sich über die eng verknüpften Phänomene der Flavor-Oszillationen und der CP -Verletzung machen. Die Grundzüge der dazu benötigten Phänomenologie werden im folgenden eingeführt, weitere Details finden sich z. B. in [Nie09].

Formalismus der Flavor-Oszillationen

Alle Hadronen sind Eigenzustände der starken Wechselwirkung, aber nicht notwendigerweise der schwachen Wechselwirkung. Durch die schwache Wechselwirkung werden immer Flavoränderungen hervorgerufen, bei einigen neutrale Mesonen $|P\rangle$ gibt es dadurch Prozesse, bei denen sie sich in ihre eigenen Antiteilchen $|\bar{P}\rangle$ umwandeln können. Dieser Prozess wird als Flavor-Oszillation oder Flavor-Mischung bezeichnet. Er tritt insbesondere im System der neutralen K - und B -Mesonen auf:

$$|K^0\rangle = |\bar{s}d\rangle \quad \leftrightarrow \quad |\bar{K}^0\rangle = |s\bar{d}\rangle, \quad (4.34)$$

$$|B_d^0\rangle = |\bar{b}d\rangle \quad \leftrightarrow \quad |\bar{B}_d^0\rangle = |b\bar{d}\rangle, \quad (4.35)$$

$$|B_s^0\rangle = |\bar{b}s\rangle \quad \leftrightarrow \quad |\bar{B}_s^0\rangle = |b\bar{s}\rangle. \quad (4.36)$$

Im SM werden Flavor-Oszillation in führender Ordnung durch die in Abb. 4.14 gezeigten „Boxdiagramme“ hervorgerufen, die auf dem Austausch von zwei W -Bosonen beruhen. Damit kann sich ein reiner Zustand $|P\rangle$ im Laufe der Zeit in eine Mischung aus $|P\rangle$ und $|\bar{P}\rangle$ umwandeln. Dieser Prozess besteht sowohl aus Oszillationen zwischen Meson und Antimeson als auch aus dem gleichzeitigen Zerfall der Teilchen.

Phänomenologisch kann man die Zeitentwicklung dieses Prozesses mit sehr guter Genauigkeit mit der Schrödinger-Gleichung beschreiben. Anstelle des hermiteschen Hamiltonoperators eines Quantensystem benutzt man einen „effektiven Hamiltonoperator“ Σ , eine Kombination aus einem hermiteschen Hamiltonoperator, dargestellt als „Massenmatrix“ M , und einem antihermiteschen Hamiltonoperator, dargestellt als „Zerfallsbreitenmatrix“ $-i\Gamma/2$:

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} |P(t)\rangle \\ |\bar{P}(t)\rangle \end{pmatrix} = \Sigma \begin{pmatrix} |P(t)\rangle \\ |\bar{P}(t)\rangle \end{pmatrix} \quad \text{mit } \Sigma = M - i \frac{\Gamma}{2} = \begin{pmatrix} M_{11} - i\Gamma_{11}/2 & M_{12} - i\Gamma_{12}/2 \\ M_{12}^* - i\Gamma_{12}^*/2 & M_{22} - i\Gamma_{22}/2 \end{pmatrix}. \quad (4.37)$$

Die Diagonalelemente M_{11} und M_{22} sind durch die starke Wechselwirkung festgelegt, die die Quarks zu Hadronen bindet. Die Zerfallsbreiten Γ_{11} und Γ_{22} sowie die Nicht-Diagonalelemente $M_{12}^{(*)}$ und $\Gamma_{12}^{(*)}$ charakterisieren die viel kleineren Effekte von Quarkmischung und Zerfall durch die schwache Wechselwirkung. Das CPT -Theorem besagt,

dass Teilchen und ihre Antiteilchen dieselben Massen und Zerfallsbreiten haben, daher gilt $M_{11} = M_{22} := m$ und $\Gamma_{11} = \Gamma_{22} := \Gamma$. Falls $\Sigma_{12} = \Sigma_{21} = 0$, wären die Eigenwerte von Σ entartet, so dass schon sehr kleine Werte zu messbaren Oszillationseffekten führen.

Die Zeitentwicklung soll jetzt für Zustände mit wohldefinierten Massen und Zerfallsbreiten bestimmt werden, also Zustände, in denen der effektive Hamiltonoperator Σ diagonal ist. Als Ansatz wählt man hierfür einen „leichten“ Masseneigenzustand $|P_L\rangle$ mit Breite Γ_L und einen „schweren“ Masseneigenzustand $|P_H\rangle$ mit Breite Γ_H . Beide sind Linearkombinationen der starken Eigenzustände:

$$|P_L\rangle = p|P\rangle + q|\bar{P}\rangle, \quad |P_H\rangle = p|P\rangle - q|\bar{P}\rangle \quad (4.38)$$

mit den komplexen Koeffizienten p und q , die man so wählen kann, dass gilt $|p|^2 + |q|^2 = 1$. Die Vektoren (p, q) und $(p, -q)$ sind somit Eigenvektoren von Σ . Die Zeitentwicklung der Eigenzustände von Σ aus gegebenen Anfangszuständen $|P_{H,L}\rangle$ lässt sich aus der Schrödinger-Gleichung (4.37) durch Integration bestimmen:

$$|P_{H,L}(t)\rangle = e^{-iM_{H,L}t - \frac{\Gamma_{H,L}}{2}t} |P_{H,L}\rangle. \quad (4.39)$$

Die Zeitentwicklung der Eigenzustände der starken Wechselwirkung $|P\rangle$ und $|\bar{P}\rangle$ kann jetzt berechnet werden aus der Transformation der Zeitentwicklung von $|P_{H,L}\rangle$ mit der Matrix Q der Eigenvektoren aus Gleichung (4.38):

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} |P(t)\rangle \\ |\bar{P}(t)\rangle \end{pmatrix} &= Q \begin{pmatrix} e^{-iM_L t - \frac{\Gamma_L}{2}t} & 0 \\ 0 & e^{-iM_H t - \frac{\Gamma_H}{2}t} \end{pmatrix} Q^{-1} \begin{pmatrix} |P\rangle \\ |\bar{P}\rangle \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} p & p \\ q & -q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-iM_L t - \frac{\Gamma_L}{2}t} & 0 \\ 0 & e^{-iM_H t - \frac{\Gamma_H}{2}t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p & p \\ q & -q \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} |P\rangle \\ |\bar{P}\rangle \end{pmatrix} \\ &=: \begin{pmatrix} g_+(t) & \frac{p}{q}g_-(t) \\ \frac{q}{p}g_-(t) & g_+(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |P\rangle \\ |\bar{P}\rangle \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Durch Ausmultiplizieren kann man die zeitabhängigen Koeffizienten $g_{\pm}(t)$ identifizieren:

$$g_{\pm}(t) = \frac{1}{2} \left[e^{-iM_L t - \frac{\Gamma_L}{2}t} \pm e^{-iM_H t - \frac{\Gamma_H}{2}t} \right]. \quad (4.41)$$

Diese Darstellung erlaubt eine einfache Interpretation der Flavor-Oszillationen, in dem die Quadrate $|g_{\pm}(t)|^2$ Übergangswahrscheinlichkeiten sind:

- $|g_+(t)|^2$: Wahrscheinlichkeit, dass der Zustand $|P\rangle$ ($|\bar{P}\rangle$) nach einer Zeit t im selben Zustand $|P\rangle$ ($|\bar{P}\rangle$) ist.
- $|q/p|^2 |g_-(t)|^2$: Wahrscheinlichkeit, dass $|P\rangle$ nach Zeit t in $|\bar{P}\rangle$ oszilliert ist.
- $|p/q|^2 |g_-(t)|^2$: Wahrscheinlichkeit, dass $|\bar{P}\rangle$ nach Zeit t in $|P\rangle$ oszilliert ist.

Im Fall $p \neq q$ finden also die Übergänge $|P\rangle \rightarrow |\bar{P}\rangle$ und $|\bar{P}\rangle \rightarrow |P\rangle$ mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten statt, eine der möglichen Formen von CP -Verletzung. Dies wird im folgenden Abschnitt 4.3.3 näher diskutiert. Aus

$$Q^{-1} \Sigma Q = \begin{pmatrix} e^{-iM_L t - \frac{\Gamma_L}{2}t} & 0 \\ 0 & e^{-iM_H t - \frac{\Gamma_H}{2}t} \end{pmatrix} \quad (4.42)$$

lässt sich auch das Verhältnis q/p bestimmen, ohne das Eigenwertproblem explizit zu lösen:

$$\frac{q^2}{p^2} = \frac{\Sigma_{21}}{\Sigma_{12}} = \frac{M_{12}^* - i\Gamma_{12}^*/2}{M_{12} - i\Gamma_{12}/2}. \quad (4.43)$$

Im folgenden soll nun angenommen werden, dass keine CP -Verletzung auftritt, d. h. $|q/p| = |p/q| = 1$.

Die Massen und Breiten von $|P\rangle$ und $|\bar{P}\rangle$ hängen mit den Elementen von Σ zusammen. Es ist in der Literatur üblich, in allen Formeln die Massen und Breiten durch die Mittelwerte und Differenzen der Massen und Breiten für $|P_{H,L}\rangle$ auszudrücken:

$$\begin{aligned} m &:= M_{11} = M_{22} = (M_H + M_L)/2, & \Gamma &:= \Gamma_{11} = \Gamma_{22} = (\Gamma_L + \Gamma_H)/2 \\ \Delta m &:= M_H - M_L, & \Delta\Gamma &:= \Gamma_L - \Gamma_H \end{aligned} \quad (4.44)$$

Mit diesen Größen lässt sich aus (4.41) bestimmen

$$|g_{\pm}(t)|^2 = \frac{e^{-\Gamma t}}{2} \left[\cosh \frac{\Delta\Gamma t}{2} \pm \cos(\Delta m t) \right], \quad (4.45)$$

woraus man erkennen kann, dass Flavor-Oszillationen durch zwei Effekte erzeugt werden können, eine Massendifferenz Δm zwischen den Eigenzuständen oder ein Differenz der Zerfallsbreiten $\Delta\Gamma$. Die zeitintegrierte Wahrscheinlichkeit, dass ein Zustand $|P\rangle$ in $|\bar{P}\rangle$ oszilliert und umgekehrt, sind dann gegeben durch:

$$\chi := \frac{\int_0^{\infty} |g_-(t)|^2 dt}{\int_0^{\infty} |g_-(t)|^2 dt + \int_0^{\infty} |g_+(t)|^2 dt} = \frac{x^2 + y^2}{2(x^2 + 1)} \quad \text{mit } x := \frac{\Delta m}{\Gamma}, \quad y := \frac{\Delta\Gamma}{2\Gamma}. \quad (4.46)$$

Hier sieht man, dass der Nettoeffekt der Flavor-Oszillationen auch nach langen Zeiten sichtbar bleibt, und zwar, wenn entweder die Massendifferenz oder die Differenz der Zerfallsbreiten in derselben Größenordnung liegen wie die mittlere Zerfallsbreite.

Beispiel 1: Neutrale Kaonen

Im System der neutralen Kaonen sind Flavor-Oszillationen zuerst vermessen worden. Hier werden die physikalischen Teilchen traditionell anhand ihrer stark unterschiedlichen Lebensdauer unterschieden:

- $|P_L\rangle =: |K_S^0\rangle$: „K-short“, kurze Lebensdauer $\tau = 0,8953(5) \cdot 10^{-10}$ s
- $|P_H\rangle =: |K_L^0\rangle$: „K-long“, lange Lebensdauer $\tau = 5,116(20) \cdot 10^{-8}$ s

Die Lebensdauerdifferenz rührt von den unterschiedlichen Zerfallskanälen her. Der Zerfall $K_L^0 \rightarrow \pi\pi\pi$ besitzt nur eine kleine Massendifferenz zwischen dem Anfangs- und Endzustand ($m_{K^0} = 497,6$ MeV, $m_{3\pi} \approx 410$ MeV), so dass sich eine fast 600 mal längere Lebensdauer ergibt als im Zerfall $K_S^0 \rightarrow \pi\pi$. Damit ist $y = \Delta\Gamma/(2\Gamma) \approx 1$, und es treten starke Oszillationen im Zerfall auf.

Die Massendifferenz Δm im neutralen Kaonsystem kann z. B. durch die Interferenz zwischen dem Zerfall $K_S^0 \rightarrow \pi\pi$ und dem (CP -verletzenden) Zerfall $K_L^0 \rightarrow \pi\pi$ gemessen werden. Nach Gleichung (4.45) ist sie proportional zu $\cos(\Delta m t)$. Experimentell präpariert man dazu einen Strahl von Kaonen, indem man Protonen z. B. auf ein Berylliumoxid-Target lenkt. Bei KTeV-Experiment bleibt nach ca. 120 m Zerfallsstrecke ein reiner K_L^0 -Strahl übrig. Man kann dann den K_L^0 -Strahl teilen und zur Hälfte auf einen „Regenerator“ aus Blei lenken, in dem wieder K_S^0 entstehen. Dies ist in Abb. 4.15 illustriert. Der Mittelwert der Messungen ergibt $\Delta m = 5,292(9) \text{ ns}^{-1}$, womit $x = \Delta m/\Gamma \approx 1$, so dass im Kaon-System auch die Massendifferenz zur Oszillation beiträgt.

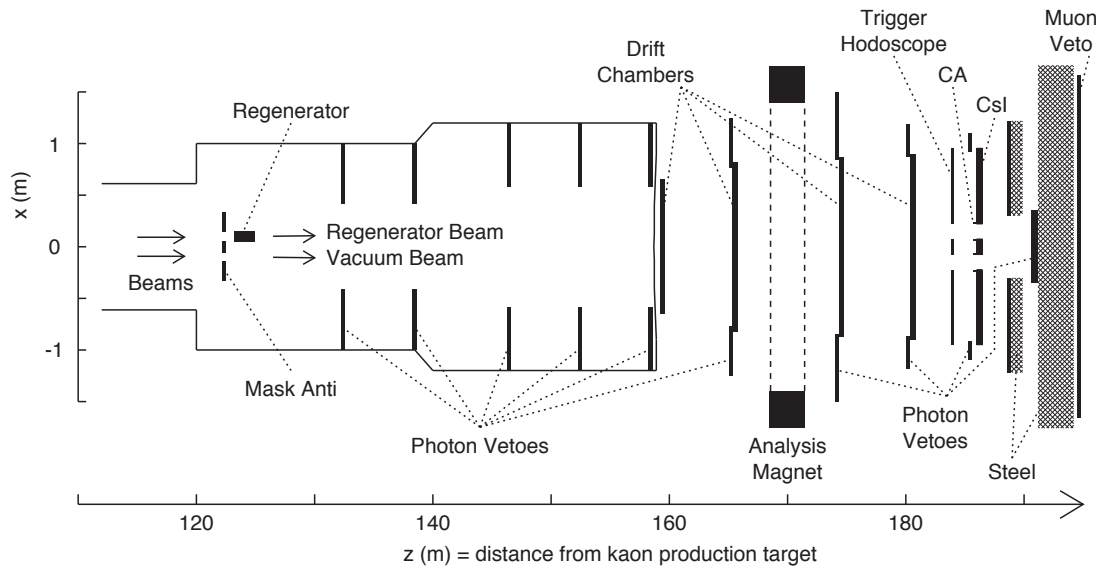


Abbildung 4.15: Draufsicht auf den KTeV-Detektor [AH03]. Einer der beiden K_L^0 -Strahlen wird im Generator teilweise in einen K_S^0 -Strahl umgewandelt.

Beispiel 2: Neutrale B -Mesonen

Flavor-Oszillationen wurden auch im System der neutralen B -Mesonen beobachtet, sowohl für das B_d - wie für das B_s -System. Die relativ große Masse der $B_{d,s}$ -Mesonen erlaubt Zerfälle in viele verschiedene Kanäle, so dass die Differenz der Zerfallsbreiten in beiden Fällen klein ist im Vergleich zur mittleren Zerfallsbreite (gemessen wurde $y_d < 0,01$ und $y_s \approx 0,05$). Die Zerfallsbreiten spielen also in beiden Fällen nur eine untergeordnete Rolle, und Mischungseffekte dominieren.

Im SM werden die Oszillationen durch Box-Diagramme wie in Abb. 4.14 vermittelt. Die Berechnung der Amplitude für diese Diagramme geht über diese Vorlesung hinaus. Die Kopplungsstärke an jedem Vertex hängt zusammen mit der Größe relevanten CKM-Matrixelement und der Masse der beteiligten Teilchen. Mit $m_t \gg m_q$ ($q = d, s$) und $V_{tb} \approx 1$ ergibt sich der dominante Term zu

$$\Delta m \approx 2|M_{12}| \quad \text{mit } M_{12} \sim G_F^2 m_W^2 S(m_t^2/m_W^2)(V_{td}^* V_{ts})^2. \quad (4.47)$$

Dabei ist $S \approx 2,3$ eine bekannte Funktion der größten Masse im Boxdiagramm. Durch den Vergleich der CKM-Matrixelemente im B_d -System ($V_{td} \sim \lambda^3$) und im B_s -System ($V_{td} \sim \lambda^2$) erwartet man in letzterem eine etwa 20 mal größere Mischung. Mit einigen theoretischen Annahmen über hadronische Unsicherheiten und die Unitarität der CKM-Matrix kann man aus einer Messung der Flavor-Oszillationen umgekehrt die Beträge der Matrixelemente $|V_{td}|$ und $|V_{ts}|$ bestimmen.

Im System der B_d -Mesonen wurden Flavor-Oszillationen zum ersten Mal vom ARGUS-Experiment gemessen [Alb87]. Im Prozess $e^+e^- \rightarrow Y(4S) \rightarrow B\bar{B}$ wurden B -Mesonen gezielt erzeugt. Die Oszillationswahrscheinlichkeit wird aus Ereignissen bestimmt, in denen beide B -Mesonen semileptonisch zerfallen: $B \rightarrow X\ell^-\bar{\nu}_\ell$ und $\bar{B} \rightarrow X'\ell^+\nu_\ell$. Wenn keines oder beide B -Mesonen oszilliert sind, haben die Leptonen aus den Zerfällen unterschiedliche Ladungsvorzeichen („opposite sign“), ansonsten dieselben Ladungsvorzeichen („same sign“). Bei ARGUS wurde eine zeitintegrierte Oszillationswahrscheinlichkeit (vgl. Gleichung (4.46)) von $\chi_d = 0,17(5)$ gemessen, der

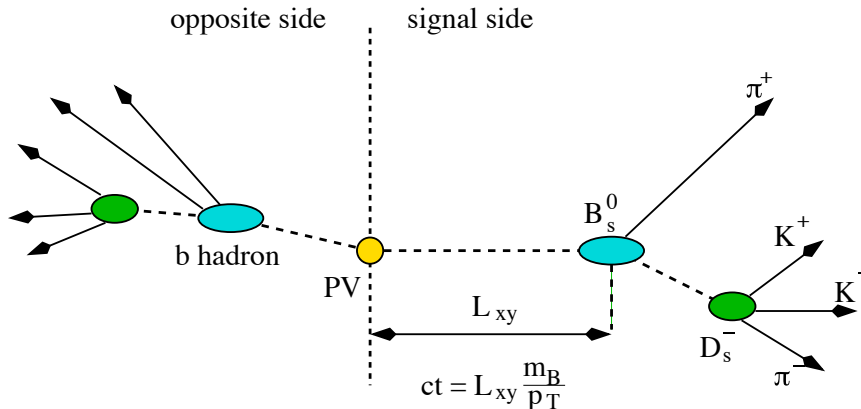


Abbildung 4.16: Prinzip der Messung von B_s^0 - \bar{B}_s^0 -Oszillationen [HM]. Zur Messung wird die Zerfallslänge und der B_s^0 -Flavor bei Produktion und Zerfall benötigt.

heutige Weltmittelwert ist $\chi_d = 0,1873(24)$, was für $\Gamma_d = 0$ einem Wert von $\Delta m_d = 0,507(5) \text{ ps}^{-1}$ entspricht. Im Jahr der Entdeckung 1987 war die Stärke der beobachteten Oszillationen ein klares Zeichen dafür, dass das bis dorthin noch nicht entdeckte Top-Quark eine große Masse von $m_t > 50 \text{ GeV}$ besitzen musste. Dieses Ergebnis ist ein gutes Beispiel dafür, dass man Effekte sehr massiver Teilchen studieren kann, ohne sie direkt zu erzeugen. Dies Konzept wird auch bei der Suche nach Physik jenseits des SM eingesetzt.

Flavor-Oszillationen im B_s -System wurden zuerst am Tevatron beobachtet [Abu06]. Die gemessene Massendifferenz beträgt $\Delta m_s = 17,77(12) \text{ ps}^{-1}$, in sehr guter Übereinstimmung mit den Erwartungen aus globalen Fits der CKMFitter- und UTfit-Gruppen [Cha05, Ciu01]. Zusammen mit der Messung der B_d -Oszillationen lässt sich so auch das Verhältnis der relevanten CKM-Matrixelemente messen: $|V_{td}/V_{ts}| = 0,209(6)$, wobei die theoretischen Unsicherheiten dominieren.

In Abb. 4.17 sind die Übergangswahrscheinlichkeiten $|g_{\pm}(t)|^2$ für das B_s -System aufgetragen. Die experimentelle Herausforderung liegt darin, eine Oszillation mit einer Frequenz von $2\pi\Delta m_s = 2,83 \times 10^{12} \text{ Hz}$ zu messen. Dazu wird eine zeitaufgelöste Messung der Oszillationswahrscheinlichkeit durchgeführt, d. h. es wird die Wahrscheinlichkeit bestimmt, ein B_s^0 nach einer Zeitdauer Δt als B_s^0 oder \bar{B}_s^0 vorzufinden. Man braucht also Messungen der Zerfallslänge des B_s^0 und muss den Flavor des B_s^0 sowohl bei der Produktion als auch beim Zerfall (aus den Tochterteilchen) bestimmen. Dies ist in Abb. 4.16 illustriert.

Man verwendet für die Messung sowohl hadronische B_s^0 -Zerfälle $B_s^0 \rightarrow D_s \pi$ und $B_s^0 \rightarrow D_s \pi \pi \pi$ als auch semileptonische Zerfälle $B_s^0 \rightarrow D_s \ell X$. Erstere bieten dabei die größere Messgenauigkeit, da sie voll rekonstruiert werden können. Zur Identifikation des Flavors bei der Produktion kann man das zweite B -Hadron nutzen, das aus demselben $b\bar{b}$ -Paar hervorgegangen ist und daher bei der Produktion den jeweils anderen Flavor besessen haben muss. Diese Methode bezeichnet man als „opposite side flavor tagging“. Man kann den B_s^0 -Flavor bei der Produktion auch aus dem Flavor der Teilchen bestimmen, die mit zusammen mit dem B_s^0 produziert wurden (meistens Kaonen), so dass ihr Flavor ebenfalls mit dem des B_s^0 korreliert ist. Diese Methode heißt „same side flavor tagging“.

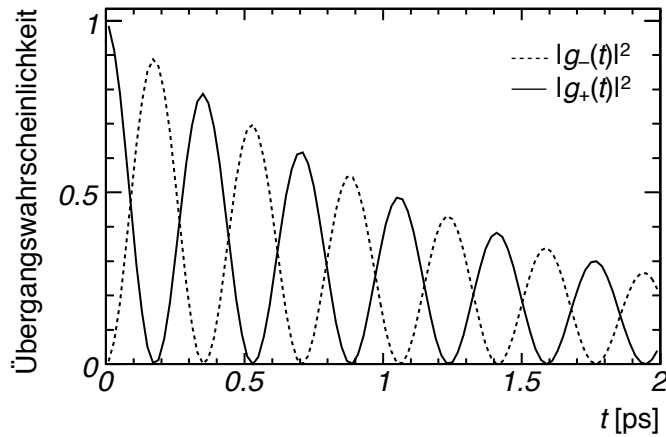


Abbildung 4.17: Übergangswahrscheinlichkeiten $|g_{\pm}(t)|^2$ für $B_s^0-\bar{B}_s^0$ -Oszillationen (vgl. Gleichung (4.45)).

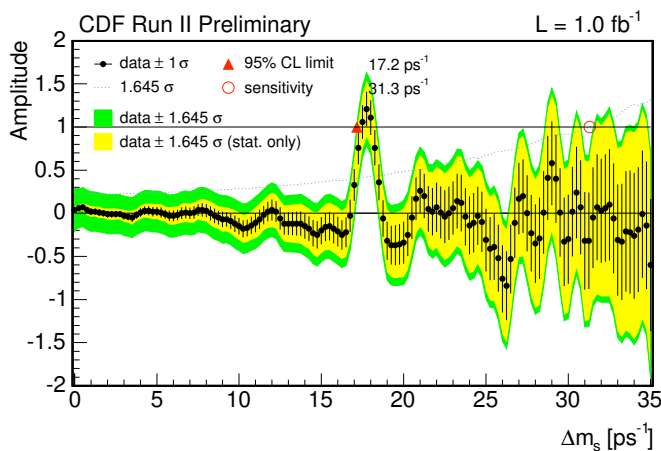


Abbildung 4.18: Bestimmung der Oszillationsfrequenz im B_s -System [Abu06]. Bei einer Massendifferenz von $\Delta m_s = 17,77(12) \text{ ps}^{-1}$ ist ein klares Signal zu sehen. Das Experiment kann Massendifferenzen größer als $\Delta m_s = 31,3 \text{ ps}^{-1}$ nicht mehr nachweisen.

4.3.3 CP-Verletzung

Die diskrete Symmetrieoperation CP ist die Kombination der Ladungskonjugation C , die alle ladungsartigen (d. h. additiven) Quantenzahlen umkehrt, und der Paritätsoperation P , die Impulse von Teilchen umdreht. Die Kombination macht dann aus einem linkshändigen Teilchen ein rechtshändiges Antiteilchen usw. Zunächst sah es so aus, als ob diese Symmetrie in der schwachen Wechselwirkung erhalten wäre, doch die Beobachtung des Zerfalls $K_L^0 \rightarrow \pi\pi$ mit einem Verzweungsverhältnis von etwa 10^{-3} im Jahre 1964 hat gezeigt, dass auch diese Symmetrie verletzt ist [Chr64]. Um die verschiedenen Arten von CP -Verletzung zu klassifizieren, betrachtet man vier Amplituden für Übergänge von Mesonen P (neutral oder geladen) und deren Antiteilchen \bar{P} in Endzustände f und \bar{f} .

$$A_f := A(P \rightarrow f), \quad A_{\bar{f}} := A(P \rightarrow \bar{f}), \quad \bar{A}_f := A(\bar{P} \rightarrow f), \quad \bar{A}_{\bar{f}} := A(\bar{P} \rightarrow \bar{f}). \quad (4.48)$$

Man unterscheidet nun drei Arten von CP -Verletzung, siehe Abb. 4.19:

1. „Indirekte CP -Verletzung“ oder „ CP -Verletzung in der Mischung“:

$$\left| \frac{q}{p} \right| \neq 1, \quad (4.49)$$

d. h. unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten für Übergänge $|P\rangle \rightarrow |\bar{P}\rangle$ und $|\bar{P}\rangle \rightarrow |P\rangle$ während der Flavor-Oszillationen.

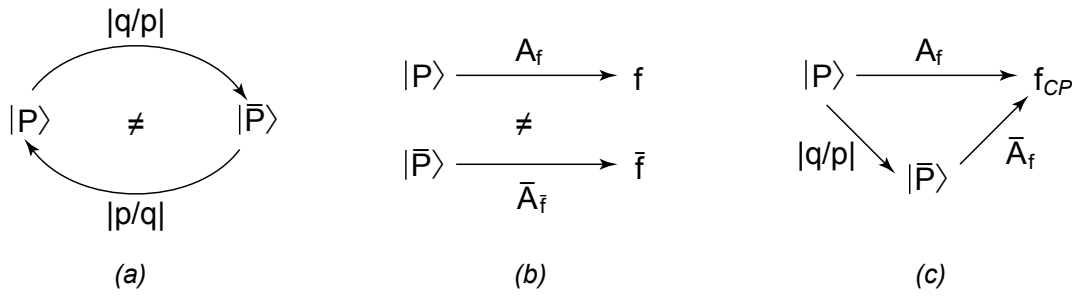


Abbildung 4.19: Die drei Arten von CP -Verletzung: (a) Indirekte CP -Verletzung (in der Mischung). (b) Direkte CP -Verletzung (im Zerfall). (c) CP -Verletzung in der Interferenz von Mischung und Zerfall.

2. „Direkte CP -Verletzung“ oder „ CP -Verletzung im Zerfall“:

$$\left| \frac{A_f}{\bar{A}_{\bar{f}}} \right| \neq 1, \quad (4.50)$$

d. h. die Amplituden für einen Zerfall und seinen CP -konjugierten Zerfall sind nicht gleich.

3. „ CP -Verletzung in der Interferenz zwischen Mischung und Zerfall“:

$$\Im \left(\frac{q A_f}{p \bar{A}_{\bar{f}}} \right) \neq 0. \quad (4.51)$$

Indirekte CP -Verletzung

Die indirekte CP -Verletzung ist die erste Form von CP -Verletzung, die 1964 im System neutraler Kaonen entdeckt wurde. Im System neutraler Kaonen und B -Mesonen bewirkt die CP -Operation, dass

$$CP|P\rangle = -|\bar{P}\rangle, \quad CP|\bar{P}\rangle = -|P\rangle. \quad (4.52)$$

Wenn man in Gleichung (4.38) $p = q$ (reell) setzt, sind die Zustände $|P_L\rangle$ und $|P_H\rangle$ CP -Eigenzustände:

$$|P_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(P + \bar{P}) \Rightarrow CP|P_L\rangle = -|P_L\rangle \quad (4.53)$$

$$|P_H\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(P - \bar{P}) \Rightarrow CP|P_H\rangle = +|P_H\rangle. \quad (4.54)$$

Im Kaonsystem ist $|q/p| = 1$ nicht erfüllt, so dass die physikalischen Teilchen K_S^0 und K_L^0 kleine Beimischungen $|\epsilon| = 2,229(12) \cdot 10^{-3}$ der jeweils anderen CP -Eigenzustands haben und der Zerfall $K_L^0 \rightarrow \pi\pi$ möglich wird.

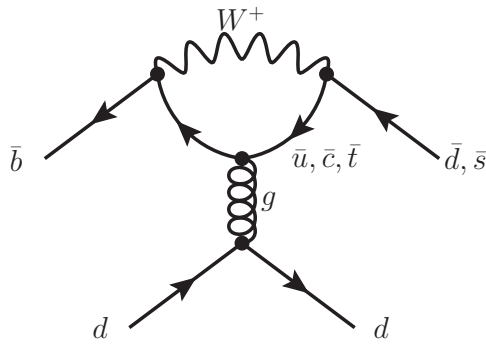


Abbildung 4.20: Pinguin-Diagramm für die Zerfälle $\bar{B}_d^0 \rightarrow K\pi$ und $\bar{B}_d^0 \rightarrow \pi\pi$. Die Pionen und Kaonen entstehen durch Erzeugung eines zusätzlichen $u\bar{u}$ -Paares im Endzustand.

Direkte CP -Verletzung

Direkte CP -Verletzung tritt auf, wenn die Zerfallsraten für einen Zerfall und seinen CP -konjugierten Zerfall nicht dieselben sind, also $|A_f/\bar{A}_{\bar{f}}| \neq 1$. Diese Art von CP -Verletzung wurde bereits in Abschnitt 4.2.2 diskutiert, wo gezeigt wurde, dass es im SM Unterschiede zwischen A_f und $\bar{A}_{\bar{f}}$ geben kann, wenn die CKM-Matrix eine komplexe Phase besitzt. Für geladene Mesonen, die keine Flavor-Oszillationen zeigen, ist dies die einzige Quelle von CP -Verletzung. Direkte CP -Verletzung wurde sowohl im Kaon- als auch im B -System nachgewiesen, z. B. in den Zerfällen $K^0/\bar{K}^0 \rightarrow \pi\pi$, $B_d^0/\bar{B}_d^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ und $B_d^0/\bar{B}_d^0 \rightarrow K^\pm\pi^\mp$. Im Kaon-System ist der Effekt der direkten CP -Verletzung zusätzlich zum Effekt der indirekten CP -Verletzung vorhanden, nur ist er deutlich kleiner. Ein Maß für die relative Größe der Effekte ist $|\epsilon'/\epsilon| = 1,65(26) \cdot 10^{-3}$. Solche CP -verletzenden Wechselwirkungen werden im SM häufig über Prozesse höherer Ordnung vermittelt, z. B. durch Pinguin-Diagramme,³ wie in Abb. 4.20) gezeigt.

CP -Verletzung in der Interferenz zwischen Mischung und Zerfall

Für neutrale Mesonen kann auch durch das Zusammenspiel von Flavor-Oszillationen und unterschiedlichen Zerfallsbreiten CP -Verletzung auftreten. Diese Art von CP -Verletzung ist insbesondere an den B -Fabriken genau untersucht worden. Man vergleicht dazu Zerfälle von $|P\rangle$ und $|\bar{P}\rangle$ in denselben CP -Eigenzustand f_{CP} . Wie in Abb. 4.19 c) illustriert, kann der Zerfall entweder direkt oder nach einer Mischung erfolgen. Die CP -Verletzung ist nur in der Interferenz zwischen beiden sichtbar.

Das wichtigste Beispiel dieser Klasse von Zerfällen ist der so genannte „goldene Zerfall“ $B_d^0/\bar{B}_d^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$ (wobei angenommen wird, dass K_S^0 in guter Näherung ein CP -Eigenzustand ist). Dieser Zerfall ist deshalb so gut geeignet, weil er so gut wie keine hadronischen Unsicherheiten besitzt. Gleichzeitig ist er nur schwer experimentell zugänglich, denn sein Verzweungsverhältnis ist sehr klein: $\mathcal{B}(B \rightarrow J/\psi K_S^0 \rightarrow \ell^+\ell^-\pi^+\pi^-) \approx 10^{-5}$. Bei den B -Fabriken misst man eine zeitaufgelöste Asymmetrie der Zerfallsbreiten

$$A_{CP}(t) := \frac{\Gamma(\bar{P} \rightarrow f_{CP})(t) - \Gamma(P \rightarrow f_{CP})(t)}{\Gamma(\bar{P} \rightarrow f_{CP})(t) + \Gamma(P \rightarrow f_{CP})(t)}, \quad (4.55)$$

d. h. die Zahl der produzierten CP -Eigenzustände aus P und \bar{P} wird als Funktion der

³Der Begriff des Pinguin-Diagramms wurde im Jahr 1977 vom CERN-Physiker John Ellis nach einer verlorenen Dartpartie mit Melissa Franklin (jetzt Harvard) in einer Veröffentlichung erstmals benutzt.

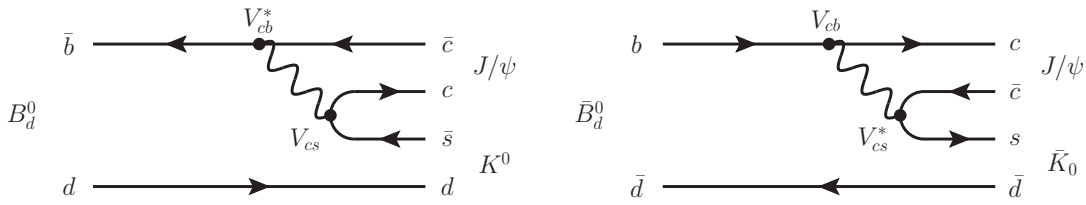


Abbildung 4.21: Beiträge zum goldenen Zerfall $B \rightarrow J/\psi K_S^0$ auf Bornniveau.

gemessenen Lebensdauer bestimmt. Aus dem Formalismus der Flavor-Oszillationen ergibt sich (unter der Annahme verschwindender direkter CP -Verletzung)

$$A_{CP}(t) = -\Im \left(\frac{q}{p} \cdot \frac{A_f}{\bar{A}_f} \right) \sin(\Delta m t), \quad (4.56)$$

wobei der erste Term die Interferenz aus Mischung und Zerfall illustriert und der zweite Teil die Flavor-Oszillationen durch die Massendifferenz Δm beinhaltet. Im SM erhält man q/p in ersten Näherung analog zu Gleichung (4.47), mit den CKM-Kopplungen aus den relevanten Boxdiagrammen (Abb. 4.14). Das Amplitudenverhältnis A_f/\bar{A}_f beinhaltet die in Abb. 4.21 gezeigten CKM-Kopplungen im Zerfall. Damit erhält man eine CP -verletzende Amplitude von

$$-\Im \left(\frac{q}{p} \frac{A_f}{\bar{A}_f} \right) = -\Im \left(\frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}^*} \cdot \frac{V_{cb}^* V_{cs}}{V_{cb} V_{cs}^*} \right). \quad (4.57)$$

In der Näherung der Wolfenstein-Parametrisierung (4.18) hat nur V_{td} eine Phase, und man erhält

$$-\Im \left(\frac{q}{p} \frac{A_f}{\bar{A}_f} \right) \approx -\Im \left(\frac{V_{td}}{V_{td}^*} \right) = -\sin(2 \arg(V_{td})) = -\sin(2 \arg(1 - \rho - i\eta)) = \sin(2\beta). \quad (4.58)$$

Aus einer Messung des goldenen Zerfalls $B \rightarrow J/\psi K_S^0$ kann man also den Winkel β im Unitaritätsdreieck bestimmen (vgl. Abb. 4.8). Die derzeitigen Messungen dieses Winkels ergeben einen Mittelwert von $\sin(2\beta) = 0,671(22)$ [Ams08]. Wie in Abb. 4.9 gezeigt, trägt diese Messung entscheidend dazu bei, den Apex des Unitaritätsdreiecks zu bestimmen. Aufgrund der sehr guten Übereinstimmung aller Messung zu Beträgen und Phasen der CKM-Matrix wurde das „CKM-Bild“ der Quarkmischung als (einzige) Quelle der CP -Verletzung im SM etabliert.