

Skript zur Vorlesung

Experimentelle Elementarteilchenphysik

Modul P23.1.1
im Spezialisierungsfach Elementarteilchenphysik

Ulrich Husemann
Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY



Institut für Physik
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät I
Humboldt-Universität zu Berlin
Sommersemester 2009

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
1.1	Vorbemerkungen	7
1.1.1	Inhalte und Ziele der Vorlesung	7
1.1.2	Einheiten und Konventionen	8
1.2	Kurzer historischer Abriss	9
1.2.1	Quantenmechanik und Relativitätstheorie	9
1.2.2	Kernkräfte	10
1.2.3	Vom Teilchenzoo zu Quark-Partonmodell und QCD	11
1.2.4	Schwache Wechselwirkung	14
1.2.5	Elektroschwache Theorie	16
1.3	Das Standardmodell der Teilchenphysik	18
1.3.1	Kräfte und Teilchen im Standardmodell	18
1.3.2	Zusammengesetzte Teilchen	19
1.4	Experimente mit Teilchenstrahlen	20
1.4.1	Lepton-Collider	20
1.4.2	Hadron-Collider	21
1.4.3	Spezielle Teilchenstrahlen	22
2	Theoretische Grundlagen	25
2.1	Relativistische Quantenfeldtheorie	25
2.1.1	Die Dirac-Gleichung	25
2.1.2	Chirale Fermionen	27
2.1.3	Lagrangedichte	28
2.1.4	Quantenelektrodynamik	28
2.2	Das Eichprinzip	29
2.2.1	Diskrete Symmetrien	30
2.2.2	Kontinuierliche Symmetrien und Gruppentheorie	30
2.2.3	Das Eichprinzip in der QED	31
2.2.4	Das Eichprinzip in Yang-Mills-Theorien und QCD	31
2.3	Elektroschwache Theorie	33
2.3.1	Eichgruppe und Lagrangedichte	33
2.3.2	Higgs-Mechanismus	34
2.3.3	Lepton-Wechselwirkungen der elektroschwachen Theorie	37
2.3.4	Quark-Wechselwirkungen der elektroschwachen Theorie	38
2.3.5	Vektor- und Axialvektorkopplungen	39

3	Physik der Z-Bosonen	41
3.1	Von der Z-Entdeckung zu den Z-Fabriken	41
3.1.1	Gargamelle: Neutrale Ströme	41
3.1.2	UA1 und UA2: Direkter Z-Nachweis	42
3.1.3	LEP und SLC: die Z-Fabriken	42
3.2	Untersuchung der Z-Resonanz in e^+e^- -Streuung	45
3.2.1	Wirkungsquerschnitt	45
3.2.2	Partielle Zerfallsbreiten	47
3.2.3	Experimentelle Vermessung der Z-Resonanz	50
3.2.4	Zahl der leichten Neutrino flavors	51
3.3	Kopplung des Z-Bosons an Fermionen	53
3.3.1	Neutrino-Elektron-Streuung	54
3.3.2	Asymmetrien und Polarisation	54
3.3.3	Schwacher Mischungswinkel	60
3.4	Zusammenfassung	61
4	Physik der W-Bosonen	63
4.1	Masse des W-Bosons	63
4.1.1	W-Boson-Produktion in Proton-Antiproton-Kollisionen	63
4.1.2	Messung der W-Boson-Masse am Tevatron	65
4.1.3	Messung der W-Boson-Masse bei LEP-II	66
4.2	Kopplung des W-Bosons an Fermionen	68
4.2.1	Klassifikation der Kopplungen ans W-Boson	69
4.2.2	Die CKM-Matrix: Kopplung an Quarks	70
4.3	Messung der Elemente der CKM-Matrix	73
4.3.1	Beträge der CKM-Matrixelemente	73
4.3.2	Flavor-Oszillationen	79
4.3.3	CP-Verletzung	84
5	Physik der Gluonen	89
5.1	QCD als Theorie der starken Wechselwirkung	89
5.1.1	Zahl der Farbladungen	89
5.1.2	Laufende Kopplungskonstanten	91
5.1.3	Messung der starken Kopplungskonstante	95
5.2	Tiefinelastische Streuung	96
5.2.1	Kinematik und Wirkungsquerschnitt in der DIS	97
5.2.2	Naives Partonmodell	99
5.2.3	QCD und Skalenverletzungen	100
5.2.4	QCD an Hadron-Collidern	102
6	Suche nach dem Higgs-Boson	107
6.1	Das Higgs-Boson im Standardmodell	107
6.1.1	Higgs-Potenzial	107
6.1.2	Indirekte Schranken auf die Higgs-Masse	108
6.1.3	Higgs-Produktion und -Zerfall	109
6.1.4	Direkte Higgs-Suchen	111
6.2	Das Higgs-Boson in Erweiterungen des Standardmodells	116
6.2.1	Modelle mit zwei Higgs-Dubletts	116

6.2.2	Supersymmetrische Modelle	116
6.2.3	Suche nach den MSSM-Higgs-Bosonen	117
7	Physik massiver Neutrinos	119
7.1	Neutrinomassen und Neutrino-Oszillationen	119
7.1.1	Oszillationsgleichung	119
7.1.2	Neutrinomassen als Erweiterung des Standardmodells	121
7.2	Evidenz für Neutrinomassen und Neutrino-Oszillationen	123
7.2.1	Übersicht	123
7.2.2	Direkte Messungen der Neutrinomasse	124
7.2.3	Suche nach Majorana-Neutrinos	126
7.2.4	Atmosphärische Neutrinos	127
7.2.5	Beschleunigerneutrinos	129
7.2.6	Sonnenneutrinos	130
7.2.7	Reaktorneutrinos	134
7.2.8	Offene Fragen	135

Einleitung

1.1 Vorbemerkungen

Dieses Skript ist entstanden bei der Vorbereitung der Vorlesung „Experimentelle Elementarteilchenphysik“ an der Humboldt-Universität zu Berlin im Sommersemester 2009. Dies ist der Sommer vor dem Start des Large Hadron Colliders (LHC) am CERN, demnach ist das Standardmodell der Teilchenphysik (noch?) das Maß der Dinge in der Elementarteilchenphysik.

1.1.1 Inhalte und Ziele der Vorlesung

In dieser Vorlesung soll diskutiert werden, wie das Standardmodell der Teilchenphysik (SM) in den letzten 30 Jahren etabliert wurde, indem nahezu alle Aspekte dieses theoretischen Modells der Elementarteilchen experimentell überprüft wurden. Dies bedeutet letztlich die Entdeckung aller vorhergesagten Teilchen und Vermessung ihrer Quantenzahlen sowie ihrer Wechselwirkung mit den anderen SM-Teilchen. Zu diesem Messprogramm zählen:

- Elektroschwacher Sektor des SM: Physik der W - und Z -Bosonen, Quarks und Quarkmischung, Neutrinos,
- QCD: Physik der Gluonen, Struktur des Protons,
- Higgs-Physik,
- Suche nach Physik jenseits des SM (beyond standard model, BSM)

Nach einer kurzen Wiederholung der theoretischen Grundlagen des SM werden obige Themen diskutiert. Manche Themen können in der Vorlesung leider nur angerissen werden. Es besteht die Gelegenheit, diese in Spezialvorlesungen zu vertiefen.

1.1.2 Einheiten und Konventionen

Natürliche Einheiten

In dieser Vorlesung werden durchgehend „natürliche Einheiten“ verwendet. In diesen Einheiten ist $\hbar = c = 1$. Mit $c = 1$ haben Länge und Zeit dieselbe Einheit. Das Plancksche Wirkungsquantum hat die Einheit Energie mal Zeit, daraus folgt, dass Masse die Einheit einer inversen Länge hat. In natürlichen Einheiten haben alle physikalischen Observablen Einheiten, die Potenzen von Energien sind, z. B.:

- Energie, Impuls, Masse: $[E]^1$
- Länge, Zeit: $[E]^{-1}$
- Wirkungsquerschnitt: $[E]^{-2}$

Für Energien verwenden wir die Einheit „Elektronvolt“ (eV), also die Energie, die ein Teilchen mit der Ladung $q = e$ ($e = 1,609 \cdot 10^{-19}$ C Elementarladung) gewinnt, wenn es eine Potenzialdifferenz von 1 V durchläuft. Nützlich für die Umrechnung in SI-Einheiten sind die Zusammenhänge

$$\begin{aligned} \hbar &\approx 6,6 \cdot 10^{-25} \text{ GeV s} &\Rightarrow 1 \text{ GeV}^{-1} &\approx 6,6 \cdot 10^{-25} \text{ s}, \\ \hbar c &\approx 197 \text{ MeV fm} &\Rightarrow 1 \text{ fm} &\approx 5 \text{ GeV}^{-1}. \end{aligned}$$

Relativistische Kinematik

Die Vorlesung verwendet Raumzeit-Vierervektoren im Minkowskiraum in der Form

$$x_\mu = (ct, x, y, z) \quad \text{mit} \quad g_{\mu\nu} x^\mu x^\nu = x_\nu x^\nu = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2,$$

wobei $g_{\mu\nu}$ die Minkowskimetrik ist. Die Lorentztransformation von einem Inertialsystem S in ein anderes Inertialsystem S' , das sich mit der Geschwindigkeit v gegenüber S bewegt, ist definiert durch

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$

mit dem (negativen) „Boostvektor“ $\vec{\beta} = \vec{v}/c$ und $\gamma = 1/\sqrt{1 - |\vec{\beta}|^2}$. Der Energie-Impuls-Vierervektor ergibt sich aus der Vierergeschwindigkeit $u_\mu = dx_\mu/d\tau$ mit der Eigenzeit $d\tau = dt/\gamma$ zu

$$p_\mu = m u_\mu = m\gamma(1, v_x, v_y, v_z) =: (E, p_x, p_y, p_z).$$

Daraus liest man folgende Zusammenhänge ab, die für Rechnungen sehr nützlich sind:

$$\beta = \frac{\vec{p}}{E}, \quad \gamma = \frac{E}{m}.$$

In Collider-Experimenten wird häufig ein zylindrisches Koordinatensystem verwendet, das der Symmetrie der Detektoren Rechnung trägt. Die z -Achse zeigt in Strahlrichtung. Ortskoordinaten werden dann mit dem Radius r , dem Polarwinkel θ und dem Azimutalwinkel ϕ bezeichnet. Impulse werden zerlegt in $p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$ und p_z . Eine gebräuchliche Größe ist die „Rapidity“

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right) = \tanh^{-1} \left(\frac{p_z}{E} \right).$$

Die Ableitung der Rapidität ist lorentzinvariant, so dass die Form einer Rapiditätsverteilung unter Lorentztransformationen erhalten bleibt. Für $p \gg m$ kann man die Rapidität durch die „Pseudorapidität“ nähern:

$$\eta = -\ln \tan\left(\frac{\theta}{2}\right).$$

Die Pseudorapidität hängt nur vom Polarwinkel θ ab, nicht von Masse, Impulsbetrag und Energie eines Teilchens.

Mandelstam-Variablen

Die Kinematik von Streuprozessen wird häufig durch die „Mandelstam-Variablen“ s , t und u beschrieben. Diese sind definiert als Kombinationen aus den Impulsen der einfallenden Teilchen (p_1, p_2) und der ausgehenden Teilchen (p_3, p_4) in $2 \rightarrow 2$ -Streuprozessen:

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2, \\ t &= (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2, \\ u &= (p_1 - p_4)^2 = (p_3 - p_2)^2. \end{aligned}$$

Dabei wurde Viererimpulserhaltung benutzt, d. h. $p_1 + p_2 = p_3 + p_4$. Aus obigen Definitionen ergibt sich der Zusammenhang $s + t + u = \sum m_i^2$. Im Ruhesystem der Kollision ist s das Quadrat der Schwerpunktsenergie (center of mass energy, CMS energy) $E_{\text{CMS}} = E_1 + E_2$. Die Mandelstam-Variablen t und u sind ein Maß für den Impulsübertrag bei der Streuung zweier Teilchen. Somit werden Physikprozesse häufig als s -Kanal- oder t -Kanal-Prozesse charakterisiert, abhängig davon, ob der Impuls von beiden Teilchen im Anfangszustand zu den beiden Teilchen im Endzustand übertragen wird, oder ob der Impuls zwischen den Teilchen ausgetauscht wird. Beispiele für beide Arten von Prozessen sind in Abb. 1.1 gezeigt.

1.2 Kurzer historischer Abriss

Im Folgenden werden die wichtigsten experimentellen und theoretischen Ergebnisse vorgestellt, die zum heutigen SM geführt haben. Die Darstellung ist nicht streng chronologisch, sondern folgt verschiedenen Entwicklungslinien.

1.2.1 Quantenmechanik und Relativitätstheorie

Quantenmechanik [Pla01] und spezielle Relativitätstheorie [Ein05] sind die Grundlagen der modernen Teilchenphysik. Physikalische Theorien wie das SM sind als relativistische Quantenfeldtheorien (QFT) formuliert. Das bedeutet:

- Die Theorien sind lorentzinvariant.
- Die Felder werden quantisiert, also zu quantenmechanischen Operatoren, und die physikalischen Teilchen sind die Quanten dieser Felder.

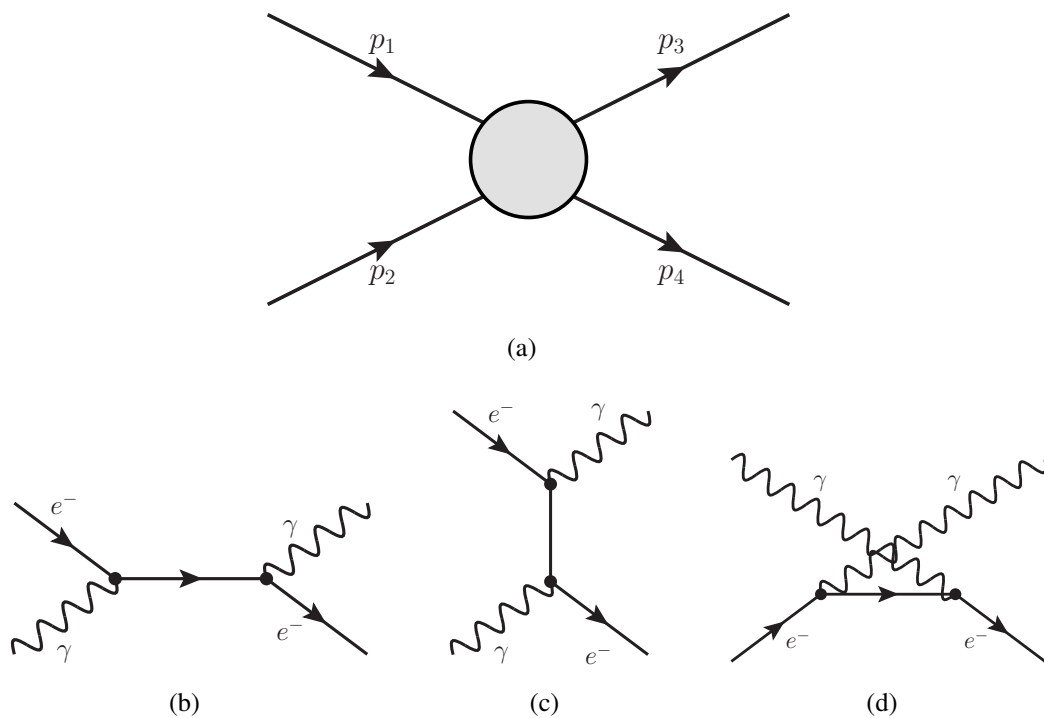


Abbildung 1.1: (a) Allgemeiner $2 \rightarrow 2$ -Prozess. (b) Compton-Streuung: s -Kanal. (c) Compton-Streuung: t -Kanal. (d) Compton-Streuung: u -Kanal.

Relativistische Bewegungsgleichungen sind seit den 1920er Jahren bekannt, für Wellenfunktionen von Spin-0-Teilchen gilt die Klein-Gordon-Gleichung, für Spin-1/2-Teilchen die Dirac-Gleichung. Letztere bildet den Ausgangspunkt für die QFT der Elektrodynamik, die Quantenelektrodynamik (QED).

1.2.2 Kernkräfte

Der Beschuss einer Goldfolie mit α -Teilchen im Rutherford-Streuexperiment [Gei09, Rut11] hat gezeigt, dass ein Atom aus einem Kern und einer fast „leeren“ Hülle aufgebaut ist. Im Jahr 1921 haben Chadwick und Bieler beobachtet, dass die Winkelverteilung der gestreuten α -Teilchen für große Streuwinkel θ von der Erwartung der elektrostatischen Coulomb-Streuung (Wirkungsquerschnitt proportional zu $1/\sin^4(\theta/2)$) abwich. Dies deutete darauf hin, dass Atomkerne von einer neuen Kraft zusammengehalten werden, der Kernkraft oder starken Kraft. Zusammen mit der Entdeckung des Neutrons im Jahr 1932 [Cha32] markierte dies den Anfang der Kernphysik.

Yukawa hat 1935 „Mesonen“ als Austauscheteilchen der Kernkraft vorgeschlagen [Yuk35], in Analogie zum Photon in der elektromagnetischen Kraft. Dabei leitete er aus der Reichweite λ der Kernkraft die Masse der Mesonen ab. Das Potenzial zwischen den Nukleonen setzte Yukawa mit

$$V(r) \sim \frac{e^{-r/\lambda}}{r}$$

an. Aus $\lambda \approx 1$ fm ergibt sich eine Masse von etwa 200 MeV.

1.2.3 Vom Teilchenzoo zu Quark-Partonmodell und QCD

Isospin

Heisenberg stellte 1932 fest, dass die Eigenschaften der Protonen und der gerade erst entdeckten Neutronen sehr ähnlich sind. Aus der Streuung von Protonen (p) und Neutronen (n) und der Untersuchung von Spiegelkernen ging hervor, dass die starke Wechselwirkung¹ unabhängig von der elektrischen Ladung ist. Außerdem haben Protonen und Neutronen etwa dieselbe Masse. Wäre nur die starke Wechselwirkung vorhanden, wären Proton und Neutron dasselbe ununterscheidbare Teilchen, das Nukleon [Hei32]. Damit gibt es eine (globale) Symmetrie zwischen Protonen und Neutronen, die von Wigner in Analogie zum Spin „Isospin“ (von „isotopischer Spin“, allerdings wäre „isobarischer Spin“ treffender gewesen) genannt wurde [Wig37]. Die Symmetriegruppe ist wie beim Spin die $SU(2)$. Das Nukleon besitzt Isospin $I = 1/2$, und Proton und Neutron bilden ein Isospin-Dublett:

$$\begin{pmatrix} |p\rangle \\ |n\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |I = 1/2, I_3 = +1/2\rangle \\ |I = 1/2, I_3 = -1/2\rangle \end{pmatrix}$$

Dieses Konzept lässt sich auf weitere Teilchen erweitern, so bilden etwa die Pionen ein Triplet mit Isospin 1 und $I_3 = +1, 0, -1$. Die dritte Komponente des Isospins, die den Unterschied zwischen den Mitgliedern der Isospin-Multipletts ausmacht, hängt dabei offenbar von der Ladung und der Tatsache ab, ob es sich um ein Meson oder ein Baryon handelt: $I_3 = Q - \mathcal{B}/2$ (Q Ladung, \mathcal{B} Baryonzahl).

Strangeness

In den 1940er Jahren wurden einige neue Elementarteilchen in der kosmischen Strahlung entdeckt. Es gab zum einen neutrale Teilchen, die in zwei geladene Teilchen zerfielen, wie in Abb. 1.2 gezeigt. Diese wurden aufgrund ihrer Signatur im Detektor (hauptsächlich Blasenkammern) als V^0 bezeichnet [Roc47]. Nach heutiger Nomenklatur bestehen V^0 s aus den Zerfällen $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ und $\Lambda^0 \rightarrow p \pi^-$. Zusätzlich wurden zwei Zerfälle geladener Teilchen entdeckt, $\theta^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ und $\tau^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^0$. Die neuen θ - und τ -Teilchen hatten dieselben Massen und Lebensdauern, aber unterschiedliche Parität.

Die Auflösung dieses „ θ - τ -Rätsels“ [GM53, Nak53] bestand in der Einführung einer neuen Quantenzahl, der „Strangeness“ S , die in der elektromagnetischen und starken Wechselwirkung erhalten ist, in der schwachen Wechselwirkung jedoch verletzt ist. Die schwache Wechselwirkung verletzt die Parität, so dass dasselbe Teilchen in Zustände unterschiedlicher Parität zerfallen kann. In heutiger Nomenklatur ist dieses Teilchen das K^\pm . Damit hat das θ - τ -Rätsel auf die Paritätsverletzung geführt (vgl. Kapitel 1.2.4).

Im Formalismus der Gruppentheorie kann man jetzt die $SU(2)$ -Gruppe durch eine $SU(3)$ ersetzen, die auch Teilchen mit Strangeness beschreibt. Teilchen in einem $SU(3)$ -Multiplett werden durch zwei Quantenzahlen unterschieden. Diese könnten z. B. I_3 und die Strangeness S sein. Häufig wurde anstatt dessen auch die „Hyperladung“ $Y_F \equiv \mathcal{B} + S$ benutzt. Diese (Flavor-)Hyperladung darf nicht mit der schwachen Hyperladung in der elektroschwachen Wechselwirkung verwechselt werden. Damit lautet der Zusammenhang zwischen der Isospinkomponente I_3 und der Ladung Q , die „Gell-

¹Die Begriffe Kraft und Wechselwirkung werden im folgenden synonym benutzt.

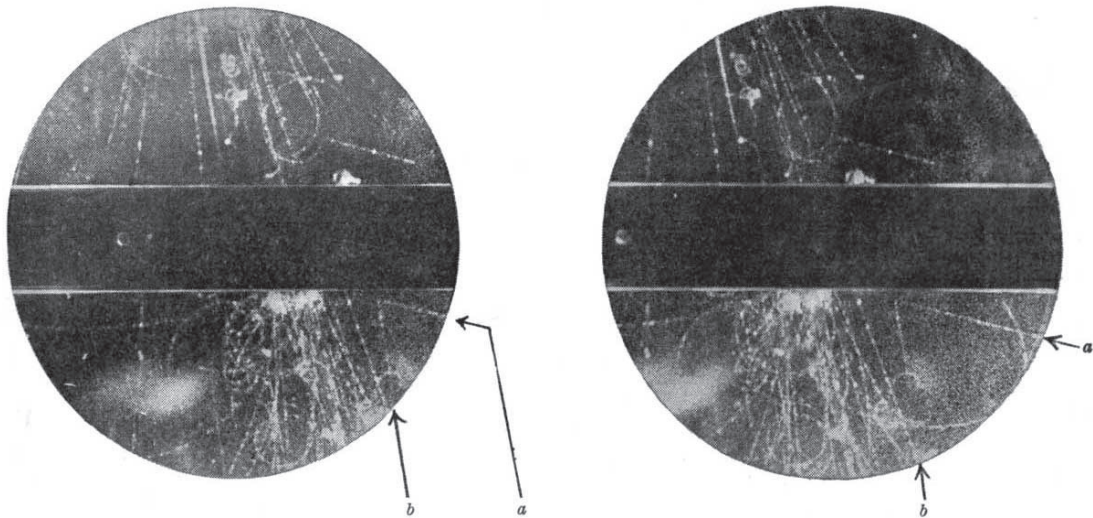


Abbildung 1.2: Stereoskopische Blasenkameraaufnahmen eines V^0 -Zerfalls. Die Zerfallsprodukte sind mit a und b gekennzeichnet [Roc47].

Mann–Nishijima-Formel“,

$$I_3 = Q - \frac{Y_F}{2} = Q - \frac{\mathcal{B} + S}{2}. \quad (1.1)$$

Dieser Formalismus kann auch auf weitere Quarks erweitert werden. Für sechs Quarks ist die Hyperladung beispielsweise definiert als $Y_F = \mathcal{B} + S + C + B + T$ (C Charm, B Bottomness, T Topness).

Quarkmodell

Mit der Entdeckung weiterer Teilchen, z. B. der Mesonen η' , ω , ρ und K^* und der Δ -, Σ - und Ξ -Baryonen, wurde ein konsistentes Schema zur Klassifikation des „Teilchenzoos“ notwendig. Gell-Mann und Zweig schlugen vor, dass die Fundamentaldarstellung der Isospin- $SU(3)$ -Gruppe aus drei „Quarks“ besteht, u (up), d (down) und s (strange) [GM64, Zwe64]. Der Name Quark stammt dabei von M. Gell-Mann und ist dem Roman „Finnegan’s Wake“ von J. Joyce entlehnt. Aus den Darstellungen der $SU(3)$ -Gruppe ergaben sich die beobachteten Multipletts der Mesonen und Baryonen. Mesonen bestehen in diesem Schema aus einem Quark und einem Antiquark und Baryonen aus drei Quarks. In Abbildung 1.3 ist die Verallgemeinerung des Quarkmodells für vier Quarks gezeigt. Das Konzept der Quarks war zu diesem Zeitpunkt ein mathematisches Hilfsmittel und wurde nicht als physikalische Realität aufgefasst.

Tiefinelastische Streuung und Quark-Partonmodell

In den 1960er Jahren wurde am Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) ein Linearbeschleuniger in Betrieb genommen. Damit konnten Elektronen auf Energien von bis zu 20 GeV beschleunigt und mit Targets zur Kollision gebracht werden. Damit ließ sich durch Streuexperimente die interne Struktur der Nukleonen untersuchen. Der dabei stattfindende Physikprozess wird als „tiefinelastische Streuung“ (deep inelastic scattering, DIS) bezeichnet. Die Ergebnisse, gezeigt in Abb. 1.4, deuteten auf die Streuung an punktförmigen Teilchen und somit eine Substruktur innerhalb des Nukleons

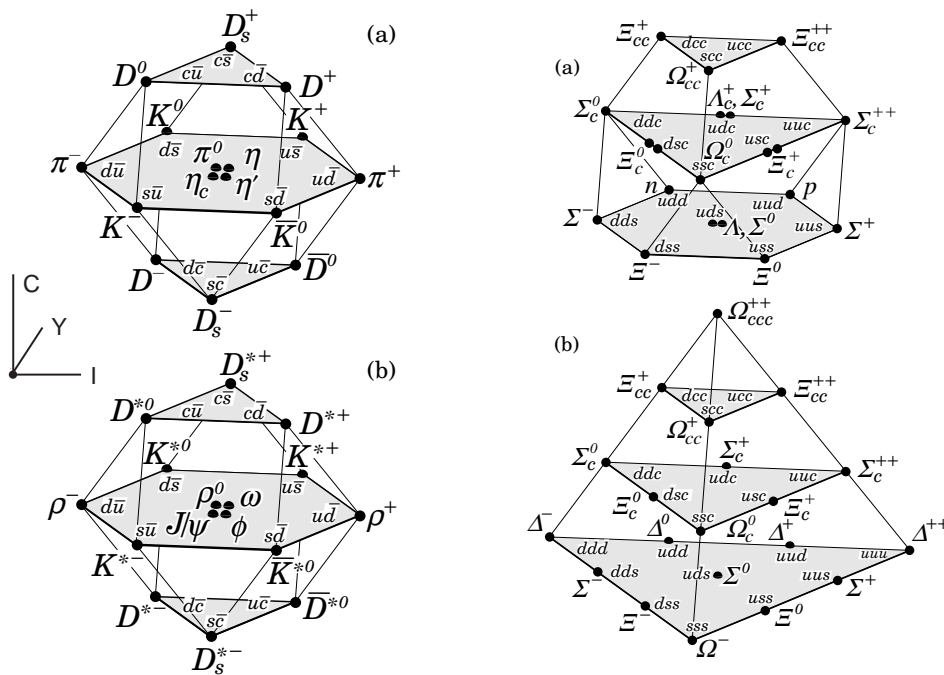


Abbildung 1.3: $SU(4)$ -Multipletts der Mesonen (links) und der Baryonen (rechts) [Ams08].

hin [Bre69]. Feynman interpretierte die Ergebnisse als Streuung an punktförmigen Spin-1/2-Teilchen, die er „Partonen“ nannte [Fey69a, Fey69b]. Bjorken und Paschos identifizierten die Partonen schließlich mit den Quarks [Bjo69]. Heute bezeichnet man sowohl die Quarks (Spin 1/2) und die Gluonen (Spin 1) als Partonen.

Yang-Mills-Theorie und Quantenchromodynamik

Yang und Mills hatten 1954 eine neue Theorie der starken und schwachen Wechselwirkung vorgeschlagen, die auf den nichtabelschen Eichgruppen $SU(N)$ beruht [Yan54]. Die Eichfelder in dieser Theorie müssen allerdings masselos sein, was der damaligen Erwartung an die Austauschteilchen (Kontaktwechselwirkung in der schwachen Wechselwirkung, Pionen in der starken Wechselwirkung) widersprach.²

Unter anderem aus dem Quarkmodell ergaben sich Hinweise, dass Quarks einen zusätzlichen internen Freiheitsgrad haben müssen, den man als „Farbladung“ bezeichnet. Beispielsweise besteht das Ω^- -Baryonen aus drei identischen Quarks $|sss\rangle$. Da das Ω^- ein Fermion ist, sollte die Wellenfunktion aber antisymmetrisch sein. Das geht nur mit einem zusätzlichen Freiheitsgrad.

Die Resultate von Yang und Mills waren zwar nicht unmittelbar auf die schwache Wechselwirkung anwendbar, jedoch postulierten Fritzsche, Gell-Mann und Leutwyler im Jahr 1973, dass die starke Wechselwirkung durch eine $SU(3)$ -Eichtheorie mit farbgeladenen Quarks und Gluonen als Kraftteilchen beschrieben werden kann [Fri73]. Diese Theorie der starken Wechselwirkung bezeichnet man folglich als „Quantenchromodynamik“ (QCD). Gross, Wilczek und Politzer zeigten, dass in nicht-abelschen Eichtheorien wie der QCD die Kopplungsstärke mit höheren Energien abnimmt [Gro73, Pol73]. Diese „asymptotische Freiheit“ erklärt, warum die Quarks in der tiefinelastischen Streuung

²Es ist überliefert, dass die Idee bei W. Pauli deswegen auf starken Widerstand stieß [Str08].

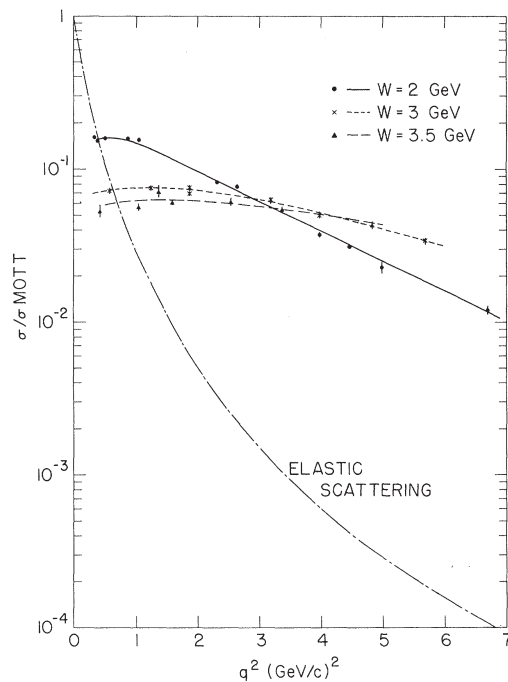


Abbildung 1.4: Wirkungsquerschnitt für tiefinelastische Streuung als Funktion des Viererimpulsübertrags $q^2 = 2EE'(1 - \cos\theta)$ relativ zum Wirkungsquerschnitt für Mott-Streuung. Die Daten für verschiedene $W = 2M(E - E')$ sind verglichen mit der Vorhersage für elastische Streuung [Bre69].

als frei angenommen werden können, während sie bei niedrigen Energien nicht als freie Teilchen existieren („Confinement“).

1.2.4 Schwache Wechselwirkung

Betazerfall und Fermi-Theorie

Nach der Entdeckung der Radioaktivität durch Becquerel [Bec96] wurde eine weitere Kraft identifiziert, die schwache Wechselwirkung, die z. B. den radioaktiven Betazerfall steuert. Beim Betazerfall wurden aus dem Zerfall eines Atomkerns ein Kern mit gleicher Massenzahl A aber um eins erhöhter Kernladung Z gefunden, wobei gleichzeitig ein Elektron emittiert wurde. In einem Zweikörperzerfall erwartet man Elektronen mit fester Energie, tatsächlich wurde ein kontinuierliches Spektrum beobachtet. Das veranlasste Pauli, in seinem „Brief an die Radioaktiven“ [Pau30], ein masseloses „Geisterteilchen“, das Neutrino, zu postulieren. Das Neutrino wurde 1953 erstmals in einem Experiment von Reines and Cowan nachgewiesen [Rei53]. Dabei wurden Neutrinos aus einem Atomreaktor durch inversen Betazerfall $p\bar{\nu}_e \rightarrow ne^+$ nachgewiesen: durch Positron-Annihilation entsteht ein Photonenpaar, anschließend wird das Neutron zeitlich versetzt durch Einfang in Cadmiumchlorid nachgewiesen.

Fermi hat 1934 einen ersten Ansatz für eine Theorie der schwachen Wechselwirkung geliefert [Fer34a, Fer34b]. Fermis Theorie besaß (Vektor-)Ströme wie in der QED (z. B. inverser Betazerfall). Fermi postulierte eine Kontaktwechselwirkung, so dass die Theorie kein Austauscheteilchen besitzt analog zum Photon in der QED. Der Vergleich von QED und Fermi-Theorie ist in Abb. 1.5 gezeigt. Die Kopplungskonstante G_F („Fermikonstante“) war im Gegensatz zur Feinstrukturkonstante α dimensionsbehaftet ($[E]^{-2}$). Aus heutiger Sicht deutet dies auf Austausch eines schweren Austauscheteilchens, des W -Bosons hin.

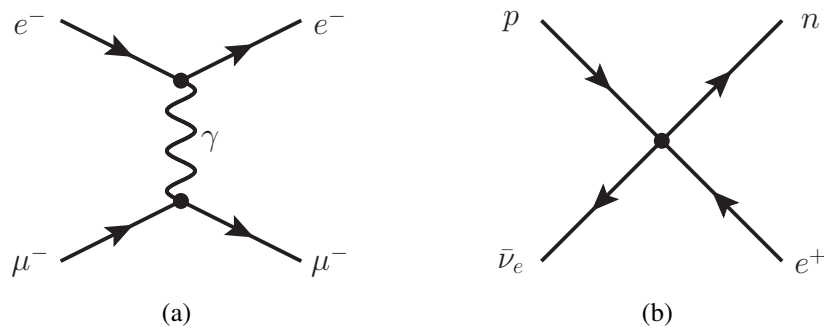


Abbildung 1.5: (a) Photonaustausch zwischen zwei Vektorströmen in der QED. (b) Kontaktwechselwirkung in der Fermi-Theorie der schwachen Wechselwirkung.

Paritätsverletzung und $V-A$ -Theorie

Die QED ist invariant gegenüber jeder einzelnen der diskreten Symmetrien der Ladungskonjugation C , Parität P und Zeitumkehr T und Kombinationen wie CP oder CPT . Dies wurde ebenso von der schwachen Wechselwirkung erwartet. Lee und Yang schlugen im Jahr 1956 experimentelle Tests vor [Lee56], bei denen man auf Observablen sensitiv ist, die wie Axialvektoren transformieren, z. B. der intrinsische Drehimpuls eines Atomkerns.

Im Wu-Experiment [Wu57] aus dem Jahr 1957 wurden Kobalt-60-Kerne in einem starken Magnetfeld ausgerichtet und die Emissionsrichtung der Elektronen aus dem Betazerfall ${}^{60}\text{Co} \rightarrow {}^{60}\text{Ni}^{**} + e^- + \bar{\nu}_e$ relativ zur Ausrichtung der ${}^{60}\text{Co}$ -Kerne gemessen. Dies zeigte in der Tat, dass die schwache Wechselwirkung die Paritätssymmetrie verletzt. Aus der Stärke des Effekts ergab sich sogar eine maximale Paritätsverletzung. Damit wirkt die schwache Wechselwirkung nur auf linkshändige aber nicht auf rechtshändige Teilchen. Aus dieser Abhängigkeit von der Händigkeit („Chiralität“) der Teilchen folgt, dass der schwache geladene Strom (charged current, CC) kein Vektorstrom sein kann, sondern ein Vektor- minus Axialvektorstrom. Deswegen wird diese neue Theorie der schwachen Wechselwirkung auch „ $V-A$ -Theorie“ genannt [Fey58, Sud58].

Da Neutrinos fast masselos sind, sind für diese in sehr guter Näherung Chiralität und Helizität (Projektion des Spins auf den Impuls) dasselbe. Deshalb kann man die $V-A$ -Theorie testen, wenn man die Neutrino-Helizität misst. Stimmt die $V-A$ -Theorie, erwartet man eine Helizität von -1 . Das gelang Goldhaber, Grodzins und Sunyar 1958 in einem Experiment, bei dem Europium-152 durch K-Einfang in einen angeregten Samarium-152-Kern übergeht und das bei der Abregung emittierte Photon mittels Kernresonanzabsorption wieder eingefangen wird [Gol58].

CP -Verletzung

Zusätzlich zur Paritätsverletzung haben Christenson, Cronin, Fitch und Turlay im Jahr 1964 in einem Experiment mit K -Mesonen festgestellt, dass die schwache Wechselwirkung auch die CP -Symmetrie (schwach) verletzt [Chr64]. In einem Strahl neutraler Kaonen, in dem der K_S^0 -Anteil herausgefiltert wurde, so dass nur der K_L^0 -Anteil vorhanden ist, entdeckten sie den CP -verletzenden Zerfall $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$. Dieser Zerfall ist gegenüber $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ um einen Faktor 2000 unterdrückt.

Andrei Sakharov hat 1967 postuliert, dass im Rahmen eines Urknallmodells CP -Verletzung neben thermischem Nicht-Gleichgewicht und Baryonzahlverletzung eine von drei notwendigen Bedingungen für die beobachtete Baryonasymmetrie im Universum ist:

$$(n_B - n_{\bar{B}})/n_\gamma \approx 10^{-9}$$

mit n_B ($n_{\bar{B}}$, n_γ) Zahl der Baryonen (Antibaryonen, Photonen). Bisher sind alle Messungen der CP -Verletzung im Einklang mit den Vorhersagen des SM. Die CP -Verletzung im SM ist allerdings zu klein, um die Baryonasymmetrie zu erklären.

1.2.5 Elektroschwache Theorie

Auch nachdem die Theorie der schwachen Wechselwirkung in den 1950er Jahren um die Paritätsverletzung erweitert worden war, hatte die das $V-A$ -Modell Defizite. So steigt der Wirkungsquerschnitt für Neutrino-Elektron-Streuung $\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$ bei großen Energien mit s an. Damit verletzt der Prozess die Unitarität der Streumatrix, es ergeben sich unphysikalische Streuwahrscheinlichkeiten größer als 1.

Dieses Problem lässt sich nur mittels einer vereinheitlichten Theorie der schwachen und elektromagnetischen Wechselwirkungen lösen. Diese „elektroschwache Theorie“ wurde in den 1960er Jahren von Glashow, Salam und Weinberg entwickelt und wird demnach als „GSW-Modell“ bezeichnet. Ein interessanter historischer Überblick findet sich z. B. in [Gla79].

Elektroschwache Vereinheitlichung

In einer vereinheitlichten elektroschwachen Theorie muss die elektromagnetische Wechselwirkung Parität und Strangeness erhalten, während die schwache Wechselwirkung beide verletzt. Ausgehend vom Ansatz einer $SU(2)$ -Eichgruppe à la Yang und Mills erweiterte Glashow die Eichgruppe zu einer $SU(2) \times U(1)$ [Gla61]. Die $SU(2)$ bezieht sich auf den „schwachen Isospin“, der in Analogie zum starken Isospin entwickelt wurde. Das geladene Lepton und das Neutrino bilden ein Isospin-Dublett. Die $U(1)$ bezieht sich auf die schwache Hyperladung in Analogie zur Flavor-Hyperladung. Die $SU(2) \times U(1)$ enthielt zwei geladene Eichbosonen, die mit den W^\pm -Bosonen identifiziert werden können, und zwei neutrale Eichbosonen, das Photon und das Z -Boson. Damit sagte Glashows Modell eine neue Wechselwirkung mit dem Austausch eines Z -Bosons voraus, den schwachen „neutralen Strom“ (neutral current, NC). Mit der Blasenkammer Gargamelle am CERN wurden neutrale Ströme 1973 zum ersten Mal nachgewiesen [Has73a]. Das Modell hatte nach wie vor den Nachteil, nicht renormierbar zu sein und keine Massen für die Fermionen und die Eichbosonen zu erlauben.

Higgsmechanismus

Das aus der Festkörperphysik entlehnte Konzept der spontanen Symmetriebrechung brachte die Lösung zu den Problemen der Renormierbarkeit und der Massen. Spontane Symmetriebrechung bedeutet hier, dass die Eichsymmetrie exakt aber verborgen ist, da der Zustand mit der niedrigsten Energie diese Symmetrie nicht besitzt. Ein Beispiel dafür ist die spontane Ausrichtung der Spins in einem Ferromagneten. Dieses Konzept wurde gleichzeitig von einigen Physikern (Brout, Englert, Goldstone, Guralnik, Hagen, Higgs, Jona-Lasinio, Kibble, Nambu) auf Eichtheorien angewendet.

Salam und Weinberg wendeten das Konzept der spontanen Symmetriebrechung auf die $SU(2) \times U(1)$ -Eichsymmetrie der elektroschwachen Wechselwirkung an [Sal68, Wei67]. Damit bekommen W - und Z -Bosonen Massen, während das Photon masselos bleibt. 't Hooft und Veltman bewiesen 1972, dass diese Theorie renormierbar ist [tH72]. Damit waren die theoretischen Grundlagen für die elektroschwache Theorie gelegt.

Quarkmischung und GIM-Mechanismus

Durch das GSW-Modell war die elektroschwache Theorie für Leptonen etabliert. Um die Theorie auch für Quarks benutzbar zu machen, waren einige weitere Schritte notwendig. Cabibbo erklärte 1963 die Beobachtung, dass (in heutiger Sprechweise) in der schwachen Wechselwirkung Übergänge von u -Quark zu s -Quarks um einen Faktor fünf im Vergleich zu $u \rightarrow d$ -Übergängen unterdrückt sind [Cab63]:

$$u \rightarrow d' = d \cos \theta_C + s \sin \theta_C.$$

Dabei wird $\sin \theta_C \approx 0,22$ als Cabibbo-Winkel bezeichnet. An der schwachen Wechselwirkung nehmen also nicht die Quarks selbst (die „Masseneigenzustände“), sondern Linearkombinationen von Quarks (die „Wechselwirkungseigenzustände“) teil. Diesen Prozess bezeichnet man auch als „Quarkmischung“.

Was in geladenen Strömen galt, schien nicht für die neutralen Ströme zu gelten. Prozesse, in denen sich durch einen neutralen Strom die Strangeness ändert (z. B. $K^0 \rightarrow \ell^+ \ell^-$), sind um viele Größenordnungen seltener als Prozesse, bei denen sie sich mit einem geladenen Strom ändert (z. B. $K^+ \rightarrow \ell^+ \nu$). Diese Unterdrückung „flavorverletzender neutraler Ströme“ (flavor changing neutral current, FCNC) wurden in einer Arbeit von Glashow, Iliopoulos und Maiani aus dem Jahre 1970 erklärt [Gla70]. Sie postulierten ein viertes Quark, das „Charm-Quark“ (c). Damit kann der schwache geladene Strom zwischen Quarks mit einer Rotation im Flavorraum geschrieben werden

$$(u, c) \gamma_\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = (u, c) \gamma_\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}.$$

Wenn das c -Quark an der Wechselwirkung teilnimmt, sind FCNC stark unterdrückt („GIM-Mechanismus“). Hätten alle Quarks dieselbe Masse, wären FCNC komplett verboten. Aus der Rate für FCNC konnten GIM die Masse des c -Quarks zu 1,5 bis 2 GeV abschätzen.

Mit dem c -Quark konnte neben den Leptonen auch die Quarks in Dubletts des schwachen Isospin eingeteilt werden, (u, d) und (c, s) . Damit konnte man die Quarks wie die Leptonen in zwei „Familien“ oder „Generationen“ einteilen. Die Teilchen der beiden Generationen besitzen dieselben Eigenschaften mit Ausnahme der Masse. Die ersten Teilchen, die c -Quarks enthalten, sind vermutlich in der kosmischen Strahlung entdeckt worden. In Experimenten an Teilchenbeschleunigern wurde das c -Quark 1974 zum ersten Mal entdeckt [Aub74, Aug74]. Das J/ψ , das seinen Doppelnamen der gleichzeitigen Entdeckung am Brookhaven National Laboratory (J) und am SLAC (ψ) verdankt, wurde unmittelbar nach der Entdeckung als gebundener Zustand aus einem c - und einem \bar{c} -Quark identifiziert [DR75].

Die dritte Familie

Kobayashi und Maskawa haben 1973 gezeigt, dass in der elektroschwachen Wechselwirkung CP -Verletzung erreicht werden kann (wie z. B. von Sakharov als notwen-

dige Bedingung für Baryogenese gefordert), wenn es mindestens drei Quarkfamilien gibt [Kob73]. Damit wird die Matrix der Quarkmischung auf drei Familien erweitern, zur Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix (CKM-Matrix):

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V_{\text{CKM}} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}.$$

Die Quarks der dritten Familie wurden in den Jahren 1977 (bottom, b) und 1995 (top, t) entdeckt [Her77, Abe95, Aba95]. Der Effekt der CP -Verletzung wurde in vielen Experimenten, z. B. im System der Kaonen und der B -Mesonen, nachgewiesen und entspricht bisher den Vorhersagen der elektroschwachen Wechselwirkung. Auch die Leptonen der dritten Familien, das τ -Lepton und das ν_τ , konnten experimentell nachgewiesen werden [Per75, Kod01].

Entdeckung der W - und Z -Bosonen

Die geladenen Ströme waren im Prinzip seit der Entdeckung der natürlichen Radioaktivität bekannt. Neutrale Ströme wurden 1973 zum ersten Mal beobachtet. Im GSW-Modell werden beide von massiven Austauscheteilchen vermittelt, den W^\pm - und Z -Bosonen. Beide besaßen aber zunächst eine zu große Masse, um an Beschleunigern produziert zu werden. Im Jahr 1981 ging der erste Proton-Antiproton-Collider mit ausreichender Energie und Strahlintensität am CERN in Betrieb, das Sp̄pS. Die W -Bosonen wurden 1983 zuerst über den Zerfall $W^+ \rightarrow e^+ \nu_e$ (und ladungskonjugiert) und die Z -Bosonen über $Z \rightarrow e^+ e^-$ nachgewiesen [Arn83a, Ban83, Arn83b, Bag83], später auch über die entsprechenden Zerfälle in μ und ν_μ .

1.3 Das Standardmodell der Teilchenphysik

Mit den in Kapitel 1.2 genannten Entdeckungen waren die QCD als Theorie der starken Wechselwirkung und das GSW-Modell für die elektroschwache Wechselwirkung etabliert. Zusammen bilden sie das „Standardmodell der Elementarteilchenphysik“ (SM). Die Teilchen und Kräfte im SM sind im folgenden zusammengefasst.

1.3.1 Kräfte und Teilchen im Standardmodell

Kräfte

Alle Kräfte im SM werden über Austauscheteilchen vermittelt, die „Eichbosonen“ mit Spin 1, die der Bose-Einstein-Statistik gehorchen. Eine Übersicht findet sich in Tabelle 1.1. Die starke Kraft wirkt auf alle farbgeladenen Teilchen. Ihre Austauscheteilchen sind acht masselose Gluonen, die ihrerseits Farbladung tragen und somit Selbstwechselwirkungen zeigen. Nach der spontanen Symmetriebrechung wird die elektroschwache Kraft durch die massiven W^\pm - und Z -Bosonen sowie das masselose und elektrisch neutrale Photon vermitteln. Die W - und Z -Bosonen gehen dabei Selbstwechselwirkungen ein.

Tabelle 1.1: Die Kräfte im Standardmodell.

Kraft	Austauschteilchen
Elektromagnetisch	Photon (γ)
Schwach	W^\pm -Bosonen (Z-Boson)
Stark	8 Gluonen (g)

Teilchen

Im SM gibt es sechs Quarks (und ihre Antiteilchen), sowie sechs Leptonen (und ihre Antiteilchen). Quarks und Leptonen sind Fermionen mit Spin 1/2 und gehorchen daher der Fermi-Dirac-Statistik.

Die Quarks nehmen an allen Wechselwirkungen des SM teil, denn sie besitzen (drittelzahlige) elektrische Ladung und Farbladung. Rechtshändige Quarks sind Isospin-Singulets und nehmen nicht an der schwachen Wechselwirkung teil. Linkshändige Quarks besitzen ebenfalls eine schwache Ladung und bilden drei Dubletts des schwachen Isospins,

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L.$$

Die Leptonen lassen sich in geladene und neutrale Leptonen (Neutrinos) unterteilen, wobei nur die geladenen Leptonen an der elektromagnetischen Wechselwirkung teilnehmen. Die linkshändigen Leptonen bilden wie die linkshändigen Quarks Isospin-Dubletts:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L.$$

Rechtshändige geladene Leptonen bilden Isospin-Singulets. Wenn man annimmt, dass Neutrinos masselos sind, existieren keine rechtshändigen Neutrinos.

Der Mechanismus der spontanen Symmetriebrechung verlangt nach einem zusätzlichen Teilchen mit Spin 0, dem „Higgs-Boson“. Dieses ist als einziges Teilchen im SM bislang noch nicht experimentell nachgewiesen worden. Die Entdeckung des Higgs-Bosons ist eines der Hauptziele am Large Hadron Collider (LHC), der im Herbst 2009 am CERN in Betrieb geht.

1.3.2 Zusammengesetzte Teilchen

Aus Quarks und Antiquarks lassen sich Bindungszustände mit zwei oder drei Quarks bilden. Die „Mesonen“ bestehen aus einem Quark und einem Antiquark (symbolisch $|q\bar{q}'\rangle$), und die „Baryonen“ aus drei Quarks (symbolisch $|qq'q''\rangle$).

Einige Experimente hatten Hinweise auf Zustände mit fünf Quarks („Pentaquarks“), andere Experimente konnten dies jedoch nicht bestätigen (siehe z. B. [Ams08]). Weiterhin gibt es Hinweise auf Zustände, die sich als „Tetraquark“ oder als „Moleküle“ von zwei Mesonen mit Charm-Quarks erklären lassen [Cho03].

1.4 Experimente mit Teilchenstrahlen

Das SM ist in den letzten mehr als 30 Jahren eingehend mit Teilchenstrahlen getestet worden. Im folgenden wird eine Übersicht über vergangene, derzeitige und zukünftige Experimente gegeben. Die Funktionsweise der Teilchenbeschleuniger und -detektoren ist nicht Gegenstand dieser Vorlesung und wird in regelmäßig angebotenen Spezialvorlesungen behandelt.

1.4.1 Lepton-Collider

Generell sind Lepton-Collider „Präzisionsmaschinen“, denn in ihnen werden (nach heutigem Wissen) elementare Teilchen, in der Regel e^+e^- , zur Kollision gebracht. Dies hat zwei Vorteile. Der Anfangszustand der Kollision ist sehr genau bekannt (und ggf. regelbar), denn die Energie der einfallenden Teilchen ist genau die Strahlenergie. Gleichzeitig entstehen bei der Kollision keine Restfragmente der einfallenden Teilchen, so dass der Endzustand im Detektor „sauber“ ist. Die meisten und umfassendsten Präzisionstests des SM sind an Lepton-Collidern gemacht worden.

Nachteil der meisten bisherigen Lepton-Collidern, die als Ringbeschleuniger angelegt sind, ist der hohe Energieverlust pro Umlauf des Strahls durch Synchrotronstrahlung, der mit $1/m^4$ und $1/R$ geht (m Masse der Teilchen, R Ringradius). Dieses Problem wird bei Linearbeschleunigern umgangen, jedoch kann bei diesen der Strahl nur einmal verwendet und nicht wie bei Ringbeschleunigern über Stunden gespeichert werden. Außerdem limitiert die Länge des Beschleunigers und der maximale Beschleunigungsgradient die erreichbare Strahlenergie. Abhilfe könnte in der Zukunft auch ein Myon-Collider schaffen. Einige Beispiele für e^+e^- -Collider folgen:

SPEAR

- e^+e^- -Ringbeschleuniger bei SLAC, 0,234 km Umfang
- 1972–1990, $\sqrt{s} < 8$ GeV
- Detektoren: Mark I/II/III
- Entdeckung des J/ψ und des τ -Leptons

PETRA

- e^+e^- -Ringbeschleuniger bei DESY, 2,304 km Umfang
- 1978–1986, $\sqrt{s} < 23,4$ GeV
- Detektoren: TASSO, MARK-J, JADE, PLUTO (CELLO)
- Entdeckung des Gluons in „3-Jet-Ereignissen“; Suche nach dem Top-Quark

LEP

- „Large Electron-Positron Collider“, e^+e^- -Ringbeschleuniger bei CERN, 26,659 km Umfang
- LEP I (1989–1995): $\sqrt{s} = 91$ GeV (Z-Resonanz)
- LEP II (1996–2000): $\sqrt{s} < 209$ GeV

- Vier Detektoren: ALEPH, DELPHI, L3, OPAL
- Physikprogramm: Präzisionsmessungen des gesamten Standardmodells: Z-Sektor, W-Sektor, QCD; Suche nach dem Higgs-Boson und Physik jenseits des SM

Die „B-Fabriken“: PEP-II und KEKB

- Spezialisierte e^+e^- -Ringbeschleuniger mit asymmetrischen Strahlenergien
- Prinzip: Erzeugung der $\Upsilon(4S)$ -Resonanz (gebundener $b\bar{b}$ -Zustand) bei $\sqrt{s} = 10,6 \text{ GeV}$, $b\bar{b}$ -Zustand bewegt sich im Laborsystem
- PEP-II (SLAC, 1999–2008): e^- mit 9,0 GeV, e^+ mit 3,1 GeV, Experiment: BaBar
- KEKB (KEK, seit 1999): e^- mit 8,0 GeV, e^+ mit 3,5 GeV, Experiment: Belle
- Physikprogramm: genaue Vermessung von Bottom-Quarks, CP -Verletzung

ILC

- „International Linear Collider“, 33 km Länge, geplant nach 2020(?)
- $\sqrt{s} = 300 \dots 500 \text{ GeV} (?)$
- Zwei Detektoren abwechselnd im Strahl („push-pull“), derzeit drei Detektorkonzepte
- Präzisionsmessungen an der „Teraskala“: Higgs-Boson, Top-Quark, Physik jenseits des SM

1.4.2 Hadron-Collider

Hadron-Collider sind „Entdeckungsmaschinen“, denn mit ihnen erreicht man Teilchenstrahlen mit den höchsten Energien. In der Regel werden Protonen mit Protonen oder Antiprotonen zur Kollision gebracht. Da beide keine fundamentalen Teilchen sind, kollidieren in Wirklichkeit die Quarks und Gluonen in den Protonen, deren Impulsbruchteil nicht bekannt ist. Damit ist die exakte Schwerpunktsenergie des fundamentalen Physikprozesses unbekannt.

Die anderen Partonen in den Protonen oder Antiprotonen („Zuschauer“) tragen nichts zu den Streuprozessen bei, die untersucht werden sollen. Durch sie werden allerdings häufig weitere Hadronen erzeugt, die gleichzeitig im Detektor ankommen und die Kollisionen weniger „sauber“ werden lassen als in Lepton-Collidern.

Sp \bar{p} S

- $p\bar{p}$ -Collider am CERN (Umbau des Super Proton Synchrotron, SPS), 6,91 km Umfang
- 1981–1990, $\sqrt{s} = 630 \text{ GeV}$
- Detektoren: UA1, UA2
- Entdeckung der W- und Z-Bosonen, Suche nach Top-Quark und Physik jenseits des SM

HERA

- $e^\pm p$ -Collider bei DESY, 6,34 km Umfang
- 1992–2007, e^\pm mit $E = 27,5$ GeV, p mit $E = 820$ GeV, 920 GeV.
- Detektoren: H1, ZEUS (plus zwei Fixed-Target-Experimente: HERMES, HERA-B)
- Physikprogramm: Struktur des Protons, QCD, Suche nach Physik jenseits des SM

Tevatron

- $p\bar{p}$ -Collider bei Fermilab, 6,28 km Umfang
- Run 0 (1988–1989): $\sqrt{s} = 1800$ GeV
- Run I (1992–1995): $\sqrt{s} = 1800$ GeV
- Run II (2001–2010(?)): $\sqrt{s} = 1960$ GeV
- Detektoren: CDF, DØ
- Physikprogramm: Top-Quark, B-Physik, Higgs-Boson, Suche nach Physik jenseits des SM
- Derzeit höchste erreichbare Energien (bis zum Start des LHC)

LHC

- pp -Collider bei CERN (im alten LEP-Tunnel), 26,659 km Umfang
- Offizielle Inbetriebnahme: 10. September 2008
- Erste Kollisionen: Herbst 2009 ($\sqrt{s} = 900$ GeV, 10 TeV)
- Endausbau: $\sqrt{s} = 14$ TeV
- Physikprogramm: Higgs-Boson, Suche nach Physik jenseits des SM

1.4.3 Spezielle Teilchenstrahlen

Neben dem Einsatz in Collidern werden Teilchenbeschleuniger auch zur Erzeugung spezieller Teilchenstrahlen verwendet. Dabei wird normalerweise ein Protonstrahl auf ein festes Target gelenkt. Die dabei entstehenden Teilchen werden z. B. mit Magnetfeldern getrennt, so dass der Strahl (fast) ausschließlich die gewünschte Teilchensorte enthält.

Neutrinostrahlen

Neutrinostrahlen werden erzeugt, indem Protonstrahlen auf ein festes Target gelenkt werden. Dabei entstehen verschiedenen Teilchen, unter anderem geladene Pionen und Kaonen. Mit einem „magnetischen Horn“ werden Pionen einer Ladung selektiert, alle weiteren entstandenen Teilchen werden absorbiert. Auf einer Zerfallsstrecke von 600–1000 m geschieht dann der Zerfall $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu \nu_\mu$. Die noch nicht zerfallenen Pionen werden nach der Zerfallsstrecke absorbiert, so dass ein Strahl von Neutrinos entsteht, der fast ausschließlich aus ν_μ besteht. Im folgenden zwei aktuelle Beispiele für die Produktion von Neutrinostrahlen:

- NuMi/Minos-Beamline: Neutrinostrahl von Fermilab in die 730 km entfernte Soudan-Mine (US-Bundesstaat Minnesota)
- CERN–Gran Sasso (CNGS): Neutrinostrahl von CERN ins 730 km entfernte Gran-Sasso-Untergrundlabor (Italien)

Kaonstrahlen

Das System der neutralen Kaonen eignet sich zur Untersuchung der CP -Verletzung. Dazu werden Kaonstrahlen erzeugt, indem Protonen auf ein festes Target gelenkt werden. Alle dabei entstehenden geladenen Teilchen werden mit Magneten und Kollimatoren aus dem Strahl „gefegt“, die neutralen Teilchen (Photonen und Neutronen) absorbiert. Danach erhält man einen fast reinen Strahl von K_L^0 -Mesonen. Beispiele für Experimente an Kaonstrahlen waren KTeV (1997–1999, Protonen vom Tevatron, Fermilab) und NA48 (1997–2001, Protonen vom SPS, CERN).

Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel sollen die theoretischen Grundlagen der experimentellen Teilchenphysik, soweit für diese Vorlesung relevant, kurz wiederholt werden. Einen tieferen Einblick in die theoretische Teilchenphysik gibt die Vorlesung „Theoretische Einführung in das Standardmodell“ (typischerweise im Wintersemester angeboten). Die formalen Grundlagen werden in der Vorlesung „Einführung in die Quantenfeldtheorie“ (typischerweise im Sommersemester) gelegt.

2.1 Relativistische Quantenfeldtheorie

2.1.1 Die Dirac-Gleichung

Formulierung

P. A. M. Dirac hat in den 1920er Jahren versucht, ein Äquivalent zur Schrödinger-Gleichung

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = H \psi \quad (2.1)$$

für relativistische Spin-1/2-Teilchen wie Elektronen aufzustellen (Wellenfunktion ψ , Hamiltonoperator H). Die Klein-Gordon-Gleichung

$$(\square + m^2) \phi = 0 \quad (2.2)$$

ist zwar relativistisch, beschreibt aber nur skalare (Spin-0-)Teilchen und ist nicht linear in den Ableitungen, sondern quadratisch. Hier ist $\square = \partial^\mu \partial_\mu = \partial^2 / \partial t^2 - \vec{\nabla}^2$ der D'Alembert-Operator und m die Masse des Teilchens. Die Dirac-Gleichung [Dir28]

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} + i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} - \beta m \right) \psi = 0 \quad (2.3)$$

beschreibt relativistische Spin-1/2-Teilchen, wenn ψ eine Wellenfunktion mit vier Komponenten („Spinor“) ist und $\alpha_i (i = 1 \dots 3)$ und β 4×4 -Matrizen sind. Die Matrizen antikommutieren, d. h.

$$\beta^2 = \mathbb{1}_4, \quad \{\alpha_i, \alpha_j\} = \mathbb{1}_4 \delta_{ij}, \quad \{\alpha_i, \beta\} = 0 \quad \text{für alle } i, j = 1 \dots 3, \quad (2.4)$$

wobei $\mathbb{1}_4$ die 4×4 -Einheitsmatrix und δ_{ij} das Kronecker-Symbol ist. Eine mögliche Wahl für $\vec{\alpha}$ und β („Dirac-Darstellung“) ist

$$\alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} \mathbb{1}_2 & 0 \\ 0 & -\mathbb{1}_2 \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

Dabei ist $\mathbb{1}_2$ die 2×2 -Einheitsmatrix und σ_i die Pauli-Matrizen

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

In der Teilchenphysik ist folgende Schreibweise der Dirac-Gleichung gängig:

$$(i\partial - m)\psi = 0. \quad (2.7)$$

Diese ergibt sich durch Multiplikation von Gl. (2.3) von links mit β und folgenden Definitionen:

$$\gamma^0 := \beta, \quad \gamma^i := \beta\alpha_i, \quad \partial := \gamma^\mu \partial_\mu, \quad \partial_\mu := \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla} \right). \quad (2.8)$$

Aus den obigen Definitionen ergibt sich, dass die γ -Matrizen vier antikommutierende 4×4 -Matrizen sind:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} \mathbb{1}_4. \quad (2.9)$$

In der Dirac-Darstellung lauten die γ -Matrizen dann

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbb{1}_2 & 0 \\ 0 & -\mathbb{1}_2 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad i = 1 \dots 3. \quad (2.10)$$

Die adjungierte Dirac-Gleichung ergibt sich mit $\bar{\psi} := \psi^\dagger \gamma^0$ zu

$$\bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu + m) = 0, \quad (2.11)$$

wobei $\psi^\dagger := \psi^{T*}$ der hermitesch konjugierte Spinor von ψ ist und ∂_μ auf $\bar{\psi}$ nach links wirkt. Multipliziert man (2.11) mit ψ und (2.7) mit $\bar{\psi}$ und addiert die beiden Gleichungen, ergibt sich die Erhaltung des Dirac-Stroms j^μ :

$$\partial_\mu j^\mu = 0, \quad \text{mit } j^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi. \quad (2.12)$$

Lösungen der Dirac-Gleichung und Interpretation

Ursprünglich wurde im Rahmen der statistischen Interpretation der Quantenmechanik der Dirac-Spinor ψ als Einteilchen-Wellenfunktion mit der Aufenthaltswahrscheinlichkeit $|\psi|^2$ gesehen. Die Dirac-Gleichung kann in diesem Rahmen mittels ebener Wellen gelöst werden. Dabei ergeben sich zwei Lösungen mit positiver Energie,

$$\psi_{1,2} = u_{1,2}(p) e^{-ipx}, \quad (2.13)$$

interpretiert als Teilchen mit Ladung q , Impuls \vec{p} und Spin \vec{s} parallel (u_1 : „spin up“) und antiparallel zum Impuls (u_2 : „spin down“). Es gibt zusätzlich zwei Lösungen mit negativer Energie,

$$\psi_{3,4} = v_{2,1}(p) e^{ipx}, \quad (2.14)$$

also Teilchen mit Ladung q , die sich mit $-\vec{p}$ bewegen und Spin $-\vec{s}$ besitzen. Diese wurden zunächst als „Dirac-See“ interpretiert. Der Dirac-See ist die Menge aller Zustände mit negativer Energie. Nach dem Pauli-Prinzip sind fast alle dieser Zustände besetzt. Ein „Loch“ im See wird dann als Antiteilchen mit positiver Energie (Ladung $-q$, Impuls \vec{p} , Spin \vec{s}) interpretiert. Damit sagt die Dirac-Gleichung die Existenz von Antielektronen („Positronen“) voraus, die schon 1932 in kosmischer Strahlung entdeckt wurden [And33].

Mit den Lösungen der Dirac-Gleichung (2.13) und (2.14) kann man die Gleichung für Teilchen im Impulsraum darstellen als:

$$(\not{p} - m)u(p) = 0 \quad (2.15)$$

Ein Antiteilchen hat dann den Viererimpuls $-p = (-E, -\vec{p})$ und damit

$$(-\not{p} - m)u(-p) = 0 \rightarrow (\not{p} + m)v(p) = 0. \quad (2.16)$$

Hier ist $\not{p} := \gamma^\mu p_\mu$ die Impulsraumdarstellung des Ortsraumoperators $i\partial$.

Das Konzept des Dirac-Sees ist problematisch, denn der See soll unendlich viel elektrische Ladung beinhalten und gleichzeitig unbeobachtbar sein. Aus diesem Grund musste die Einteilchen-Interpretation aufgegeben werden. Eine konsistente theoretische Beschreibung findet sich im Prozess der Feldquantisierung (manchmal irreführenderweise auch 2. Quantisierung genannt) im Rahmen der Quantenfeldtheorie. Damit können Teilchen und Antiteilchen als Anregungszustände des Dirac-Feldes mit positiver Energie interpretiert werden. Von Stückelberg und Feynman stammt die (äquivalente) Interpretation, ein Antiteilchen als Teilchen mit negativer Energie zu sehen, das rückwärts in der Zeit läuft.

2.1.2 Chirale Fermionen

Man kann zeigen, dass die Projektion des Spinoperators $\vec{\Sigma}$ auf den Impuls-Einheitsvektor $\hat{p} := \vec{p}/|\vec{p}|$,

$$\lambda := \vec{\Sigma} \cdot \hat{p}, \quad \text{mit} \quad \Sigma_i = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

eine „gute“ Quantenzahl ist, d. h. mit dem Hamiltonoperator vertauscht und so gleichzeitig mit Energie und Impuls messbar ist. Man bezeichnet λ als „Helizität“. Für massive Teilchen ist die Helizität nicht lorentzinvariant, denn man kann ein Bezugssystem finden, in dem sich die Bewegungsrichtung umkehrt, der Spin aber nicht.

Von der Helizität unterscheidet man die Chiralität (Händigkeit), die eine zentrale Rolle in der elektroschwachen Wechselwirkung spielt. Die Chiralität ist formal definiert als Eigenwert zum Chiralitätsoperator

$$\gamma^5 := i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3\gamma^4 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1}_2 \\ \mathbb{1}_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{mit} \quad \{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0, \quad (\gamma^5)^2 = \mathbb{1}_4. \quad (2.18)$$

Wenn ψ eine Lösung der Dirac-Gleichung für masselose Teilchen ist, ist auch $\gamma^5\psi$ eine Lösung, da γ^5 mit den Dirac-Matrizen antikommutiert. Damit kann man Lösungen der Dirac-Gleichung für masselose Teilchen anhand ihrer Eigenwerte zu γ_5 klassifizieren:

$$\gamma^5 u_\pm = \pm u, \quad \gamma^5 v_\pm = \pm v. \quad (2.19)$$

Dabei beschreibt u_- (u_+) ein „linkshändiges“ („rechtshändiges“) Teilchen und v_- (v_+) ein „rechtshändiges“ („linkshändiges“) Antiteilchen. Mit den Projektionsoperatoren

$$P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \quad \text{und} \quad P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5) \quad (2.20)$$

kann man dann aus einem beliebigen Spinor die links- bzw. rechtshändigen Komponenten herausprojizieren. Für masselose Teilchen sind Chiralität und Helizität dasselbe.

2.1.3 Lagrangedichte

In der QFT wird der Lagrangeformalismus verwendet, um die Bewegungsgleichung eines Systems abzuleiten. Er beruht auf dem Prinzip der kleinsten Wirkung, auch als Hamilton-Prinzip bezeichnet. Ein System verhält sich so, dass die Wirkung

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi) \quad (2.21)$$

extremal wird. Im Lagrangeformalismus wird das System also vollständig durch die Lagrangedichte \mathcal{L} beschrieben. Dabei ist \mathcal{L} eine Funktion des Quantenfeldes $\phi(x)$ an einem Raumzeitpunkt x und seiner ersten Ableitung $\partial_\mu \phi(x)$. Dies ist eine wichtige Eigenschaft u. a. auch des Standardmodells: es handelt sich um eine lokale Feldtheorie, d. h. es gibt keine Fernwechselwirkungen. Mithilfe der Euler-Lagrange-Gleichung

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) = 0 \quad (2.22)$$

kann dann aus \mathcal{L} die Bewegungsgleichung abgeleitet werden, z. B.

- Klein-Gordon-Gleichung: $\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m^2 \phi^2)$,
- Dirac-Gleichung: $\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\partial - m)\psi$.

Diese Bewegungsgleichungen sind gültig für freie Teilchen mit der Masse m . Im Fall der Klein-Gordon-Gleichung werden Spin-0-Teilchen beschrieben, im Fall der Dirac-Gleichung Spin-1/2-Teilchen.

2.1.4 Quantenelektrodynamik

Als erste QFT mit Relevanz für die Teilchenphysik wurde in den 1930er Jahren die Quantenelektrodynamik (QED) entwickelt. Der entscheidende Durchbruch in der Berechenbarkeit von QED-Prozessen gelang in den 1940er Jahren [Fey48, Fey49, Sch48a, Sch48b, Sch49, Tom46]. Die QED beschreibt Wechselwirkungen zwischen Photonen und geladenen Teilchen. Wie in der klassischen Elektrodynamik wird die Wechselwirkung zunächst über die „minimale Substitution“ eingeführt. Dabei finden die Ersetzung

$$p_\mu \rightarrow p_\mu + qA_\mu \quad (2.23)$$

mit der elektrischen Ladung q und dem Viererpotenzial $A_\mu := (\phi, \vec{A})$, das mit dem Photonfeld identifiziert wird. Mit dem quantenmechanischen Impulsoperator $p_\mu = i\partial_\mu$ ergibt sich dann für die Dirac-Gleichung mit elektromagnetischer Wechselwirkung

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - q\gamma^\mu A_\mu - m)\psi = (i\mathcal{D} - m)\psi = 0, \quad (2.24)$$

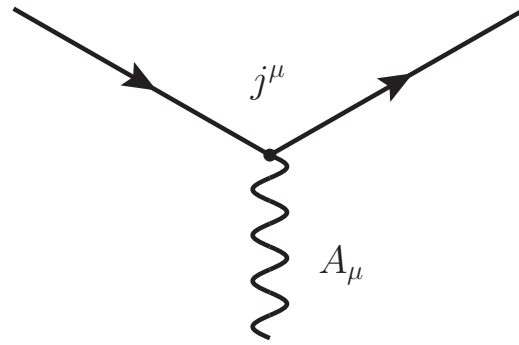


Abbildung 2.1: Kopplung des Dirac-Stroms j^μ an ein Photonfeld A_μ .

wobei die „kovariante Ableitung“ $D_\mu := \partial_\mu + iqA_\mu$ definiert ist. Dieser Ad-Hoc-Ansatz wird später durch das Eichprinzip motiviert. Die Lagrangedichte für Elektronen, die mit Photonen wechselwirken, ist demnach:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\cancel{D} - m)\psi = \bar{\psi}(i\cancel{\partial} - m)\psi - q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu. \quad (2.25)$$

In obiger Gleichung erkennt man den Dirac-Strom $j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$. Man kann also aus \mathcal{L} die Kopplung des Dirac-Stroms an das Photonfeld ablesen, siehe Abb. 2.1: $-qj^\mu A_\mu$.

Das Ampère'sche Gesetz $\partial_\mu F^{\mu\nu} = qj^\nu$ mit dem elektromagnetischen Feldstärke-tensor $F^{\mu\nu} := \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ verlangt noch einen kinetischen Term für das Photonfeld in der Lagrangedichte. Damit erhält man die Lagrangedichte der QED als

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \bar{\psi}(i\cancel{\partial} - m)\psi - q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \quad (2.26)$$

Generell gilt, dass Lagrangedichten Lorentz-Skalare sind (also keine Indizes μ, ν, \dots enthalten) und somit lorentzinvariant ist. Die Lagrangedichte ist eine Energiedichte, hat also in den hier verwendeten „natürlichen Einheiten“ die Einheit $[E][L]^{-3} = [E]^4$. Damit hat das Klein-Gordon-Feld die Einheit $[E]$, das Dirac-Feld die Einheit $[E]^{3/2}$ und das Photonfeld die Einheit $[E]$.

2.2 Das Eichprinzip

Die Ad-Hoc-Einführung einer Wechselwirkung ist unbefriedigend. In der QFT werden Wechselwirkungen über das Eichprinzip eingeführt, das zuerst von H. Weyl formuliert wurde.¹ Die Grundidee ist, dass sich die Wechselwirkungen aus der Forderung ergeben, dass die Lagrangedichte in einer QFT invariant ist gegenüber einer lokalen Symmetri-operation. Sobald diese „Eichsymmetrie“ bekannt ist, kann die vollständige Dynamik der QFT abgeleitet werden.² Abhängig von der Art der Symmetrie enthält die QFT eines oder mehrere „Eichbosonen“, die die Wechselwirkung vermitteln.

¹Ein historischer Überblick findet sich z. B. in [Jac01].

²Von W. Heisenberg stammt der Satz „Am Anfang war die Symmetrie.“ [Hei69]

Tabelle 2.1: Bilineare Kovarianten. Der Tensor $\sigma^{\mu\nu}$ ist definiert als Kommutator $[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$.

Name	Bilinearform	C	P	T
Skalar	$\bar{\psi}\psi$	+	+	+
Pseudoskalar	$\bar{\psi}\gamma_5\psi$	+	-	-
Vektor	$\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$	-	+	+
Axialvektor	$\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$	+	-	+
Tensor	$\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi$	-	+	-

2.2.1 Diskrete Symmetrien

Quantenfelder lassen sich anhand ihres Verhalten bei diskreten Symmetrieoperationen klassifizieren. Die Symmetrien Ladungskonjugation C , Parität P und Zeitumkehr T spielen in der QFT eine entscheidende Rolle. Nach dem Pauli-Lüders-Theorem [Pau55, Lüd57] ist jede lokale lorentzinvariante QFT invariant unter der gemeinsamen Symmetrie CPT .

Ladungskonjugation C

Die Ladungskonjugationsoperation C überführt ein Teilchen in sein Antiteilchen. Für Dirac-Felder und die Dirac-Darstellung der γ -Matrizen lautet die Operation

$$\psi(x) \rightarrow \psi^C(x) = i\gamma^2\gamma^0\bar{\psi}^T(x). \quad (2.27)$$

Parität P

Die Paritätsoperation entspricht einer Punktspiegelung am Ursprung, überführt also $x = (t, \vec{x})$ nach $x^P := (t, -\vec{x})$. Für Dirac-Felder bedeutet dies

$$\psi(x) \rightarrow \psi^P(x^P) = \gamma^0\psi(x^P). \quad (2.28)$$

Zeitumkehr T

Die Zeitumkehroperation $x = (t, \vec{x}) \rightarrow x^T := (-t, \vec{x})$ bedeutet für Dirac-Felder

$$\psi \rightarrow \psi^T(x^T) = i\gamma^1\gamma^3\psi(x^T). \quad (2.29)$$

Dirac-Bilinearformen

Zur Konstruktion einer Lagrangedichte können verschiedene Bilinearformen von Dirac-Feldern („bilineare Kovarianten“) benutzt werden. In Tabelle 2.1 ist ihr Verhalten unter den diskreten Symmetrieoperationen C , P und T gezeigt.

2.2.2 Kontinuierliche Symmetrien und Gruppentheorie

Neben den diskreten Symmetrien besitzen QFTen kontinuierliche Symmetrien. Diese sind dadurch charakterisiert, dass sie sich durch infinitesimale Transformationen zusammensetzen lassen. Ein Beispiel für eine kontinuierliche Symmetrie ist die quantenmechanische Phase. Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Zustands $|\psi|^2$ ist invariant

unter Phasentransformationen der Form

$$U(\psi) = e^{i\alpha} \psi. \quad (2.30)$$

Diese Transformation lässt sich aus infinitesimalen Transformationen der Form $\delta U(\psi) = (1 + i\alpha)\psi$ zusammensetzen. Alle Transformationen U bilden eine Gruppe unter Multiplikation, die Gruppe der unitären Transformationen $U(1)$. Zwei beliebige Transformationen U_1 und U_2 kommutieren, $[U_1, U_2] = 0$. Eine Gruppe mit dieser Eigenschaft bezeichnet man als abelsche Gruppe. Die Gruppe $U(1)$ gehört zur Klasse der Lie-Gruppen. Details dazu finden sich im Standardwerk von Georgi [Geo99].

2.2.3 Das Eichprinzip in der QED

Das Eichprinzip fordert, dass die Lagrangedichte der QED invariant ist unter lokalen Transformationen U der quantenmechanischen Phase $\alpha(x)$, also

$$\psi \rightarrow U\psi(x) = e^{i\alpha(x)} \psi(x). \quad (2.31)$$

Lokal bedeutet hier, dass die Phase eine Funktion des Raumzeitpunktes x ist. In der Lagrangedichte ergeben sich durch die Transformation der Ableitungen des Feldes

$$\partial_\mu \psi(x) \rightarrow \partial_\mu U\psi(x) = e^{i\alpha(x)} \partial_\mu \psi(x) + ie^{i\alpha(x)} \psi(x) \partial_\mu \alpha(x). \quad (2.32)$$

Der zweite Term kann durch eine Modifikation des Ableitungsterms kompensiert werden:

$$D_\mu := \partial_\mu + iqA_\mu. \quad (2.33)$$

Dabei ist D_μ die in Kapitel 2.1.4 erwähnte kovariante Ableitung. Das Feld A^μ muss hierbei wie folgt transformieren:

$$A_\mu \rightarrow A_\mu - \frac{1}{q} \partial_\mu \alpha(x). \quad (2.34)$$

Der Feldstärketensor $F_{\mu\nu}$ ist ein antisymmetrischer Tensor zweiter Stufe. Man kann ihn (immer) aus dem Kommutator der kovarianten Ableitung konstruieren:

$$[D_\mu, D_\nu] \psi = iqF_{\mu\nu} \psi \quad \Rightarrow \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (2.35)$$

Die Lagrangedichte der QED (2.26) enthält einen Term für die Masse des Elektrons ($-m\bar{\psi}\psi$). Ein Massenterm für das Photon in der Form $1/2 m^2 A_\mu A^\mu$ ist allerdings nicht eichinvariant und somit nicht erlaubt. Zusammenfassend wurde durch das Eichprinzip, also die Forderung nach lokaler Eichinvarianz, ein neues masseloses Feld A_μ eingeführt, das mit dem Viererpotenzial der Elektrodynamik identifiziert werden kann.

2.2.4 Das Eichprinzip in Yang-Mills-Theorien und QCD

Yang und Mills haben das Eichprinzip auch auf nichtabelsche Eichgruppen erweitert [Yan54]. Als Beispiel soll hier die $SU(3)$ -Gruppe diskutiert werden, die für die QCD relevant ist. Die $SU(3)$ ist die Gruppe der speziellen unitären Transformationen

in drei Dimensionen. Die $SU(3)$ -Gruppe besteht aus kontinuierlichen Transformationen der Form

$$\psi(x) \rightarrow U \psi(x) = e^{iT^a \alpha^a(x)} \psi(x) \quad (2.36)$$

unter Verwendung der Summenkonvention für gleiche Indizes $a = 1 \dots 8$. Man bezeichnet T^a als die „Erzeugenden“ (Generatoren) der $SU(3)$ -Gruppe (im Fall der $U(1)$ war die Erzeugende die Zahl 1) mit dem Kommutator

$$[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c, \quad (2.37)$$

wobei man die reellen Zahlen f^{abc} als die „Strukturkonstanten“ der Gruppe bezeichnet. Bis auf

$$f^{123} = 1, \quad f^{147} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = f^{516} = f^{637} = \frac{1}{2}, \quad f^{458} = f^{678} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2.38)$$

sind alle Strukturkonstanten 0. Die Erzeugenden T^a kann man z. B. durch die Gell-Mann-Matrizen λ^a darstellen mit $T^a = 1/2 \lambda^a$:

$$\begin{aligned} \lambda^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda^4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda^7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Analog zur QED ergibt sich aus der Forderung nach lokaler Eichinvarianz unter $SU(3)$ -Transformationen eine kovariante Ableitung

$$D_\mu = \partial_\mu + ig T^a A_\mu^a, \quad (2.40)$$

wobei g die Kopplungskonstante der $SU(3)$ ist, analog zur elektrischen Ladung q in der QED. In der $SU(3)$ ergeben sich acht masselose Eichfelder A_μ^a , die in der QCD mit den Gluonen identifiziert werden. Bis hierher war die Herleitung der Lagrangedichte aus dem Eichprinzip völlig analog zum Fall der $U(1)$. Der entscheidende Unterschied zur $U(1)$ -Symmetrie ist, dass die Erzeugenden im Fall der $SU(3)$ nicht kommutieren. Aus diesem Grund bezeichnet man die Gruppe als nichtabelsch. Mit einer Entwicklung der Eichtransformation „um Null“ kann man zeigen, dass die Eichfelder wie

$$A_\mu^a \rightarrow A_\mu^a - \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha^a(x) - f^{abc} \alpha^b(x) A_\mu^c \quad (2.41)$$

transformieren müssen, um Eichinvarianz der Lagrangedichte zu garantieren. Auch der Feldstärketensor der $SU(3)$, $F_{\mu\nu}^a$, erhält einen neuen Term, wie man aus dem Kommutator $[D_\mu, D_\nu]$ herleiten kann:

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c. \quad (2.42)$$

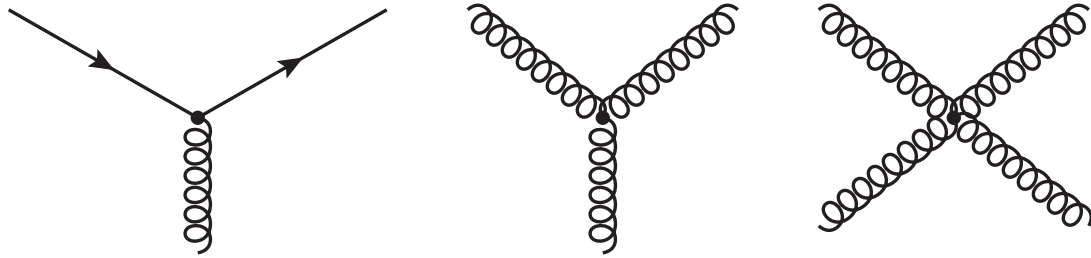


Abbildung 2.2: Kopplungen in der QCD: Quarkkopplung an Gluonen und Selbstwechselwirkung der Gluonen.

Die Lagrangedichte der Yang-Mills-Theorie ergibt sich dann zu

$$\mathcal{L}_{\text{YM}} = \bar{\psi}(i\cancel{D} - m)\psi - q\bar{\psi}\gamma^\mu T^a \psi A_\mu^a - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a,\mu\nu}. \quad (2.43)$$

Nichtabelsche Feldtheorien haben eine deutlich kompliziertere Dynamik als abelsche. Die Lagrangedichte enthält Terme proportional zu A^3 und A^4 , die sich als Selbstwechselwirkungen der Eichfelder interpretieren lassen, siehe Abb. 2.2. Der physikalische Grund für die Selbstwechselwirkung in der QCD liegt in der Tatsache, dass die Gluonen die Ladung der QCD (Farbladung) tragen, während Photonen keine QED-Ladung tragen, d. h. elektrisch neutral sind.

2.3 Elektroschwache Theorie

2.3.1 Eichgruppe und Lagrangedichte

Als Eichgruppe der elektroschwachen Theorie wurde die einfachste mögliche Gruppe gewählt, die elektromagnetische und schwache Wechselwirkungen beschreibt, $SU(2) \times U(1)$, das direkte Produkt der nichtabelschen Gruppe $SU(2)$ und der abelschen Gruppe $U(1)$. Die $SU(2)$ -Gruppe bezieht sich dabei auf den schwachen Isospin. Der $V-A$ -Struktur der schwachen Wechselwirkung wird dadurch Rechnung getragen, dass die linkshändigen Fermionen Isospin-Dubletts und die rechtshändigen Fermionen Isospin-Singulets sind:

$$L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, \dots, \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \dots, \quad \text{mit } I = \frac{1}{2}, I_3 = \pm \frac{1}{2}, \quad (2.44)$$

$$R = e_R, \dots, u_R, d_R, \dots, \quad \text{mit } I = I_3 = 0. \quad (2.45)$$

Daher bezeichnet man diesen Teil der Eichgruppe auch als $SU(2)_L$. Die Gruppe besitzt drei Erzeugende, die Pauli-Matrizen $\tau^i := \sigma_i$, siehe (2.6). Daher erhält man drei (masselose) Eichfelder W_μ^1, W_μ^2 und W_μ^3 . Wenn man aus den Erzeugenden $\tau^{1,2}$ die Auf- und Absteigeoperatoren $\tau^\pm = (\tau^1 \pm i\tau^2)/2$ bildet, so ergeben sich die zugehörigen Komponenten von W_μ als $W^\pm = (W^1 \mp iW^2)/\sqrt{2}$. Ein drittes neutrales Eichfeld W^3 bleibt übrig.

Es liegt zunächst nahe, die $U(1)$ -Gruppe mit der Eichgruppe der QED zu identifizieren. Wenn man aber verlangt, dass die Isospin-Dubletts $U(1)$ -Singulets sind,

ergäbe sich, dass beide Partner eines Isospin-Dubletts dieselbe elektrische Ladung haben müssten, was offensichtlich nicht erfüllt ist. Erst nach Anwendung des Higgs-Mechanismus wird die $U(1)$ -Gruppe der QED sichtbar werden. In Analogie zur Flavor-Hyperladung wird daher die schwache Hyperladung Y gewählt, also laut Gell-Mann-Nishijima-Formel (1.1) eine Linearkombination aus Ladung und Isospin: $I_3 = aQ + bY$. Mit der Forderung $Y(e_L^-) = Y(\nu_{e,L}) = -1$ und der Wahl $a = 1$ (Festlegung der Skala der Ladung) ergibt sich $b = 1/2$, also

$$Y = 2(Q - I_3). \quad (2.46)$$

Die $U(1)_Y$ besitzt mit Y eine Erzeugende und folglich auch ein masseloses Eichfeld B_μ . Damit lautet die vollständige Eichgruppe $SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Die Lagrangedichte der elektroschwachen Theorie soll zunächst für die Quarks und Leptonen der ersten Familie formuliert werden, also für $L = (e, \nu_e)_L$, $(u, d)_L$ und $R = e_R, u_R, d_R$:

$$\mathcal{L}_{\text{ew}} = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{a,\mu\nu} + i\bar{L}\not{D}L + i\bar{R}\not{D}R. \quad (2.47)$$

mit folgenden Definitionen:

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad (2.48)$$

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a - g\epsilon^{abc}W_\mu^b W_\nu^c, \quad (2.49)$$

$$D_\mu L = \left(\partial_\mu + ig\frac{\tau^a}{2}W_\mu^a + ig'\frac{Y}{2}B_\mu \right) L, \quad (2.50)$$

$$D_\mu R = \left(\partial_\mu + ig'\frac{Y}{2}B_\mu \right) R. \quad (2.51)$$

Durch das direkte Produkt der Eichgruppen $SU(2)_L$ und $U(1)_Y$ finden sich zwei Kopplungskonstanten g und g' , so dass die schwache und die elektromagnetische Kraft nicht im eigentlichen Sinne vereinheitlicht werden.

2.3.2 Higgs-Mechanismus

Die Eichfelder der elektroschwachen Theorie sind bislang masselos. Wie in der QED wären somit Terme $\sim W_\mu^a W^{a,\mu}$ oder $\sim B_\mu B^\mu$ nicht eichinvariant. Die Massen der Eichfelder (und auch der Fermionen) werden in der elektroschwachen Theorie durch einen zusätzlichen Mechanismus, den Higgs-Mechanismus, realisiert. Dazu wird der Lagrangedichte ein zusätzliches skalares Feld hinzugefügt. Dadurch wird die $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -Symmetrie „spontan gebrochen“, d. h. der Grundzustand der elektroschwachen Theorie (das „Vakuum“) besitzt die Symmetrie der Lagrangedichte nicht mehr. Ein Beispiel dafür in zwei Dimensionen ist das ϕ^4 -Potenzial $V = \mu^2\phi\phi^* + \lambda/2(\phi\phi^*)^2$, wie in in Abb. 2.3 illustriert. Dieses „Mexican Hat“-Potenzial ist rotationssymmetrisch, d. h. invariant unter globalen Transformationen der Form $\phi' = e^{i\alpha}\phi$. Für $\mu^2 < 0$ gibt es nicht mehr ein einziges Minimum am Ursprung, sondern unendlich viele Minima auf einem Kreis mit dem Radius $\sqrt{-\mu^2/\lambda}$.

Das Goldstone-Theorem besagt, dass zu jeder Erzeugenden einer gebrochenen Symmetrie ein masseloses Boson gehört, das als „Nambu-Goldstone-Boson“ bezeichnet wird. In Abb. 2.3 entspricht das der Bewegungsrichtung entlang des Minimums. Wenn

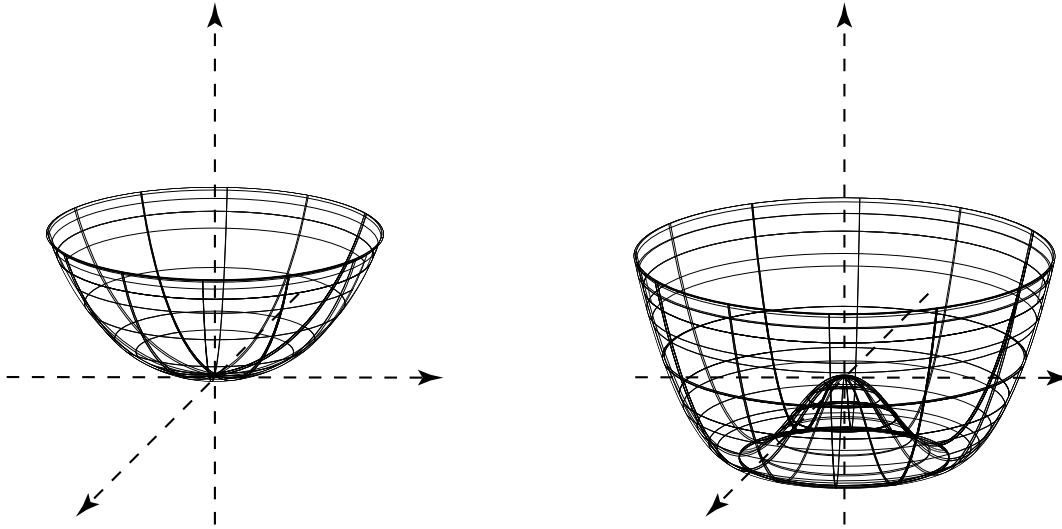


Abbildung 2.3: Illustration des ϕ^4 -Potenzials ohne spontane Symmetriebrechung (SSB) für $\mu^2 \geq 0$ (links) und mit SSB für $\mu^2 < 0$ (rechts).

man spontane Symmetriebrechung (SSB) auf eine lokal eichinvariante Theorie anwendet, so ergibt sich eine wichtige Ausnahme vom Goldstone-Theorem, der Higgs-Mechanismus: unter Ausnutzung der lokalen Eichfreiheit kann man Nambu-Goldstone-Bosonen „wegeichen“, so dass nur die massiven Eichbosonen übrig bleiben. Man sagt auch, die Eichbosonen „fressen die Nambu-Goldstone-Bosonen auf, um selbst massiv zu werden“.

Das Higgs-Feld im Standardmodell

Im SM führt man die einfachste Version eines skalaren Feldes ein, das Massen für drei massiven Eichbosonen der elektroschwachen Theorie erzeugen kann, gleichzeitig das Photon masselos lässt sowie der $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -Symmetrie der Lagrangedichte genügt. Dies ist ein Isospin-Dublett zweier komplexer skalarer Felder

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad I = \frac{1}{2}, \quad I_3 = \pm \frac{1}{2} \quad \text{und} \quad Y = 1. \quad (2.52)$$

Dieses Higgs-Feld Φ besitzt vier Freiheitsgrade. Zur Lagrangedichte wird also ein kinetischer Term und ein Wechselwirkungsterm für das Higgs-Feld hinzugefügt und zusätzlich ein Potenzialterm, der die spontane Symmetriebrechung hervorruft:

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - \frac{\mu^2}{2} \Phi^\dagger \Phi - \frac{\lambda}{4} (\Phi^\dagger \Phi)^2. \quad (2.53)$$

Dabei lautet die kovariante Ableitung des Higgs-Feldes

$$D_\mu \Phi = \left(\partial_\mu + ig \frac{\tau^a}{2} W_\mu^a + ig' \frac{Y}{2} B_\mu \right) \Phi. \quad (2.54)$$

Um SSB zu erreichen, wählt man $\mu^2 < 0$. Die physikalischen Felder werden festgelegt, indem man zunächst aus allen möglichen Minima des Higgs-Potenzials den Vakuum-

wartungswert des Higgs-Feldes auswählt:

$$\langle 0|\Phi|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad v := \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}. \quad (2.55)$$

Die physikalischen Felder ergeben sich dann durch Entwicklung des Higgs-Potenzials um den Vakuumerwartungswert:

$$\Phi \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \phi(x) \end{pmatrix} e^{-i(\xi^a \tau^a)/2v}, \quad (2.56)$$

wobei die Exponentialfunktion unter Verwendung der Eichfreiheit eliminiert werden kann („Unitaritätseichung“). Das Feld $\phi(x)$ ist das physikalische Higgs-Feld. Damit ist das Higgs-Teilchen im Standardmodell ein neutrales Spin-0-Teilchen.

Massive Eichbosonen

Aus der kovarianten Ableitung $|D_\mu \Phi|^2 = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi)$ kann man nun die Massenterme für die Eichbosonen ablesen:

$$\mathcal{L}_{\text{Bosonmasse}} = \frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^+ W^{\mu,-} + (B^\mu, W^{\mu,0}) \frac{v^2}{8} \begin{pmatrix} g'^2 & -gg' \\ -gg' & g^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^0 \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

Die dabei auftretende Massenmatrix wird diagonalisiert, um die physikalischen Eichbosonen zu erhalten:

$$\begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \cos \theta_W := \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (2.58)$$

wobei θ_W mit $\sin^2 \theta_W \approx 0,23$ „schwacher Mischungswinkel“ oder „Weinberg-Winkel“ genannt wird. Damit lauten die Massenterme

$$\frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^+ W^{\mu,-} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{4} (g^2 + g'^2) Z_\mu Z^\mu + 0 \cdot A_\mu A^\mu. \quad (2.59)$$

Die elektroschwache Theorie besitzt also Massenterme für die W^\pm -Bosonen und das Z-Boson, während das Photon masselos bleibt. Mit anderen Worten, die SSB bricht die $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -Symmetrie, lässt aber die $U(1)_{\text{em}}$ der QED intakt. Aus Gleichung (2.59) liest man ab:

$$m_W^2 = \frac{g^2 v^2}{4}, \quad m_Z^2 = \frac{v^2}{4} (g^2 + g'^2). \quad (2.60)$$

Es ergibt sich somit der Zusammenhang $m_W = m_Z \cos \theta_W$ oder

$$\rho_0 := \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cos^2 \theta_W} = 1, \quad (2.61)$$

der letztlich eine Konsequenz der Wahl des Higgs-Feldes im SM ist. Da physikalische Modelle jenseits des SM $\rho_0 \neq 1$ vorhersagen, stelle eine Messung von ρ_0 einen wichtigen Test des Higgs-Sektors des SM dar.

Fermionmassen

Die Massenterme der QED, z. B. $-m\bar{e}e = -m(\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L)$ für Elektronen, sind nicht eichinvariant unter $SU(2)_L$. Die $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -Symmetrie erlaubt es aber, zusätzliche Terme in die Lagrangedichte einzufügen, die die Kopplung des Higgs-Feldes an die Fermionen beschreiben. Diese Terme sind „Yukawa-Kopplungen“, d. h. Kopplungen zwischen Fermionfeldern ψ und skalaren Feldern ϕ der Form $\bar{\psi}\phi\psi$.³ Aus solchen Termen konstruiert man dann eichinvariante Massenterme, hier zunächst für Leptonen:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} &= -\sqrt{2}f [\bar{L}\Phi R + \bar{R}(\Phi^T)^* L] \\ &\stackrel{\text{SSB}}{=} -f \left[\bar{L} \begin{pmatrix} 0 \\ \nu \end{pmatrix} R + \bar{R}(0, \nu) L \right] = -fv\bar{e}e. \end{aligned} \quad (2.62)$$

Es bleiben also nur Masseterme für die geladenen Leptonen übrig, die Neutrinos bleiben masselos. Für Quarks ist die Massenerzeugung etwas komplizierter, siehe Abschnitt 2.3.4.

2.3.3 Lepton-Wechselwirkungen der elektroschwachen Theorie

Elektromagnetische Wechselwirkung

Durch Einsetzen von A_μ in die kovariante Ableitung in Gleichung (2.47) erhält man folgende Kopplung von A_μ an den elektromagnetischen Strom:

$$\mathcal{L}_{\text{em}} = q_e J_\mu^{\text{em}} A^\mu = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \bar{e}\gamma_\mu e A^\mu. \quad (2.63)$$

Wenn man dies mit der Lagrangedichte der QED in Gleichung (2.26) vergleicht, kann man die Ladung des Elektrons durch die Kopplungskonstanten g und g' der elektroschwachen Theorie ausdrücken:

$$q_e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W. \quad (2.64)$$

Geladene Ströme

Entsprechend ergeben sich auch die geladenen $V-A$ -Ströme (charged currents, CC), die schon aus der schwachen Wechselwirkung bekannt sind. In der elektroschwachen Wechselwirkung ist hierbei Fermis Kontaktwechselwirkung durch die Kopplung an die W -Bosonen ersetzt:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{CC}} &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \left[J_\mu^{+\text{CC}} W^{\mu,-} + J_\mu^{-\text{CC}} W^{\mu,+} \right] \\ &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \left[\left(\bar{\nu}_e \gamma_\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) e \right) W^{\mu,-} + \left(\bar{e} \gamma_\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \nu_e \right) W^{\mu,+} \right]. \end{aligned} \quad (2.65)$$

³Yukawa hat diese Terme zur Beschreibung der Kernkräfte durch den Austausch massiver Mesonen verwendet. Leitet man ein skalares Potenzial aus ihnen ab, so ergibt sich die Form des Yukawa-Potenzials $e^{-r/\lambda}/r$.

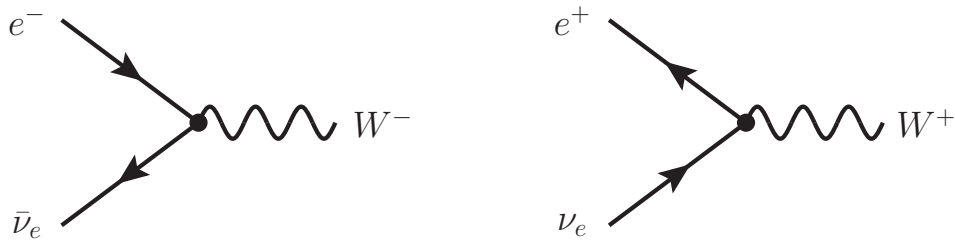


Abbildung 2.4: Kopplung der Leptonen an das W -Boson in der elektroschwachen Wechselwirkung mittels geladener Ströme.

Die Feynman-Diagramme zu den CC-Kopplungen sind in Abb. 2.4 gezeigt. Wenn man die CC der elektroschwachen Wechselwirkung mit der Kontaktwechselwirkung der $V-A$ -Theorie vergleicht, erhält man

$$\left(\frac{g}{2\sqrt{2}}\right)^2 \frac{1}{m_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \Rightarrow v^2 = \frac{1}{\sqrt{2}G_F}, \quad (2.66)$$

wobei G_F die Fermi-Konstante der schwachen Wechselwirkung ist. Der Term $1/m_W^2$ deutet auf einen W -Boson-Propagator hin. Da $G_F = 1,16637(1) \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ aus Messungen etwa des Myonzerfalls sehr genau bekannt ist, kann man den Vakuumerwartungswert des Higgsfeldes, also die typische Energieskala der elektroschwachen Wechselwirkung, bestimmen, $v \approx 246 \text{ GeV}$.

Neutrale Ströme

Die Existenz neutraler Ströme (neutral currents, NC), also Kopplung der Fermionen an das Z -Boson, ist eine Vorhersage der elektroschwachen Theorie, die noch nicht in der $V-A$ -Theorie enthalten war. Die Kopplung der Leptonen an das Z -Boson ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{NC}} &= -\frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} J_\mu^{\text{NC}} Z^\mu \\ &= -\frac{g}{2 \cos \theta_W} \left[\bar{\nu}_e \gamma_\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \nu_e - \bar{e} \gamma_\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) e + 2 \sin^2 \theta_W (\bar{e} \gamma_\mu e) \right] Z^\mu. \end{aligned} \quad (2.67)$$

Damit enthalten NC-Wechselwirkungen linkshändige Kopplungen an Neutrinos und Elektronen, für letztere aber auch eine Beimischung elektromagnetischer Kopplungen $\sim 2 \sin^2 \theta_W j_\mu^{\text{em}}$.

2.3.4 Quark-Wechselwirkungen der elektroschwachen Theorie

Für Quarks sind die Wechselwirkungen der elektroschwachen Theorie komplizierter als für Leptonen. Das hängt damit zusammen, dass alle Quarks u, d, c, s, t, b massiv sind und die Masseneigenzustände nicht die Eigenzustände der elektroschwachen Wechselwirkung sind. Ohne den Effekt der Quarkmischung sind die $SU(2)_L$ -Multipletts gegeben durch

$$Q_L := \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad u_R, \quad d_R \quad (2.68)$$

mit den Hyperladungen $Y(Q_L) = 1/3$, $Y(u_R) = 4/3$ und $Y(d_R) = -2/3$.

Yukawa-Kopplung

Da die u -Quarks im SM im Gegensatz zu den Neutrinos massiv sind wird für sie ein weiterer Term in der Yukawa-Kopplung benötigt, insgesamt ergibt sich dann

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -f_u (\bar{Q}_L \tilde{\Phi} u_R) - f_d (\bar{Q}_L \Phi d_R) + \text{h.c.} \quad (2.69)$$

Dabei benötigt man keine Erweiterung des Higgs-Sektors, denn für die u -Quarks kann man $\tilde{\Phi} = i\tau^2 \Phi^*$ verwenden. Darüber hinaus wird die Yukawa-Kopplung für Quarks durch die Quarkmischung eine Matrixgleichung

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -f_u^{\alpha\beta} (\bar{Q}_L^\alpha \tilde{\Phi} u_R^\beta) - f_d^{\alpha\beta} (\bar{Q}_L^\alpha \Phi d_R^\beta) + \text{h.c.} \quad (2.70)$$

Die Massenparameter werden also zu Matrizen, durch deren Diagonalisierung man die Massen der physikalischen Teilchen erhält.

Geladene und neutrale Ströme

Durch die Diagonalisierung der Massenmatrix erhält man im geladenen Quarkstrom die CKM-Mischungsmatrix V_{CKM} :

$$J_\mu^{+\text{CC}} = (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t}) \gamma_\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) V_{\text{CKM}} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}. \quad (2.71)$$

Die neutralen Ströme haben dieselbe Dirac-Struktur wie der kinetische Term $\bar{u}\not{\partial}u$. Damit bleiben sie wie dieser bei der Diagonalisierung der Massenmatrix unbeeinflusst. Der neutrale Strom für Quarks lautet somit:

$$\begin{aligned} J_\mu^{\text{NC}} &= (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t}) \left[\gamma_\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W \gamma_\mu \right] \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} \\ &\quad - (\bar{d}, \bar{s}, \bar{b}) \left[\gamma_\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \gamma_\mu \right] \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.72)$$

2.3.5 Vektor- und Axialvektorkopplungen

Aus Gleichung (2.71) ergibt sich, dass geladene Ströme reine $V-A$ -Ströme sind. Die Struktur der neutralen Ströme wird dadurch transparenter, d. h. man kann sie in links- und rechtshändige Kopplungen und/oder Vektor- und Axialvektoranteile zerlegt. Man setzt für beliebige Fermionen f (Leptonen oder Quarks) an mit

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{NC}} &\sim \left[g_R^f (\bar{f} \gamma_\mu \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) f) + g_L^f (\bar{f} \gamma_\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) f) \right] Z^\mu \\ &= \left[\frac{g_R^f + g_L^f}{2} (\bar{f} \gamma_\mu f) - \frac{g_R^f - g_L^f}{2} (\bar{f} \gamma_\mu \gamma_5 f) \right] Z^\mu \\ &=: \left[g_V^f (\bar{f} \gamma_\mu f) - g_A^f (\bar{f} \gamma_\mu \gamma_5 f) \right] Z^\mu. \end{aligned} \quad (2.73)$$

Durch Koeffizientenvergleich mit Gleichungen (2.67) und (2.72) erhält man so folgende Kopplungen:

$$g_V^f = I_3^f - 2q_f \sin^2 \theta_W, \quad (2.74)$$

$$g_A^f = I_3^f. \quad (2.75)$$

In der elektroschwachen Theorie besitzen neutrale Ströme also keine reine V - A -Struktur wie geladene Ströme. Messungen von g_V^f und g_A^f stellen somit einen Test der elektroschwachen Theorie dar.

Physik der Z-Bosonen

Das Z-Boson nimmt im Standardmodell der Teilchenphysik (SM) eine wichtige Rolle ein. Über neutrale Ströme wechselwirkt es mit allen Quarks und Leptonen, wobei sich die Stärke der Vektor- und Axialvektorkopplungen an Fermionen mit unterschiedlichen Ladungs- und Isospinquantenzahlen unterscheiden. Daher lassen sich durch genaue Vermessung von Produktion und Zerfall von Z-Bosonen Präzisionstests des SM durchführen. Besondere Bedeutung besitzen in diesem Zusammenhang die Vermessung der Z-Resonanzkurve und der differenzielle Wirkungsquerschnitt für Prozesse vom Typ $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow f\bar{f}$.

3.1 Von der Z-Entdeckung zu den Z-Fabriken

3.1.1 Gargamelle: Neutrale Ströme

Der erste indirekte Nachweis des Z-Bosons war die Entdeckung neutraler Ströme (neutral currents, NC) 1973 bei CERN [Has73a]. Ein Strahl von ν_μ oder $\bar{\nu}_\mu$ wurde auf die Gargamelle-Blasenkammer gerichtet. In Wechselwirkungen der Neutrinos mit der Füllung der Blasenkammer (Freon: CF_3Br) wurden zwei Arten von Ereignissen beobachtet (siehe auch Abb. 3.1):

- Geladene Ströme: $\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e$,
- Neutrale Ströme: $\nu_\mu/\bar{\nu}_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu/\bar{\nu}_\mu + e^-$.

Die entscheidende Signatur der NC ist die Abwesenheit eines Myons im Endzustand. Anstatt dessen wird ein Elektron ausgeschlagen, das sich ungefähr parallel zum Neutrinostrahl bewegt und einen elektromagnetischen Schauer in der Blasenkammer hinterlässt. Das erste beobachtete Ereignis dieser Art ist in Abb. 3.2 gezeigt. Die Streuung kann anstatt an Elektronen auch an Nukleonen erfolgen, solche Ereignisse sind allerdings aufgrund des hadronischen Schauers schwieriger zu interpretieren.

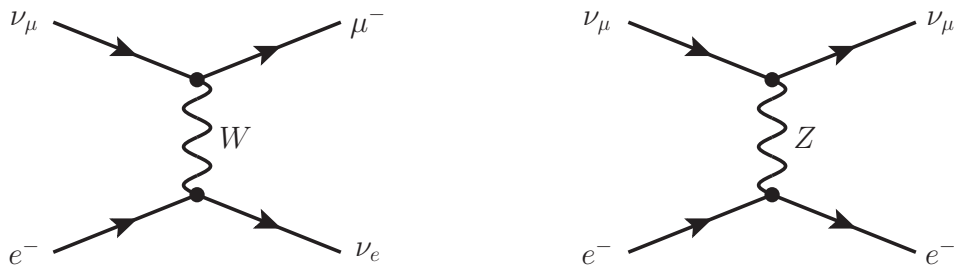


Abbildung 3.1: Neutrino-Elektron-Streuung bei Gargamelle: geladener Strom (links) und neutraler Strom (rechts). Der neutrale Strom kann sowohl durch ν_μ als auch durch $\bar{\nu}_\mu$ induziert werden.

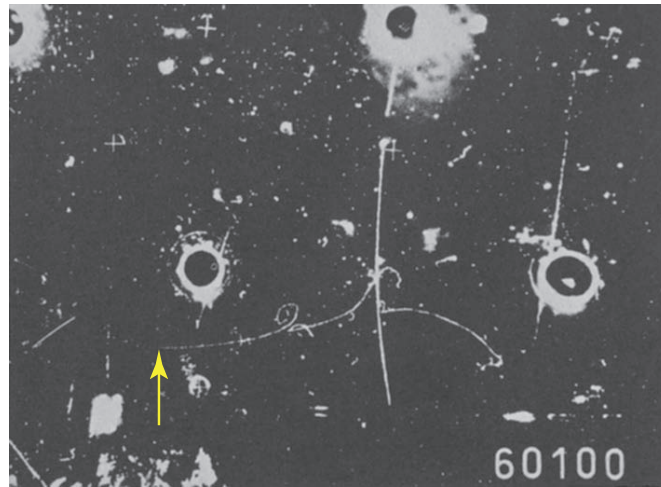


Abbildung 3.2: Blasenkameraufnahme des ersten Kandidaten für den NC-Prozess $\bar{\nu}_\mu + e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e^-$ mit dem Gargamelle-Detektor [Has73b]. Das Neutrino läuft von links ein, der NC-Prozess ist durch einen Pfeil gekennzeichnet. Das ausgehende Elektron induziert einen elektromagnetischen Schauer.

3.1.2 UA1 und UA2: Direkter Z-Nachweis

Am Sp \bar{p} S bei CERN konnten ab 1981 Z-Bosonen erstmal direkt in $p\bar{p}$ -Kollisionen produziert werden. Der Feynman-Graph auf Bornniveau ist in Abb. 3.3 (a) gezeigt. Der Z-Nachweis erfolgt über die Zerfälle in geladene Leptonen $Z \rightarrow e^+e^-$ und $Z \rightarrow \mu^+\mu^-$. Dazu rekonstruiert man im Detektor Impuls und Energie der beiden Leptonen und berechnet aus den Vierervektoren p_{ℓ^+} und p_{ℓ^-} die invariante Masse $m_Z^2 = m_{\ell^+\ell^-}^2 = (p_{\ell^+} + p_{\ell^-})^2$, siehe Abb. 3.4. Da am Sp \bar{p} S nur soviel Energie zur Verfügung stand, um das Z-Boson praktisch in Ruhe zu erzeugen, werden die beiden Leptonen aufgrund der Impulserhaltung in entgegengesetzte Richtungen im Detektor registriert. Der Z-Nachweis mithilfe der invarianten Masse wird heute noch am Tevatron erfolgreich eingesetzt.

3.1.3 LEP und SLC: die Z-Fabriken

Nach der Entdeckung des Z-Bosons war die genaue Vermessung seiner Eigenschaften der nächste logische Schritt. Dies geschah bei den e^+e^- -Collidern LEP und SLC. Beide wurden jahrelang „auf der Z-Resonanz“ (auch: „am Z-Pol“) betrieben, d. h. die

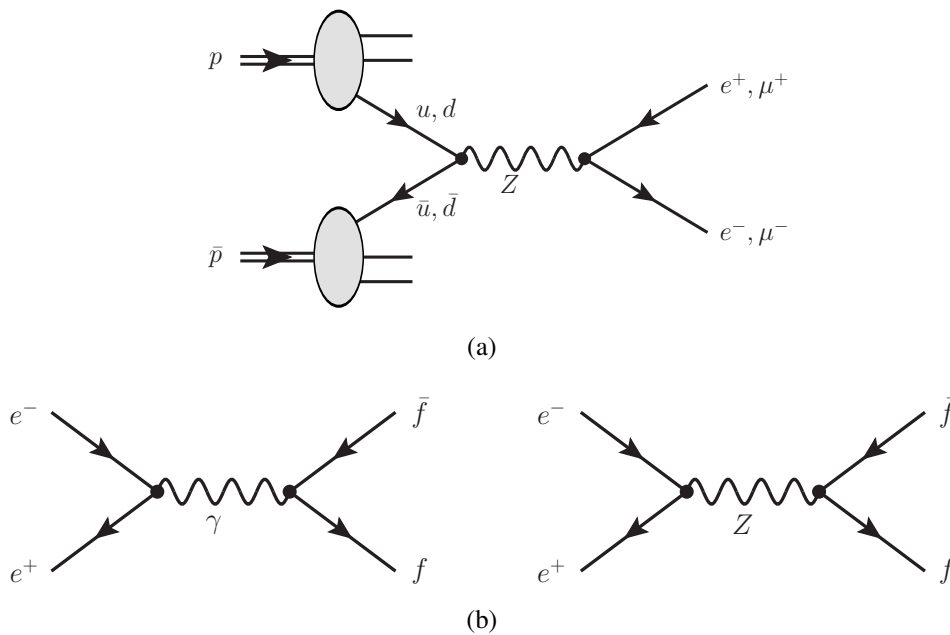


Abbildung 3.3: (a) Feynman-Diagramm für Z-Produktion in Proton-Antiproton-Kollisionen. Das Z-Boson wird über seinen Zerfall in Paare geladener Elektronen und Myonen nachgewiesen. (b) Feynman-Diagramme der e^+e^- -Streuung mit Photon-Austausch (links) und mit Z-Austausch (rechts).

Schwerpunktsenergie war $\sqrt{s} \approx m_Z \approx 91 \text{ GeV}$. Bei dieser Energie dominiert im Prozess $e^+e^- \rightarrow \gamma/Z$ der Z-Austausch, siehe Abb. 3.3. Das Z-Boson zerfällt in alle Arten von Fermionpaaren $f\bar{f}$ mit Ausnahme von $t\bar{t}$ -Paaren, für deren Erzeugung nicht genügend Energie zur Verfügung steht. Insgesamt steht so ein Datensatz von 17 Millionen Z-Zerfällen (LEP) und 600.000 Z-Zerfällen (SLC) zur Verfügung, wobei die Polarisation der Strahlen bei SLC zusätzliche Messungen erlaubt.

Die Experimente an beiden Beschleunigern besaßen einen ähnlichen zwiebelschalenartigen Aufbau: mit einem zentralen Spurdetektor in einem starken Magnetfeld werden Impuls und Ursprungsort der produzierten Teilchen gemessen. Danach wird im elektromagnetischen Kalorimeter die Energie von Elektronen und Photonen gemessen, anschließend im hadronischen Kalorimeter die Energie der Hadronen. Den Abschluss bildet ein Detektor zum Nachweis von Myonen. Dies ist schematisch in Abb. 3.5 und am Beispiel des OPAL-Detektors bei LEP in Abb. 3.6 gezeigt. Details zur Funktionsweise der Detektoren werden in der Spezialvorlesung „Detektoren in der Teilchenphysik“ behandelt.

Die endgültigen Ergebnisse der Messungen an der Z-Resonanz wurden 2006 publiziert [Z06]. Sie umfassen die bislang genaueste Bestimmung der Masse und Zerfallsbreite des Z-Bosons und dessen Kopplungen an Fermionen.

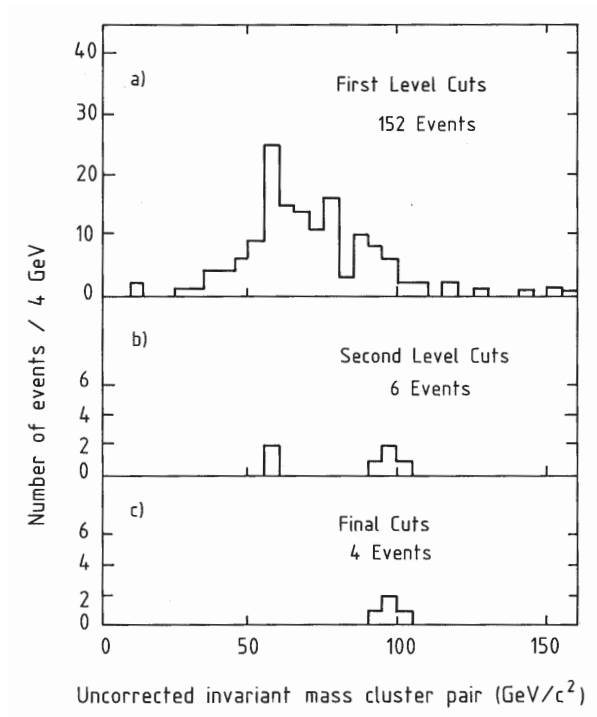


Abbildung 3.4: Invariante Masse von e^+e^- -Paaren im UA1-Detektor [Arn83b]. Nach einer mehrstufigen Selektion bleiben vier Z-Kandidaten mit invarianten Massen um $95 \text{ GeV}/c^2$ übrig.

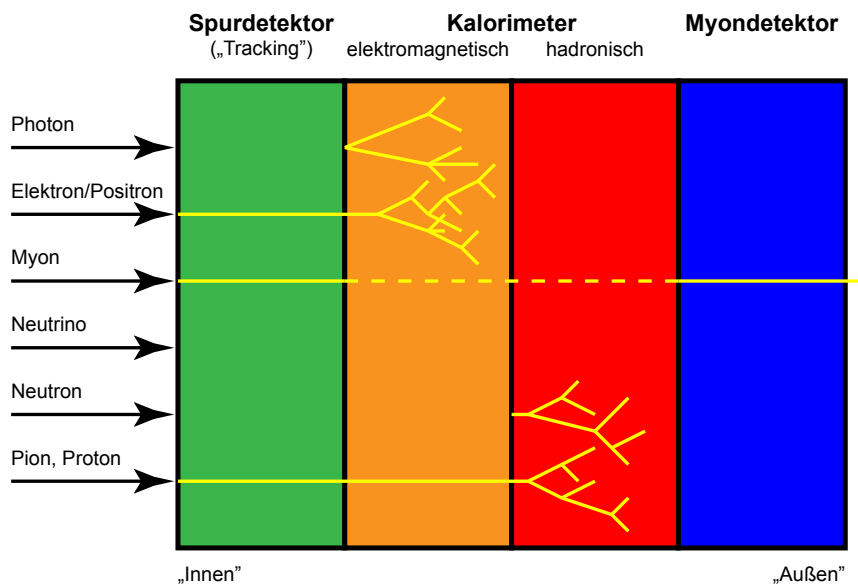


Abbildung 3.5: Anordnung eines typischen Detektors in der Teilchenphysik. Nah am Kollisionsspunkt befinden sich Spurdetektoren, nach außen folgen elektromagnetisches und hadronisches Kalorimeter sowie der Myondetektor. Die typischen Kollisionsprodukte zeigen unterschiedliche Wechselwirkungen im Detektor.

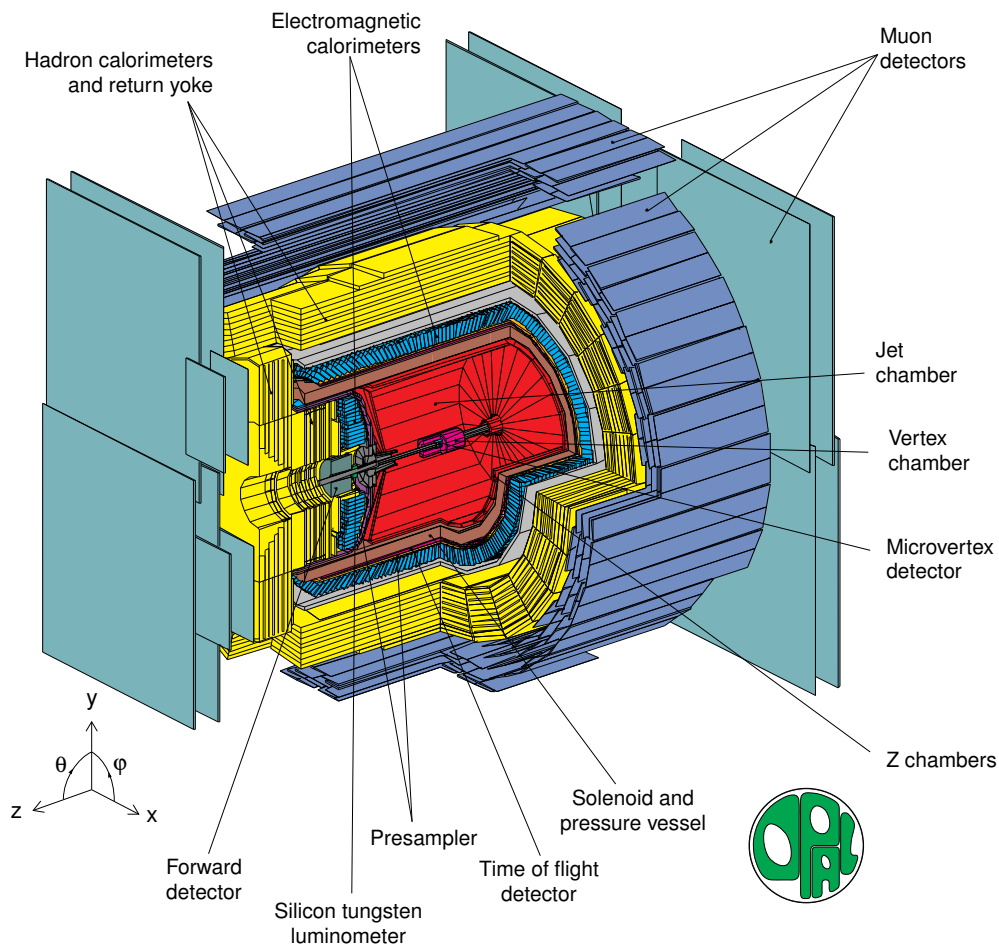


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung des OPAL-Detektors am LEP-Speicherring [OPA].

3.2 Untersuchung der Z-Resonanz in e^+e^- -Streuung

3.2.1 Wirkungsquerschnitt

Im allgemeinen setzt sich der Wirkungsquerschnitt für die Produktion von Fermionpaaren in e^+e^- -Streuung $\sigma(e^+e^- \rightarrow f\bar{f})$ aus drei Teilen zusammen,

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow f\bar{f}) = \sigma_\gamma + \sigma_{\gamma/Z} + \sigma_Z. \quad (3.1)$$

Dabei ist σ_γ der Wirkungsquerschnitt für den Austausch eines virtuellen Photons, σ_Z der Wirkungsquerschnitt für den Z-Austausch und $\sigma_{\gamma/Z}$ ein Interferenzterm, der zustande kommt, weil Photon und Z-Boson dieselben Quantenzahlen besitzen.

Photon-Austausch

Der Photon-Austausch dominiert die e^+e^- -Streuung bei Schwerpunktsenergien $\sqrt{s} \ll m_Z$. Der Wirkungsquerschnitt für den Prozess beträgt auf Bornniveau

$$\sigma_\gamma = N_C^f q_f^2 \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \quad (3.2)$$

Dabei ist N_C^f die Zahl der Farbfreiheitsgrade für das Fermion f , also $N_C^f = 3$ für Quarks und $N_C^f = 1$ für Leptonen, und $\alpha = e^2/4\pi = 1/137,035999679(94)$ ist die Feinstrukturkonstante. Die Massen der Fermionen im Endzustand sind dabei vernachlässigt. Die Winkelverteilung im Endzustand hängt nur von den Spins der beteiligten Teilchen ab und kann aus der Drehimpulserhaltung hergeleitet werden: Ein Spin-1-Teilchen zerfällt in zwei Spin-1/2-Teilchen, deren Spins in dieselbe Richtung zeigen müssen. Man erhält dann mithilfe der Elemente $d_{m,m'}^j$ der Rotationsmatrix für $j = 1$ und $m, m' = \pm 1$ die Winkelverteilung der Fermionen im Endzustand:

$$\frac{d\sigma_\gamma}{d\cos\theta} \sim 2(d_{1,1}^1)^2 + 2(d_{1,-1}^1)^2 = 2 \left[\frac{1}{2}(1 + \cos\theta) \right]^2 + 2 \left[\frac{1}{2}(1 - \cos\theta) \right]^2 = 1 + \cos^2\theta. \quad (3.3)$$

Durch Normierung der Winkelverteilung auf 1 erhält man den differentiellen Wirkungsquerschnitt als Funktion des Polarwinkels θ :

$$\frac{d\sigma_\gamma}{d\cos\theta} = N_C^f q_f^2 \frac{\pi\alpha^2}{2s} (1 + \cos^2\theta). \quad (3.4)$$

Bhabha-Streuung

Für Elektronen im Endzustand ($f\bar{f} = e^+e^-$) gibt es neben den s -Kanal-Diagrammen in Abb. 3.3 noch Photonaustausch im t -Kanal. Dieser Prozess („Bhabha-Streuung“) besitzt den gleichen Endzustand wie der s -Kanal-Prozess und interferiert daher mit diesem. Wie in der Rutherford-Streuung ist die Winkelverteilung proportional zu $1/\sin^4(\theta/2)$ und liefert so große Beiträge zum Wirkungsquerschnitt insbesondere für kleine Streuwinkel. Da Bhabha-Streuung als reiner QED-Prozess mit großer Präzision berechenbar ist, haben die LEP-Experimente Bhabha-Streuung bei kleinen Winkeln zur Messung der Luminosität benutzt, wie in Abschnitt 3.2.2 genauer erläutert wird.

Z-Austausch

Für $\sqrt{s} \approx m_Z$ tritt neben dem Photon-Austausch σ_γ aus Gleichung (3.2) auch der bisher vernachlässigte Term für Z -Austausch σ_Z auf. Da γ und Z dieselben Quantenzahlen haben, tritt auch ein Interferenzterm $\sigma_{\gamma/Z}$ auf. Der dominante Beitrag stammt dabei vom Z -Austausch. Weiterhin ist zu beachten, dass die Feinstruktur„konstante“ aufgrund von Strahlungskorrekturen eine „laufende Kopplungskonstante“, also eine Funktion der Schwerpunktsenergie ist: $\alpha = \alpha(s)$. Auf der Z -Resonanz beträgt der Wert $\alpha(m_Z) = 1/127,925(16)$.

Die Amplitude A für den Z -Austausch lässt sich anhand der Feynmanregeln der elektroschwachen Theorie schreiben als (Kopplung)² · (Elektronenstrom) · (Z-Propagator) · (Fermionenstrom):

$$A = (\sqrt{2}G_F m_Z^2) \cdot j_\mu^e \cdot \frac{1}{s - m_Z^2 + is\Gamma_Z/m_Z} \cdot j^{\mu,f} \quad (3.5)$$

wobei $g^2/(2\cos\theta_W)^2 = \sqrt{2}G_F m_Z^2$ benutzt wurde. Die Fermionströme sind gegeben durch

$$j^{\mu,f} = \bar{f} \left(g_V^f \gamma^\mu - g_A^f \gamma^\mu \gamma_5 \right) f. \quad (3.6)$$

Das Z-Boson besitzt eine endliche Lebensdauer τ_Z , und die Produktion von Z-Bosonen ist ein Resonanzeffekt. Daher wird dem Z-Propagator zusätzlich ein Imaginärteil hinzugefügt, in den die Breite der Resonanz

$$\Gamma_Z = \frac{1}{\tau_Z} := \sum_f \Gamma(Z \rightarrow f\bar{f}), \quad (3.7)$$

also das Inverse der Lebensdauer, eingeht. Der Wirkungsquerschnitt bekommt dann die charakteristische Form einer (relativistischen) Breit-Wigner-Verteilung.¹ Die Breite kann als Summe der „Partialbreiten“ (partiellen Zerfallsbreiten) in Paare aller Fermiontypen $f\bar{f}$ geschrieben werden. Die Partialbreiten sind gegeben durch

$$\Gamma_f := \Gamma(Z \rightarrow f\bar{f}) = N_C^f \frac{G_F m_Z^3}{6\sqrt{2}\pi} \left[(g_V^f)^2 + (g_A^f)^2 \right], \quad (3.8)$$

man kann also aus einer Messung der Partialbreiten die Quadratsumme der Vektor- und Axialvektorkopplungen der Fermionen bestimmen.

Strahlungskorrekturen

Die obigen Zusammenhänge gelten nur auf Bornniveau, also in niedrigster Ordnung der Störungstheorie und für verschwindende Fermionmassen. Die Präzision der Messungen bei LEP und SLC erlauben es aber, die Vorhersagen des SM auch auf dem Niveau von Strahlungskorrekturen zu überprüfen. An der Z-Resonanz sind solche Strahlungskorrekturen relevant, die zur Resonanz beitragen. Dazu gehören

- QED-Korrekturen, z. B. Abstrahlung von Photonen und Photon-Vertexkorrektur,
- elektroschwache Korrekturen, z. B. Vakuumpolarisation durch Fermionschleifen,
- QCD-Korrekturen, z. B. Gluon-Vertexkorrektur, Beiträge zur Vakuumpolarisation.

Feynman-Graphen für einige dieser Korrekturen sind in Abb. 3.7 beispielhaft gezeigt. Eine wichtige Voraussagen des SM auf dem Niveau von Strahlungskorrekturen war die Masse des Top-Quarks, die schon vor dem direkten Nachweis am Tevatron mit guter Präzision vorausgesagt werden konnte. Dies ist in Abb. 3.8 gezeigt.

Der Einfluss von QED-Korrekturen auf den Wirkungsquerschnitt ist groß, aber gut bekannt, wie in Abschnitt 3.2.2 diskutiert wird. Die Strahlungskorrekturen werden berücksichtigt, indem die Partialbreiten entsprechend umdefiniert werden. Der schwache Mischungswinkel θ_W wird damit beispielsweise durch den effektiven schwachen Mischungswinkel $\theta_{W,\text{eff}}$ ersetzt. Die Vorhersagen der elektroschwachen Theorie werden dann nicht mit den Messgrößen selbst, z. B. mit einem Wirkungsquerschnitt σ , sondern mit so genannten „Pseudoobservablen“ verglichen, die die Korrekturen bereits enthalten, z. B. ein korrigierter Wirkungsquerschnitt σ^0 .

3.2.2 Partielle Zerfallsbreiten

Der Wirkungsquerschnitt für $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow f\bar{f}$ ergibt sich aus der Amplitude (3.5) als das Produkt des Wirkungsquerschnitts am Maximum σ_f^{peak} mit einem Breit-Wigner-Term

¹Diese phänomenologische Motivation funktioniert gut auf Bornniveau. In der elektroschwachen Theorie ergibt sich diese Form, wenn man Korrekturen höherer Ordnung im Z-Propagator aufsummiert.

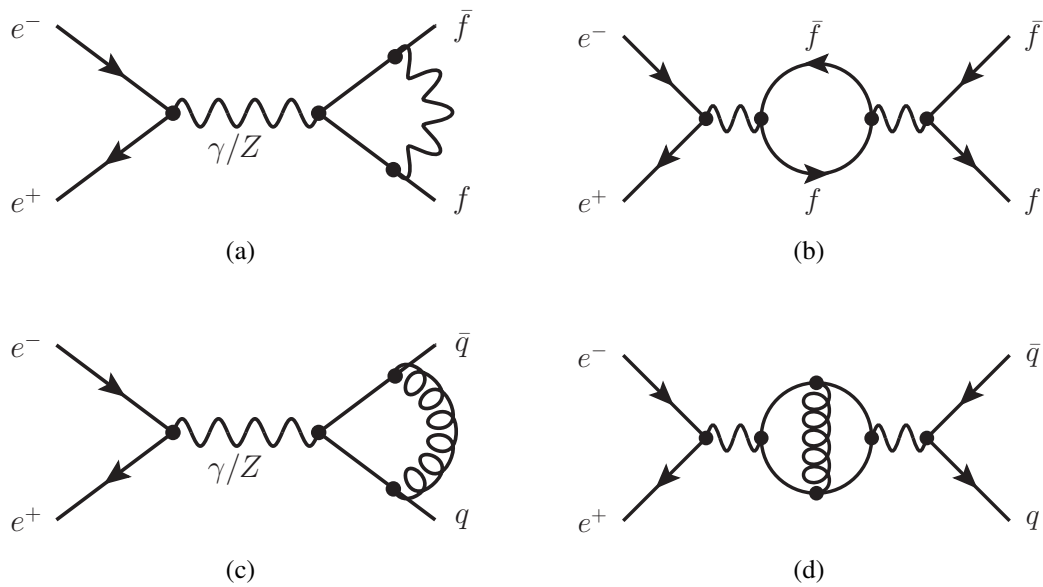


Abbildung 3.7: Strahlungskorrekturen an der Z-Resonanz. (a) QED-Vertexkorrektur. (b) Vakuumpolarisation durch Fermionschleife im γ/Z -Propagator. (c) QCD-Vertexkorrektur. (d) QCD-Korrektur zu einer Fermionschleife im γ/Z -Propagator.

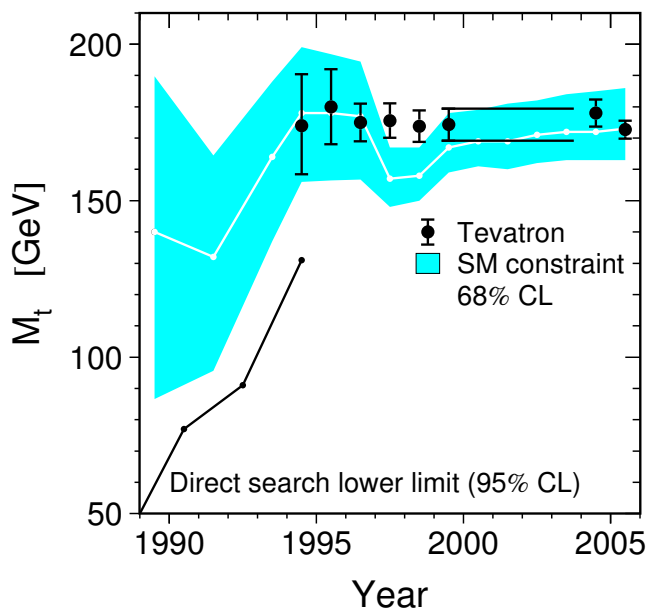


Abbildung 3.8: Vergleich von direkten Messungen der Top-Quark-Masse am Tevatron (Datenpunkte) mit SM-Berechnungen aus Strahlungskorrekturen (farbiges Band) als Funktion der Zeit [Z06].

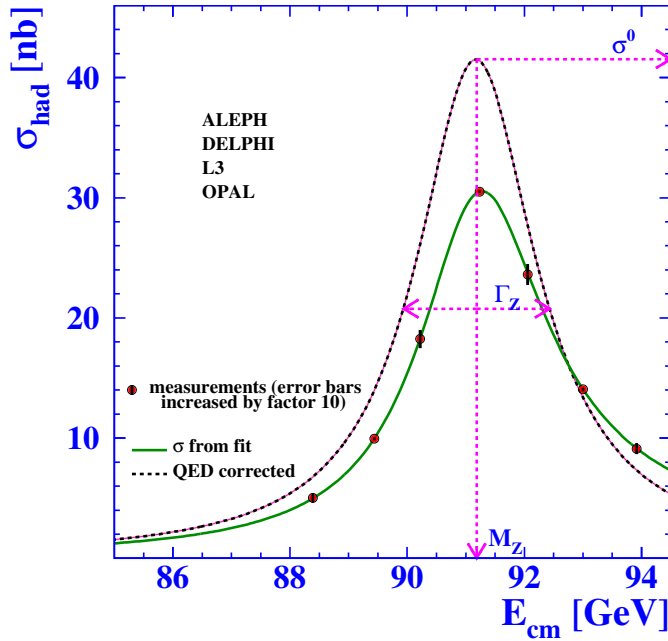


Abbildung 3.9: Hadronischer Wirkungsquerschnitt σ_{had} als Funktion der Schwerpunktsenergie $E_{\text{cm}} = \sqrt{s}$ bei LEP [Z06]. Der Unterschied zwischen der Anpassung der Messdaten und der gestrichelten Linie zeigt die Größe der QED-Korrekturen.

$\chi(s)$, der den Propagator des Z-Bosons mit seiner endlichen Lebensdauer widerspiegelt:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow f\bar{f}) = \sigma_f^{\text{peak}} \chi(s) = \left(\frac{12\pi}{m_Z^2} \frac{\Gamma_e \Gamma_f}{\Gamma_Z^2} \right) \frac{s\Gamma_Z^2}{(s - m_Z^2)^2 + s^2\Gamma_Z^2/m_Z^2}. \quad (3.9)$$

Die Breite des Z-Bosons wird nun aufgeteilt in einen hadronischen Teil ($f = q = u, d, c, s, b$), einen leptonischen Teil ($f = \ell = e, \mu, \tau$) und einen unsichtbaren Teil ($f = \nu = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$):

$$\Gamma_Z = \sum_{q=u,d,c,s,b} \Gamma_q + \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \Gamma_\ell + \sum_{\nu=\nu_e,\nu_\mu,\nu_\tau} \Gamma_\nu =: \Gamma_{\text{had}} + 3\Gamma_\ell + \Gamma_{\text{inv}}, \quad (3.10)$$

wobei im letzten Schritt Lepton-Universalität angenommen wurde. Der hadronische Wirkungsquerschnitt $\sigma(e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow q\bar{q}) := \sigma_{\text{had}}$ ist in Abb. 3.9 gezeigt. Die gemessene Resonanzkurve wird auf QED-Effekte wie die Abstrahlung von Photonen im Anfangszustand korrigiert. Damit erhält man als Pseudoobservable σ_{had}^0 . Die Korrektur ist groß, sie erhöht z. B. das Maximum um fast 40%, kann aber präzise berechnet werden. Aus der Form der korrigierten Resonanzkurve lassen sich folgende Parameter bestimmen [Z06]:

- Position des Peaks: Masse des Z-Bosons $m_Z = 91,1875(21)$ GeV,
- Breite des Peaks auf halber Höhe: Breite des Z-Bosons $\Gamma_Z = 2,4952(23)$ GeV,
- Höhe des Peaks $\sigma_{\text{had}}^0 = 41,540(37)$ nb: Produkt der Partialbreiten $\Gamma_{\text{had}} \cdot \Gamma_e$.

Bei LEP und SLC wurden Messungen der Wirkungsquerschnitte für Z-Zerfälle in Hadronen und Leptonen geschickt kombiniert, um die einzelnen Partialbreiten zu extrahieren:

$$\sigma_{\text{had}} \sim \Gamma_{\text{had}} \cdot \Gamma_e, \quad \sigma_e \sim \Gamma_e^2, \quad \sigma_\mu \sim \Gamma_\mu \cdot \Gamma_e, \quad \sigma_\tau \sim \Gamma_\tau \cdot \Gamma_e, \quad (3.11)$$

Das Resultat bestätigt die Annahme der „Lepton-Universalität“ im Standardmodell: alle Leptonen koppeln gleich stark an das Z-Boson, d. h. im Rahmen der Messgenauigkeit gilt $\Gamma_\ell = \Gamma_e = \Gamma_\mu = \Gamma_\tau \approx 84,0(1)$ MeV.

3.2.3 Experimentelle Vermessung der Z-Resonanz

Der Wirkungsquerschnitt σ_{had} für die Produktion von Z-Bosonen und deren Zerfall in $q\bar{q}$ -Endzustände wird wie folgt experimentell bestimmt:

$$\sigma_{\text{had}}(s) = \frac{N_{\text{sel}} - N_{\text{bkg}}}{\varepsilon \cdot \int L dt}. \quad (3.12)$$

Alle in dieser Gleichung auftretenden Größen können bei LEP-I genau vermessen werden, wie im folgenden diskutiert werden wird.

Schwerpunktsenergie der Kollision

Die Schwerpunktsenergie \sqrt{s} wurde bei LEP durch „resonante Depolarisation“ der Strahlen mit einer Genauigkeit von 2 MeV (2×10^{-5}) bestimmt. Damit konnten subtile Einflüsse auf die Schwerpunktsenergie berücksichtigt werden, z. B. geologische Deformationen durch Gezeiten, starken Regen oder den Wasserstand im Genfer See, sowie Kriechströme durch abfahrende TGV-Schnellzüge.

Zahl der selektierten Ereignisse

Nach Aufzeichnung der Daten wird eine Selektion von Ereignissen vorgenommen, die von Zerfällen $Z \rightarrow q\bar{q}$ stammen könnten. Wie in Abb. 3.10 (c) gezeigt, erwartet man zwei Bündel von Teilchen („Jets“) in entgegengesetzte Richtungen. Nach der Selektion bleiben N_{sel} solche Ereignisse übrig.

Zahl der erwarteten Untergrundereignisse

Nicht jedes selektierte Ereignis stammt notwendigerweise aus einem Zerfall $Z \rightarrow q\bar{q}$. Andere Klassen von Ereignissen mit einer ähnlichen Signatur können mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit die Selektion passieren. Die erwartete Zahl N_{bkg} solcher Untergrundereignisse (engl.: background events) kann z. B. aus Simulationsrechnungen abgeschätzt werden.

Nachweiseffizienz

Die LEP-Detektoren konnten den Zerfall $Z \rightarrow q\bar{q}$ mit hoher Effizienz nachweisen, dennoch können vereinzelt Ereignisse nicht aufgezeichnet werden. Um dies in der Berechnung von σ_{had} zu berücksichtigen, wird die Nachweiseffizienz ε für den Zerfall $Z \rightarrow q\bar{q}$ bestimmt. Dies geschieht z. B. in einer Simulationsrechnung, bei der die Effizienz definiert ist als der Anteil der selektierten simulierten $Z \rightarrow q\bar{q}$ -Zerfälle $N_{\text{sel}}^{\text{sim}}$ an der Gesamtzahl der simulierten Zerfälle $N_{\text{ges}}^{\text{sim}}$:

$$\varepsilon = \frac{N_{\text{sel}}^{\text{sim}}}{N_{\text{ges}}^{\text{sim}}}. \quad (3.13)$$

Integrierte Luminosität

Die instantane Luminosität

$$L = f \cdot N \cdot \frac{n_1 n_2}{4\pi\sigma_x\sigma_y} \quad (3.14)$$

ist ein Maß für die Leistungsfähigkeit des Beschleunigers. Sie hängt ab von der Umlauffrequenz f , der Zahl der Teilchenpakete im Collider N , der Zahl der Teilchen pro Paket n_1 und n_2 für die beiden Strahlen, und der Fokussierung der Strahlen ($\sigma_{x,y}$ Breiten eines gaußschen Strahlprofils in x - und y -Richtung). Typische instantane Luminositäten bei LEP-I lagen bei bis zu $L = 2 \cdot 10^{31} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. Bei dieser Luminosität wurden etwa 1000 Z-Bosonen pro Stunde aufgezeichnet. Die integrierte Luminosität $\int L dt$ ist dann ein Maß für die Menge an genommenen Daten. Bei LEP-I wurden pro Experiment insgesamt etwa $\int L dt = 200 \text{ pb}^{-1}$ an Daten aufgezeichnet.

Die Detektoren bei LEP-I besaßen spezielle Detektoren, um Bhabha-Streuung bei kleinen Winkeln nachzuweisen. Die Rate von Bhabha-Ereignissen in diesen Detektoren war etwa drei- bis viermal höher als die Rate für die Produktion von Z-Bosonen. Der Wirkungsquerschnitt für diesen Prozess σ_{Bhabha} kann darüber hinaus sehr gut theoretisch berechnet werden, und die Nachweiseffizienz $\varepsilon_{\text{Bhabha}}$ kann genau bestimmt werden. Daher wurde die Luminosität bei LEP-I durch Zählen von Bhabha-Ereignissen bestimmt:

$$\int L dt = \frac{N_{\text{Bhabha}}}{\varepsilon_{\text{Bhabha}} \sigma_{\text{Bhabha}}} \quad (3.15)$$

Dabei wurde eine Präzision von $< 0,1\%$ erreicht.

3.2.4 Zahl der leichten Neutrino flavors

Eine der ersten Messungen nach den Inbetriebnahme des LEP-Speicherrings betraf die Zahl der Neutrino flavors. Z-Bosonen können in $\nu\bar{\nu}$ -Paare aller „leichten“ Neutrino flavors mit $m_\nu < m_Z/2$ zerfallen. Mit der Messung können somit „exotische“ schwere Neutrinos mit $m_\nu > m_Z/2$ nicht ausgeschlossen werden. Wenn man annimmt, dass alle SM-Neutrinos leicht sind und die Leptonen und Quarks parallel in Familien angeordnet sind, resultiert aus der Messung auch die Zahl der Quark- und Leptonfamilien im Standardmodell. Im SM stammt die unsichtbare Z-Breite ausschließlich von den drei Neutrino flavors:

$$\Gamma_{\text{inv}} = \Gamma_{\nu_e} + \Gamma_{\nu_\mu} + \Gamma_{\nu_\tau} = 3\Gamma_\nu. \quad (3.16)$$

Sollten weitere leichte Neutrino flavors existieren, erwartet man einen größeren Anteil von Γ_{inv} an der Gesamtbreite. Damit wird die beobachtbare Breite geringer. Wenn man Lepton-Universalität annimmt, kann man Γ_{inv} aus den sichtbaren Partialbreiten bestimmen:

$$\Gamma_{\text{inv}} = \Gamma_Z - 3\Gamma_\ell - \Gamma_{\text{had}}. \quad (3.17)$$

Da die Partialbreiten untereinander stark korreliert sind, ist es günstiger, die Verhältnisse der unsichtbaren zur leptonischen Partialbreite $R_{\text{inv}}^0 := \Gamma_{\text{inv}}/\Gamma_\ell$ sowie der hadronischen zur leptonischen Partialbreite $R_\ell^0 := \Gamma_{\text{had}}/\Gamma_\ell$ zu bestimmen:

$$R_{\text{inv}}^0 = \frac{\Gamma_Z}{\Gamma_\ell} - 3 - R_\ell^0 = \sqrt{\frac{12\pi}{m_Z^2} \frac{R_\ell^0}{\sigma_{\text{had}}^0}} - 3 - R_\ell^0, \quad (3.18)$$

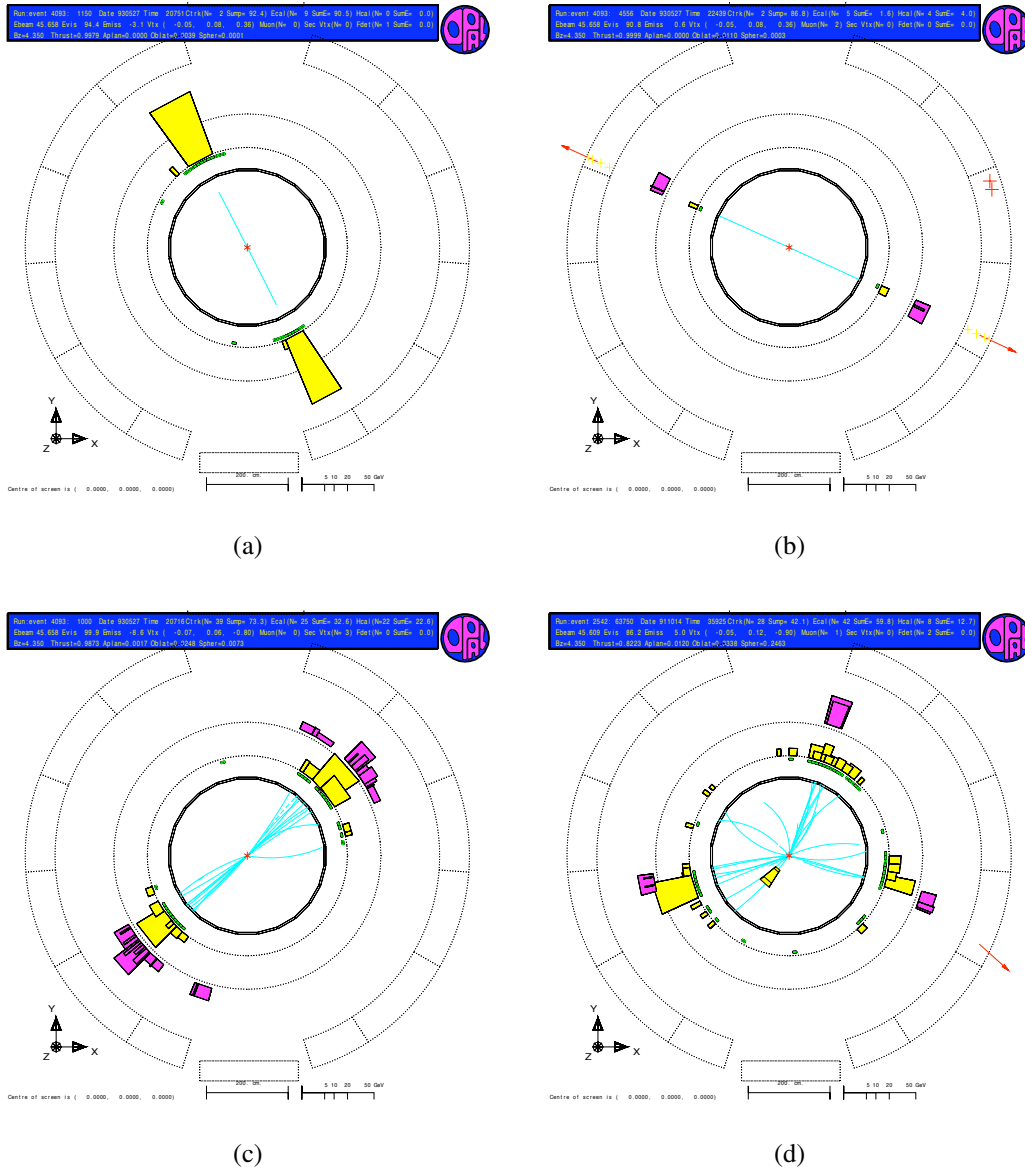


Abbildung 3.10: Typische Signaturen von Z-Ereignissen im OPAL-Detektor (Seitenansicht) [OPA]. (a) $Z \rightarrow e^+e^-$: zwei Spuren geladener Teilchen im Spurdetektor mit $\Delta\phi \approx 180^\circ$, die auf Energiedepositionen im elektromagnetischen Kalorimeter zeigen. (b) $Z \rightarrow \mu^+\mu^-$: zwei Spuren geladener Teilchen mit $\Delta\phi \approx 180^\circ$ in Spurdetektor und Myondetektor. (c) $Z \rightarrow q\bar{q}$: zwei Bündel geladener Teilchen („Jets“) im Spurdetektor mit mit $\Delta\phi \approx 180^\circ$ und Energiedeposition in elektromagnetischem und hadronischem Kalorimeter (d) $Z \rightarrow q\bar{q}g$: drei Jets in Spurdetektor und Kalorimetern mit $\Delta\phi < 180^\circ$.

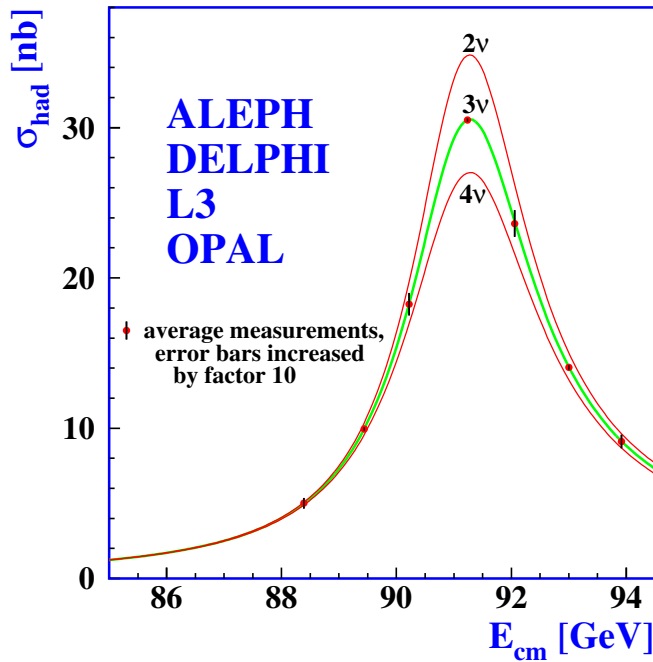


Abbildung 3.11: Gemessener hadronischer Wirkungsquerschnitt σ_{had} als Funktion der Schwerpunktsenergie E_{cm} im Vergleich mit den Vorhersagen für zwei, drei und vier leichte Neutrino flavors [Z06].

wobei Γ_Z nach (3.9) durch den Wirkungsquerschnitt am Z-Peak ersetzt wurde. Die Zahl der leichten Neutrino flavors N_ν erhält man dann aus dem Vergleich mit der SM-Erwartung

$$R_{\text{inv}}^0 = N_\nu \left(\frac{\Gamma_\ell}{\Gamma_\nu} \right)_{\text{SM}}. \quad (3.19)$$

Aus einer Mittelung der Messungen der vier LEP-Experimente und der SM-Vorhersage von $\Gamma_\nu/\Gamma_\ell = 1,991(1)$ ergibt sich ein Wert von $N_\nu = 2,9840(82)$. Die Abhängigkeit der unsichtbaren Breite vom hadronischen Wirkungsquerschnitt am Z-Peak ist in Abb. 3.11 illustriert.

3.3 Kopplung des Z-Bosons an Fermionen

Messungen der Kopplungen des Z-Bosons an Fermionen stellen einen wichtigen Test des SM dar. Insbesondere ist es interessant, die Paritätsverletzung in NC-Prozessen zu quantifizieren. Dazu bestimmt man aus dem Verhältnis der Vektor- und Axialvektorkopplungen g_V^f und g_A^f in Gleichung (2.73) den effektiven schwachen Mischungswinkel $\theta_{W,\text{eff}}^f$:

$$\frac{g_V^f}{g_A^f} = 1 - \frac{2q_f}{I_3^f} \sin^2 \theta_{W,\text{eff}}^f = 1 - 4|q_f| \sin^2 \theta_{W,\text{eff}}^f. \quad (3.20)$$

Hier wurde $I_3^f = +1/2$ ($I_3^f = -1/2$) für Fermionen mit Ladung $q_f \geq 0$ ($q_f < 0$) eingesetzt. An den Z-Fabriken erlauben Messungen der Winkelverteilung der Fermionen Zugriff auf die Vektor- und Axialvektorkopplungen. Unabhängig davon lassen sich Informationen aus Experimenten mit Neutrino-Elektron-Streuung gewinnen.

3.3.1 Neutrino-Elektron-Streuung

Historisch wurden die ersten Untersuchungen zur Kopplung des Z-Bosons an Fermionen in Neutrino-Elektron-Streuung durchgeführt. Dabei werden Neutrinostrahlen auf massive elektronenreiche Targets gelenkt. Beispiele für solche Experimente waren CHARM und CDHS am CERN. Ein Cartoon des CDHS-Experiments ist in Abb. 3.12 gezeigt. Der Detektor besteht aus einem massiven Eisenkalorimeter, in dem die Neutrinos wechselwirken und die Reaktionsprodukte durch Szintillatoren nachgewiesen werden. Die Streuung von ν_μ an Elektronen ist ein NC-Prozess, während bei der $\nu_e e^-$ -Streuung auch ein CC-Prozess mit einer reinen $V-A$ -Kopplung beiträgt. Dies ist in Abb. 3.13 am Beispiel des Prozesses $\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$ gezeigt. Die daraus resultierenden Wirkungsquerschnitte für die verschiedenen Neutrino flavors sind wie folgt von g_V und g_A abhängig:

$$\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^- : \quad \sigma = \frac{G_{FS}^2}{3\pi} [(g_V^e)^2 + g_V^e g_A^e + (g_A^e)^2], \quad (3.21)$$

$$\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^- : \quad \sigma = \frac{G_{FS}^2}{3\pi} [(g_V^e)^2 - g_V^e g_A^e + (g_A^e)^2], \quad (3.22)$$

$$\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^- : \quad \sigma = \frac{G_{FS}^2}{3\pi} [(g_V^e + 1)^2 + (g_V^e + 1)(g_A^e + 1) + (g_A^e + 1)^2], \quad (3.23)$$

$$\bar{\nu}_e e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^- : \quad \sigma = \frac{G_{FS}^2}{3\pi} [(g_V^e + 1)^2 - (g_V^e + 1)(g_A^e + 1) + (g_A^e + 1)^2]. \quad (3.24)$$

Aus Gleichungen (3.21)–(3.24) kann man ablesen, dass Messungen in Neutrino-Elektron-Streuung grafisch als Ellipsen in der (g_A^e, g_V^e) -Ebene dargestellt werden können, wie in Abb. 3.14 illustriert. Die Präzision dieser Messungen wurde allerdings durch LEP und SLC bei weitem übertroffen, wie im folgenden beschrieben werden wird. Die Kombination der Ergebnisse brachte Werte von $g_V^e = -0,03783(41)$ und $g_A^e = -0,50123(26)$.

3.3.2 Asymmetrien und Polarisation

Für Untersuchungen der Kopplung des Z-Bosons an Fermionen bei LEP und SLC wird der differentielle Wirkungsquerschnitt für $e^+ e^- \rightarrow Z \rightarrow f \bar{f}$ als Funktion des Streuwinkels θ bestimmt, des Winkels mit der Richtung des Elektronstrahls. Für unpolarisierte Strahlen lässt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt in vier Anteile zerlegen, abhängig von der Helizität der einfallenden und der auslaufenden Teilchen:

$$\frac{d\sigma_{Ll}}{d\cos\theta} \sim g_{Le}^2 g_{Lf}^2 (1 + \cos\theta)^2, \quad (3.25)$$

$$\frac{d\sigma_{Rr}}{d\cos\theta} \sim g_{Re}^2 g_{Rf}^2 (1 + \cos\theta)^2, \quad (3.26)$$

$$\frac{d\sigma_{Lr}}{d\cos\theta} \sim g_{Le}^2 g_{Rf}^2 (1 - \cos\theta)^2, \quad (3.27)$$

$$\frac{d\sigma_{Rl}}{d\cos\theta} \sim g_{Re}^2 g_{Lf}^2 (1 - \cos\theta)^2. \quad (3.28)$$

Hier beschreiben die Großbuchstaben L, R die Helizität der einlaufenden Elektronen und die Kleinbuchstaben l, r die Helizität der auslaufenden Fermionen. Wenn man

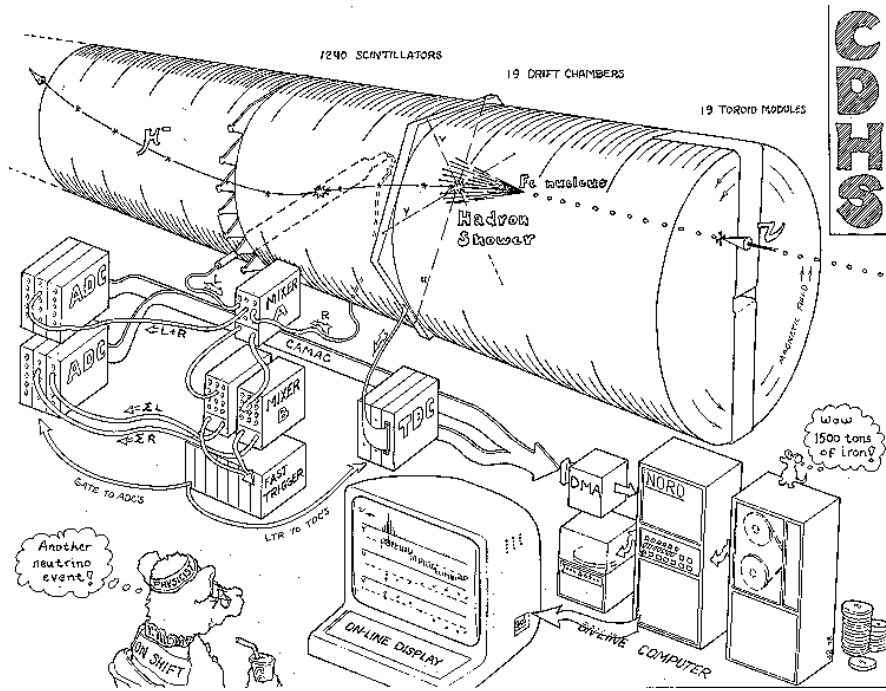


Abbildung 3.12: Cartoon des CHDS-Experiments am CERN [CDH].

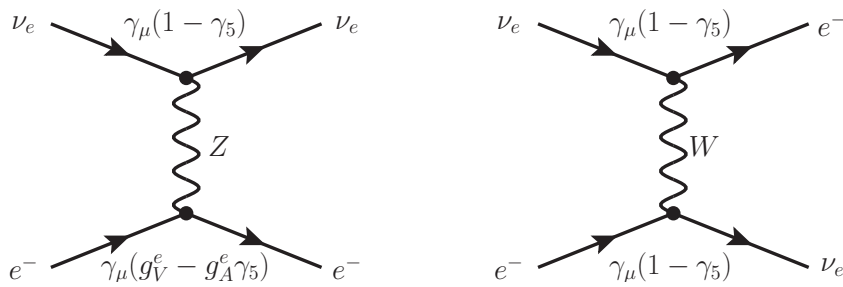


Abbildung 3.13: ν_e - e^- -Streuung. Die Beiträge von NC- und CC-Prozessen besitzen unterschiedliche Vektor- und Axialvektorkopplungen.

punktförmige Wechselwirkung und masselose Teilchen annimmt, ist die Helizität an jedem Vertex erhalten. Da die Fermionen an ein Spin-1-Teilchen koppeln, müssen ihre Spins parallel ausgerichtet sein. Wenn die einlaufenden Teilchen nicht polarisiert sind, ergibt sich als differentieller Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d\sigma_f}{d\cos\theta} = \frac{d\sigma_{LL}}{d\cos\theta} + \frac{d\sigma_{RR}}{d\cos\theta} + \frac{d\sigma_{LR}}{d\cos\theta} + \frac{d\sigma_{RL}}{d\cos\theta} = \frac{3}{8} \sigma_f^{\text{tot}} [(1 + \cos^2\theta) + 2\mathcal{A}_e\mathcal{A}_f \cos\theta]. \quad (3.29)$$

Dabei sind die Asymmetrieparameter \mathcal{A}_f definiert als das Verhältnis von Differenz zu Summe der Quadrate der Kopplungen an links- und rechtshändige Teilchen.

$$\mathcal{A}_f := \frac{g_{L_f}^2 - g_{R_f}^2}{g_{L_f}^2 + g_{R_f}^2} = \frac{2g_V^f g_A^f}{(g_V^f)^2 + (g_A^f)^2} = 2 \frac{g_V^f/g_A^f}{1 + (g_V^f/g_A^f)^2}, \quad (3.30)$$

wobei die Definitionen von g_V^f und g_A^f aus Gleichung (2.73) verwendet wurden. Die Asymmetrieparameter hängen also nur vom Verhältnis der Vektor- und der Axialvektorkopplungen ab. Nach Gleichung (3.20) kann dieses Verhältnis zur Messung des schwa-

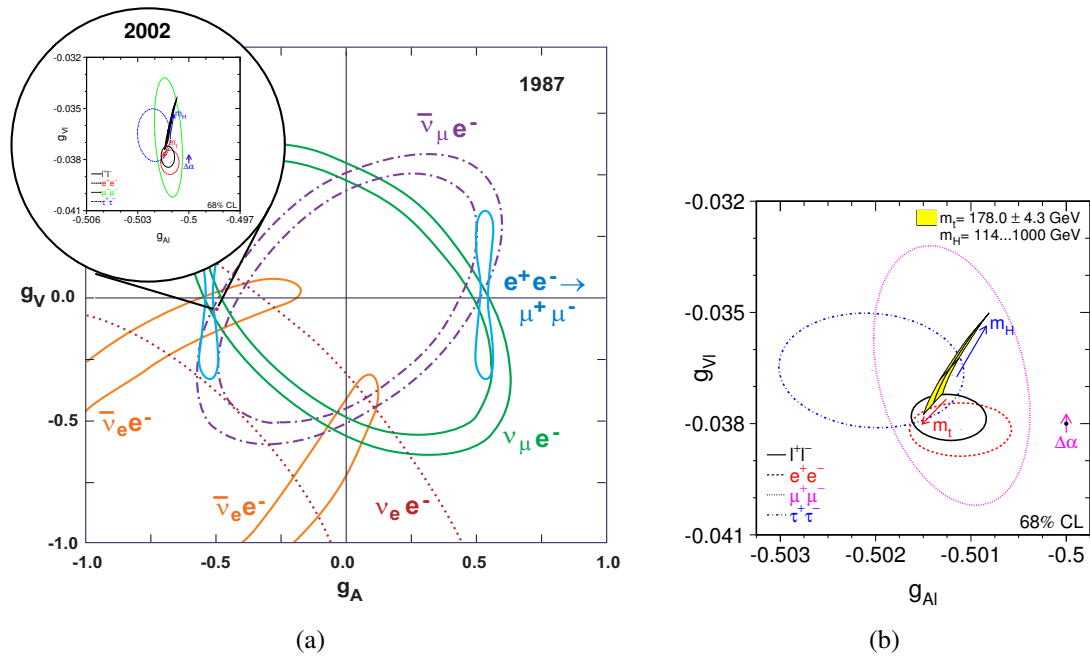


Abbildung 3.14: Bestimmung der Vektor- und Axialvektorkopplungen des Z-Bosons an Leptonen, g_V^ℓ und g_A^ℓ [Z06]. (a) Aus Messungen in Neutrino-Elektron-Streuung: es sind noch Ambiguitäten vorhanden. (b) Nach Präzisionsmessungen bei LEP und SLC: separate Messungen für Elektronen, Myonen und Taus zeigen die Universalität der Z-Kopplung an Leptonen. Das farbige Band zeigt die Abhängigkeit von den Massen des Top-Quarks und des Higgs-Teilchens.

chen Mischungswinkels benutzt werden. Im folgenden werden die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie, die Polarisation im Endzustand, sowie die Links-Rechts-Asymmetrie als Observablen eingeführt. In Abb. 3.15 sind diese illustriert. Messungen der Abhängigkeit vom Streuwinkel im Prozesses $e^+e^- \rightarrow \ell^+\ell^-$ sind in Abb. 3.16 gezeigt.

Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie

Das Produkt der Asymmetrieparameter $\mathcal{A}_e \mathcal{A}_f$ kann man bestimmen, indem man die Teilchenrate in Vorwärtsrichtung $0 < \theta \leq \pi/2$ mit der Teilchenrate in Rückwärtsrichtung $\pi/2 < \theta < \pi$ vergleicht. Dies projiziert den Teil des Wirkungsquerschnitts aus Gleichung (3.29) heraus, der asymmetrisch in θ ist, also $\sim \cos \theta$. Man definiert die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie (engl.: forward-backward (FB) asymmetry) als

$$A_{\text{FB}} := \frac{\sigma_F - \sigma_B}{\sigma_F + \sigma_B}, \quad (3.31)$$

wobei σ_F (σ_B) der gemessene Wirkungsquerschnitt in Vorwärtsrichtung (Rückwärtsrichtung) ist. Durch Einsetzen des Wirkungsquerschnitts aus Gleichung (3.29) erhält man

$$A_{\text{FB}}^f = \frac{3}{4} \mathcal{A}_e \mathcal{A}_f, \quad (3.32)$$

die FB-Asymmetrie ist also sensitiv auf das Produkt der Asymmetrieparameter in Anfangs- und Endzustand.

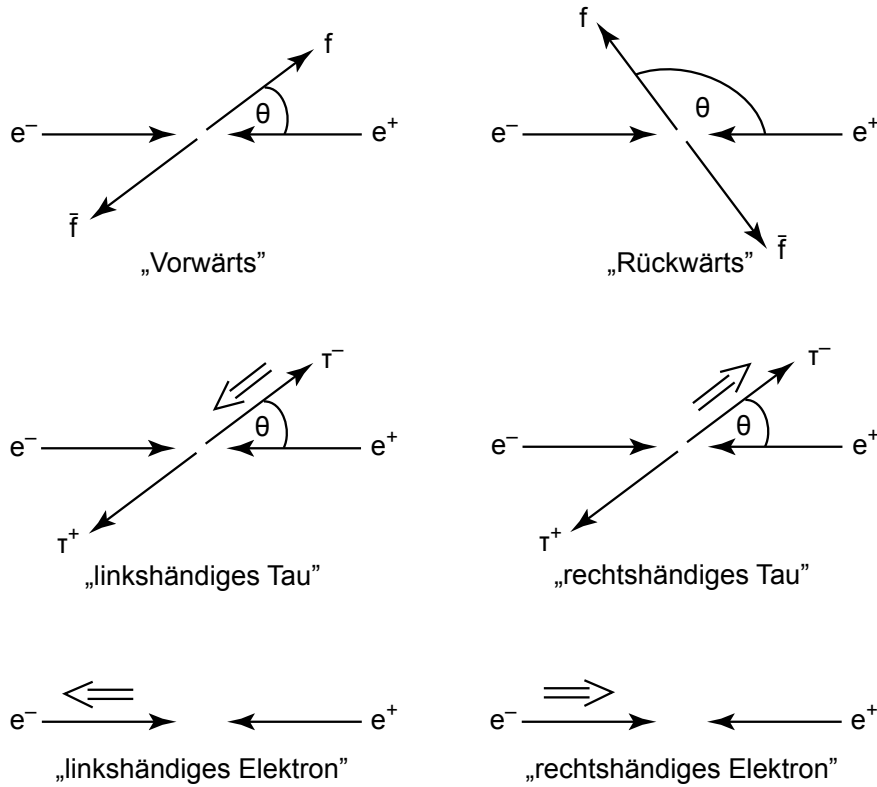


Abbildung 3.15: Asymmetrien: Vorwärts- und Rückwärtsstreuung (oben). Polarisation von τ -Leptonen im Endzustand (Mitte). Streuung linkshändig und rechtshändig polarisierter Elektronen (unten).

Polarisation im Endzustand

Der Asymmetrieparameter im Endzustand \mathcal{A}_f kann separat gemessen werden, wenn man die Polarisation der Teilchen im Endzustand bestimmen kann. Aus Gleichungen (3.25)–(3.28) kann man die Anteile mit rechtshändig polarisierten und linkshändig polarisierten Teilchen im Endzustand vergleichen:

$$\mathcal{P}_f(\cos \theta) := \frac{\sigma_r - \sigma_l}{\sigma_r + \sigma_l} = -\frac{\mathcal{A}_f(1 + \cos^2 \theta) + 2\mathcal{A}_e \cos \theta}{(1 + \cos^2 \theta) + 2\mathcal{A}_f \mathcal{A}_e \cos \theta} \quad (3.33)$$

$$\text{mit } \sigma_r := \frac{d\sigma_{Rr}}{d\cos \theta} + \frac{d\sigma_{Lr}}{d\cos \theta}, \quad \sigma_l := \frac{d\sigma_{Rl}}{d\cos \theta} + \frac{d\sigma_{Ll}}{d\cos \theta}.$$

Wenn man Zähler und Nenner in (3.33) separat über den Winkel θ integriert, bleiben nur Terme übrig, die FB-symmetrisch sind, also $\sim (1 + \cos^2 \theta)$. Man erhält so die mittlere Polarisation im Endzustand

$$\langle \mathcal{P}_f \rangle = -\mathcal{A}_f. \quad (3.34)$$

Eine Messung der Polarisation im Endzustand ist experimentell nur für τ -Leptonen möglich, da man deren Spin aus der Winkelverteilung der Produkte von τ -Zerfällen bestimmen kann. Die Lebensdauer von τ -Leptonen beträgt ca. 0,3 ps, somit zerfallen sie in unmittelbarer Nähe ihres Produktionspunkts. Besonders geeignet für die Polarisationsmessung sind Zerfälle in Hadronen, insbesondere die Zweikörperzerfälle $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau + \text{h.c.}$, $\tau^- \rightarrow \rho^- \nu_\tau + \text{h.c.}$ und $\tau^- \rightarrow a_1^- \nu_\tau + \text{h.c.}$ Rein leptonische τ -Zerfälle

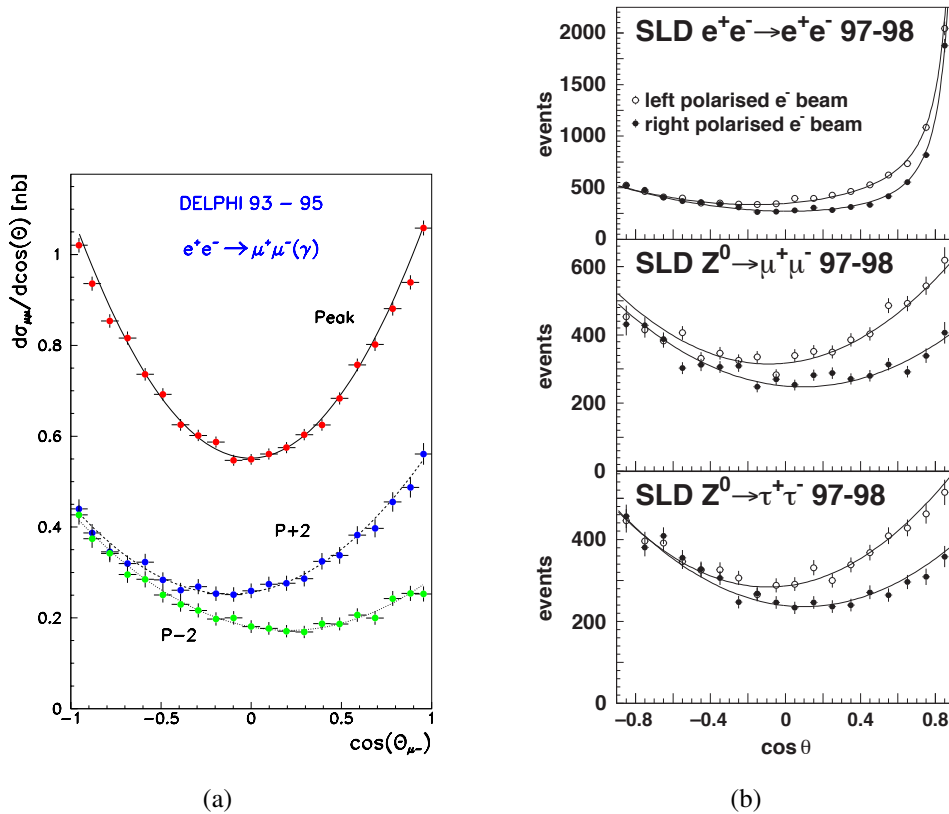


Abbildung 3.16: Messungen der Winkelverteilung in e^+e^- -Streuung [Z06]. (a) $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ im DELPHI-Experiment bei drei verschiedenen Schwerpunktsenergien (Peak: $\sqrt{s} = m_Z$, $P \pm 2$: $\sqrt{s} = m_Z \pm 2 \text{ GeV}$) (b) $e^+e^- \rightarrow \ell^+\ell^-$ bei SLC für links- und rechtshändig polarisierte Elektronen.

der Form $\tau^- \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell \nu_\tau$ sind schwieriger zu untersuchen, da alle drei Teilchen im Endzustand einen Teil des Drehimpulses übertragen bekommen, jedoch nur eines der drei Teilchen nachgewiesen werden kann. In Abb. 3.17 sind LEP-Daten mit der Erwartung für τ -Leptonen mit positiver und negativer Helizität gezeigt. Die höhere Sensitivität auf die τ -Polarisation der Zerfälle $\tau \rightarrow \pi \nu$ im Vergleich zu $\tau \rightarrow \ell \nu \bar{\nu}$ ist klar erkennbar. Bei LEP wurde ein Wert von $\langle \mathcal{P}_\tau \rangle = -0,1439(43)$ gemessen [Z06].

Myonen aus Z -Zerfällen besitzen große Impulse und eine deutlich längere Lebensdauer als τ -Leptonen (ca. $2,2 \mu\text{s}$) und zerfallen deshalb nicht im Detektor. Somit kann ihr Spin nicht untersucht werden. Auch die Polarisation von Elektronen und Jets kann nicht untersucht werden, da die Kalorimeter insensitive auf deren Spins sind.

Polarisierte Elektronstrahlen

Durch eine Messung der FB-Asymmetrie ist nur das Produkt $\mathcal{A}_e \mathcal{A}_f$ bestimmt. In Kollisionen polarisierter Elektronen und Positronen werden weitere Asymmetrien experimentell zugänglich. Am SLC wurden Strahlen polarisierter Elektronen verwendet, aber unpolarisierte Positronen. Für polarisierte Elektronen nimmt mit Polarisationsgrad $\mathcal{P}_e > 0$ – dies entspricht im Rahmen der gängigen Konvention einer rechtshändigen Polarisation – die rechtshändige Kopplung zu und die linkshändige Kopplung im gleichen Maße ab. Daher müssen in Gleichungen (3.25)–(3.28) die Größen g_{Le}^2 und g_{Re}^2 ersetzt

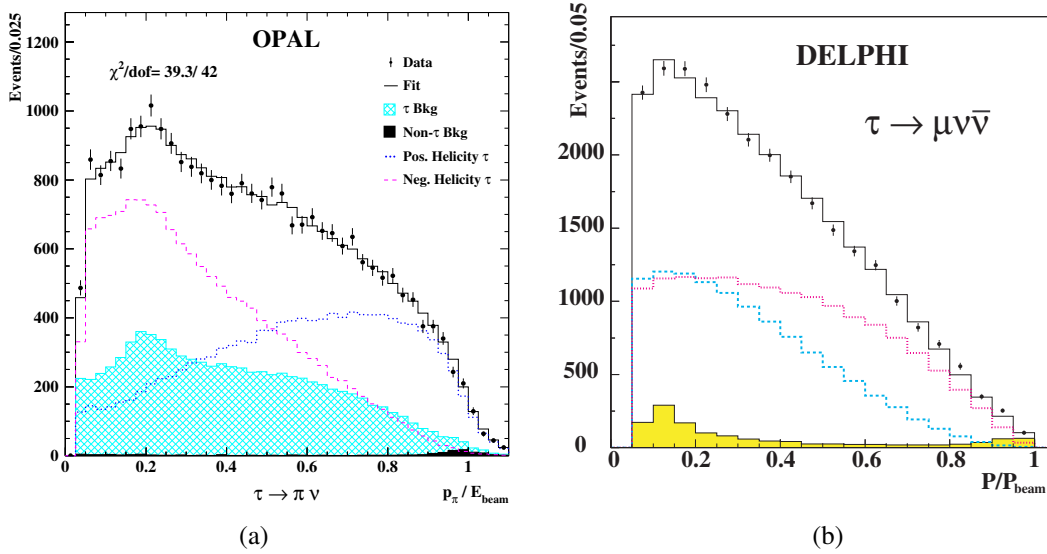


Abbildung 3.17: Messungen der τ -Lepton-Polarisation in e^+e^- -Streuung [Z06]. (a) $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ im OPAL-Experiment. (b) $\tau \rightarrow \mu\nu\bar{\nu}$ im DELPHI-Experiment (positive Helizität: gestrichelt, negative Helizität: gepunktet). Die Zahl der aufgezeichneten Ereignisse ist jeweils gezeigt als Funktion des Bruchteils der Strahlenergie, den das π bzw. μ trägt.

werden durch $(1 - \mathcal{P}_e)g_{Le}^2$ bzw. $(1 + \mathcal{P}_e)g_{Re}^2$. Gleichung (3.29) verändert sich dann zu

$$\frac{d\sigma_f}{d\cos\theta} = \frac{3}{8}\sigma_f^{\text{tot}} \left[(1 - \mathcal{P}_e\mathcal{A}_e)(1 + \cos^2\theta) + 2(\mathcal{A}_e - \mathcal{P}_e)\mathcal{A}_f\cos\theta \right]. \quad (3.35)$$

Die gemessene Winkelverteilung der ausgehenden Teilchen für links- und rechtshändig polarisierte Elektronen bei SLC ist in Abb. 3.16 (b) gezeigt.

Die Links-Rechts-(LR-)Asymmetrie ist die Asymmetrie zwischen Streuung an linkshändig und rechtshändig polarisierten Elektronen und definiert als

$$A_{\text{LR}} := \frac{1}{\langle \mathcal{P}_e \rangle} \frac{\sigma_L - \sigma_R}{\sigma_L + \sigma_R} = \mathcal{A}_e, \quad (3.36)$$

wobei $\langle \mathcal{P}_e \rangle$ die luminositätsgemittelte Elektron-Polarisation ist. Die LR-Symmetrie projiziert also den Elektron-Asymmetrieparameter aus dem Wirkungsquerschnitt in Gleichung (3.35). Damit kann man das Produkt $g_V^e g_A^e$ und somit das relative Vorzeichen der Vektor- und Axialvektorkopplung bestimmen.

Die LR-Asymmetrie hängt nur vom Anfangszustand der Kollision ab. Für eine Messung reicht es also aus, die Zahl der Z-Ereignisse bei linkshändig und rechtshändig polarisierten Elektronenstrahlen zu vergleichen. Diese Messung wird dann mit der unabhängig davon mit einem Polarimeter bestimmten mittleren Polarisation des Elektronenstrahls korrigiert. Die Messung mit dem SLD-Detektor ergab einen Wert von $A_{\text{LR}} = 0,1514(22)$ [Z06].

Weitere Asymmetrien

Bei LEP und SLC wurden noch weitere Asymmetrien gemessen, z. B. die Kombination aus LR- und FB-Asymmetrie,

$$A_{\text{LRFB}} := \frac{1}{\langle \mathcal{P}_e \rangle} \frac{(\sigma_F - \sigma_B)_L - (\sigma_F - \sigma_B)_R}{(\sigma_F + \sigma_B)_L + (\sigma_F + \sigma_B)_R} = \frac{3}{4} \mathcal{A}_f, \quad (3.37)$$

mit der bei SLC der Asymmetrieparameter im Endzustand direkt zugänglich ist, und die FB-Polarisationsasymmetrie

$$A_{\text{FB}}^{\text{pol}} := \frac{(\sigma_r - \sigma_l)_F - (\sigma_r - \sigma_l)_B}{(\sigma_r + \sigma_l)_F + (\sigma_r + \sigma_l)_B} = -\frac{3}{4} \mathcal{A}_e, \quad (3.38)$$

die es auch bei LEP erlaubt, aus einer Kombination von FB-Asymmetrie und τ -Polarisation den Asymmetrieparameter im Anfangszustand zu bestimmen.

3.3.3 Schwacher Mischungswinkel

Die Messung des schwachen Mischungswinkels mittels vieler verschiedener Experimente ist ein wichtiger Test des SM. Aufgrund des Zusammenhangs

$$\sin^2 \theta_{W,\text{eff}}^f = \frac{I_3^f}{2q_f} \left(1 - \frac{g_V^f}{g_A^f} \right) = 1 - \frac{m_W^2}{m_Z^2} \quad (3.39)$$

können hierzu Messungen von g_V^f/g_A^f aus Neutrino-Elektron-Streuung, LEP und SLC verwendet werden, dazu Messungen der Z-Boson-Masse von LEP und SLC sowie Messungen der W-Boson-Masse von LEP-II und dem Tevatron. Dieser Test ist nichttrivial, denn Strahlungskorrekturen, z. B. aufgrund der Kopplung an Top-Quark und Higgs-Boson, haben unterschiedliche Einflüsse auf diese Messungen.

Bei LEP und SLC eignet sich besonders die FB-Asymmetrie für Bottom-Quarks, um $\sin^2 \theta_{W,\text{eff}}^{\text{lept}}$ für Leptonen zu vermessen. In Abb. 3.18 ist die Abhängigkeit verschiedener Asymmetrieparameter \mathcal{A}_f von $\sin^2 \theta_{W,\text{eff}}^f$ nach Gleichungen (3.20) und (3.30) gezeigt. Für down-artige Quarks ($f = d, s, b$) ist \mathcal{A}_f groß und somit gut messbar und variiert aufgrund der Ladungs- und Isospinquantenzahlen ($q_f = -1/3, I_3^f = -1/2$) nur schwach mit $\sin^2 \theta_{W,\text{eff}}^f$. Die FB-Asymmetrie verbindet nach Gleichung (3.32) \mathcal{A}_f mit \mathcal{A}_e , einer Größe, die stark von $\sin^2 \theta_{W,\text{eff}}^{\text{lept}}$ abhängt.

Experimentell ist das Bottom-Quark das einzige down-artige Quark, dass im Detektor mit guter Effizienz identifiziert werden kann. Aufgrund der relativ langen Lebensdauer von Hadronen, die b-Quarks enthalten (ca. 1,5 ps), legen diese im Detektor Strecken von einigen Millimetern zurück, bis sie zerfallen. Im Spurdetektor können somit Teilchenspuren, die vom Zerfallsvertex eines B-Hadronen kommen, unterschieden werden von Spuren, die von der primären Wechselwirkung stammen. Mit dieser Methode können Jets von b-Quarks identifiziert werden (engl.: „b-tagging“), wie in Abb. 3.19 gezeigt ist. Eine Kombination der Messungen von A_{FB}^b bei LEP ergab $A_{\text{FB}}^b = 0,0992(16)$.

Die Bestimmung des schwachen Mischungswinkels von Messungen an der Z-Resonanz ist in Abb. 3.20 (a) zusammengefasst. Die Resultate der verschiedenen Messmethoden stimmen relative gut überein, jedoch gibt es eine signifikante Diskrepanz

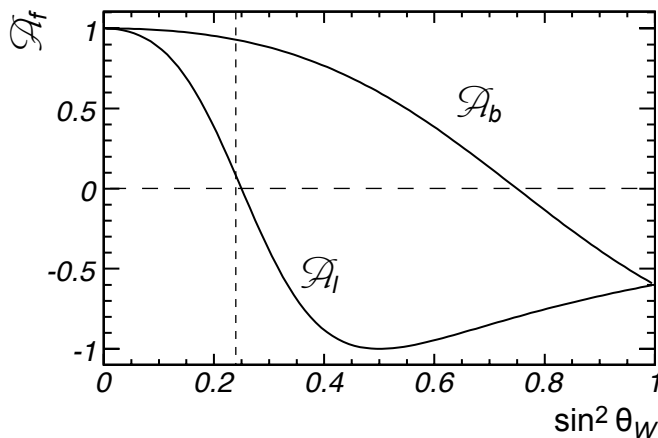


Abbildung 3.18: Abhängigkeit der Asymmetrieparameter \mathcal{A}_f vom schwachen Mischungswinkel $\sin^2 \theta_{W,\text{eff}}^f$ für down-artige Quarks (\mathcal{A}_b) und für Leptonen (\mathcal{A}_l). In der Nähe des SM-Wertes von $\sin^2 \theta_{W,\text{eff}}^f \approx 0,25$ hängt \mathcal{A}_b nur schwach von $\sin^2 \theta_{W,\text{eff}}^f$ ab.

($3,2\sigma$) zwischen Messungen von A_{LR} und somit \mathcal{A}_l bei SLC und von A_{FB}^b bei LEP, die bis heute nicht aufgelöst ist. Ebenso weicht eine unabhängige Messung in Neutrino-Nukleon-Streuung mit dem NuTeV-Experiment um etwa 3σ von der Vorhersage des SM ab [Zel02].

3.4 Zusammenfassung

Der Status von Präzisionstests des SM im März 2009 ist in Abb. 3.20 (b) gezeigt. Die Experimente LEP und SLC an der Z-Resonanz haben dazu durch folgende Messungen entscheidend beigetragen:

- Vermessung der Z-Resonanz: m_Z , Γ_Z , σ_{had} , R_ℓ^0 , $R_q^0 := \Gamma_q/\Gamma_{\text{had}}$ für c - und b -Quarks.
- Asymmetrien: A_{FB} und \mathcal{A}_f für Leptonen, c - und b -Quarks, $\sin^2 \theta_{W,\text{eff}}^f$.

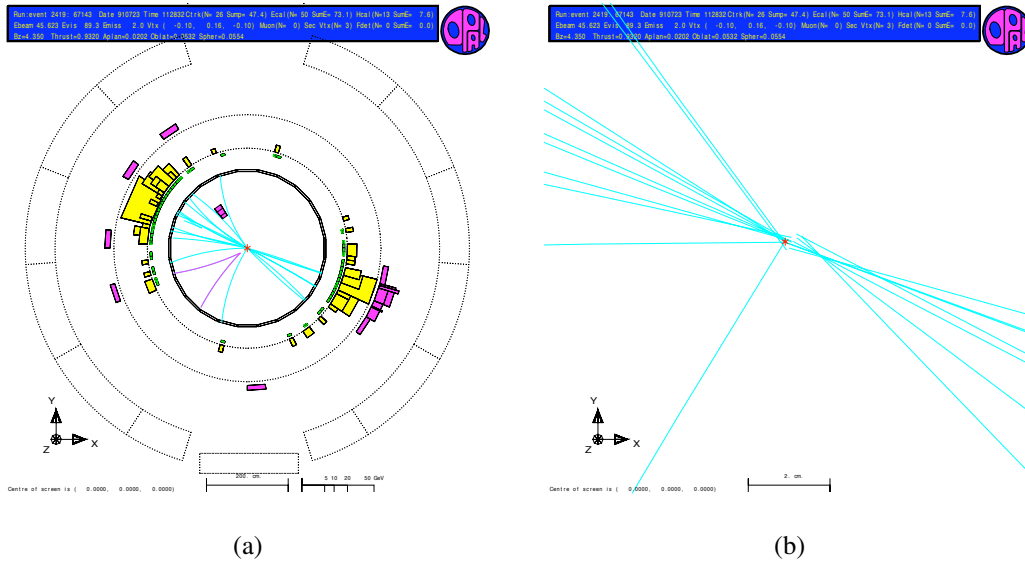


Abbildung 3.19: Identifizierter Zerfall $Z \rightarrow b\bar{b}$ im OPAL-Detektor [OPA]. (a) Seitenansicht (Skala: 200 cm). (b) Vergrößerte Seitenansicht (Skala: 2 cm). Die primäre Wechselwirkung ist mit einem Kreuz markiert. In beiden Jets gehen die meisten Teilchenspuren von versetzten Vertices aus, was auf den Zerfall langlebiger B -Hadronen hindeutet.

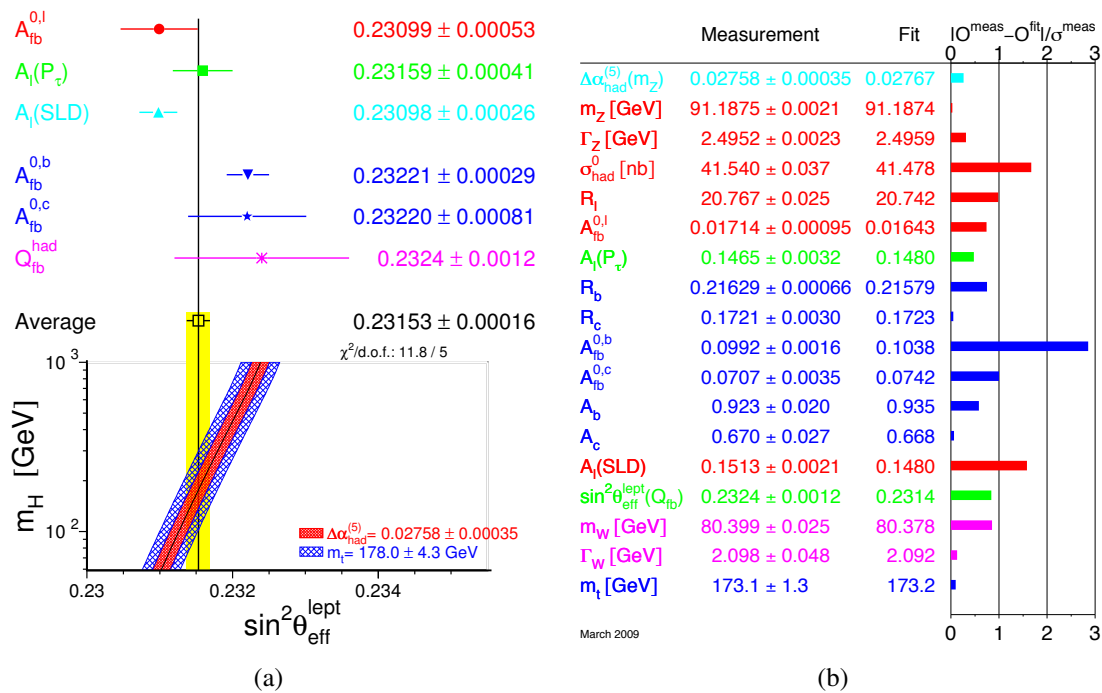


Abbildung 3.20: (a) Vergleich von Messungen des schwachen Mischungswinkels $\sin^2\theta_{W,\text{eff}}^f$ für Leptonen [Z06]. (b) Status des Standardmodells im März 2009 [LEP]. Die Messungen sind mit einem Fit ans SM verglichen, die Balken zeigen die Abweichung vom SM.

Physik der W -Bosonen

Das W -Boson vermittelt in der elektroschwachen Theorie die geladenen Ströme. Damit stellen detaillierte Messungen von Masse und Kopplungen des W -Bosons einen wichtigen Test des SM dar. Die Masse des W -Bosons bestimmt zusammen mit der Masse des Z -Bosons den schwachen Mischungswinkel. Eine genaue Kenntnis der W -Masse (zusammen mit der Masse des Top-Quarks), trägt über Strahlungskorrekturen dazu bei, den möglichen Massenbereich des Higgs-Bosons einzuschränken.

Im Rahmen des SM sind die Kopplungen des W -Bosons an Fermionen reine $V-A$ -Kopplungen und somit „einfacher“ als die Z -Kopplungen. Andererseits entsprechen die Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung nicht den physikalischen Teilchen des SM, und es tritt Quarkmischung auf. Dadurch wird das vielfältige Forschungsgebiet der „Flavorphysik“ begründet. In dieser Vorlesung werden nur einige Grundlagen diskutiert, Details finden sich in einer Spezialvorlesung. Das SM sagt auch Kopplungen der schwachen Eichbosonen untereinander voraus. Diese können z. B. in der WW -Paarproduktion in e^+e^- -Kollisionen überprüft werden.

4.1 Masse des W -Bosons

4.1.1 W -Boson-Produktion in Proton-Antiproton-Kollisionen

Entdeckung des W -Bosons

Das W -Boson wurde kurze Zeit vor der Entdeckung des Z -Bosons zum ersten Mal in $p\bar{p}$ -Streuung am Sp \bar{p} S bei CERN nachgewiesen [Arn83a, Ban83]. Der Feynman-Graph für W -Boson-Produktion und den Zerfall $W \rightarrow \ell\nu$ auf Bornniveau ist in Abb. 4.1 gezeigt. Im naiven Partonmodell wird das W -Boson in der Kollision eines Valenzquarks des Protons (u, d) mit einem Valenzantiquark des Antiprotons (\bar{u}, \bar{d}) erzeugt. Das Valenzquark und -antiquark tragen je einen Impulsanteil $x_{1,2} \approx 0,2$ des (Anti-)Protons. Um ein W -Boson zu erzeugen, braucht man dann eine Parton-Parton-Schwerpunktsenergie von $\sqrt{\hat{s}} \approx 80$ GeV und somit eine $p\bar{p}$ -Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = \sqrt{\hat{s}/(x_1 x_2)} \approx 400$ GeV. Solche Schwerpunktsenergien waren zuerst am Sp \bar{p} S vorhanden.

Der Zerfall des W -Bosons ist innerhalb des SM ein reiner $V-A$ -Prozess, bei

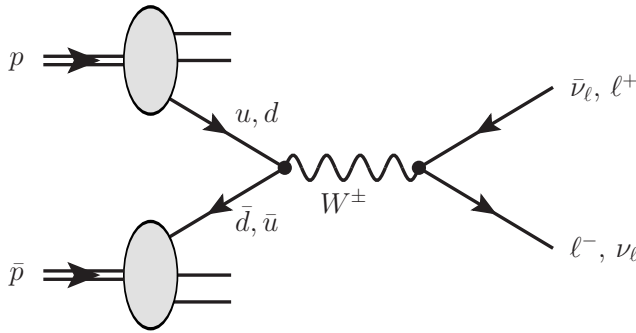


Abbildung 4.1: Feynman-Diagramm für W -Boson-Produktion in $p\bar{p}$ -Kollisionen auf Bornniveau. Zum W -Nachweis und zur Bestimmung der W -Masse werden in der Regel Zerfälle in geladene Leptonen (e , μ) und Neutrinos verwendet.

dem ein Spin-1-Teilchen in zwei Spin-1/2-Teilchen zerfällt. Es entstehen also immer linkshändige Teilchen und rechtshändige Antiteilchen mit parallelen Spins. Damit ist die Winkelverteilung der Teilchen im Endzustand unter Vernachlässigung ihrer Massen gegeben durch die Rotationsmatrix $d_{1,1}^1$:

$$\frac{d\sigma(W \rightarrow \ell\nu)}{d\cos\theta} \sim (1 + \cos\theta)^2. \quad (4.1)$$

Die experimentelle Bestätigung dieser Winkelverteilung dient als Test der Spin-1-Natur des W -Bosons.

Transversale Größen

Der erste Nachweis von W -Bosonen fand im Zerfall $W^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e + \text{h.c.}$ statt. Im Gegensatz zum Z -Nachweis im Zerfall $Z \rightarrow \ell^+ \ell^-$ über die invariante Masse des Leptonpaares kann man hier die Vierervektoren der Zerfallsprodukte nicht vollständig bestimmen. Die Impulsanteile $x_{1,2}$ der Partonen sind von Kollision zu Kollision verschieden, und so ist der longitudinale Impuls p_z des Schwerpunktsystems der Kollision nicht bekannt. Daher verwendet man an Hadron-Collidern generell gern transversale Größen, im Zerfall $W \rightarrow \ell\nu$ insbesondere die Transversalimpulse des Leptons p_T^ℓ und des Neutrinos p_T^ν ,

$$\vec{p}_T = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ 0 \end{pmatrix}, \quad p_T := |\vec{p}_T| = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}. \quad (4.2)$$

Der Transversalimpuls des Neutrinos kann nur indirekt über „fehlende transversale Energie“ \cancel{E}_T (engl.: missing transverse energy, MET) bestimmt werden. Wenn man annimmt, dass das Neutrino das einzige Teilchen ist, das undetektiert dem Detektor entkommt, kann man über die Erhaltung des Transversalimpulses ($\sum \vec{p}_T \approx 0$) die transversale Flugrichtung und Energie des Neutrinos bestimmen. In der Praxis wird dazu die mit dem Polarwinkel θ_i gewichtete Summe der Energien E_i aller Kalorimeterzellen i berechnet:¹

$$\vec{\cancel{E}}_T = - \sum_i E_i \sin\theta_i \begin{pmatrix} \cos\phi_i \\ \sin\phi_i \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

Zur Messung der W -Boson-Masse in $p\bar{p}$ -Kollisionen werden sowohl der Transversalimpuls des Leptons als auch die fehlende transversale Energie verwendet. Eine

¹Diese „rohe“ \cancel{E}_T muss noch auf Effekte wie die geringe Energiedeposition von Myonen im Kalorimeter und mögliche ineffiziente Detektorbereiche korrigiert werden.

weitere Observable, die „transversale Masse“ m_T , kombiniert beide und liefert somit zusätzliche Sensitivität auf m_W , verbunden mit einer unterschiedlichen Abhängigkeit von systematischen Unsicherheiten:

$$m_T^2 := 2 p_T^\ell p_T^\nu \left(1 - \cos(\phi^\ell, \phi^\nu) \right), \quad (4.4)$$

wobei $p_T^\nu = \cancel{E}_T$ gesetzt wird und $\phi^\ell - \phi^\nu$ der Öffnungswinkel zwischen den Transversalimpulsen des Leptons und des Neutrinos ist. Im Ruhesystem des W -Bosons und unter Annahme einer verschwindenden Zerfallsbreite Γ_W ist $p_T = m_W/2 \sin \theta$, und somit

$$m_T = m_W \sin \theta. \quad (4.5)$$

Der differenzielle Wirkungsquerschnitt als Funktion von m_T wird durch eine Variablentransformation im Wirkungsquerschnitt gewonnen. Mit $\mu := m_T/m_W = \sin \theta$ erhält man

$$\frac{d\sigma}{d\mu} = \frac{d\sigma}{d\cos \theta} \left| \frac{d\cos \theta}{d\mu} \right| \quad (4.6)$$

Man erhält für die Jacobi-Determinante dieser Variablentransformation

$$\frac{d\cos \theta}{d\mu} = \frac{d\sqrt{1 - \sin^2 \theta}}{d\mu} = \frac{d\sqrt{1 - \mu^2}}{d\mu} = -\frac{\mu}{\sqrt{1 - \mu^2}}.$$

Der differenzielle Wirkungsquerschnitt als Funktion von m_T besitzt damit einen scharfen Knick bei $m_T = m_W$, den man als „Jacobi-Kante“ (engl.: Jacobian peak) bezeichnet. In Messungen ist die Jacobi-Kante aufgrund zweier Effekte verschmiert (siehe Abb. 4.2): Das W -Boson wird im allgemeinen nicht in Ruhe erzeugt und besitzt eine endliche Zerfallsbreite von $\Gamma_W = 2.098(48)$ GeV. Dennoch erlauben Messungen der Position der Jacobi-Kante die genaueste Bestimmung der W -Boson-Masse in $p\bar{p}$ -Kollisionen. Eine Jacobi-Kante tritt analog auch im differenziellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dp_T$ auf, bei einem Transversalimpuls von $p_T = m_W/2$.

4.1.2 Messung der W -Boson-Masse am Tevatron

Zurzeit werden Messungen der W -Boson-Masse insbesondere bei den Tevatron-Experimenten CDF und DØ durchgeführt. Am Tevatron wird m_W sowohl über die transversale Masse als auch über den Transversalimpuls des Leptons und die fehlende transversale Energie bestimmt. Aufgrund der Komplexität der Detektoren müssen die erwarteten Verteilungen, etwa des differenziellen Wirkungsquerschnitts $d\sigma/dm_T$ mit aufwändigen Simulationsrechnungen bestimmt werden. An die gemessenen Verteilungen werden dann Schablonen (engl.: templates) für verschiedene Werte für m_W angepasst, die sowohl Signalereignisse ($W \rightarrow e\nu$) als auch die erwarteten Untergrundeignisse beinhalten. Mit einer Likelihood-Methode wird die Schablone ausgewählt, die die Daten am besten beschreibt.

Die Genauigkeit der W -Massen-Messung am Tevatron ist nicht durch die Anzahl der produzierten W -Bosonen limitiert, sondern durch systematische Effekte. Die größte systematische Unsicherheit liegt in der Messung der Energie des Elektrons aus dem Zerfall $W \rightarrow e\nu$. Typische elektromagnetische Kalorimeter besitzen eine Auflösung von $\delta E/E \approx 10\%/\sqrt{E [\text{GeV}]}$, also etwa 1,5% für $E \approx 40$ GeV. Die angestrebte Genauigkeit

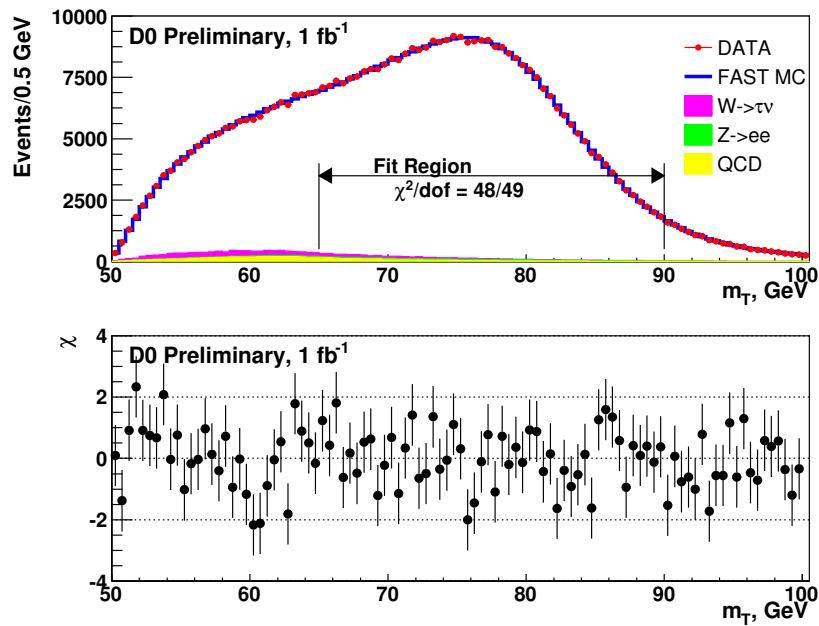


Abbildung 4.2: Verteilung der transversalen Masse m_T des W -Bosons. Aus einer Anpassung von Schablonen an die in den Daten beobachtete Verteilung wird die W -Boson-Masse bestimmt [D0W09].

der Massenbestimmung ist aber $< 0,1\%$. Daher wird das Kalorimeters kalibriert mit den Zerfallsprodukten von Teilchen, deren Masse sehr genau bekannt ist, wie dem Z -Boson. Somit ist eine Messung der W -Boson-Masse am Tevatron eigentlich eine Messung des Verhältnis der W - zur Z -Boson-Masse.

Die Messungen der W -Masse in Tevatron Run I und Run II wurden zuletzt im Sommer 2008 gemittelt. Es wurde ein Wert von $m_W = 80,432(39)$ GeV ermittelt [TEV08]. Zusammen mit den Resultaten von LEP-II ergibt sich ein Weltmittelwert von $80,399(25)$ GeV. Die derzeit beste Einzelmessung der W -Masse stammt vom DØ-Experiment mit $\int L dt = 1 \text{ fb}^{-1}$ und etwa 500.000 nachgewiesenen Zerfällen $W \rightarrow e\nu$. Sie ergibt einen Wert von $m_W = 80,401(43)$ GeV [D0W09] und ist noch nicht im Weltmittelwert berücksichtigt. Alle diese Ergebnisse werden in Abb. 4.3 verglichen.

4.1.3 Messung der W -Boson-Masse bei LEP-II

Die direkte Produktion von W -Bosonen bei LEP wurde erst im zweiten Datennahme-lauf ab 1996 möglich, bei dem die Schwerpunktsenergie an bzw. oberhalb der Schwelle für die Produktion von W^+W^- -Paaren von $\sqrt{s} = 2m_W \approx 161$ GeV lag. Zwischen 1996 und 2000 wurde \sqrt{s} sukzessive von 161 GeV auf bis zu 209 GeV erhöht. In dieser Zeit wurden bei LEP-II etwa 40.000 WW -Paare produziert. Die Feynman-Graphen für den Prozess $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ auf Bornniveau im SM sind in Abb. 4.4 gezeigt. Der gemessene Wirkungsquerschnitt $\sigma_{WW} := \sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma/Z \rightarrow W^+W^-)$ als Funktion von \sqrt{s} ist in Abb. 4.5 mit theoretischen Vorhersagen verglichen. Er stimmt sehr gut mit der Vorhersage des SM überein. Diese Messung dient auch gleichzeitig als Test der Kopplung zwischen drei Eichbosonen (engl.: triple gauge coupling, TGC). Für die TGC ist der kinetische Term für die Eichfelder ($\sim W_{\mu\nu}^a W^{a,\mu\nu}$) in der elektroschwachen Lagrangedichte (2.47) verantwortlich. Wenn es nur den Neutrino-Austausch gäbe oder der

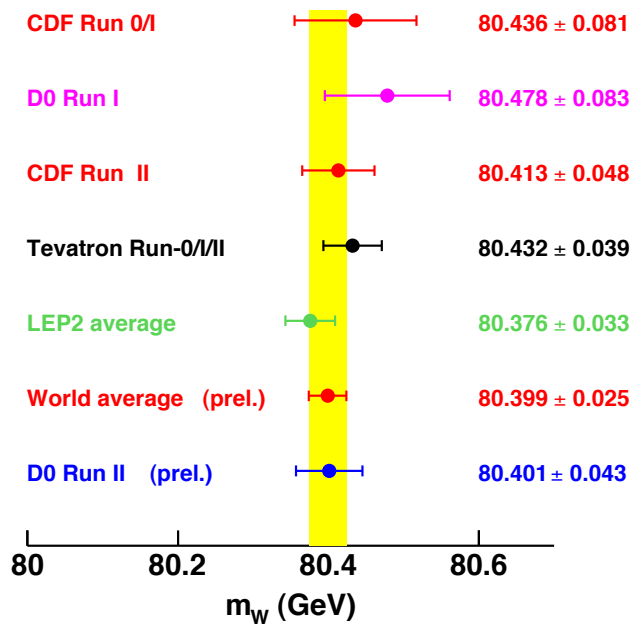


Abbildung 4.3: Übersicht der Messungen der W-Boson-Masse bei LEP-II und am Tevatron (Stand: Mai 2009) [DOW09].

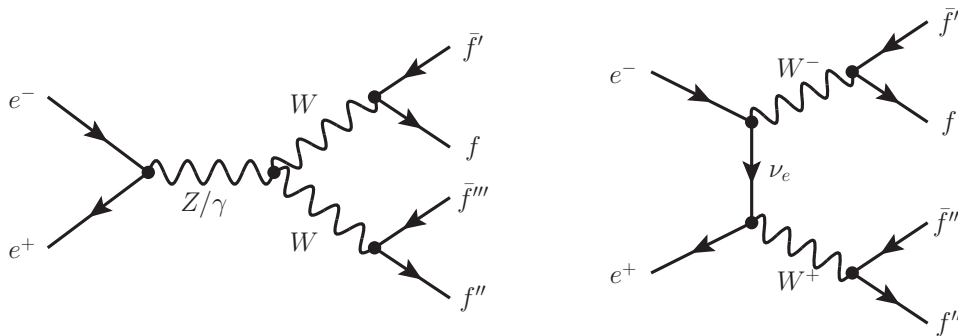


Abbildung 4.4: Feynman-Graphen auf Bornniveau für den Prozess $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$. γWW - und ZWW -Kopplungen (links). Neutrinoaustausch (rechts).

Neutrino-Austausch nur zusammen mit einer γWW -Kopplung aufträte, wüchse der Wirkungsquerschnitt zu stark mit \sqrt{s} und verletzte somit die Unitarität der Streumatrix. Nur durch die Kombination aller drei Kopplungen, inklusive der ZWW -Kopplung, werden die Messdaten beschrieben.

Aufgrund der Verzweigungsverhältnisse des W-Bosons in $\ell\nu$ (10.8% pro Lepton-Flavor) und $q\bar{q}'$ (67.6%) ergeben sich drei mögliche Zerfallskanäle, die im Prinzip alle für die Massenmessung verwendet werden können:

- $WW \rightarrow \ell\nu\ell\nu$: zwei Leptonen und fehlende Energie (10.5%),
- $WW \rightarrow q\bar{q}'\ell\nu$: ein Lepton, zwei Jets und fehlende Energie (43.8%),
- $WW \rightarrow q\bar{q}'q''\bar{q}'''$: vier Jets (45.7%).

Der Anstieg des Wirkungsquerschnitts σ_{WW} an der WW -Schwelle hängt stark vom zur Verfügung stehenden Phasenraum ab, aber nur wenig von der zugrundeliegenden Kopplung zwischen den Fermionen und Eichbosonen. Eine Messung von σ_{WW} an der WW -Schwelle stellt damit eine weitgehend modellunabhängige Messung von m_W dar. Jenseits der WW -Schwelle ergeben sich die genauesten Messungen aus $WW \rightarrow q\bar{q}'\ell\nu$

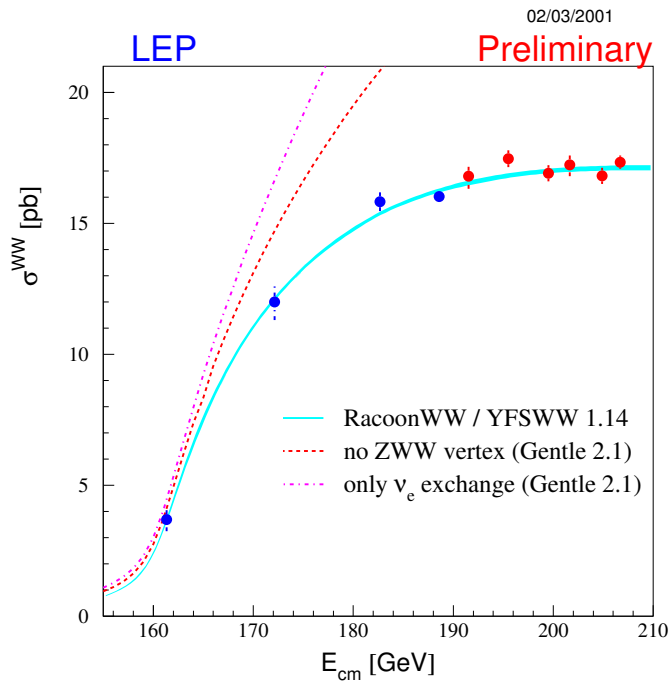


Abbildung 4.5: Wirkungsquerschnitt für die WW -Produktion als Funktion der Schwerpunktsenergie bei LEP-II [LEP]. Die Daten stimmen gut mit der SM-Vorhersage überein. Ein Modell ohne ZWW - und/oder γWW -Kopplung wird von den Daten ausgeschlossen.

und $WW \rightarrow 4$ Jets. Hier wird die invariante Masse der Paare von Fermionen im Endzustand gemessen. Dies geschieht mithilfe eines „kinematischen Fits“, einer Kombination der rekonstruierten Fermionen unter Randbedingungen (z. B. Viererimpulserhaltung, bekannte Strahlenergie). Damit verbessert man die Energieauflösung für Jets und damit die Massenauflösung. Im Falle des 4-Jet-Endzustandes hilft der kinematische Fit auch bei der korrekten Zuordnung von Paaren von Jets, die vom selben W -Boson stammen.

Die beste Einzelmessung der W -Boson-Masse bei LEP stammt vom ALEPH-Experiment: $m_W = 80,440(51)$ GeV. Die letzte vorläufige Kombination der LEP-Daten zur Messung von m_W wurde im Sommer 2006 veröffentlicht, sie ergab einen Mittelwert von $m_W = 80,376(33)$ GeV [Alc06]. Dieser Wert ist im Weltmittelwert berücksichtigt, wie in Abb. 4.3 gezeigt.

4.2 Kopplung des W -Bosons an Fermionen

Die Kopplung des W -Bosons an Fermionen ist universell. Dies kann z. B. aus einer Messung der Verzweungsverhältnisse der W -Boson-Zerfälle in WW -Produktion überprüft werden. Ist die Kombination der Teilchen im Endzustand ein Eigenzustand der elektroschwachen Wechselwirkung, so lautet der geladene Strom

$$J_\mu^{+CC} = \bar{f}' \gamma_\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) f, \quad (4.7)$$

damit sind die Vektor- und Axialvektorkopplung gegeben durch $g_V = g_A = 1$. Diese universelle Kopplung wird allerdings durch die Tatsache verkompliziert, dass die Quarks keine Eigenzustände der elektroschwachen Wechselwirkung sind und somit Quarkmischung beobachtet wird.

4.2.1 Klassifikation der Kopplungen ans W-Boson

Anhand der beteiligten Fermionen lassen sich die Kopplungen des W-Bosons in leptonsche, semileptonische und hadronische Prozesse aufteilen. In Abb. 4.6 sind beispielhaft Feynman-Graphen für alle drei Prozesstypen gezeigt.

Leptonische Prozesse

Die Leptonen sind Eigenzustände der elektroschwachen Wechselwirkung, daher induziert hier die Kopplung an das W-Boson (analog zum Z-Boson) keine Übergänge zwischen den Leptonfamilien. Rein leptonsche Prozesse sind die Zerfälle des Myons und des Taus:

- $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu + \text{h.c.},$
- $\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau + \text{h.c.}$ und $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau + \text{h.c.}.$

Das Tau zerfällt aufgrund seiner großen Masse von 1,77684(17) GeV sowohl in Leptonen als auch in Hadronen. Die Masse des Myons ($m_\mu = 105,658367(4)$ MeV) ist geringer als die des Hadrons mit der geringsten Masse, des Pions ($m_{\pi^\pm} = 139,57018(35)$ MeV). Daher kann das Myon nur leptonsch zerfallen. Der Zerfall des Myons eignet sich daher besonders, um die Stärke der Kopplung zu bestimmen. Die Lebensdauer des Myons ist gegeben durch

$$\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) = \frac{1}{\tau_\mu} = \frac{G_F^2}{192\pi^3} m_\mu^5 (1 + \Delta), \quad (4.8)$$

wobei m_μ die Masse des Myons ist und Δ kleine Korrekturen durch die Massen der beteiligten Teilchen und QED-Korrekturen zusammenfasst. Messungen ergeben einen Wert von

$$G_F = \sqrt{2} \frac{g^2}{8m_W^2} = 1,16637(1) \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}. \quad (4.9)$$

Aus Untersuchungen der Winkelverteilung in Leptonzerfällen lässt sich detailliert überprüfen, ob die Kopplungen des W-Bosons an Leptonen universell ist („Lepton-Universalität“) und den Vorhersagen des Standardmodells entspricht. Die allgemeine differenzielle Zerfallsbreite für den Zerfall $\mu \rightarrow e\nu$ ist gegeben durch

$$\frac{d^2\Gamma}{x^2 dx d\cos\vartheta} \sim 3(1-x) + \frac{2\rho}{3}(4x-3) + 3\eta x_0(1-x)x \pm \mathcal{P}_\mu \xi \cos\vartheta \left[1 - x + \frac{2\delta}{3}(4x-3) \right], \quad (4.10)$$

mit dem Winkel ϑ zwischen Elektronimpuls und Myonspin, der Myonpolarisation \mathcal{P}_μ sowie $x := E_e/m_\mu$ und $x_0 := m_e/\max(E_e)$. Die Parameter ρ , η , ξ und δ bezeichnet man als „Michel-Parameter“. Das SM sagt voraus, dass $\rho = \delta = 3/4$, $\mathcal{P}_\mu \xi = 1$ und $\eta = 0$, was experimentell mit Genauigkeiten von $< 2\%$ bestätigt wurde.

Semileptonische Prozesse

Semileptonische Prozesse sind Prozesse, in denen eine Mischung aus Leptonen und Hadronen beteiligt ist. Beispiele dafür sind

- Pionzerfall: $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu + \text{h.c.},$

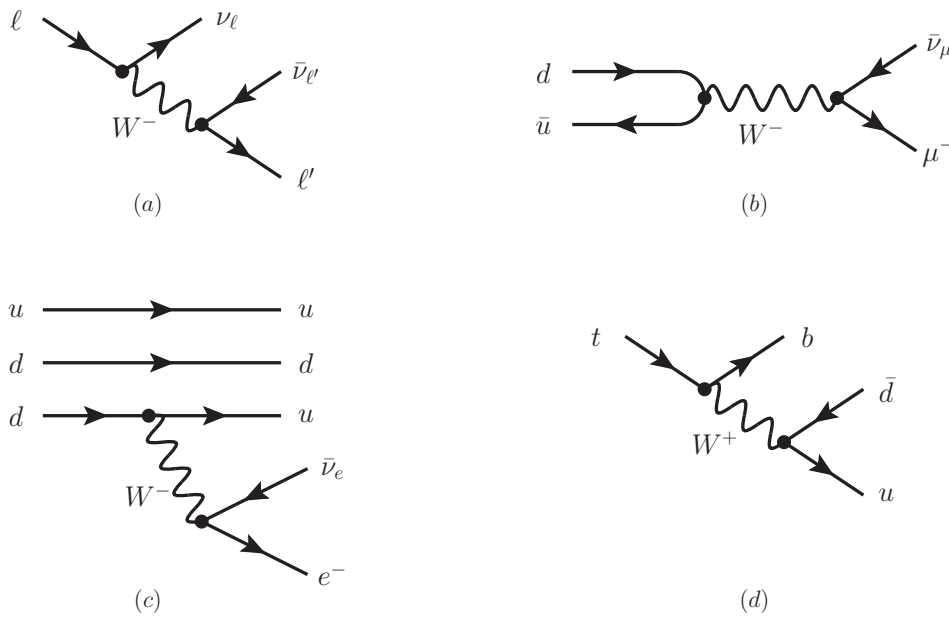


Abbildung 4.6: Feynman-Graphen für Kopplungen des W -Bosons an Fermionen. (a) Leptonischer Prozess: Leptonzerfall. (b) Semileptonischer Prozess: Pionzerfall. (c) Semileptonischer Prozess: Neutronzerfall. (d) Hadronischer Prozess: Top-Quark-Zerfall.

- Neutronzerfall: $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$.

Teilweise werden Prozesse wie der oben genannte Pionzerfall auch als leptonische Zerfälle eines Hadrons klassifiziert, da es nur Leptonen im Endzustand gibt.

Hadronische Prozesse

Wenn in die Wechselwirkung mit dem W -Boson nur Quarks involviert sind, spricht man von einem hadronischen Prozess. Beispiele sind

- W -Produktion in $p\bar{p}$ -Kollisionen mit Zerfall in Quarks: $p\bar{p} \rightarrow W^- \rightarrow q\bar{q}' + \text{h.c.}$,
- Hadronischer Top-Quark-Zerfall, z. B. $t \rightarrow W^+ b \rightarrow u\bar{d} b + \text{h.c.}$

4.2.2 Die CKM-Matrix: Kopplung an Quarks

Wie zuerst von Cabibbo beschrieben und später durch Kobayashi und Maskawa für drei Quarkfamilien formuliert (vgl. Kapitel 1.2.5), sind die physikalischen Quarks nicht Eigenzustände der elektroschwachen Wechselwirkung. Damit ist der schwache geladene Strom für Quarks gegeben durch

$$J_{\mu}^{+CC} = (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t}) \gamma_{\mu} \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) V_{\text{CKM}} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad \text{mit } V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \quad (4.11)$$

Die Quarkmischung ist hierbei durch die Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-(CKM-)Matrix V_{CKM} beschrieben, die, wie in Kapitel 2.3.4 gezeigt wurde, aus der Diagonalisierung der Massenmatrix in der Yukawakopplung für Fermionmassen entsteht. Die Beträge und

Tabelle 4.1: Zahl der Freiheitsgrade der CKM-Matrix.

	3 × 3-Matrix		N × N-Matrix	
	Beträge	Phasen	Beträge	Phasen
Gesamt	9	9	N^2	N^2
–Quark-Phasen		5		$2N - 1$
–reelle Gleichungen	3		N	
–komplexe Gleichungen	3	3	$N(N - 1)/2$	$N(N - 1)/2$
Resultat	3	1	$N(N - 1)/2$	$(N - 1)(N - 2)/2$

Phasen der Elemente der CKM-Matrix werden im SM nicht vorhergesagt, so dass sie experimentell bestimmt werden müssen. V_{CKM} ist eine unitäre komplexe 3×3 -Matrix, d. h.

$$V_{\text{CKM}}^\dagger V_{\text{CKM}} = V_{\text{CKM}} V_{\text{CKM}}^\dagger = \mathbb{1}_3. \quad (4.12)$$

Im folgenden wird eine Parametrisierung von V_{CKM} entwickelt. Dazu ist zunächst die Zahl der Freiheitsgrade von Interesse. Im allgemeinen besitzt V_{CKM} 18 Freiheitsgrade, die Beträge und Phasen der 9 Elemente der Matrix. Die 6 Phasen der Quarkfelder sind nicht beobachtbar. Eine Gesamtphase ist frei, alle weiteren können durch Umdefinition der Felder eliminiert werden. Damit reduziert sich die Zahl der freien Parameter auf 13, davon 9 Beträge und 4 Phasen. Aus der Unitarität von V_{CKM} ergeben sich folgende Bedingungen für die Komponenten von V_{CKM} :

$$3 \text{ reelle Gleichungen: } \sum_{i=1}^3 V_{ij} V_{ij}^* = 1 \quad \text{für } j = 1 \dots 3 \quad (4.13)$$

$$3 \text{ komplexe Gleichungen: } \sum_{i=1}^3 V_{ij} V_{ik}^* = 0 \quad \text{für } j, k = 1 \dots 3, k > j. \quad (4.14)$$

Dabei finden sich in Gleichung (4.13) die Summen der Zeilen von V_{CKM} mit ihrer komplex konjugierten. Durch die drei Gleichungen sind drei Beträge festgelegt. In Gleichungen (4.14) wird die Summe einer Spalte (Zeile) mit der komplex konjugierten jeder anderen Spalte (Zeile) gebildet, und somit drei Beträge und drei Phasen festgelegt. Damit bleiben drei Beträge (analog zu den „Euler-Winkeln“ in der klassischen Mechanik) und eine Phase übrig. Die CKM-Matrix ist also im allgemeinen komplex und kann nicht reell gemacht werden. Diese Überlegung ist in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

CKM-Matrix und CP-Verletzung

Kobayashi und Maskawa haben bei ihrer Formulierung der CKM-Matrix gefordert, dass die CKM-Matrix komplex sein muss, um CP-verletzende Prozesse zu ermöglichen, also Prozesse, die unter der gleichzeitigen Anwendung der diskreten Symmetrien C (Ladungskonjugation) und P (Parität) nicht invariant sind. Dazu haben sie gefordert, dass es im SM mindestens drei Familien von Quarks gibt, so dass die CKM-Matrix eine mindestens eine 3×3 -Matrix mit einer Phase ist.² Um den Zusammenhang zwischen einer

²Dies ist umso bemerkenswerter, da zur Zeit der Veröffentlichung von Kobayashi und Maskawa nur die drei leichten Quarks bekannt waren und nur das Charm-Quark zur Vervollständigung der zweiten Familie bereits postuliert war.

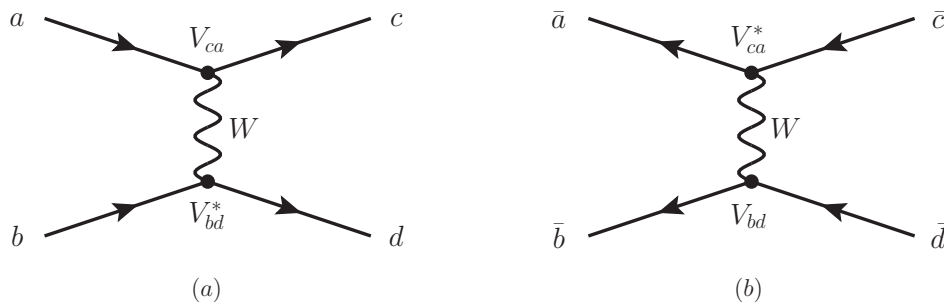


Abbildung 4.7: Schwacher neutraler Strom in den Prozessen (a) $ab \rightarrow cd$ und (b) $\bar{a}\bar{b} \rightarrow \bar{c}\bar{d}$.

komplexen CKM-Matrix und CP -Verletzung zu sehen, betrachtet man die Amplitude für $2 \rightarrow 2$ -Streuung $A(ab \rightarrow cd)$, wie in Abb. 4.7 gezeigt. Diese ist proportional zum Produkt der geladenen Ströme:

$$A(ab \rightarrow cd) \sim J_{\mu,ca}^+ J_{bd}^{\mu-} = V_{ca} V_{bd}^* [\bar{c} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) a] [d \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b]. \quad (4.15)$$

Aufgrund der Crossing-Symmetrie ist $A(ab \rightarrow cd) = A(\bar{c}\bar{d} \rightarrow \bar{a}\bar{b})$. Die Amplitude für den analogen Prozess mit Antiteilchen ist

$$A(\bar{a}\bar{b} \rightarrow \bar{c}\bar{d}) = A(cd \rightarrow ab) \sim V_{ca}^* V_{bd} [\bar{a} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c] [\bar{b} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d] = A^\dagger, \quad (4.16)$$

es ergibt sich genau die Adjungierte von A . Die CP -Operation macht nun aus den in dem Prozess beteiligten linkshändigen Teilchen rechtshändige Antiteilchen, und es ergibt sich für die CP -transformierte Amplitude

$$A_{CP} \sim V_{ca} V_{bd}^* [\bar{a} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c] [\bar{b} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d]. \quad (4.17)$$

Falls die Elemente der CKM-Matrix reell sind, ergibt sich $A_{CP} = A^\dagger$, und die Amplitude ist CP -erhaltend. Da V_{CKM} eine komplexe Phase besitzt, ist dies im allgemeinen nicht erfüllt, womit der Prozess CP -verletzend ist. Die Kopplungen des W -Boson an Quarks sind im SM die einzige Quelle von CP -Verletzung. CP -verletzende Prozesse wurden im System der neutralen Kaonen und in Zerfällen von B -Hadronen nachgewiesen. Die CP -Verletzung wird in Abschnitt 4.3.3 genauer diskutiert.

Wolfenstein-Parametrisierung

Die relative Größe der Elemente der CKM-Matrix wird sichtbar, wenn man von der Parametrisierung mit drei Euler-Winkeln und einer Phase übergeht in eine Entwicklung im Cabibbo-Winkel $\lambda := \sin \theta_C = 0,2257_{-0,0010}^{+0,0009}$:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.18)$$

wobei neben λ noch die reellen Parameter A und ρ sowie ein komplexer Parameter $i\eta$ auftreten. Diese „Wolfenstein-Parametrisierung“ [Wol83] verdeutlicht die relative Größe der Elemente von V_{CKM} : die Diagonalelemente haben Werte nahe bei 1, außerhalb der Diagonalen sind die Werte um Potenzen λ^1 bis λ^3 unterdrückt.

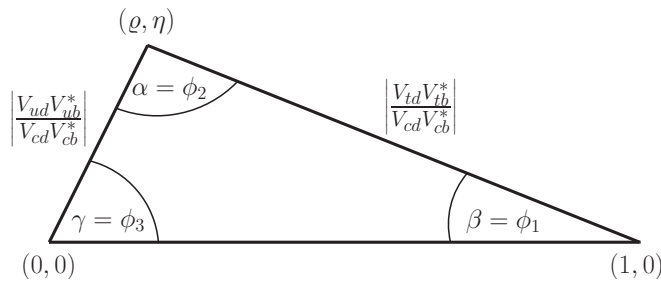


Abbildung 4.8: Das Unitaritätsdreieck (4.20) als Visualisierung der CKM-Matrix.

Unitaritätsdreieck

Die Unitaritätsrelationen (4.14) sind Summen von drei komplexen Zahlen, die jeweils 0 ergeben. Daher kann man Sie als Dreiecke in der komplexen Ebene darstellen. Die Fläche der Dreiecke sind ein Maß für die CP -Verletzung. Besonders gern wird die Relation zwischen der ersten und dritten Spalte benutzt:

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0. \quad (4.19)$$

In der Wolfenstein-Parametrisierung sieht man, dass alle drei Summanden $\mathcal{O}(\lambda^3)$ sind, die drei Dreiecksseiten also etwa gleich lang sind. Experimentell ist dies von Vorteil, da keine Seitenlängen und Winkel des Dreiecks so klein sind, dass sie schwierig zu bestimmen sind. Die Grundseite des Dreiecks wird auf 1 normiert, und es ergibt sich

$$\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} + \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} = -1. \quad (4.20)$$

Damit liegen die drei Ecken des Dreiecks bei $(0,0)$, $(0,1)$ und (ρ, η) , wie in Abb. 4.8 gezeigt.

Die experimentelle Überprüfung der Quarkmischung und der CP -Verletzung im SM wurde ab 1999 von den Experimenten BaBar und Belle an den B -Fabriken vorangetrieben. Das Ziel ist es, durch Messungen der Seitenlängen und Winkel das Unitaritätsdreieck überzubestimmen. Abweichungen von der Dreiecksform würden auf Physik jenseits des SM hindeuten. Das experimentelle Wissen über das Unitaritätsdreieck heute wird von verschiedenen Gruppen gesammelt und zu globalen Fits verwendet. Das Resultat der CKMfitter-Kollaboration [Cha05] ist in Abb. 4.9 gezeigt. Die konkurrierende UTfit-Kollaboration [Ciu01] liefert vergleichbare Ergebnisse unter Verwendung anderer statistischer Methoden.

4.3 Messung der Elemente der CKM-Matrix

Im folgenden werden einige Schlüsselmessungen zu den Beträgen und Phasen der Elemente der CKM-Matrix beschrieben. Weitere Details finden sich in der Spezialvorlesung „Flavorphysik“.

4.3.1 Beträge der CKM-Matrixelemente

Die Beschreibung der Messungen der Beträge der CKM-Matrix und die Mittelwerte der Messungen folgen der Darstellung der Particle Data Group [Ams08].

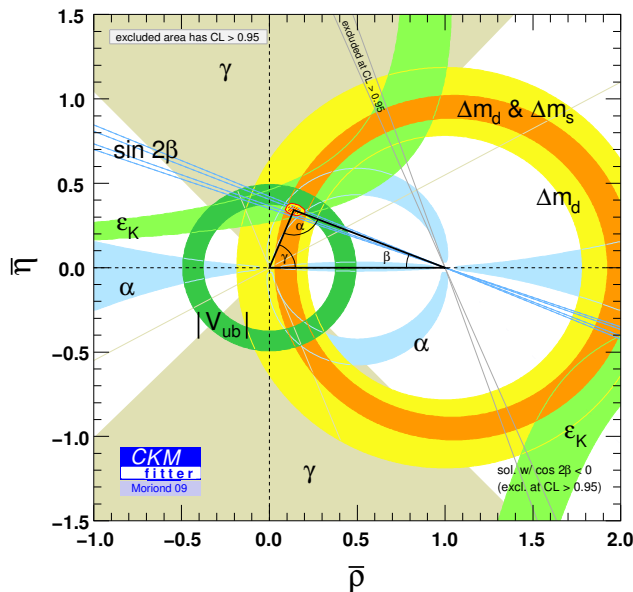


Abbildung 4.9: Experimentelle Beschränkungen des Unitaritätsdreiecks nach der CKMfitter-Kollaboration (Stand: März 2009) [Cha05]

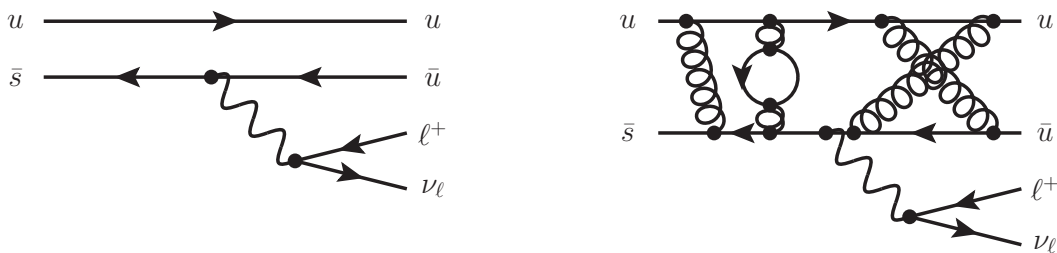


Abbildung 4.10: Semileptonischer Zerfall $K^+ \rightarrow \pi^0 \ell^+ \nu_\ell$ ohne Berücksichtigung der starken Wechselwirkung (links) und mit einigen beispielhaften Prozessen der starken Wechselwirkung (rechts).

Hadronische Unsicherheiten und Formfaktoren

Ein generelles Problem bei der Messung der CKM-Matrixelemente ist die Tatsache, dass sie Übergänge zwischen Quarks beschreiben, jedoch die Quarks in der Natur nicht als freie Teilchen vorliegen, sondern Bindungszustände eingehen und Hadronen formen, wie in Abb. 4.10 illustriert. Die starke Wechselwirkung hält Hadronen durch Gluonaustausch zusammen, ein Prozess, der im allgemeinen nicht störungstheoretisch berechnet werden kann.

Deswegen müssen Messungen von geladenen Strömen zwischen Hadronen übersetzt werden in CKM-Matrixelemente der Quarks. Zu dieser Übersetzung benötigt man häufig theoretische Berechnungen im Rahmen der nichtstörungstheoretischen starken Wechselwirkung, die die Genauigkeit der Messung einschränken. Im Pionzerfall (siehe Abb. 4.6) ergibt sich ein „hadronisches Matrixelement“ $\langle 0 | J_\pi^\mu | \pi \rangle$, das die Erzeugung des Pions aus dem Vakuum beschreiben. Die Amplitude für den Pionzerfall ist dann

$$A \sim \langle 0 | J_\pi^\mu | \pi \rangle \cdot J_{\mu, \text{Leptonen}}. \quad (4.21)$$

Da das Pion ein Spin-0-Teilchen ist, ist der einzige für den Strom zur Verfügung stehen-

de Lorentzvektor der Pionimpuls P_π^μ . Damit macht man den Ansatz

$$\langle 0 | J_\pi^\mu | \pi \rangle = f_\pi P_\pi^\mu \quad (4.22)$$

mit dem „Pion-Formfaktor“ f_π . Diese muss entweder experimentell bestimmt werden oder durch nichtstörungstheoretische Methoden der QCD wie die Gitter-QCD bestimmt werden.

Bestimmung von $|V_{ud}|$

Das CKM-Matrixelement V_{ud} kann z. B. im Neutronzerfall bestimmt werden. Auf Quarkniveau lautet die Amplitude dafür (vgl. Abb. 4.6 (c))

$$A \sim J_{\text{Quarks}}^\mu J_{\mu, \text{Leptonen}} \sim V_{ud} [\bar{u} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d] [\bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_e]. \quad (4.23)$$

Der Leptonstrom bleibt durch die starken Wechselwirkung unverändert, aus dem Quarkstrom wird jedoch ein Hadronstrom der allgemeinen Form

$$J_{\text{Hadronen}}^\mu = \langle p | \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma_5) | n \rangle. \quad (4.24)$$

Experimentell findet man $g_V = 1$ und $g_A \approx 1,25$. Dies wird dadurch erklärt, dass die starke Wechselwirkung aufgrund ihrer Isospininvarianz die Vektorkopplung nicht verändert („CVC-Hypothese“: conserved vector current), die Axialvektorkopplung sich aber verändern kann („PCAC“: partially conserved axial current). Das Matrixelement V_{ud} kann aus dem Neutronzerfall also nur gemessen werden, wenn man gleichzeitig die CVC-Hypothese anwendet und g_A experimentell bestimmt.

Die genaueste Bestimmung von $|V_{ud}|$ stammt aus Betazerfällen bestimmter Atomkerne. Betazerfälle zwischen zwei Atomkernen mit den Quantenzahlen $J^P = 0^+$ (Gesamtdrehimpuls 0, positive Parität) werden als „übererlaubte“ Zerfälle bezeichnet. Diese Zerfälle werden über eine reine Vektorkopplung vermittelt und sind nach der CVC-Hypothese daher praktisch unabhängig von Kerneffekten. Beispiele für solche Atomkerne sind ^{14}O und ^{26}Al . Weitere Messungen von $|V_{ud}|$ werden in Zerfällen von Neutronen und Pionen durchgeführt. Der Mittelwert ergibt sich zu [Ams08]

$$|V_{ud}| = 0,97418(27). \quad (4.25)$$

Bestimmung von $|V_{us}|$

Der Wert von $|V_{us}|$ kann bestimmt werden aus Zerfällen von Kaonen und Hyperonen, die Strange-Quarks enthalten, sowie aus τ -Zerfällen in Teilchen, die Strange-Quarks enthalten. Häufig werden so genannte $K_{\ell 3}$ -Zerfälle verwendet, d. h. semileptonische Zerfälle neutraler oder geladener Kaonen mit drei Teilchen im Endzustand, insbesondere $K \rightarrow \pi \mu \nu_\mu$ und $K \rightarrow \pi e \nu_e$, vgl. Abb. 4.11 (a). Die Kaon-Lebensdauer sowie das Verzweigungsverhältnis für den Zerfallskanal werden experimentell bestimmt. Analog zum Myonzerfall erhält man

$$\Gamma(K \rightarrow \pi \ell \nu) = \frac{1}{\tau_K} = \frac{G_F^2}{192 \pi^3} m_K^5 |V_{us}|^2 F_K \quad (4.26)$$

wobei F_K sowohl elektroschwache Strahlungskorrekturen als auch hadronische Formfaktoren enthält und nur mithilfe theoretischer Vorhersagen bestimmt werden kann. Aus $K_{\ell 3}$ -Zerfällen ergibt sich ein Wert von [Ams08]

$$|V_{us}| = 0,2255(19). \quad (4.27)$$

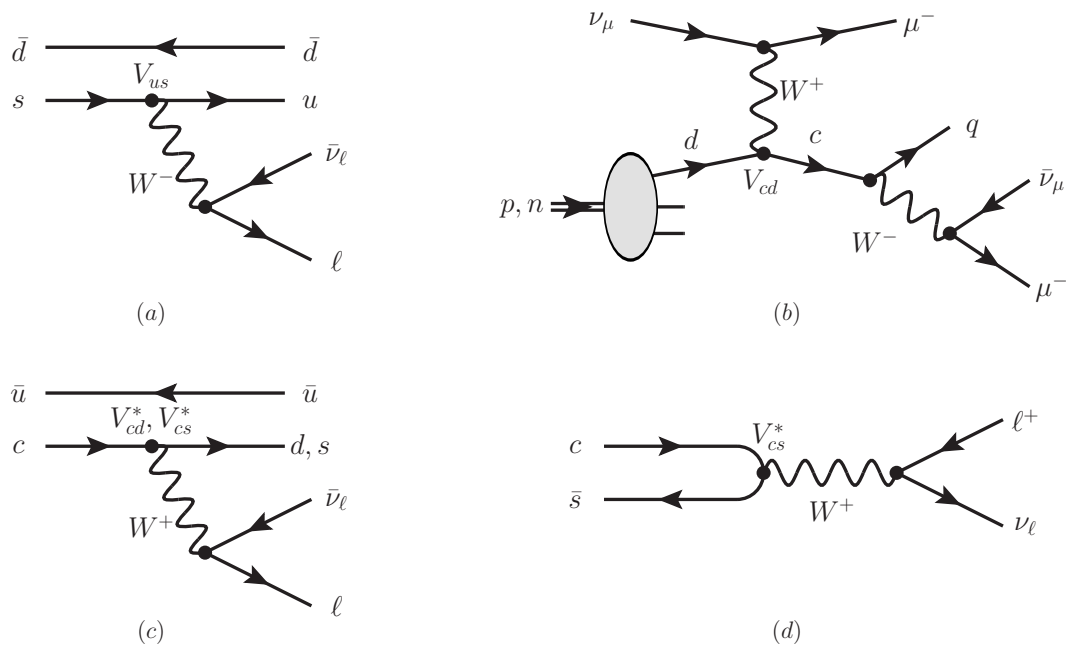


Abbildung 4.11: Feynman-Graphen für Prozesse, die zur Bestimmung der CKM-Matrixelemente verwendet werden. (a) $K_{\ell 3}$ -Zerfall $K \rightarrow \pi \ell \nu$. (b) Charmproduktion in Neutrino-Nukleon-Streuung. (c) Semileptonische D -Meson-Zerfälle $D \rightarrow \pi/K \ell \nu$. (d) Leptonischer D_s -Zerfall $D_s^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell$

Bestimmung von $|V_{cd}|$

Die präziseste Bestimmung von $|V_{cd}|$ stammt aus der Neutrino-Nukleon-Streuung. Wie in Abb. 4.11 (b) gezeigt, geht durch einen geladenen Strom ein einfallendes ν_μ in ein Myon und ein Valenz- d -Quark in ein c -Quark über. Im nachfolgenden semileptonischen Zerfall des c -Quarks entsteht ein weiteres Myon. Man misst dann das Verhältnis von Ereignissen mit zwei Myonen zu Ereignissen mit einem Myon. Experimentell sind auch weitere Quellen von Ereignissen mit zwei Myonen denkbar. Daher bestimmt man das Verhältnis sowohl bei ν_μ -Strahlen (bei denen der Prozess $\nu_\mu d \rightarrow \mu^- c$ stattfindet) als auch bei $\bar{\nu}_\mu$ -Strahlen (bei denen der umgekehrte Prozess $\bar{\nu}_\mu c \rightarrow \mu^+ d$ stark unterdrückt ist, da es keine Valenz-Charmquarks im Nukleon gibt). Aus dem Vergleich dieses Verhältnisses bei ν_μ - und $\bar{\nu}_\mu$ -Strahlen kann $|V_{cd}|$ bestimmt werden [Ams08]:

$$|V_{cd}| = 0,230(11). \quad (4.28)$$

Alternativ können auch semileptonische Zerfälle von D -Mesonen benutzt werden, z. B. $D \rightarrow \pi \ell \nu$. Wie bei den $K_{\ell 3}$ -Zerfällen ergeben sich auch hier theoretische Unsicherheiten aufgrund hadronischer Formfaktoren.

Bestimmung von $|V_{cs}|$

Semileptonische D -Meson-Zerfälle eignen sich ebenso zur Bestimmung von $|V_{cs}|$. Sie müssen dann statt einem Pion ein Hadron mit Strange-Quarks im Endzustand haben, z. B. $D \rightarrow K \ell \nu$. Um experimentell Pionen vom Kaonen und anderen Hadronen zu unterscheiden, werden bei den Experimenten an den B -Fabriken ringabbildende Cherenkov-Detektoren und Flugzeitmesser eingesetzt. Mit ähnlicher Präzision kann

$|V_{cs}|$ auch aus leptonischen D_s -Zerfällen $D_s^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell + \text{h.c.}$ bestimmt werden, dargestellt in Abb. 4.11 (c). Aus der Mittelung der Ergebnisse beider Methoden ergibt sich [Ams08]

$$|V_{cs}| = 1,04(6). \quad (4.29)$$

Bestimmung von $|V_{cb}|$

Die Kopplung zwischen b - und c -Quarks wird aus semileptonischen Zerfällen von B -Mesonen bestimmt. Diese werden an Beschleunigern durchgeführt, an denen gezielt B -Mesonen produziert werden im Prozess $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$. Man verwendet zur Bestimmung von $|V_{cb}|$ zum einen den „inklusive“ Zerfall $\bar{B} \rightarrow X_c \ell \bar{\nu}_\ell$, bei dem man den hadronischen Endzustand X_c nicht genauer auflöst. Zum anderen verwendet man auch „exklusive“ Endzustände, wie z. B. $B^0 \rightarrow D^{(*)} \ell^+ \nu_\ell$. In beiden Fällen werden Verzweigungsverhältnis und Zerfallsrate experimentell bestimmt, Formfaktoren für die Zerfälle müssen theoretisch berechnet werden. Dazu stehen verschiedene „effektive Feldtheorien“ zur Verfügung, in deren Rahmen z. B. aufgrund der vergleichsweise großen Masse des b -Quarks m_b eine Störungsentwicklung in $1/m_b$ vorgenommen wird. Die Kombination der oben beschriebenen Messungen ergibt [Ams08]

$$|V_{cb}| = 0,0412(11). \quad (4.30)$$

Bestimmung von $|V_{ub}|$

Analog zu $|V_{cb}|$ lässt sich auch $|V_{ub}|$ aus inklusiven oder exklusiven semileptonischen B -Zerfällen bestimmen. Im Fall der inklusiven Zerfälle $\bar{B} \rightarrow X_u \ell \bar{\nu}_\ell$ leidet die Messung unter dem Überlapp mit dem etwa 50 mal häufigeren Zerfall $\bar{B} \rightarrow X_c \ell \bar{\nu}_\ell$, der experimentell nur sehr schwer zu unterscheiden ist, wie in Abb. 4.12 gezeigt. Durch die größere Masse des c -Quarks (etwa 1,5 GeV) im Vergleich zum u -Quark wird in einem semileptonischen Zerfall mit einem c -Quark etwas weniger Impuls auf das geladene Lepton übertragen, so dass der Endpunkt des Energiespektrums der Elektronen zu etwas kleineren Werten verschoben ist. Aktuelle Messungen von $|V_{ub}|$ ergeben einen Mittelwert von [Ams08]

$$|V_{ub}| = 3,95(35) \cdot 10^{-3}. \quad (4.31)$$

Bestimmung von $|V_{td}|$, $|V_{ts}|$ und $|V_{tb}|$

Zur Bestimmung von $|V_{tb}|$ kann man sowohl Produktion von $t\bar{t}$ -Paaren in der starken Wechselwirkung als auch die elektroschwache Produktion einzelner Top-Quarks verwenden, beide Prozesse sind in Abb. 4.13 gezeigt. Da bis zum Start des LHC Top-Quarks nur am Tevatron erzeugt werden können, stammen entsprechende Messungen von den Tevatron-Experimenten CDF und DØ. Das Top-Quark zerfällt in einem schwachen geladenen Strom: $t \rightarrow Wq$. Ein Wert von $|V_{tb}| = 1$ entspricht dabei dem Fall, dass ausschließlich der Zerfall $t \rightarrow Wb$ auftritt. Wenn man annimmt, dass es im Standardmodell drei Quarkfamilien gibt und die CKM-Matrix unitär ist, ergibt sich $|V_{tb}|$ aus dem Vergleich des Verzweigungsverhältnisses $\mathcal{B}(t \rightarrow Wb)$ mit $\mathcal{B}(t \rightarrow Wq)$:

$$R := \frac{\mathcal{B}(t \rightarrow Wb)}{\mathcal{B}(t \rightarrow Wq)} = \frac{|V_{tb}|^2}{|V_{td}|^2 + |V_{ts}|^2 + |V_{tb}|^2} = |V_{tb}|^2 \quad (4.32)$$

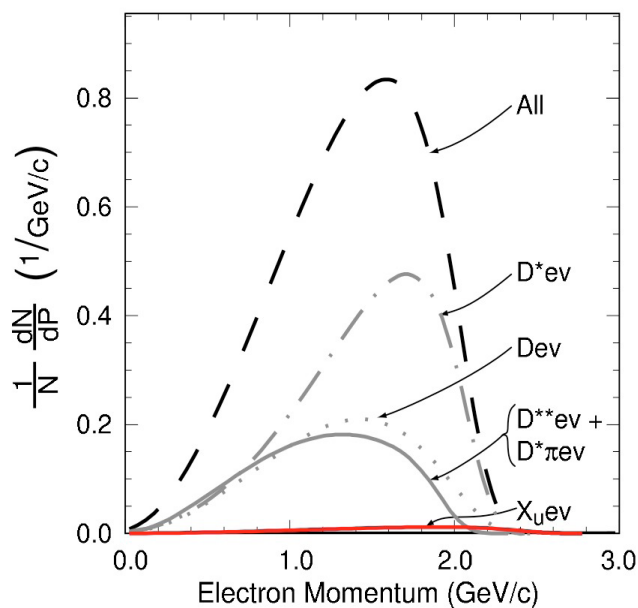


Abbildung 4.12: Impulsverteilung des geladenen Leptons aus Zerfällen $\bar{B} \rightarrow X_{u/c}, \ell \bar{\nu}_\ell$. Der $b \rightarrow u$ -übergang ist nur am kinematischen Endpunkt von $b \rightarrow c$ unterscheidbar (Quelle unbekannt).

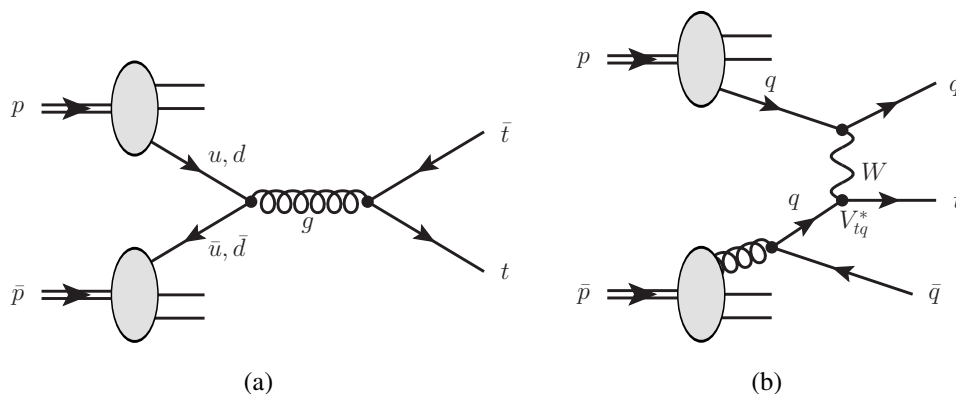


Abbildung 4.13: (a) Häufigster Produktionsprozess für Top-Quark-Paare am Tevatron: $t\bar{t}$ -Produktion in $q\bar{q}$ -Vernichtung. (b) Häufigster Produktionsprozess für einzelne Top-Quarks am Tevatron: t -Kanal-Austausch eines W -Bosons.

Experimentell unterscheidet man den Zerfall $t \rightarrow Wb$ von den anderen Zerfälle über die Identifikation des b -Quarks, beispielsweise aufgrund seiner langen Lebensdauer (b -tagging). Es ergibt sich eine untere Grenze von

$$|V_{tb}| > 0,89 \quad (4.33)$$

bei einem Vertrauensniveau von 95% [Aba08]. In Messungen einzelner Top-Quarks kann $|V_{tb}|$ auch unabhängig von solchen Annahmen bestimmt werden. Vorläufige Resultate von CDF und DØ ergeben bei 95% Vertrauensniveau $|V_{tb}| > 0,71$ (CDF) bzw. $|V_{tb}| > 0,78$ (DØ) [Aal09, Aba09].

Die Werte der CKM-Matrixelemente $|V_{td}|$ und $|V_{ts}|$ sind zu klein, um derzeit direkt aus Zerfällen von Top-Quarks bestimmt werden zu können. Sie können aus Flavor-Oszillationen im System der neutralen B -Mesonen bestimmt werden, die in Abschnitt 4.3.2 diskutiert werden.

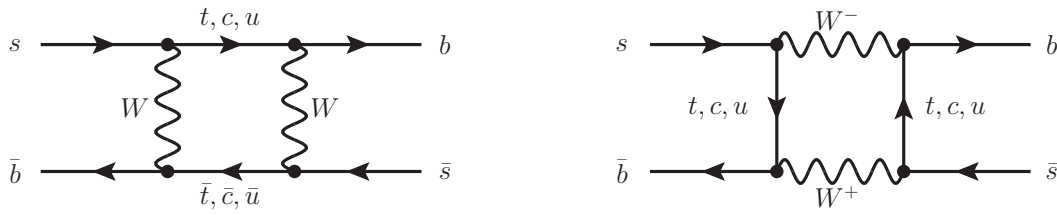


Abbildung 4.14: Boxdiagramme zur Flavor-Oszillation im Standardmodell am Beispiel der B_s^0 - \bar{B}_s^0 -Oszillationen. Die stärkste Kopplung in der Box ist die an das Top-Quark.

4.3.2 Flavor-Oszillationen

Aussagen über die Phase der CKM-Matrix sowie die CKM-Matrixelemente $|V_{td}|$ und $|V_{ts}|$ lassen sich über die eng verknüpften Phänomene der Flavor-Oszillationen und der CP -Verletzung machen. Die Grundzüge der dazu benötigten Phänomenologie werden im folgenden eingeführt, weitere Details finden sich z. B. in [Nie09].

Formalismus der Flavor-Oszillationen

Alle Hadronen sind Eigenzustände der starken Wechselwirkung, aber nicht notwendigerweise der schwachen Wechselwirkung. Durch die schwache Wechselwirkung werden immer Flavoränderungen hervorgerufen, bei einigen neutrale Mesonen $|P\rangle$ gibt es dadurch Prozesse, bei denen sie sich in ihre eigenen Antiteilchen $|\bar{P}\rangle$ umwandeln können. Dieser Prozess wird als Flavor-Oszillation oder Flavor-Mischung bezeichnet. Er tritt insbesondere im System der neutralen K - und B -Mesonen auf:

$$|K^0\rangle = |\bar{s}d\rangle \quad \leftrightarrow \quad |\bar{K}^0\rangle = |s\bar{d}\rangle, \quad (4.34)$$

$$|B_d^0\rangle = |\bar{b}d\rangle \quad \leftrightarrow \quad |\bar{B}_d^0\rangle = |b\bar{d}\rangle, \quad (4.35)$$

$$|B_s^0\rangle = |\bar{b}s\rangle \quad \leftrightarrow \quad |\bar{B}_s^0\rangle = |b\bar{s}\rangle. \quad (4.36)$$

Im SM werden Flavor-Oszillation in führender Ordnung durch die in Abb. 4.14 gezeigten „Boxdiagramme“ hervorgerufen, die auf dem Austausch von zwei W -Bosonen beruhen. Damit kann sich ein reiner Zustand $|P\rangle$ im Laufe der Zeit in eine Mischung aus $|P\rangle$ und $|\bar{P}\rangle$ umwandeln. Dieser Prozess besteht sowohl aus Oszillationen zwischen Meson und Antimeson als auch aus dem gleichzeitigen Zerfall der Teilchen.

Phänomenologisch kann man die Zeitentwicklung dieses Prozesses mit sehr guter Genauigkeit mit der Schrödinger-Gleichung beschreiben. Anstelle des hermiteschen Hamiltonoperators eines Quantensystem benutzt man einen „effektiven Hamiltonoperator“ Σ , eine Kombination aus einem hermiteschen Hamiltonoperator, dargestellt als „Massenmatrix“ M , und einem antihermiteschen Hamiltonoperator, dargestellt als „Zerfallsbreitenmatrix“ $-i\Gamma/2$:

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} |P(t)\rangle \\ |\bar{P}(t)\rangle \end{pmatrix} = \Sigma \begin{pmatrix} |P(t)\rangle \\ |\bar{P}(t)\rangle \end{pmatrix} \quad \text{mit } \Sigma = M - i \frac{\Gamma}{2} = \begin{pmatrix} M_{11} - i\Gamma_{11}/2 & M_{12} - i\Gamma_{12}/2 \\ M_{12}^* - i\Gamma_{12}^*/2 & M_{22} - i\Gamma_{22}/2 \end{pmatrix}. \quad (4.37)$$

Die Diagonalelemente M_{11} und M_{22} sind durch die starke Wechselwirkung festgelegt, die die Quarks zu Hadronen bindet. Die Zerfallsbreiten Γ_{11} und Γ_{22} sowie die Nicht-Diagonalelemente $M_{12}^{(*)}$ und $\Gamma_{12}^{(*)}$ charakterisieren die viel kleineren Effekte von Quarkmischung und Zerfall durch die schwache Wechselwirkung. Das CPT -Theorem besagt,

dass Teilchen und ihre Antiteilchen dieselben Massen und Zerfallsbreiten haben, daher gilt $M_{11} = M_{22} := m$ und $\Gamma_{11} = \Gamma_{22} := \Gamma$. Falls $\Sigma_{12} = \Sigma_{21} = 0$, wären die Eigenwerte von Σ entartet, so dass schon sehr kleine Werte zu messbaren Oszillationseffekten führen.

Die Zeitentwicklung soll jetzt für Zustände mit wohldefinierten Massen und Zerfallsbreiten bestimmt werden, also Zustände, in denen der effektive Hamiltonoperator Σ diagonal ist. Als Ansatz wählt man hierfür einen „leichten“ Masseneigenzustand $|P_L\rangle$ mit Breite Γ_L und einen „schweren“ Masseneigenzustand $|P_H\rangle$ mit Breite Γ_H . Beide sind Linearkombinationen der starken Eigenzustände:

$$|P_L\rangle = p|P\rangle + q|\bar{P}\rangle, \quad |P_H\rangle = p|P\rangle - q|\bar{P}\rangle \quad (4.38)$$

mit den komplexen Koeffizienten p und q , die man so wählen kann, dass gilt $|p|^2 + |q|^2 = 1$. Die Vektoren (p, q) und $(p, -q)$ sind somit Eigenvektoren von Σ . Die Zeitentwicklung der Eigenzustände von Σ aus gegebenen Anfangszuständen $|P_{H,L}\rangle$ lässt sich aus der Schrödinger-Gleichung (4.37) durch Integration bestimmen:

$$|P_{H,L}(t)\rangle = e^{-iM_{H,L}t - \frac{\Gamma_{H,L}}{2}t} |P_{H,L}\rangle. \quad (4.39)$$

Die Zeitentwicklung der Eigenzustände der starken Wechselwirkung $|P\rangle$ und $|\bar{P}\rangle$ kann jetzt berechnet werden aus der Transformation der Zeitentwicklung von $|P_{H,L}\rangle$ mit der Matrix Q der Eigenvektoren aus Gleichung (4.38):

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} |P(t)\rangle \\ |\bar{P}(t)\rangle \end{pmatrix} &= Q \begin{pmatrix} e^{-iM_L t - \frac{\Gamma_L}{2}t} & 0 \\ 0 & e^{-iM_H t - \frac{\Gamma_H}{2}t} \end{pmatrix} Q^{-1} \begin{pmatrix} |P\rangle \\ |\bar{P}\rangle \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} p & p \\ q & -q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-iM_L t - \frac{\Gamma_L}{2}t} & 0 \\ 0 & e^{-iM_H t - \frac{\Gamma_H}{2}t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p & p \\ q & -q \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} |P\rangle \\ |\bar{P}\rangle \end{pmatrix} \\ &=: \begin{pmatrix} g_+(t) & \frac{p}{q}g_-(t) \\ \frac{q}{p}g_-(t) & g_+(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |P\rangle \\ |\bar{P}\rangle \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Durch Ausmultiplizieren kann man die zeitabhängigen Koeffizienten $g_{\pm}(t)$ identifizieren:

$$g_{\pm}(t) = \frac{1}{2} \left[e^{-iM_L t - \frac{\Gamma_L}{2}t} \pm e^{-iM_H t - \frac{\Gamma_H}{2}t} \right]. \quad (4.41)$$

Diese Darstellung erlaubt eine einfache Interpretation der Flavor-Oszillationen, in dem die Quadrate $|g_{\pm}(t)|^2$ Übergangswahrscheinlichkeiten sind:

- $|g_+(t)|^2$: Wahrscheinlichkeit, dass der Zustand $|P\rangle$ ($|\bar{P}\rangle$) nach einer Zeit t im selben Zustand $|P\rangle$ ($|\bar{P}\rangle$) ist.
- $|q/p|^2 |g_-(t)|^2$: Wahrscheinlichkeit, dass $|P\rangle$ nach Zeit t in $|\bar{P}\rangle$ oszilliert ist.
- $|p/q|^2 |g_-(t)|^2$: Wahrscheinlichkeit, dass $|\bar{P}\rangle$ nach Zeit t in $|P\rangle$ oszilliert ist.

Im Fall $p \neq q$ finden also die Übergänge $|P\rangle \rightarrow |\bar{P}\rangle$ und $|\bar{P}\rangle \rightarrow |P\rangle$ mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten statt, eine der möglichen Formen von CP -Verletzung. Dies wird im folgenden Abschnitt 4.3.3 näher diskutiert. Aus

$$Q^{-1} \Sigma Q = \begin{pmatrix} e^{-iM_L t - \frac{\Gamma_L}{2}t} & 0 \\ 0 & e^{-iM_H t - \frac{\Gamma_H}{2}t} \end{pmatrix} \quad (4.42)$$

lässt sich auch das Verhältnis q/p bestimmen, ohne das Eigenwertproblem explizit zu lösen:

$$\frac{q^2}{p^2} = \frac{\Sigma_{21}}{\Sigma_{12}} = \frac{M_{12}^* - i\Gamma_{12}^*/2}{M_{12} - i\Gamma_{12}/2}. \quad (4.43)$$

Im folgenden soll nun angenommen werden, dass keine CP -Verletzung auftritt, d. h. $|q/p| = |p/q| = 1$.

Die Massen und Breiten von $|P\rangle$ und $|\bar{P}\rangle$ hängen mit den Elementen von Σ zusammen. Es ist in der Literatur üblich, in allen Formeln die Massen und Breiten durch die Mittelwerte und Differenzen der Massen und Breiten für $|P_{H,L}\rangle$ auszudrücken:

$$\begin{aligned} m &:= M_{11} = M_{22} = (M_H + M_L)/2, & \Gamma &:= \Gamma_{11} = \Gamma_{22} = (\Gamma_L + \Gamma_H)/2 \\ \Delta m &:= M_H - M_L, & \Delta\Gamma &:= \Gamma_L - \Gamma_H \end{aligned} \quad (4.44)$$

Mit diesen Größen lässt sich aus (4.41) bestimmen

$$|g_{\pm}(t)|^2 = \frac{e^{-\Gamma t}}{2} \left[\cosh \frac{\Delta\Gamma t}{2} \pm \cos(\Delta m t) \right], \quad (4.45)$$

woraus man erkennen kann, dass Flavor-Oszillationen durch zwei Effekte erzeugt werden können, eine Massendifferenz Δm zwischen den Eigenzuständen oder ein Differenz der Zerfallsbreiten $\Delta\Gamma$. Die zeitintegrierte Wahrscheinlichkeit, dass ein Zustand $|P\rangle$ in $|\bar{P}\rangle$ oszilliert und umgekehrt, sind dann gegeben durch:

$$\chi := \frac{\int_0^{\infty} |g_-(t)|^2 dt}{\int_0^{\infty} |g_-(t)|^2 dt + \int_0^{\infty} |g_+(t)|^2 dt} = \frac{x^2 + y^2}{2(x^2 + 1)} \quad \text{mit } x := \frac{\Delta m}{\Gamma}, \quad y := \frac{\Delta\Gamma}{2\Gamma}. \quad (4.46)$$

Hier sieht man, dass der Nettoeffekt der Flavor-Oszillationen auch nach langen Zeiten sichtbar bleibt, und zwar, wenn entweder die Massendifferenz oder die Differenz der Zerfallsbreiten in derselben Größenordnung liegen wie die mittlere Zerfallsbreite.

Beispiel 1: Neutrale Kaonen

Im System der neutralen Kaonen sind Flavor-Oszillationen zuerst vermessen worden. Hier werden die physikalischen Teilchen traditionell anhand ihrer stark unterschiedlichen Lebensdauer unterschieden:

- $|P_L\rangle =: |K_S^0\rangle$: „K-short“, kurze Lebensdauer $\tau = 0,8953(5) \cdot 10^{-10}$ s
- $|P_H\rangle =: |K_L^0\rangle$: „K-long“, lange Lebensdauer $\tau = 5,116(20) \cdot 10^{-8}$ s

Die Lebensdauerdifferenz rührt von den unterschiedlichen Zerfallskanälen her. Der Zerfall $K_L^0 \rightarrow \pi\pi\pi$ besitzt nur eine kleine Massendifferenz zwischen dem Anfangs- und Endzustand ($m_{K^0} = 497,6$ MeV, $m_{3\pi} \approx 410$ MeV), so dass sich eine fast 600 mal längere Lebensdauer ergibt als im Zerfall $K_S^0 \rightarrow \pi\pi$. Damit ist $y = \Delta\Gamma/(2\Gamma) \approx 1$, und es treten starke Oszillationen im Zerfall auf.

Die Massendifferenz Δm im neutralen Kaonsystem kann z. B. durch die Interferenz zwischen dem Zerfall $K_S^0 \rightarrow \pi\pi$ und dem (CP -verletzenden) Zerfall $K_L^0 \rightarrow \pi\pi$ gemessen werden. Nach Gleichung (4.45) ist sie proportional zu $\cos(\Delta m t)$. Experimentell präpariert man dazu einen Strahl von Kaonen, indem man Protonen z. B. auf ein Berylliumoxid-Target lenkt. Bei KTeV-Experiment bleibt nach ca. 120 m Zerfallsstrecke ein reiner K_L^0 -Strahl übrig. Man kann dann den K_L^0 -Strahl teilen und zur Hälfte auf einen „Regenerator“ aus Blei lenken, in dem wieder K_S^0 entstehen. Dies ist in Abb. 4.15 illustriert. Der Mittelwert der Messungen ergibt $\Delta m = 5,292(9) \text{ ns}^{-1}$, womit $x = \Delta m/\Gamma \approx 1$, so dass im Kaon-System auch die Massendifferenz zur Oszillation beiträgt.

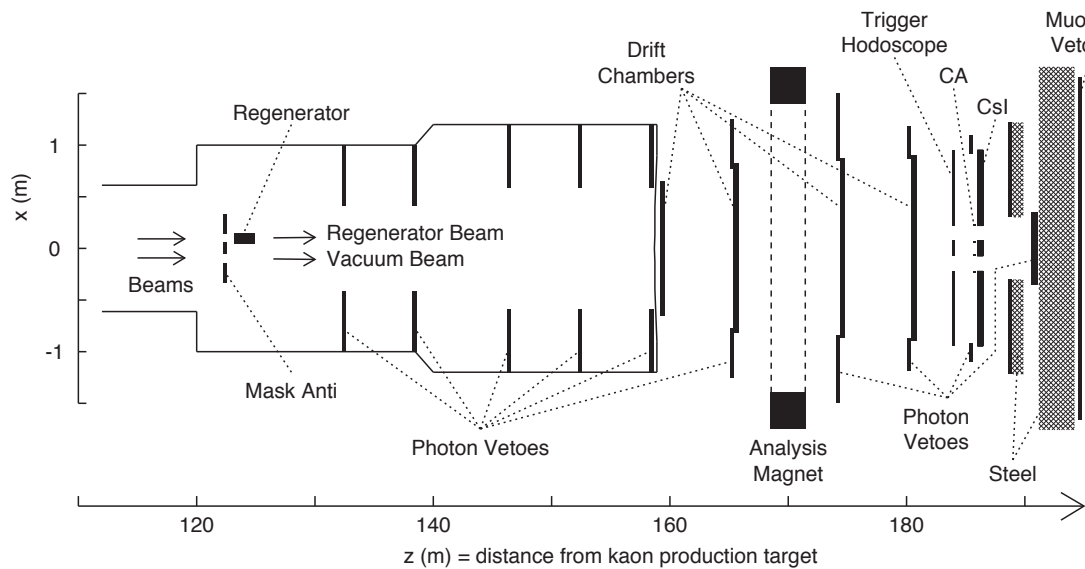


Abbildung 4.15: Draufsicht auf den KTeV-Detektor [AH03]. Einer der beiden K_L^0 -Strahlen wird im Generator teilweise in einen K_S^0 -Strahl umgewandelt.

Beispiel 2: Neutrale B -Mesonen

Flavor-Oszillationen wurden auch im System der neutralen B -Mesonen beobachtet, sowohl für das B_d - wie für das B_s -System. Die relativ große Masse der $B_{d,s}$ -Mesonen erlaubt Zerfälle in viele verschiedene Kanäle, so dass die Differenz der Zerfallsbreiten in beiden Fällen klein ist im Vergleich zur mittleren Zerfallsbreite (gemessen wurde $y_d < 0,01$ und $y_s \approx 0,05$). Die Zerfallsbreiten spielen also in beiden Fällen nur eine untergeordnete Rolle, und Mischungseffekte dominieren.

Im SM werden die Oszillationen durch Box-Diagramme wie in Abb. 4.14 vermittelt. Die Berechnung der Amplitude für diese Diagramme geht über diese Vorlesung hinaus. Die Kopplungsstärke an jedem Vertex hängt zusammen mit der Größe relevanten CKM-Matrixelement und der Masse der beteiligten Teilchen. Mit $m_t \gg m_q$ ($q = d, s$) und $V_{tb} \approx 1$ ergibt sich der dominante Term zu

$$\Delta m \approx 2|M_{12}| \quad \text{mit } M_{12} \sim G_F^2 m_W^2 S(m_t^2/m_W^2)(V_{td}^* V_{ts})^2. \quad (4.47)$$

Dabei ist $S \approx 2,3$ eine bekannte Funktion der größten Masse im Boxdiagramm. Durch den Vergleich der CKM-Matrixelemente im B_d -System ($V_{td} \sim \lambda^3$) und im B_s -System ($V_{td} \sim \lambda^2$) erwartet man in letzterem eine etwa 20 mal größere Mischung. Mit einigen theoretischen Annahmen über hadronische Unsicherheiten und die Unitarität der CKM-Matrix kann man aus einer Messung der Flavor-Oszillationen umgekehrt die Beträge der Matrixelemente $|V_{td}|$ und $|V_{ts}|$ bestimmen.

Im System der B_d -Mesonen wurden Flavor-Oszillationen zum ersten Mal vom ARGUS-Experiment gemessen [Alb87]. Im Prozess $e^+e^- \rightarrow Y(4S) \rightarrow B\bar{B}$ wurden B -Mesonen gezielt erzeugt. Die Oszillationswahrscheinlichkeit wird aus Ereignissen bestimmt, in denen beide B -Mesonen semileptonisch zerfallen: $B \rightarrow X\ell^-\bar{\nu}_\ell$ und $\bar{B} \rightarrow X'\ell^+\nu_\ell$. Wenn keines oder beide B -Mesonen oszilliert sind, haben die Leptonen aus den Zerfällen unterschiedliche Ladungsvorzeichen („opposite sign“), ansonsten dieselben Ladungsvorzeichen („same sign“). Bei ARGUS wurde eine zeitintegrierte Oszillationswahrscheinlichkeit (vgl. Gleichung (4.46)) von $\chi_d = 0,17(5)$ gemessen, der

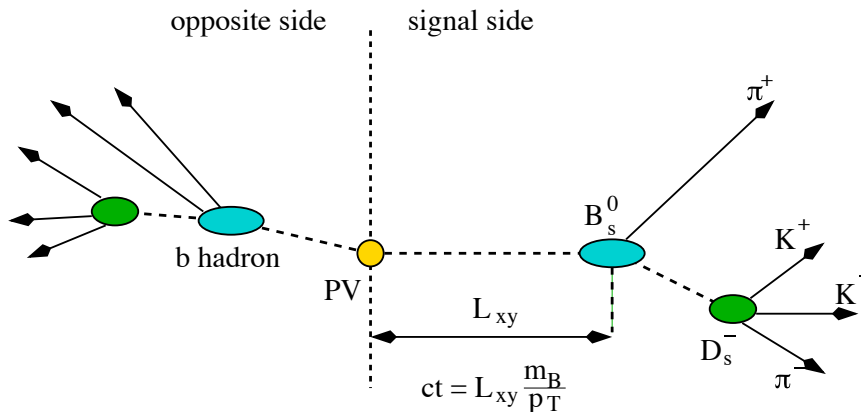


Abbildung 4.16: Prinzip der Messung von B_s^0 - \bar{B}_s^0 -Oszillationen [HM]. Zur Messung wird die Zerfallslänge und der B_s^0 -Flavor bei Produktion und Zerfall benötigt.

heutige Weltmittelwert ist $\chi_d = 0,1873(24)$, was für $\Gamma_d = 0$ einem Wert von $\Delta m_d = 0,507(5) \text{ ps}^{-1}$ entspricht. Im Jahr der Entdeckung 1987 war die Stärke der beobachteten Oszillationen ein klares Zeichen dafür, dass das bis dorthin noch nicht entdeckte Top-Quark eine große Masse von $m_t > 50 \text{ GeV}$ besitzen musste. Dieses Ergebnis ist ein gutes Beispiel dafür, dass man Effekte sehr massiver Teilchen studieren kann, ohne sie direkt zu erzeugen. Dies Konzept wird auch bei der Suche nach Physik jenseits des SM eingesetzt.

Flavor-Oszillationen im B_s -System wurden zuerst am Tevatron beobachtet [Abu06]. Die gemessene Massendifferenz beträgt $\Delta m_s = 17,77(12) \text{ ps}^{-1}$, in sehr guter Übereinstimmung mit den Erwartungen aus globalen Fits der CKMFitter- und UTfit-Gruppen [Cha05, Ciu01]. Zusammen mit der Messung der B_d -Oszillationen lässt sich so auch das Verhältnis der relevanten CKM-Matrixelemente messen: $|V_{td}/V_{ts}| = 0,209(6)$, wobei die theoretischen Unsicherheiten dominieren.

In Abb. 4.17 sind die Übergangswahrscheinlichkeiten $|g_{\pm}(t)|^2$ für das B_s -System aufgetragen. Die experimentelle Herausforderung liegt darin, eine Oszillation mit einer Frequenz von $2\pi\Delta m_s = 2,83 \times 10^{12} \text{ Hz}$ zu messen. Dazu wird eine zeitaufgelöste Messung der Oszillationswahrscheinlichkeit durchgeführt, d. h. es wird die Wahrscheinlichkeit bestimmt, ein B_s^0 nach einer Zeitdauer Δt als B_s^0 oder \bar{B}_s^0 vorzufinden. Man braucht also Messungen der Zerfallslänge des B_s^0 und muss den Flavor des B_s^0 sowohl bei der Produktion als auch beim Zerfall (aus den Tochterteilchen) bestimmen. Dies ist in Abb. 4.16 illustriert.

Man verwendet für die Messung sowohl hadronische B_s^0 -Zerfälle $B_s^0 \rightarrow D_s\pi$ und $B_s^0 \rightarrow D_s\pi\pi\pi$ als auch semileptonische Zerfälle $B_s^0 \rightarrow D_s\ell X$. Erstere bieten dabei die größere Messgenauigkeit, da sie voll rekonstruiert werden können. Zur Identifikation des Flavors bei der Produktion kann man das zweite B -Hadron nutzen, das aus demselben $b\bar{b}$ -Paar hervorgegangen ist und daher bei der Produktion den jeweils anderen Flavor besessen haben muss. Diese Methode bezeichnet man als „opposite side flavor tagging“. Man kann den B_s^0 -Flavor bei der Produktion auch aus dem Flavor der Teilchen bestimmen, die mit zusammen mit dem B_s^0 produziert wurden (meistens Kaonen), so dass ihr Flavor ebenfalls mit dem des B_s^0 korreliert ist. Diese Methode heißt „same side flavor tagging“.

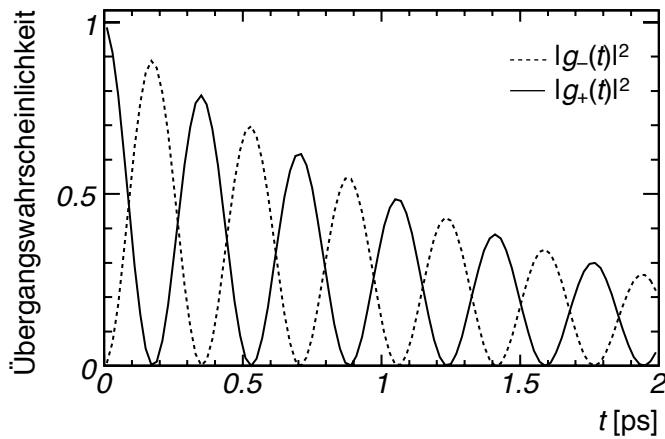


Abbildung 4.17: Übergangswahrscheinlichkeiten $|g_{\pm}(t)|^2$ für $B_s^0-\bar{B}_s^0$ -Oszillationen (vgl. Gleichung (4.45)).

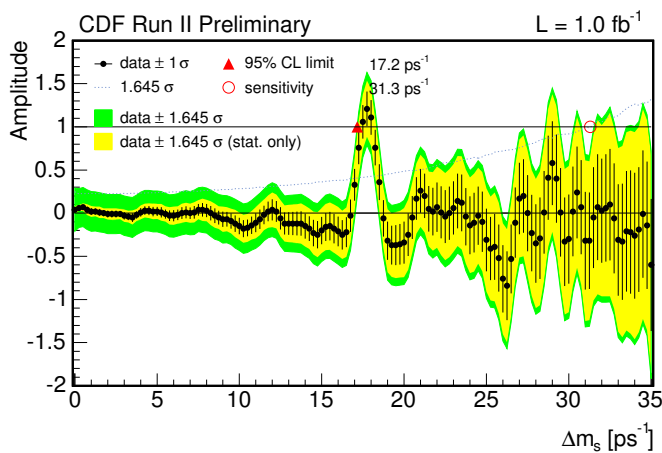


Abbildung 4.18: Bestimmung der Oszillationsfrequenz im B_s -System [Abu06]. Bei einer Massendifferenz von $\Delta m_s = 17,77(12) \text{ ps}^{-1}$ ist ein klares Signal zu sehen. Das Experiment kann Massendifferenzen größer als $\Delta m_s = 31,3 \text{ ps}^{-1}$ nicht mehr nachweisen.

4.3.3 CP-Verletzung

Die diskrete Symmetrieoperation CP ist die Kombination der Ladungskonjugation C , die alle ladungsartigen (d. h. additiven) Quantenzahlen umkehrt, und der Paritätsoperation P , die Impulse von Teilchen umdreht. Die Kombination macht dann aus einem linkshändigen Teilchen ein rechtshändiges Antiteilchen usw. Zunächst sah es so aus, als ob diese Symmetrie in der schwachen Wechselwirkung erhalten wäre, doch die Beobachtung des Zerfalls $K_L^0 \rightarrow \pi\pi$ mit einem Verzweungsverhältnis von etwa 10^{-3} im Jahre 1964 hat gezeigt, dass auch diese Symmetrie verletzt ist [Chr64]. Um die verschiedenen Arten von CP -Verletzung zu klassifizieren, betrachtet man vier Amplituden für Übergänge von Mesonen P (neutral oder geladen) und deren Antiteilchen \bar{P} in Endzustände f und \bar{f} .

$$A_f := A(P \rightarrow f), \quad A_{\bar{f}} := A(P \rightarrow \bar{f}), \quad \bar{A}_f := A(\bar{P} \rightarrow f), \quad \bar{A}_{\bar{f}} := A(\bar{P} \rightarrow \bar{f}). \quad (4.48)$$

Man unterscheidet nun drei Arten von CP -Verletzung, siehe Abb. 4.19:

1. „Indirekte CP -Verletzung“ oder „ CP -Verletzung in der Mischung“:

$$\left| \frac{q}{p} \right| \neq 1, \quad (4.49)$$

d. h. unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten für Übergänge $|P\rangle \rightarrow |\bar{P}\rangle$ und $|\bar{P}\rangle \rightarrow |P\rangle$ während der Flavor-Oszillationen.

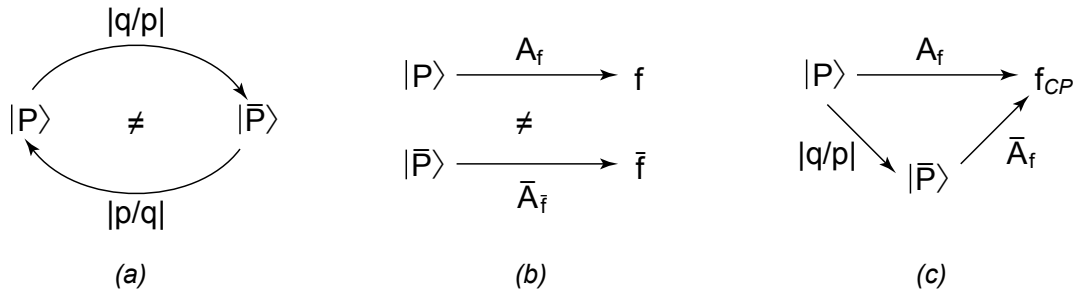


Abbildung 4.19: Die drei Arten von CP -Verletzung: (a) Indirekte CP -Verletzung (in der Mischung). (b) Direkte CP -Verletzung (im Zerfall). (c) CP -Verletzung in der Interferenz von Mischung und Zerfall.

2. „Direkte CP -Verletzung“ oder „ CP -Verletzung im Zerfall“:

$$\left| \frac{A_f}{\bar{A}_{\bar{f}}} \right| \neq 1, \quad (4.50)$$

d. h. die Amplituden für einen Zerfall und seinen CP -konjugierten Zerfall sind nicht gleich.

3. „ CP -Verletzung in der Interferenz zwischen Mischung und Zerfall“:

$$\Im \left(\frac{q A_f}{p \bar{A}_{\bar{f}}} \right) \neq 0. \quad (4.51)$$

Indirekte CP -Verletzung

Die indirekte CP -Verletzung ist die erste Form von CP -Verletzung, die 1964 im System neutraler Kaonen entdeckt wurde. Im System neutraler Kaonen und B -Mesonen bewirkt die CP -Operation, dass

$$CP|P\rangle = -|\bar{P}\rangle, \quad CP|\bar{P}\rangle = -|P\rangle. \quad (4.52)$$

Wenn man in Gleichung (4.38) $p = q$ (reell) setzt, sind die Zustände $|P_L\rangle$ und $|P_H\rangle$ CP -Eigenzustände:

$$|P_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(P + \bar{P}) \Rightarrow CP|P_L\rangle = -|P_L\rangle \quad (4.53)$$

$$|P_H\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(P - \bar{P}) \Rightarrow CP|P_H\rangle = +|P_H\rangle. \quad (4.54)$$

Im Kaonsystem ist $|q/p| = 1$ nicht erfüllt, so dass die physikalischen Teilchen K_S^0 und K_L^0 kleine Beimischungen $|\epsilon| = 2,229(12) \cdot 10^{-3}$ der jeweils anderen CP -Eigenzustands haben und der Zerfall $K_L^0 \rightarrow \pi\pi$ möglich wird.

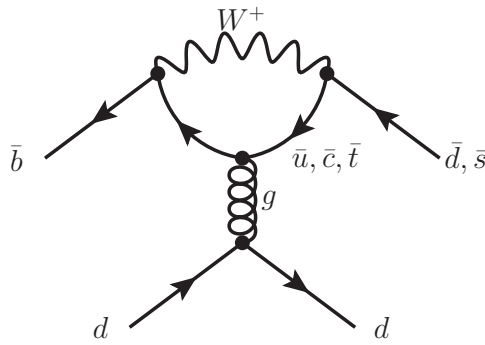


Abbildung 4.20: Pinguin-Diagramm für die Zerfälle $\bar{B}_d^0 \rightarrow K\pi$ und $\bar{B}_d^0 \rightarrow \pi\pi$. Die Pionen und Kaonen entstehen durch Erzeugung eines zusätzlichen $u\bar{u}$ -Paares im Endzustand.

Direkte CP -Verletzung

Direkte CP -Verletzung tritt auf, wenn die Zerfallsraten für einen Zerfall und seinen CP -konjugierten Zerfall nicht dieselben sind, also $|A_f/\bar{A}_{\bar{f}}| \neq 1$. Diese Art von CP -Verletzung wurde bereits in Abschnitt 4.2.2 diskutiert, wo gezeigt wurde, dass es im SM Unterschiede zwischen A_f und $\bar{A}_{\bar{f}}$ geben kann, wenn die CKM-Matrix eine komplexe Phase besitzt. Für geladene Mesonen, die keine Flavor-Oszillationen zeigen, ist dies die einzige Quelle von CP -Verletzung. Direkte CP -Verletzung wurde sowohl im Kaon- als auch im B -System nachgewiesen, z. B. in den Zerfällen $K^0/\bar{K}^0 \rightarrow \pi\pi$, $B_d^0/\bar{B}_d^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ und $B_d^0/\bar{B}_d^0 \rightarrow K^\pm\pi^\mp$. Im Kaon-System ist der Effekt der direkten CP -Verletzung zusätzlich zum Effekt der indirekten CP -Verletzung vorhanden, nur ist er deutlich kleiner. Ein Maß für die relative Größe der Effekte ist $|\epsilon'/\epsilon| = 1,65(26) \cdot 10^{-3}$. Solche CP -verletzenden Wechselwirkungen werden im SM häufig über Prozesse höherer Ordnung vermittelt, z. B. durch Pinguin-Diagramme,³ wie in Abb. 4.20) gezeigt.

CP -Verletzung in der Interferenz zwischen Mischung und Zerfall

Für neutrale Mesonen kann auch durch das Zusammenspiel von Flavor-Oszillationen und unterschiedlichen Zerfallsbreiten CP -Verletzung auftreten. Diese Art von CP -Verletzung ist insbesondere an den B -Fabriken genau untersucht worden. Man vergleicht dazu Zerfälle von $|P\rangle$ und $|\bar{P}\rangle$ in denselben CP -Eigenzustand f_{CP} . Wie in Abb. 4.19 c) illustriert, kann der Zerfall entweder direkt oder nach einer Mischung erfolgen. Die CP -Verletzung ist nur in der Interferenz zwischen beiden sichtbar.

Das wichtigste Beispiel dieser Klasse von Zerfällen ist der so genannte „goldene Zerfall“ $B_d^0/\bar{B}_d^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$ (wobei angenommen wird, dass K_S^0 in guter Näherung ein CP -Eigenzustand ist). Dieser Zerfall ist deshalb so gut geeignet, weil er so gut wie keine hadronischen Unsicherheiten besitzt. Gleichzeitig ist er nur schwer experimentell zugänglich, denn sein Verzweigungsverhältnis ist sehr klein: $\mathcal{B}(B \rightarrow J/\psi K_S^0 \rightarrow \ell^+\ell^-\pi^+\pi^-) \approx 10^{-5}$. Bei den B -Fabriken misst man eine zeitaufgelöste Asymmetrie der Zerfallsbreiten

$$A_{CP}(t) := \frac{\Gamma(\bar{P} \rightarrow f_{CP})(t) - \Gamma(P \rightarrow f_{CP})(t)}{\Gamma(\bar{P} \rightarrow f_{CP})(t) + \Gamma(P \rightarrow f_{CP})(t)}, \quad (4.55)$$

d. h. die Zahl der produzierten CP -Eigenzustände aus P und \bar{P} wird als Funktion der

³Der Begriff des Pinguin-Diagramms wurde im Jahr 1977 vom CERN-Physiker John Ellis nach einer verlorenen Dartpartie mit Melissa Franklin (jetzt Harvard) in einer Veröffentlichung erstmals benutzt.

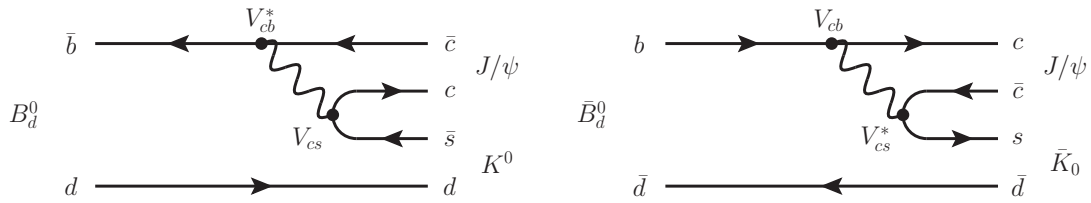


Abbildung 4.21: Beiträge zum goldenen Zerfall $B \rightarrow J/\psi K_S^0$ auf Bornniveau.

gemessenen Lebensdauer bestimmt. Aus dem Formalismus der Flavor-Oszillationen ergibt sich (unter der Annahme verschwindender direkter CP -Verletzung)

$$A_{CP}(t) = -\Im \left(\frac{q}{p} \cdot \frac{A_f}{\bar{A}_f} \right) \sin(\Delta m t), \quad (4.56)$$

wobei der erste Term die Interferenz aus Mischung und Zerfall illustriert und der zweite Teil die Flavor-Oszillationen durch die Massendifferenz Δm beinhaltet. Im SM erhält man q/p in ersten Näherung analog zu Gleichung (4.47), mit den CKM-Kopplungen aus den relevanten Boxdiagrammen (Abb. 4.14). Das Amplitudenverhältnis A_f/\bar{A}_f beinhaltet die in Abb. 4.21 gezeigten CKM-Kopplungen im Zerfall. Damit erhält man eine CP -verletzende Amplitude von

$$-\Im \left(\frac{q}{p} \frac{A_f}{\bar{A}_f} \right) = -\Im \left(\frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}^*} \cdot \frac{V_{cb}^* V_{cs}}{V_{cb} V_{cs}^*} \right). \quad (4.57)$$

In der Näherung der Wolfenstein-Parametrisierung (4.18) hat nur V_{td} eine Phase, und man erhält

$$-\Im \left(\frac{q}{p} \frac{A_f}{\bar{A}_f} \right) \approx -\Im \left(\frac{V_{td}}{V_{td}^*} \right) = -\sin(2 \arg(V_{td})) = -\sin(2 \arg(1 - \rho - i\eta)) = \sin(2\beta). \quad (4.58)$$

Aus einer Messung des goldenen Zerfalls $B \rightarrow J/\psi K_S^0$ kann man also den Winkel β im Unitaritätsdreieck bestimmen (vgl. Abb. 4.8). Die derzeitigen Messungen dieses Winkels ergeben einen Mittelwert von $\sin(2\beta) = 0,671(22)$ [Ams08]. Wie in Abb. 4.9 gezeigt, trägt diese Messung entscheidend dazu bei, den Apex des Unitaritätsdreiecks zu bestimmen. Aufgrund der sehr guten Übereinstimmung aller Messung zu Beträgen und Phasen der CKM-Matrix wurde das „CKM-Bild“ der Quarkmischung als (einzige) Quelle der CP -Verletzung im SM etabliert.

Physik der Gluonen

5.1 QCD als Theorie der starken Wechselwirkung

In den 1970er Jahren wurde die Quantenchromodynamik (QCD) als die fundamentale Theorie der starken Wechselwirkung postuliert und danach sukzessive experimentell bestätigt. Wie in Abschnitt 2.2.4 diskutiert, beschreibt die QCD die Wechselwirkung zwischen Objekten, die die Quantenzahl „Farbladung“ besitzen, den Quarks und den Gluonen. Die QCD beruht auf der nichtabelschen Eichgruppe $SU(3)$, so dass die Austauscheteilchen der QCD, die Gluonen, ebenso Farbladung besitzen. Ein wichtiger experimenteller Befund ist das „Confinement“, also die Tatsache, dass es keine freien farbgeladene Teilchen gibt, sondern diese in Hadronen gebunden sind. Im Gegensatz dazu gibt es bei hohen Energien die „asymptotische Freiheit“, nach der man farbgeladene Teilchen in Hadronen also quasi-frei betrachten darf.

Bei Energien, für die man die QCD störungstheoretisch behandeln kann („perturbative QCD“), können die Vorhersagen der QCD an Teilchenbeschleunigern experimentell überprüft werden, beispielsweise durch Bestimmung der Zahl der Farbfreiheitsgrade, Messung der starken Kopplungskonstante und tiefinelastische Elektron-Nukleon-Streuung. Einige dieser Experimente sollen im folgende beschrieben werden. Weitere Details sind z. B. in [Bet07] zu finden.

5.1.1 Zahl der Farbladungen

Der Quarkinhalt des Ω^- ($|sss\rangle$) hatte bereits nahegelegt, dass es eine neue Quantenzahl „Farbe“ geben muss. In der QCD gibt es $N_c = 3$ Farbfreiheitsgrade, als „rot“, „grün“ und „blau“ bezeichnet. Die Größe N_c kann man dann aus Produktions- oder Zerfallsprozessen an Collidern bestimmen, in denen Quarks beteiligt sind.

Verhältnis der Hadronproduktion zur Myonpaarproduktion

Die Zahl der Farbladungen kann durch den Vergleich zwischen Hadronproduktion und $\mu^+\mu^-$ -Produktion in e^+e^- -Streuung bestimmt werden. Beide sind in niedrigster Ord-

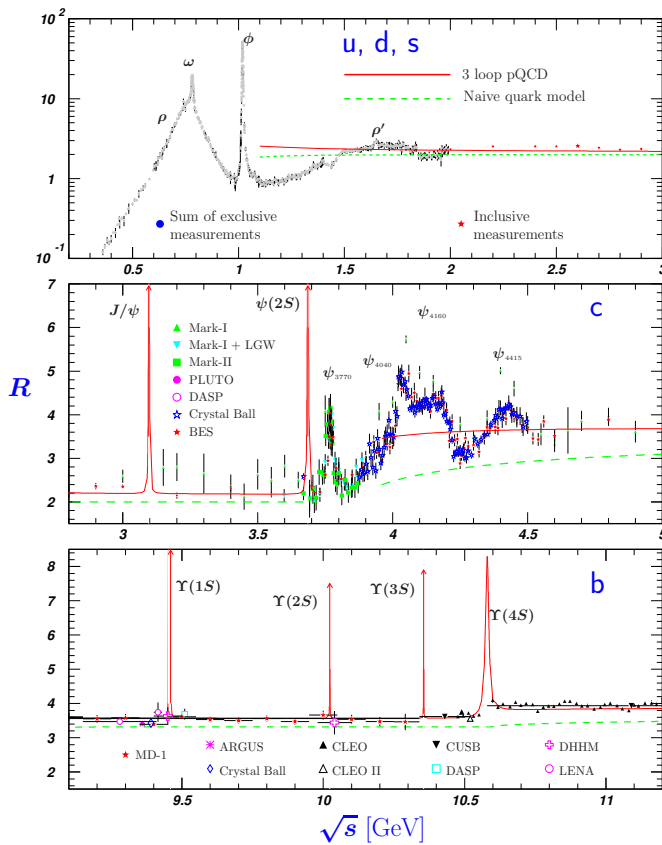


Abbildung 5.1: Verhältnis $R(s)$ der Hadronproduktion in e^+e^- -Streuung zur $\mu^+\mu^-$ -Produktion [Ams08]. Oben: Massenbereich der leichten Quarks u, d, s . Mitte: Charm-Quark-Schwelle. Unten: Bottom-Quark-Schwelle. Das Kontinuum außerhalb der $q\bar{q}$ -Resonanzen folgt der Vorhersage der perturbativen QCD.

nung reine QED-Prozesse. Man misst dazu das Verhältnis

$$R(s) := \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})(s)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)(s)} = N_c \sum_q q_q^2, \quad (5.1)$$

wobei N_c die Zahl der Farbladungen und q_q die Ladung des Quarks q ist, und die Summe über alle Quarks mit $2m_q < \sqrt{s}$ geht. Der Wirkungsquerschnitt für Hadronproduktion unterscheidet sich also von dem für $\mu^+\mu^-$ -Produktion in der Zahl der teilnehmenden Zustände und der Kopplung an die Zustände. Ersteres hängt von ihrer Masse ab: es können nur Paare von Quarks mit Massen unterhalb der zur Verfügung stehenden Schwerpunktsenergie erzeugt werden. Der Wirkungsquerschnitt ist darüber hinaus proportional zu N_c . Die QED-Kopplung an die Quarks hängt von der Ladung der Quarks ab, was im Prinzip auch Tests der drittelzahligen Ladung von Quarks erlaubt. Die Messung bestätigt die Vorhersagen der QCD von $R = 2$, falls nur die drei leichten Quarks u, d und s beteiligt sind, wie in Abb. 5.1 gezeigt. Dadurch ergibt sich $N_c \approx 3$. Dort ist aber auch zu sehen, dass es auch messbare Effekte von QCD-Korrekturen zum QED-Prozess $e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}$ gibt. Gleichzeitig scheint die Hadronisierung, also der Übergang von Quarks zu Hadronen im Endzustand, unabhängig von QED-Prozess und QCD-Korrekturen zu sein, so dass die Messung nicht verfälscht wird. Dies wird in Abschnitt 5.2.4 genauer diskutiert.

Pionzerfall

Eine weitere Messung der Zahl der Farbladungen kann aus dem Zerfall $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ gewonnen werden ($|\pi^0\rangle = (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle)/\sqrt{2}$). Dieser Zerfall findet über einen Fermionschleife

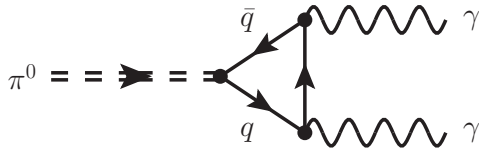


Abbildung 5.2: Feynman-Diagramm zum Zerfall neutraler Pionen.

statt, in der sowohl u - als auch d -Quarks umlaufen können, siehe Abb. 5.2. Die Zerfallsbreite ergibt sich zu

$$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{\alpha^2 m_{\pi^0}^3}{64\pi^3 f_{\pi}^2} N_c^2 (q_u^2 + q_d^2)^2. \quad (5.2)$$

Auch hier bestätigt eine Messung der Zerfallsbreite neutraler Pionen einen Wert von $N_c = 3$ – ohne Farbladung der Quarks hätte das neutrale Pion eine neunfach geringe Breite.

5.1.2 Laufende Kopplungskonstanten

Starke Kopplungskonstante

In der Lagrangedichte der QCD tritt als Kopplungsstärke die Größe $g \equiv g_S$ auf, siehe Gleichung (2.40). In Analogie zur Sommerfeldschen Feinstrukturkonstante der QED, $\alpha := e^2/4\pi$ definiert man die starke Kopplungskonstante als

$$\alpha_S := \frac{g_S^2}{4\pi}. \quad (5.3)$$

Aufgrund der Vakuumpolarisation in der QCD (Abb. 5.4) ist der Wert von g in der Lagrangedichte nicht der Wert, der im Experiment gemessen wird, denn es kann zu Abschirmungseffekten kommen, analog zu einer Testladung in einem dielektrischen Medium (Abb. 5.3). Damit wird die Kopplungs„konstante“ energieabhängig. Da der Impuls der Teilchen, die in den Schleifen in Abb. 5.4 umlaufen, nur nach unten durch die Masse der Teilchen begrenzt ist, gehen die Beiträge der Schleifen für große Impuls gegen unendlich, sie besitzen eine „Ultraviolett-Divergenz“.¹ Diese Unendlichkeit kann mit verschiedenen Techniken regularisiert werden, so dass die divergenten Anteile unter Kontrolle sind, z. B. mit dimensionaler Regularisierung, bei der die Schleifenintegrale in $4 - \varepsilon$ Dimensionen ($\varepsilon \rightarrow 0$) ausgeführt werden:

$$\int_m^{\infty} \frac{d^4 k}{k^4} \rightarrow \infty \Rightarrow \mu^{\varepsilon} \int_m^{\infty} \frac{d^{4-\varepsilon} k}{k^4} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\mu}{m}\right)^2 \approx \frac{1}{\varepsilon} + \ln \frac{\mu}{m} + \mathcal{O}(\varepsilon). \quad (5.4)$$

Dabei ist m die Masse der Teilchen in der Schleife, und es wird ein beliebiger Abschneideparameter μ eingeführt. Durch die „Renormierung“ werden dann alle Observablen, geschickt so umdefiniert, dass sie endlich sind. Die renormierte Kopplungskonstante ist dann von den Parametern m und μ sowie vom unrenormierten α_S abhängig und kann als Störungsreihe in α_S geschrieben werden als

$$\alpha_S^r(\mu^2) = \alpha_S (1 + C(\mu^2/m^2)\alpha_S + \dots). \quad (5.5)$$

¹Für masselose Teilchen ergeben sich auch „Infrarot-Divergenzen“, die ebenfalls regularisiert werden müssen.

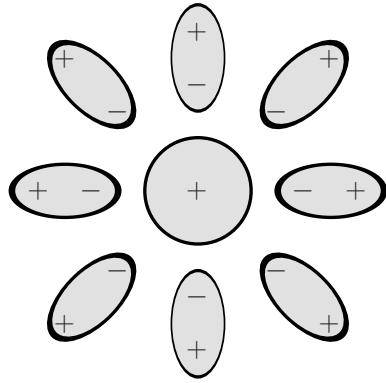


Abbildung 5.3: Ladungsabschirmung in der QED. In einem dielektrischen Medium wird eine positive Testladung abgeschirmt durch Ausrichtung von Dipolen abgeschirmt.

Um zu garantieren, dass die Physik gleich bleibt, wenn man α_S^r und μ^2 undefiniert, muss α_S^r folgende „Renormierungsgruppengleichung“ erfüllen:

$$\mu^2 \frac{\partial \alpha_S(\mu^2)}{\partial \mu^2} = \frac{\partial \alpha_S(\mu^2)}{\partial \ln \mu^2} = \beta(\alpha_S(\mu^2)) = -\beta_0 \alpha_S^2(\mu^2) - \beta_1 \alpha_S^3(\mu^2) - \dots, \quad (5.6)$$

Dabei ist die universelle β -Funktion der QCD perturbativ berechenbar. In erster Ordnung Störungstheorie kann sie aus den Diagrammen in Abb. 5.4 berechnet werden. Gleichung (5.6) wird in dieser Näherung gelöst durch

$$\alpha_S(Q^2) = \frac{\alpha_S^r(\mu^2)}{1 + \beta_0 \alpha_S(\mu^2) \ln \frac{Q^2}{\mu^2}} = \frac{\alpha_S^r(\mu^2)}{1 + \frac{1}{12\pi} (-2N_f + 33) \alpha_S(\mu^2) \ln \frac{Q^2}{\mu^2}}. \quad (5.7)$$

Dabei wurde anschaulich eine unendliche Reihe von Schleifenintegralen wie in Abb. 5.4 summiert, die jeweils Potenzen von $\alpha_S \ln(Q^2/\mu^2)$ beinhalten (engl.: leading logarithms, LL). Die Gleichung beschreibt die Energieabhängigkeit (das „Laufen“) von α_S : sie sagt die Kopplung bei einer Energieskala Q^2 vorher, wenn man sie an einer anderen Skala μ^2 kennt. Die Größe Q^2 ist dabei das Quadrat des Viererimpulsübertrags auf das QCD-System, in s -Kanal-Prozessen ist beispielsweise $Q^2 = s$. Die Bedeutung von Q^2 in tiefinelastischer Streuung wird in Abschnitt 5.2.1 präzisiert. Der entscheidenden Punkt für die Energieabhängigkeit der QCD-Kopplung ist das Vorzeichen der Beta-Funktion $\beta_0 = (-2N_f + 33)/12\pi$; β_0 ist für $N_f \leq 16$ immer positiv ist. Zur Energieabhängigkeit von α_S tragen nur diejenigen Quarks bei, für die $(2m)^2 > Q^2$ erfüllt ist. Bei Energien bis zu 200–300 GeV verwendet man daher für die Zahl der Quarkflavors im Standardmodell $N_f = 5$. Der erste Summand von β_0 stammt aus den Fermionschleifen in Abb. 5.4 (a) und sorgt analog zur QED dafür, dass die Kopplung mit Q^2 ansteigt (Abschirmung). Der zweite Summand aus der Gluonschleife (Abb. 5.4 (b)) führt hingegen zu einer Abnahme der Kopplung mit Q^2 (Antiabschirmung). In der QCD dominiert die Antiabschirmung. Insgesamt wird die QCD-Kopplung also bei niedrigen Energien stärker und bei hohen Energien schwächer, es liegt also Confinement und asymptotische Freiheit vor.

Häufig wird die dimensionslose Größe $\alpha_S(\mu^2)$ durch die Energieskala Λ^2 ersetzt, bei der die QCD nicht-perturbativ wird. Dies ist erfüllt, wenn $\beta_0 \alpha_S(\mu^2) \ln(\mu^2/\Lambda^2) = 1$, und somit ergibt sich für das Laufen von α_S

$$\alpha_S(Q^2) = \frac{1}{\beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}}. \quad (5.8)$$

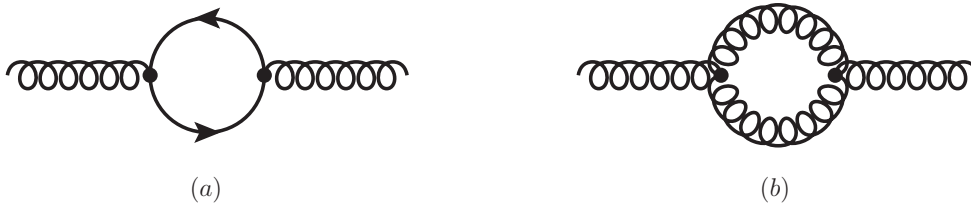


Abbildung 5.4: Wichtigste Beiträge zur Vakuumpolarisation in der QCD: (a) Fermionschleife. (b) Gluonschleife.

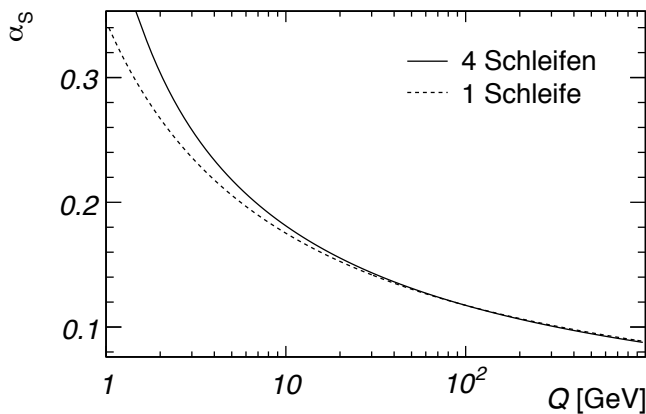


Abbildung 5.5: Veränderung der starken Kopplungskonstante α_S mit dem Impulsübertrag Q . Die Näherung (5.8) mit $\Lambda = 93 \text{ MeV}$ wird verglichen mit der Vier-Schleifen-Rechnung mit $\Lambda = 220 \text{ MeV}$. Dabei wurden die Werte für Λ so gewählt, dass sich für $N_f = 5$ ein Wert von $\alpha_S(m_Z^2) = 0,1189$ ergibt.

Die Energieskala Λ^2 muss dabei experimentell bestimmt werden. Sie hängt von der Ordnung ab, in der die β -Funktion berechnet wurde. In der Literatur wird der Wert von α_S häufig bei der Z-Boson-Masse angegeben: $\alpha_S(m_Z^2) = 0,1189(10)$ [Bet07]. Man wählt also Λ^2 so, dass $\alpha_S(m_Z^2)$ zu jeder Ordnung in der Störungstheorie denselben numerischen Wert hat. Die β -Funktion ist mit Korrekturen bis zu vier Schleifen berechnet worden. Das Laufen von α_S , illustriert in Abb. 5.5, ist über einen weiten Energiebereich in einer Vielzahl von Physikprozessen gemessen worden, wie im folgenden Abschnitt 5.1.3 beschrieben. Die Messungen stimmen mit den Vorhersagen der QCD hervorragend überein. Dadurch konnten alternative theoretische Ansätze, z. B. konstantes α_S oder QED-artige Gluonen ohne Farbladung, experimentell ausgeschlossen werden. Die Resultate einer Vielzahl von Messungen von α_S sind in Abb. 5.6 zusammengefasst.

Laufende Kopplungen und Vereinheitlichung der Kräfte

Das Konzept der laufenden Kopplungskonstanten hängt eng mit der Vereinheitlichung von Kräften zusammen. Zwei Theorien sind dann vereinheitlicht, wenn ihre Kopplungen, typischerweise bei hohen Energien, gleich stark werden. Die Vereinheitlichung der elektromagnetischen und der schwachen Kraft ist bei den HERA-Experimenten demonstriert worden. Es konnte gezeigt werden, dass Photon-induzierte und W/Z -induzierte Prozesse bei hohen Energien etwa dieselbe Stärke besitzen. Dazu vergleicht man in der tiefinelastischen Streuung den Prozess $ep \rightarrow eX$, bei dem ein Photon ausgetauscht wird (neutraler Strom) und den Prozess $ep \rightarrow \nu_e X$, bei dem ein W -Boson ausgetauscht wird (geladener Strom). Bei kleinen Impulsüberträgen auf das Proton Q^2 dominiert der neutrale Strom. Wie in Abb. 5.7 gezeigt, haben neutraler und geladener Strom in etwa dieselbe Stärke bei $Q^2 \approx (100 \text{ GeV})^2$, der Skala der W - und Z -Boson-Masse.

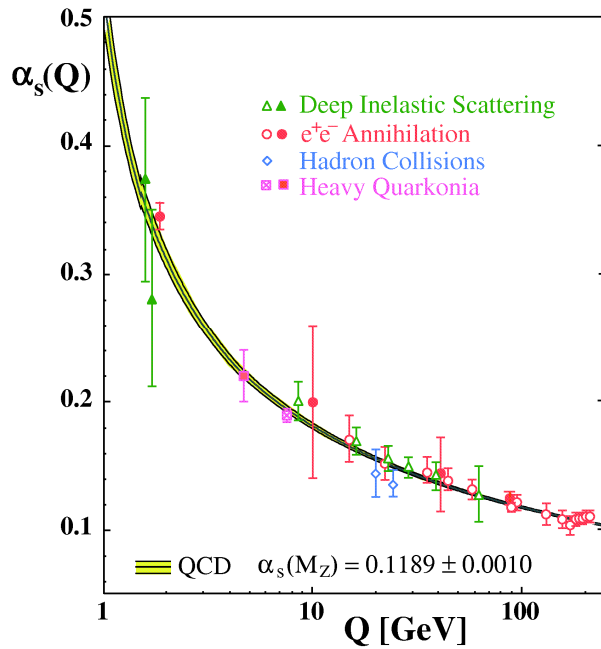


Abbildung 5.6: Messungen der starken Kopplungskonstante α_s und Vergleich mit Vorhersagen der QCD [Bet07].

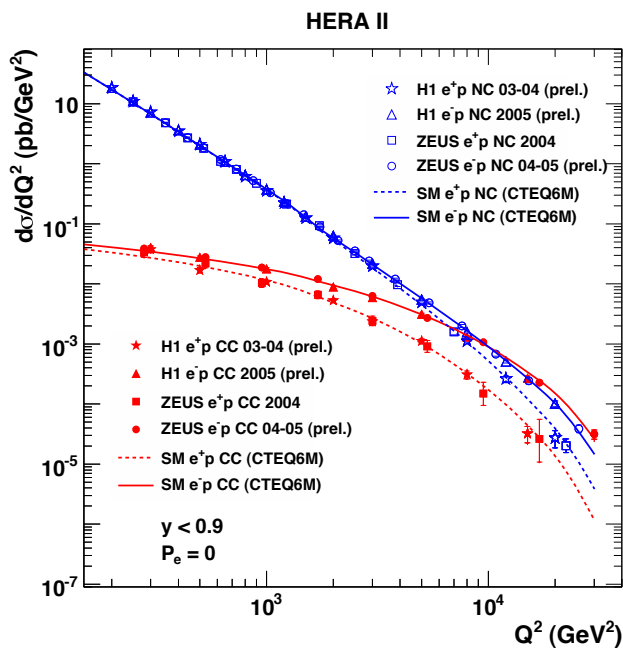


Abbildung 5.7: Vergleich von Wirkungsquerschnitt in der tiefinelastischen Streuung für neutrale Ströme (NC, Photonaustausch) und geladene Ströme (CC, W -Boson-Austausch) bei HERA. Bei $Q^2 \approx (100 \text{ GeV})^2$ werden die Prozesse gleich häufig [H1].

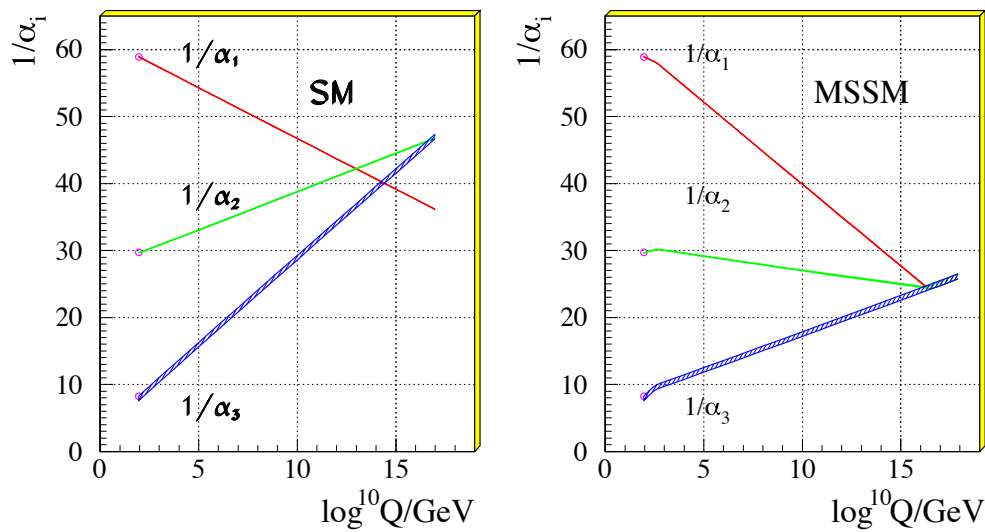


Abbildung 5.8: Laufen der Kopplungskonstanten im Standardmodell und im Minimal-Supersymmetrischen Standardmodell (MSSM) [Ama91, Kaz00].

Im SM haben alle drei Kopplungskonstanten eine Energieabhängigkeit, die sich mit einer Renormierungsgruppengleichung beschreiben lässt. Man erwartet für sehr große Energien eine Vereinheitlichung der Kräfte mit einer gemeinsamen Eichgruppe (grand unified theory, GUT), so dass alle Wechselwirkungen des SM bei sehr hohen Energien jenseits von 10^{15} GeV auf eine gemeinsame “Urkraft“ zurückgeführt werden können. Man vergleicht dazu das Laufen folgender drei Kopplungskonstanten:

$$\alpha_1 := \frac{5 g^2}{3 \cdot 4\pi} = \frac{5}{3} \frac{\alpha}{\cos^2 \theta_W}, \quad (5.9)$$

$$\alpha_2 := \frac{g^2}{4\pi} = \frac{\alpha}{\sin^2 \theta_W}, \quad (5.10)$$

$$\alpha_3 := \frac{g_S^2}{4\pi} = \alpha_S. \quad (5.11)$$

Wie in Abb. 5.8 gezeigt, treffen sich die drei Kopplungskonstanten im SM nicht in einem Punkt. Dies ist aber dann der Fall, wenn das SM durch Supersymmetrie (SUSY) ergänzt wird. Die einfachsten Version von SUSY, das minimal-supersymmetrisches Standardmodell (MSSM), beinhaltet zusätzliche Teilchen, die das Laufen der Kopplungskonstanten genau so beeinflussen, dass die Kopplungen bei etwa $Q^2 \approx (10^{16} \text{ GeV})^2$ gleich stark werden.

5.1.3 Messung der starken Kopplungskonstante

Jetproduktion

In den 1970er Jahren waren die Energien an Teilchenbeschleunigern erstmals groß genug, dass sich Bündel von Hadronen, sogenannte „Jets“ nachweisen ließen. Wichtige Resultate zur Jetphysik wurden insbesondere beim e^+e^- -Collider PETRA erzielt. Im Prozess $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ entstehen meistens zwei Jets, die in entgegengesetzte Richtungen emittiert werden. Mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zu α_S entstehen aber auch

durch zusätzliche Emission eines Gluons drei Jets. Die starke Kopplungskonstante lässt sich daher aus der relativen Produktionsrate für Ereignisse mit drei Jets bestimmen:

$$R_3(Q^2) := \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow 3 \text{ Jets})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})} = C_1(Q^2) \alpha_S(Q^2) + \text{QCD-Korrekturen}, \quad (5.12)$$

wobei C_1 und die QCD-Korrekturen in perturbativer QCD berechnet werden können. Diese Messungen wurden zuerst bei PETRA, dann aber auch u. a. bei LEP durchgeführt und haben das von der QCD vorhergesagt Laufen von α_S in einem Bereich von etwa 10–200 GeV bestätigt. Dabei lassen sich bei LEP auch die Rate und die Ereignisform von Vier-Jet-Ereignisse analysieren. Auch Jetproduktion in Proton-Antiproton-Kollisionen in einem vergleichbaren Energiebereich kann für die Messung von α_S herangezogen werden.

Tau-Zerfälle

Die Analyse hadronischer Tau-Lepton-Zerfälle erlaubt eine Messung der starken Kopplung bei kleinen Energien $Q \approx m_\tau^2 \approx (1,8 \text{ GeV})^2$. Die Messgröße ist das Verhältnis aus hadronischen und leptonischen Tau-Zerfällen

$$R_\tau := \frac{\Gamma(\tau \rightarrow \text{Hadronen})}{\Gamma(\tau \rightarrow e\nu\bar{\nu})} = \frac{1 - \Gamma(\tau \rightarrow e\nu\bar{\nu}) - \Gamma(\tau \rightarrow \mu\nu\bar{\nu})}{\Gamma(\tau \rightarrow e\nu\bar{\nu})}, \quad (5.13)$$

wobei man entweder hadronische Tau-Zerfälle direkt vermessen kann oder aus leptonischen Tau-Zerfällen Rückschlüsse auf R_τ bekommt. Die präziseste Messung derzeit ergibt $\alpha_S(m_\tau^2) = 0,344(9)$ [Dav08] und ist in sehr guter Übereinstimmung mit anderen Messungen, wenn man sie mittels der Energieabhängigkeit von α_S zu $Q^2 = m_Z^2$ evolviert: $\alpha_S(m_Z^2) = 0,1212(11)$.

Weitere Messungen von α_S

Man kann α_S auch in Zerfällen von Quarkonia, also gebundenen Zuständen schwerer Quarks, bestimmen. Insbesondere erhält man durch Zerfälle des Y ($|Y\rangle = |b\bar{b}\rangle$) einen Wert $\alpha_S(m_b^2) = 0,217(21)$. Eine Messung von α_S im Bereich von 1–100 GeV ist auch möglich durch Jets in der tiefinelastischen Streuung, in der „Skalenverletzungen“, d. h. Abweichungen vom naiven Quark-Parton-Modell, vermessen werden, wie im folgenden Abschnitt 5.2 beschrieben wird.

5.2 Tiefinelastische Streuung

Experimente der tiefinelastischen Streuung (engl.: deep inelastic scattering, DIS) von Elektronen oder Positronen und Nukleonen haben seit den 1960er Jahren viel zum Verständnis der starken Wechselwirkung und der Struktur der Nukleonen beigetragen. Eine genaue Kenntnis der Protonstruktur ist insbesondere bei Experimenten an Hadron-Collidern von Interesse, bei denen keine elementaren Teilchen zur Kollision gebracht werden, sondern Protonen und/oder Antiprotonen. Die Experimente am Elektron-Proton-Collider HERA bei DESY haben dazu wichtige Beiträge geleistet.

Die Diskussion der DIS beschränkt sich hier auf neutrale Ströme, bei denen ein Photon mit einem Nukleon wechselwirkt. Die in Abschnitt 5.1.2 eingeführten geladene

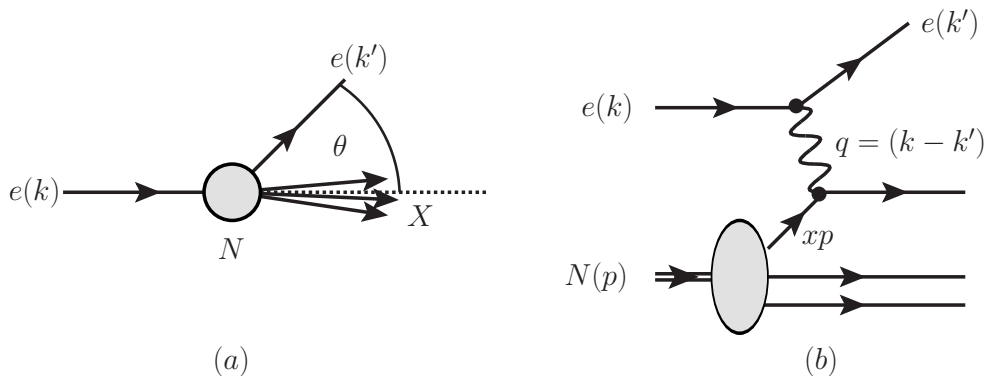


Abbildung 5.9: (a) Schematische Darstellung der tiefinelastischen eN -Streuung im Ruhesystem des Nukleons. (b) Feynman-Diagramm der tiefinelastischen eN -Streuung im Parton-Modell.

Ströme, bei denen ein W -Boson ausgetauscht wird und man anstatt des Elektrons ein Neutrino im Endzustand auftritt, werden hier nicht weiter diskutiert.

5.2.1 Kinematik und Wirkungsquerschnitt in der DIS

Kinematik

Die kinematischen Grundüberlegungen der DIS sind in Abb. 5.9 zusammengefasst: ein Elektron² emittiert ein virtuelles Photon und wird unter einem Winkel θ gestreut. Das Photon dient als „Versuchssonde“ für das Nukleon. Ein typisches DIS-Ereignis bei HERA ist in Abbildung 5.10 gezeigt. Man definiert nun das Quadrat des Viererimpulsübertrags Q^2 , den Energieübertrag ν und die (dimensionslose) Inelastizität y :

$$Q^2 := -q^2 = -(k - k')^2, \quad \nu := \frac{p \cdot q}{m_N}, \quad y := \frac{p \cdot q}{p \cdot k}, \quad (5.14)$$

mit der Nukleonmasse m_N . Diese lorentzinvarianten Größen können im Ruhesystem des Nukleons ausgewertet werden. Es ergibt sich $\nu = E - E'$ und $y = (E - E')/E$, wobei E und E' die Energie des Elektrons vor und nach der Wechselwirkung bezeichnen. Man bezeichnet die Streuung als tiefinelastisch, wenn der Impulsübertrag Q^2 so groß ist, dass das Nukleon bei dem Prozess zerstört wird und so ein System X von Hadronen entsteht. Die invariante Masse dieses Systems ist

$$W^2 := M_X^2 = (p + q)^2 = m_N^2 + 2m_N\nu - Q^2, \quad (5.15)$$

und die Bedingung für DIS ist $W^2 \gg m_N^2$. Man definiert jetzt die dimensionslose „Bjorken-Variable“

$$x_{\text{Bj}} := \frac{Q^2}{2m_N\nu} = \frac{Q^2}{2p \cdot q}, \quad (5.16)$$

die so gewählt ist, dass sich im Fall elastischer Streuung mit $W^2 = m_N^2$ ein Wert von $x_{\text{Bj}} = 1$ ergibt. Bei der Streuung eines Photons an einem Parton im Proton im Rahmen des Partonmodells kann x_{Bj} mit dem Impulsbruchteil des Protons identifiziert werden, den das Parton trägt.

²Im folgenden ist mit „Elektron“ immer entweder ein Elektron oder ein Positron gemeint.

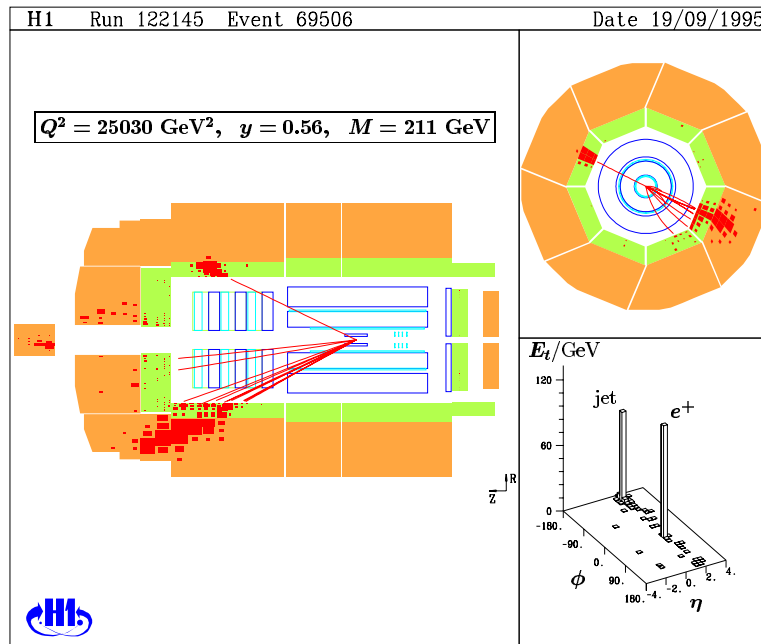


Abbildung 5.10: Typisches DIS-Ereignis aufgezeichnet mit dem H1-Detektor am ep -Collider HERA [H1]. Das Positron fällt von links ein und wird unter hohem Winkel gestreut. Das Proton bricht auf und bildet einen hadronischen Endzustand mit einer invarianten Masse, die viel größer als die Protonmasse ist.

Wirkungsquerschnitt

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für tiefinelastische ep -Streuung faktorisiert in zwei unabhängige Teile, einen „leptonischen Tensor“ $L_{\mu\nu}$, der die Abstrahlung des Photons vom Elektron beschreibt, und einen „hadronischen Tensor“ $W^{\mu\nu}$, der die Wechselwirkung des Photons mit dem Nukleon beschreibt:

$$\frac{d\sigma}{dx dy} = \frac{2\pi y \alpha^2}{Q^4} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}. \quad (5.17)$$

Dies ist symbolisch in Abb 5.11 illustriert. Der leptonische Tensor $L_{\mu\nu}$ ergibt sich durch Anwendung der Feynmanregeln für Lepton-Photon-Streuung zu

$$L_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \sum_{s_\ell, s_{\ell'}} [\bar{\ell}(k') \gamma_\mu \ell(k) \bar{\ell}(k) \gamma_\nu \ell(k')], \quad (5.18)$$

wobei die Summe über die Spins des einlaufenden und des auslaufenden Leptons geht. Der hadronische Tensor $W^{\mu\nu}$ kann im allgemeinen durch zwei tiefinelastische Formfaktoren $W_{1,2}(x, Q^2)$ ausgedrückt werden:

$$W^{\mu\nu} = \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) W_1(x_{\text{Bj}}, Q^2) + \frac{1}{m_p^2} \left(p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(p^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu \right) W_2(x_{\text{Bj}}, Q^2). \quad (5.19)$$

Man definiert nun die dimensionslosen „Strukturfunktionen“

$$F_1(x_{\text{Bj}}, Q^2) := m_p W_1(x_{\text{Bj}}, Q^2), \quad F_2(x_{\text{Bj}}, Q^2) := v W_2(x_{\text{Bj}}, Q^2). \quad (5.20)$$

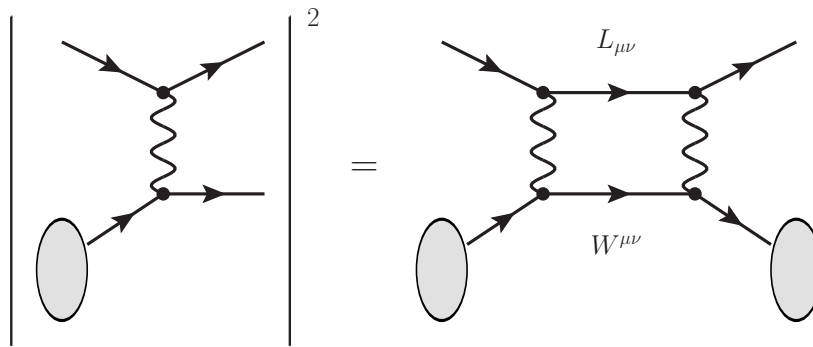


Abbildung 5.11: Symbolische Beschreibung der Berechnung des Wirkungsquerschnitts für die tiefinelastische Streuung. Der Wirkungsquerschnitt faktorisiert in ein Produkt aus dem leptonen Tensor $L_{\mu\nu}$ und dem hadronischen Tensor $W^{\mu\nu}$.

Daraus berechnet man den differentiellen Wirkungsquerschnitt als

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy} = \frac{4\pi\alpha^2}{xyQ^2} [(1-y)F_2(x_{Bj}, Q^2) + xy^2F_1(x_{Bj}, Q^2)]. \quad (5.21)$$

5.2.2 Naives Partonmodell

Im naiven Partonmodell sind die Quarks im Proton aufgrund der asymptotischen Freiheit quasi-freie Teilchen. In diesem Modell ist DIS eine Streuung an punktförmigen Spin-1/2-Partonen, so dass die obigen Strukturfunktionen berechenbar sind.

In einem Bezugssystem, in dem sich das Proton mit unendlichem longitudinalen Impuls bewegt, können alle Massen und Transversalimpulse vernachlässigt werden (engl.: infinite momentum frame, IMF). Wenn sich in diesem Bezugssystem ein Quark mit Impuls $p_q = xp$ bewegt, also mit einem Bruchteil x des Protonimpulses p , gilt für die invariante Masse des Systems aus Photon und Quark $(xp + q)^2 = m_q^2 \approx 0$, und mit $(xp)^2 = m_q^2 \approx 0$ ergibt sich $x = Q^2/(2p \cdot q) = x_{Bj}$. Im IMF ist die oben eingeführte Bjorken-Variable x_{Bj} also gleich dem Impulsanteil x des gestreuten Partons. Es ergibt sich also ein Zusammenhang zwischen dem durch die Elektronkinematik bestimmten x_{Bj} und der Partoneigenschaft x : Um mit einem Parton mit Impulsanteil x im Proton zu streuen, muss das Photon genau $x_{Bj} = x$ besitzen. Auf diese Weise kann die Impulsverteilung der Partonen im Proton bestimmt werden. Dies führt zu der wichtigen Vorhersage des Partonmodells, dass die Strukturfunktionen nicht vom Impulsübertrag Q^2 abhängen, sondern ausschließlich von x . Dieses „Bjorken-Skalenverhalten“ wurde in den 1960er Jahren zum ersten Mal am SLAC beobachtet, siehe Abb. 1.4. Die Strukturfunktionen sind dann

$$F_2(x) = \sum_i q_i^2 x f_i(x) \quad (5.22)$$

$$F_1(x) = \frac{1}{2x} F_2(x) \quad (5.23)$$

Dabei wird mit i über alle Quarks im Proton summiert, und q_i sind die Quarkladungen. Die Größen $f_i(x)$ bezeichnet man als „Partonverteilungsfunktionen“ (engl: parton distribution function, PDF), denn sie beschreiben die Wahrscheinlichkeit, ein Parton mit

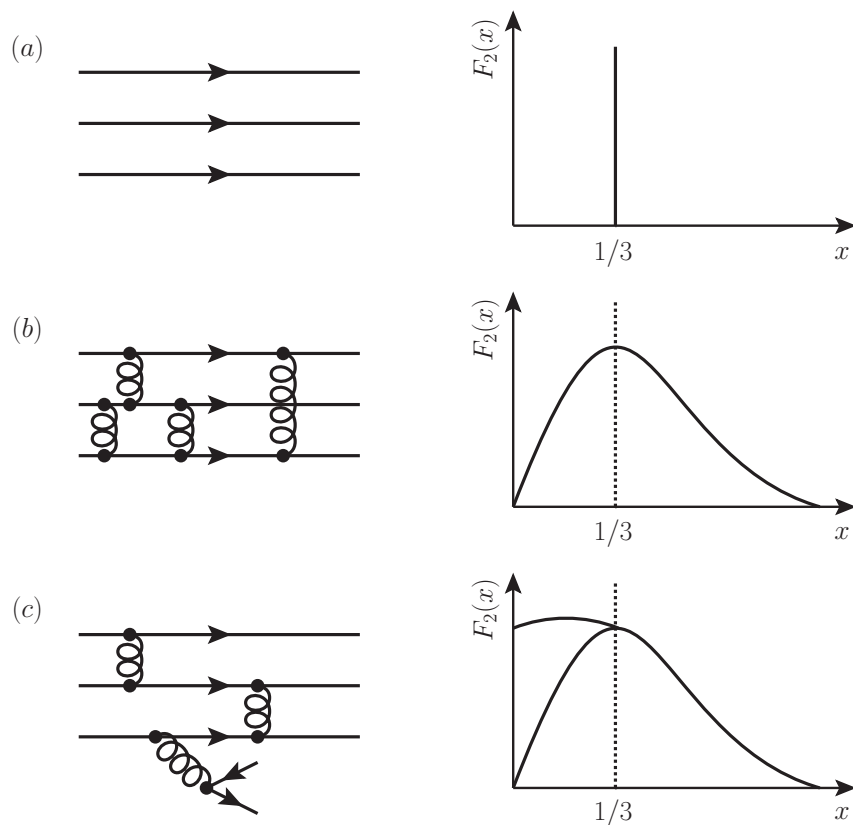


Abbildung 5.12: Erwartung für die Strukturfunktion $F_2(x)$ des Protons für (a) drei Valenzquarks ohne Wechselwirkung, (b) drei Valenzquarks mit Wechselwirkung, (c) drei Valenzquarks und Seequarks, z. B. aufgrund von Gluon-Splitting (nach [Hal84]).

Impulsbruchteil x im Proton zu finden. Den Zusammenhang (5.23) zwischen F_1 und F_2 bezeichnet man auch als Callan-Gross-Relation. Dies ist eine direkte Konsequenz der Spin-1/2-Natur der Quarks, daher kann man mit Messungen von $F_{1,2}$ den Spin der Quarks bestimmen.

5.2.3 QCD und Skalenverletzungen

Valenz- und Seequarks, Gluonen

Das naive Partonmodell vernachlässigt völlig die Wechselwirkungen zwischen den Quarks. Im einfachsten Modell besitzt ein Proton drei „Valenzquarks“, die je genau ein Drittel des Protonimpulses tragen: $x = 1/3$. Durch die Bindung der Quarks mit Gluonen können sich die Impulse im Proton umverteilen, und man erwartet, dass jedes Quark nur noch im Mittel $x = 1/3$ besitzt. Dies kann auch quantenmechanisch durch die Impulsunschärfe der im Proton „gefangenen“ Partonen begründet werden. Zusätzlich können im Proton noch Prozesse stattfinden, bei denen weitere Quarks und Antiquarks erzeugt werden, z. B. „Gluon-Splitting“ $g \rightarrow q\bar{q}$. Damit besitzt das Proton neben den drei Valenzquarks auch „Seequarks“. Diese Überlegung ist in Abb. 5.12 illustriert.

Aus Messungen der Strukturfunktionen war ebenso ersichtlich, dass nur etwa 50% des Nukleonimpulses von den Valenz- und Seequarks getragen wurde. Die anderen 50% müssen von weiteren Partonen getragen werden, die keine Spin-1/2-Teilchen sind. Dies

ist ein Hinweis darauf, dass auch Gluonen für den Protonimpuls eine wichtige Rolle spielen. Insgesamt gibt es also Indizien dafür, dass das naive Partonmodell durch dynamische Effekte aus der QCD ergänzt werden muss, um eine realistische Beschreibung des Protons zu liefern.

DGLAP-Evolutionsgleichungen

Durch die starke Wechselwirkung finden im Proton ständig Prozesse statt, die das Skalenverhalten verletzen, z. B. Abstrahlung von Gluonen. Dies ist schematisch in Abb. 5.13 gezeigt. Dadurch werden die PDFs zu Funktionen von Q^2 :

$$f(x) \rightarrow f(x, Q^2) = f(x) + \Delta f(x, Q^2) \quad (5.24)$$

Anschaulich bedeutet dies, dass mit steigendem Q^2 der „Photonsonde“ das Innere des Protons immer besser aufgelöst werden kann, so dass weitere QCD-Prozesse immer besser sichtbar werden. Ähnlich wie für die starke Kopplungskonstante kann der Wert einer PDF nicht in der QCD *ab initio* berechnet werden, wohl aber die Veränderung der PDF mit Q^2 . Diese wird durch die Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi-Gleichungen (DGLAP) beschrieben:

$$\begin{aligned} \frac{dq(x, Q^2)}{d \ln Q^2} &= \frac{\alpha_S}{2\pi} \{q \otimes P_{qq} + g \otimes P_{qg}\} \\ &= \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \{q(x', Q^2) P_{qq}(x/x') + g(x', Q^2) P_{qg}(x/x')\} \end{aligned} \quad (5.25)$$

$$\begin{aligned} \frac{dg(x, Q^2)}{d \ln Q^2} &= \frac{\alpha_S}{2\pi} \{q \otimes P_{gq} + g \otimes P_{gg}\} \\ &= \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \\ &\quad \left\{ \sum_q [q(x', Q^2) + \bar{q}(x', Q^2)] P_{gq}(x/x') + g(x', Q^2) P_{gg}(x/x') \right\} \end{aligned} \quad (5.26)$$

Diese gekoppelten Integrodifferentialgleichungen kann man anschaulich wie folgt verstehen: $q(x, Q^2)$ und $g(x, Q^2)$ sind die PDF eines Quarks und des Gluons. Zusätzliche Quarks mit x und Q^2 können entstehen in den Prozessen $q(x') \rightarrow q(x)g(1-x)$ und $g(x') \rightarrow q(x)q(1-x)$ durch die Abstrahlung von Quarks. Dies ist kinematisch erlaubt, falls $x' > x$. Die Rate zusätzlicher Quarks erhält man, wenn man die Wahrscheinlichkeit für diese Prozesse mit den PDFs für die entsprechenden Quarks und Gluonen faltet. Analoges gilt für die Gluon-PDF und die Prozesse $q \rightarrow gq$ und $g \rightarrow gg$. Die Funktionen $P_{ij}(z)$ heißen „Splitting-Funktionen“, sie geben die Wahrscheinlichkeit an, dass Parton j ein Parton i mit dem Bruchteil z seines Impulses emittiert. Die Splitting-Funktionen können mittels perturbativer QCD berechnet werden. Die PDFs müssen hingegen experimentell bestimmt werden, so dass sie mithilfe der DGLAP-Evolutionsgleichungen zu beliebigen x und Q^2 extrapoliert werden können.

Dieses Bild von der inneren Dynamik des Protons ist in Experimenten zur DIS genau bestätigt worden. Die Messung von Strukturfunktion wie $F_2(x, Q^2)$ ist dabei letztlich

$$\frac{1}{x}F_2 = \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 1} \\ \text{Diagram 2} \end{array} \right|^2 + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 3} \\ \text{Diagram 4} \end{array} \right|^2 + \dots$$

Abbildung 5.13: Beiträge höherer Ordnung zur tiefinelastischen Streuung.

die Messung eines Wirkungsquerschnitts für den DIS-Prozess. In Abb. 5.14 ist eine Sammlung von F_2 -Messungen in verschiedenen Energiebereichen gezeigt. Im Bereich zwischen $x = 0,05$ und $x = 0,2$ zeigt sich Skalenverhalten, außerhalb dieses Bereichs werden Skalenverletzungen beobachtet. Die Skalenverletzungen sind proportional zu α_S , daher kann aus dem inklusiven Wirkungsquerschnitt für die Jetproduktion in DIS auch eine präzise Bestimmung von α_S durchgeführt werden.

Partonverteilungen

Die PDFs stellen universelle Eigenschaften des Protons dar, die nicht vom Prozess abhängen, in dem sie bestimmt werden. Neben DIS-Daten von den HERA-Experimenten können PDFs z.B. auch aus $p\bar{p}$ -Streuung am Tevatron und aus Neutrinostreuung gewonnen werden. Startwerte für die Evolution der PDFs werden heute hauptsächlich aus globalen Fits an all diese Daten gewonnen. Die resultierenden Verteilungen können dann in Berechnungen und Simulationen aller möglichen QCD-Streuprozesse verwendet werden, wie in Abschnitt 5.2.4 diskutiert wird. Die derzeit gängigsten PDF-Sammlungen stammen von den CTEQ- und MSTW-Gruppen [Nad08, Mar09]. Gleichzeitig arbeiten auch die HERA-Experimente an eigenen PDF-Bibliotheken. Abb. 5.15 zeigt einen Vergleich der PDF-Resultate verschiedener Gruppen. Auffällig ist der starke Anstieg der Gluon-PDF für kleine Werte von x , der durch die HERA-Experimenten erstmals nachgewiesen wurde. Wegen dieses Anstiegs wird erwartet, dass in hochenergetischen Proton-Proton-Kollisionen beim LHC die Gluon-Gluon-Fusion der dominante Streuprozess ist.

5.2.4 QCD an Hadron-Collidern

Faktorisierung in der QCD

Das Partonmodell (inklusive QCD-Korrekturen) erlaubt die Berechnung von Hadron-Hadron-Kollisionen, in denen eine „harter Streuprozess“, also eine Streuung mit großem Q^2 , vorkommt. In dieser Konstellation kann man in der Störungstheorie beweisen, dass der harte Prozess separiert werden kann von Prozessen bei kleineren Q^2 . Dies entspricht einer Trennung von Effekten bei kurzen Längenskalen von langreichweitigen Effekten. Diese Eigenschaft bezeichnet man als „Faktorisierung“. Damit kann man den differentiellen Wirkungsquerschnitt einer Hadron-Hadron-Kollision als Funktion einer beliebigen kinematischen Variable X allgemein schreiben als

$$\frac{d\sigma}{dX} = \sum_{j,k} \int d\hat{X} f_j(x_1, Q_i^2) f_k(x_2, Q_i^2) \frac{d\hat{\sigma}_{ij}(Q_i^2, Q_f^2)}{d\hat{X}} F(\hat{X} \rightarrow X; Q_i^2, Q_f^2). \quad (5.27)$$

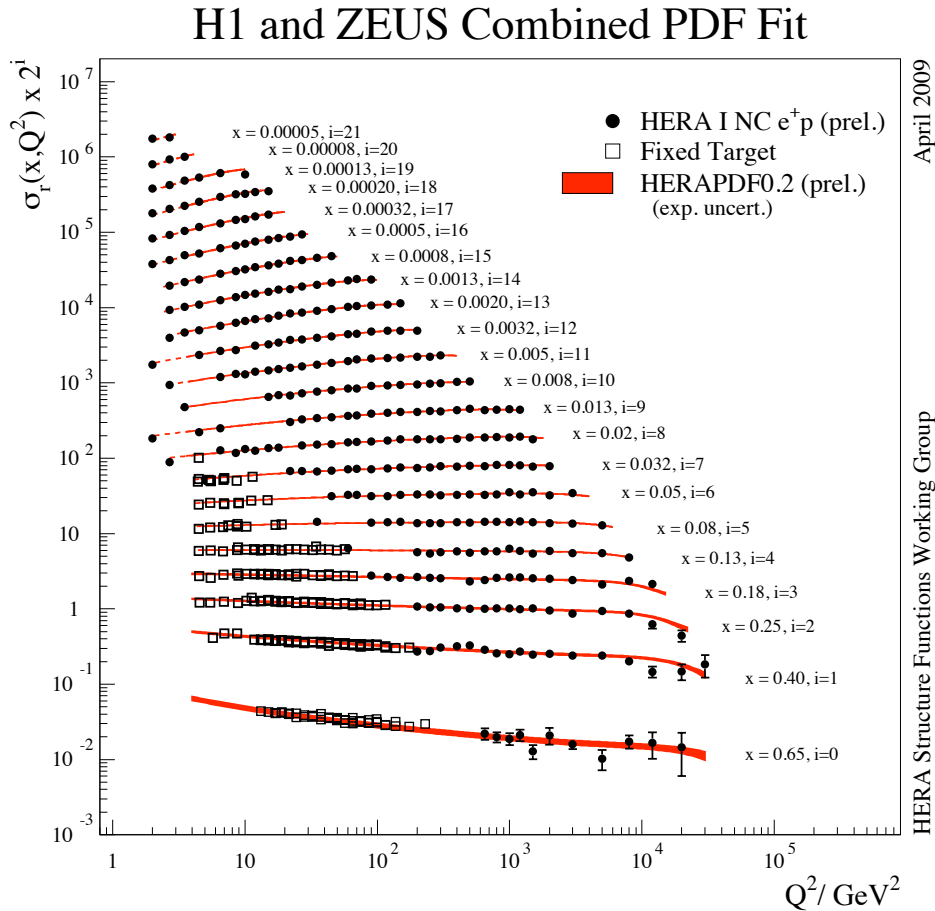


Abbildung 5.14: Messungen der Strukturfunktion F_2 des Protons [HER09]. Der reduzierte DIS-Wirkungsquerschnitt $\sigma^r \approx F_2$ ist für verschiedene Werte von x gegen Q^2 aufgetragen. Im mittleren x -Bereich zeigt F_2 Skalenverhalten, ist also unabhängig von Q^2 . Für sehr große und sehr kleine x sind Skalenverletzungen zu sehen. Zur besseren Lesbarkeit sind die Werte mit Faktoren 2^i multipliziert.

Dabei sind f_j und f_k die PDFs der einlaufenden Partonen mit Impulsbruchteilen x_1 und x_2 , und es wird über die Wirkungsquerschnitte aller harten Subprozesse $d\hat{\sigma}/d\hat{X}$ integriert, die zu einem Endzustand mit X führen. Die Funktion F parametrisiert den Übergang von den am harten Subprozess beteiligten Partonen zu Messgrößen im Experiment, z. B. Jets. Der Inhalt von Gleichung (5.27) ist in Abb. 5.16 illustriert. Die Faktorisierung trennt also die PDFs, die die Struktur des Protons beschreiben, sowie die Hadronisierung aller farbgeladenen Teilchen vom harten Subprozess. Die PDFs werden wie in Abschnitt 5.2.3 beschrieben bestimmt. Da sie universell sind, können die im wesentlichen bei HERA gemessenen PDFs für Hadron-Hadron-Kollisionen verwendet werden. Die Hadronisierung sowie weitere Reaktionen zwischen den „Zuschauer-Partonen“ können nicht in der perturbativen QCD berechnet werden. Für sie gibt es phänomenologische Modelle, die in so genannten Partonschauer-Simulationen implementiert sind. Die PYTHIA-Simulation [Sjö06] ist die bekannteste Simulation dieser Art, sie verwendet das Lund-Stringmodell, um die Hadronisierung zu beschreiben.

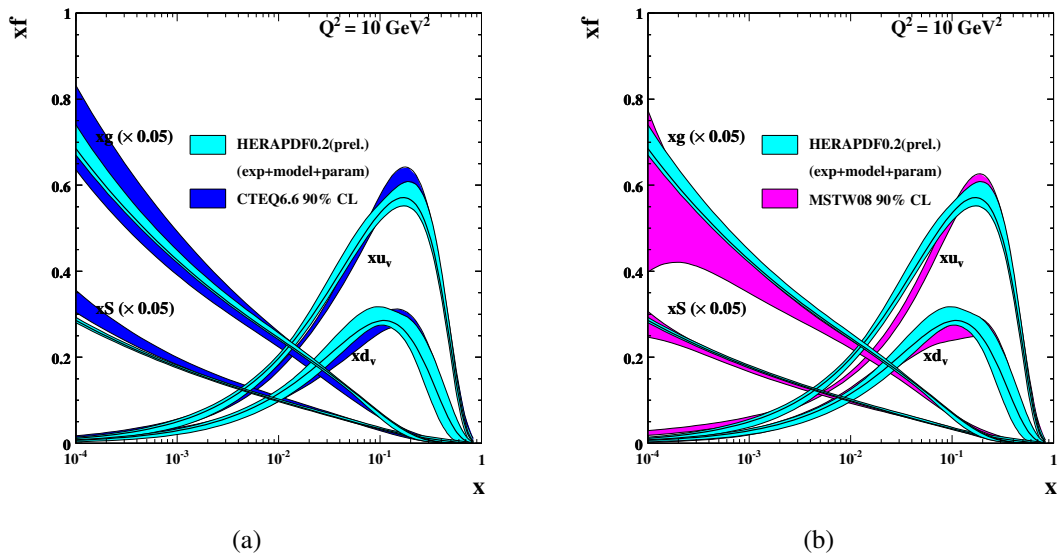


Abbildung 5.15: PDFs für Valenzquarks $u_v(x)$ und $d_v(x)$, sowie Gluonen $g(x)$ und Seequarks $S(x)$ bei festem $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ [HER09]. (a) Vergleich von CTEQ6.6 und HERAPDF0.2. (b) Vergleich von MSTW2008 und HERAPDF0.2. Die PDFs für Gluonen und Seequarks steigen für kleine Werte von x stark an und sind deshalb um einen Faktor 20 verkleinert dargestellt. Die farbigen Bänder geben die Unsicherheiten der PDFs auf 90% Vertrauensniveau an.

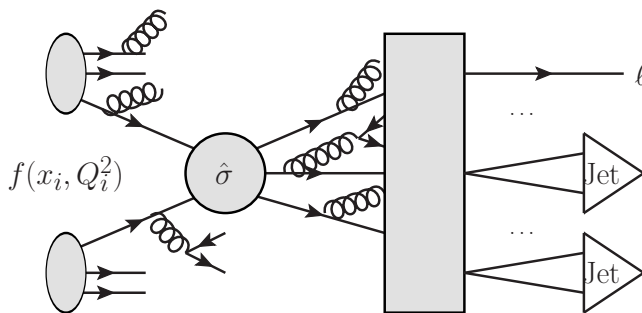


Abbildung 5.16: Faktorisierung in der QCD. Die Hadron-Hadron-Streuung lässt sich zerlegen in PDFs für die einfallenden Partonen, den harten Subprozess und die Hadronisierung der ausfallenden Partonen.

Jetalgorithmen

Um hadronische Endzustände zu charakterisieren, werden Werkzeuge zum Nachweis von Jets und zur Beschreibung der Ereignisform benötigt. Diese Werkzeuge sind sowohl für Hadron-Collider als auch für Lepton-Collider relevant. Zum Jetnachweis stehen sowohl die Spuren der geladenen Teilchen im Jet als auch die Energiedepositionen („Cluster“) im Kalorimeter zur Verfügung. Es gibt zwei Hauptklassen von Jetalgorithmen, die Kegelalgorithmen (engl.: cone algorithms) und die Rekombinationsalgorithmen.

Bei einem Kegelalgorithmus werden, meist ausgehend von einem Startpunkt mit den Koordinaten (y_j, ϕ_j) (engl.: seed), alle Spuren oder Kalorimeter-Cluster einem Jet zugeordnet, die innerhalb eines Kegels mit dem Radius

$$\Delta_{ij} = \sqrt{(y_i - y_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2} < R \tag{5.28}$$

liegen. Überlappen sich zwei Jets, kann man sie entweder zu einem Jet mit neuem Mittelpunkt vereinigen oder voneinander trennen. Typischerweise werden Jets getrennt,

wenn sie weniger als 50% ihrer Energie mit dem jeweils anderen Jet teilen. Die Wahl des Kegelradius R hängt von der physikalischen Fragestellung ab, typische Werte sind $R = 0,4$, $R = 0,7$ und $R = 1,0$.

Die meisten Rekombinationsalgorithmen kombinieren einen Jet mit dem Teilchen, welches anhand der Abstandsdefinition

$$d_{ij} = \min(k_{T,i}^{2p}, k_{T,j}^{2p}) \frac{\Delta_{ij}^2}{R^2}, \quad d_{iB} = k_{T,i}^{2p} \quad (5.29)$$

den geringsten Abstand von ihnen besitzt, wobei $k_{T,i}$ der Transversalimpuls des i -ten Teilchen ist. Dies geschieht so lange, bis der Abstand zum Strahl d_{iB} der kürzeste Abstand ist. Der Algorithmus mit $p = 0$ heißt Cambridge/Aachen-Algorithmus, $p = 1$ heißt k_T -Algorithmus und $p = -1$ bezeichnet den Anti- k_T -Algorithmus. Ein Beispiel für die Anwendung von unterschiedlicher Jetalgorithmen auf dasselbe simulierte Ereignis ist in Abb. 5.17 gezeigt. Die in einem Jet rekonstruierte Energie muss dann noch aufwändig auf die Energie des Partons zurückgerechnet werden. Die Unsicherheit dieser „Jet-Energieskala“ ist häufig eine der größten Unsicherheiten an Hadron-Collidern.

Ereignisformen

Oft kann man hadronische Ereignisse anhand ihrer Form unterscheiden. Dabei sucht man z. B. nach Vorzugsrichtungen für den Energiefluss und danach, wie kugelförmig die Anordnung der Teilchen ist. Hier sollen nur einige Beispiele für solche Formvariablen (engl.: event shape variables) erwähnt werden. Bei Jet-Ereignissen verwendet man die Variable „Thrust“ (Schub, Hauptrichtung). Sie ist definiert als

$$T := \max_{\vec{n}} \frac{\sum_i |\vec{n} \cdot \vec{p}_i|}{\sum_i |\vec{p}_i|}, \quad (5.30)$$

wobei über alle Impulsvektoren \vec{p}_i der rekonstruierten Teilchen im Ereignis summiert wird und \vec{n} ein beliebiger Einheitsvektor ist. Wenn zwei Jets Rücken an Rücken emittiert werden, ist $T \approx 1$, für Ereignisse mit drei oder mehr Jets ist $T \in [0,5; 1)$. Eine weitere oft benutzte Ereignisvariable ist der Impulstensor

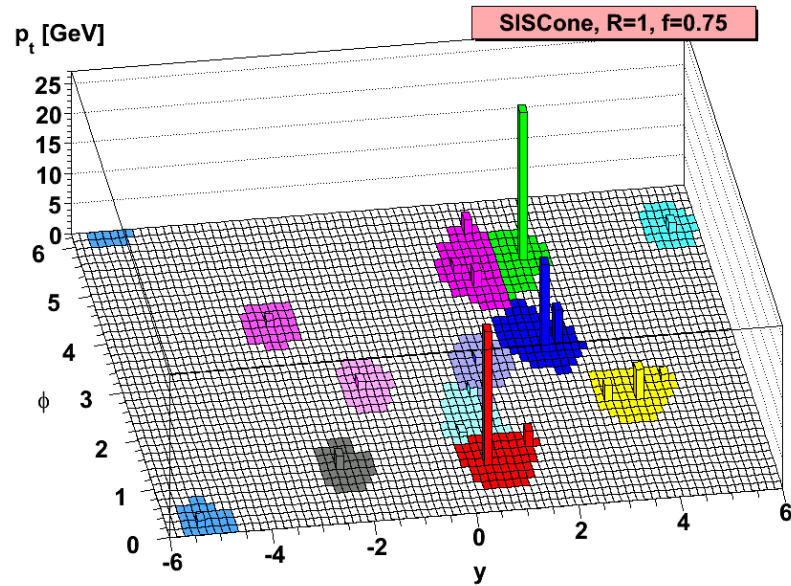
$$S^{\alpha\beta} = \frac{\sum_i p_i^\alpha p_i^\beta}{\sum_i |\vec{p}_i|^2}, \quad (5.31)$$

wobei i die Teilchen numeriert und $p^{\alpha,\beta}$ mit $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ die Komponenten des Impulsvektors \vec{p} sind. Bei der Diagonalisierung von $S^{\alpha\beta}$ ergeben sich drei Eigenwerte $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$, deren Summe 1 ergibt. Damit werden die Sphärizität S und die Aplanarität A definiert als

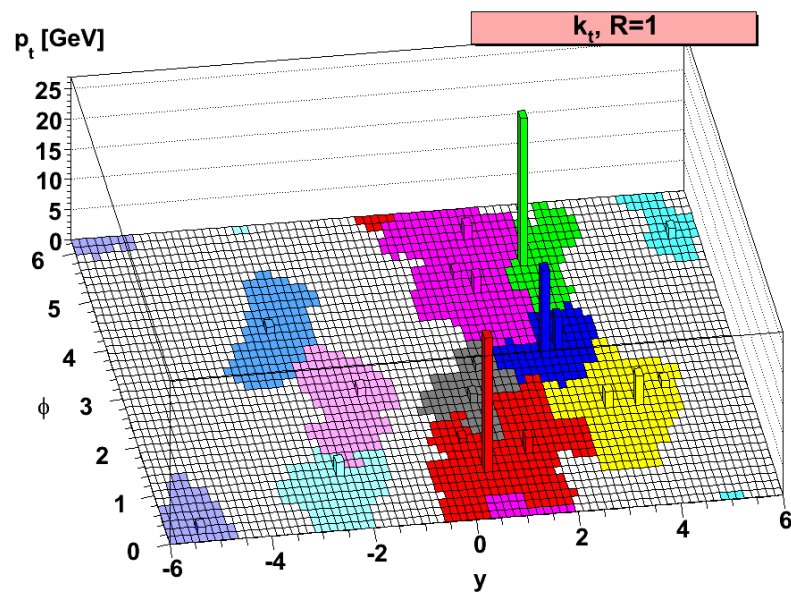
$$S := \frac{3}{2}(\lambda_2 + \lambda_3), \quad (5.32)$$

$$A := \frac{3}{2}\lambda_3. \quad (5.33)$$

Die Sphärizität ist ein Maß dafür, wie isotrop ein Ereignis ist. Bei einem isotropen Ereignis erwartet man $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1/3$, also $S = 1$, ansonsten $S < 1$. Die Aplanarität nimmt Werte an zwischen $A = 0$ (planares Ereignis) und $A = 1/2$ (isotropes Ereignis).



(a)



(b)

Abbildung 5.17: Anwendung von Jetalgorithmen auf ein simuliertes Ereignis. (a) Kegelalgorithmus (SIScone). (b) Rekombinationsalgorithmus (k_T) [Cac08]. Gezeigt sind die Energiedepositionen in der $y\phi$ -Ebene (Lego-Histogramm) und die identifizierten Jets (farbige Flächen).

Suche nach dem Higgs-Boson

6.1 Das Higgs-Boson im Standardmodell

Das Higgs-Boson nimmt im Standardmodell (SM) eine Sonderstellung ein. Es ist das einzige elementare Spin-0-Teilchen, und es ist verantwortlich für die elektroschwache Symmetriebrechung und die Massen der Fermionen. Gleichzeitig ist das letzte SM-Teilchen, das bisher noch nicht experimentell nachgewiesen werden konnte. In diesem Abschnitt sollen theoretische Erwartungen zur Produktion des Higgs-Bosons und experimentelle Suche nach dem Higgs-Boson beschrieben werden.

6.1.1 Higgs-Potenzial

Der Higgs-Mechanismus wurde bereits in Abschnitt 2.3.2 diskutiert. Durch die Einführung des Higgs-Potenzials

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - \frac{\mu^2}{2} \Phi^\dagger \Phi - \frac{\lambda}{4} (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad \text{mit } \Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

in die Lagrangedichte des SM erhalten die W^\pm -Bosonen und das Z-Boson Massen. Von den vier Freiheitsgraden des Higgs-Feldes bleibt dann noch einer übrig, das physikalische Higgs-Boson H , ein massives skalares Teilchen (Spin 0). Die Massen der Fermionen werden zusätzlich durch das Hinzufügen von Yukawa-Kopplungen zur Lagrangedichte generiert, die proportional zur Masse des Teilchens sind, vgl. Gleichungen (2.62) und (2.70). Damit sind die Kopplungen des Higgs-Feldes an alle anderen Teilchen des SM festgelegt, und Produktionsraten und Verzweigungsverhältnisse können berechnet werden. Die Higgs-Masse bleibt in diesen Rechnungen ein freier Parameter, der nicht vom SM vorhergesagt wird. Die Higgs-Masse kann aber bereits durch theoretische Überlegungen beschränkt werden.

Suchen nach dem Higgs-Boson wurden im großen Detail sowohl bei den LEP- als auch bei den Tevatron-Experimenten durchgeführt. Bisher konnte das Higgs-Boson allerdings experimentell noch nicht nachgewiesen werden (Stand: Juni 2009). Dadurch konnte ein weiter Bereich möglicher Higgs-Massen bereits durch direkte Suchen ausgeschlossen werden. Auch durch die indirekten Auswirkungen der Higgs-Masse auf

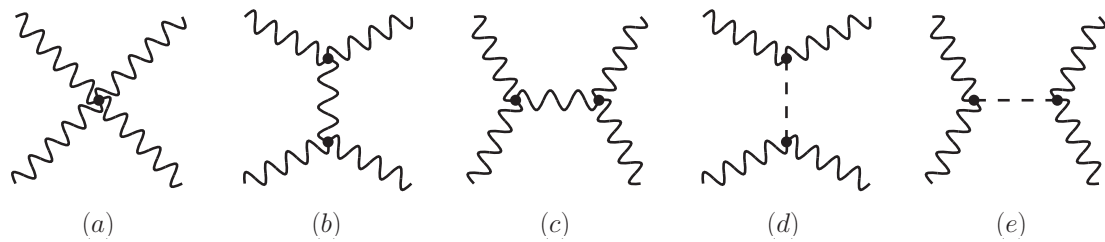


Abbildung 6.1: Beiträge zur Streuung longitudinaler W -Bosonen. Divergenzen in den Feynman-Diagrammen (a)–(c) werden durch die Beiträge der Diagramme (d) und (e) mit Higgs-Austausch weggehoben, jedoch nur, falls $m_H < 850$ GeV.

Präzisionsobservable über Strahlungskorrekturen können Schranken auf die Higgs-Masse bestimmt werden.

6.1.2 Indirekte Schranken auf die Higgs-Masse

Massenschranken durch theoretische Überlegungen

Vom SM wird angenommen, dass es eine „effektive Theorie“ darstellt, die Elementarteilchen höchstens bis zu der Energieskala beschreiben kann, bei der quantenmechanische und Gravitationseffekte gleich stark werden. Diese „Planck-Skala“ ist (bis auf einen Faktor π) definiert als die Energie, bei der die Compton-Wellenlänge $2\pi\hbar/(mc)$ eines Teilchens gleich seinem eigenen Schwarzschild-Radius $2Gm/c^2$ (G Gravitationskonstante) ist:

$$\Lambda_{\text{Pl}} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = \sqrt{\frac{1}{G}} = 1,22 \cdot 10^{19} \text{ GeV}. \quad (6.2)$$

Es ist allerdings auch möglich, dass das SM schon bei einer geringeren Energieskala Λ durch eine umfassendere Theorie ersetzt werden muss. In Abhängigkeit von Λ können dann obere und untere Schranken auf die Higgs-Masse bestimmt werden, wenn man folgende Prozesse betrachtet:

- Streuung longitudinal polarisierter W -Bosonen: Der Wirkungsquerschnitt für den Prozess $W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-$ (vgl. Abb. 6.1) divergiert ohne Beiträge durch den Austausch eines Higgs-Bosons mit $m_H < 850$ GeV.
- Selbstkopplung der Higgs-Bosonen (vgl. Abb. 6.2): Ohne eine obere Schranke auf die Higgs-Masse würde die Selbstkopplung der Higgs-Bosonen bei einer Skala $\Lambda < \Lambda_{\text{Pl}}$ nicht-perturbativ, und die effektive Higgs-Kopplung λ würde divergieren. Wenn die Higgs-Masse andererseits so klein ist, dass $\lambda < 0$ wird, nimmt das Higgs-Potenzial nicht die in Abb. 2.3 gezeigte Form an, und es gibt keine stabile spontane Symmetriebrechung [Ham97]. Die Schranken auf die Higgs-Masse, die sich dadurch ergeben, sind in Abb. 6.3 gezeigt.

Insgesamt wird im SM also durch theoretische Überlegungen eine Higgs-Masse zwischen etwa 100 GeV und 200–500 GeV gefordert.

Massenschranken durch Präzisionsdaten

Aus Messungen an der Z -Resonanz (Z -Boson-Masse m_Z , schwacher Mischungswinkel $\sin\theta_W$ usw.) sowie aus der genauen Bestimmung der W -Boson-Masse m_W und

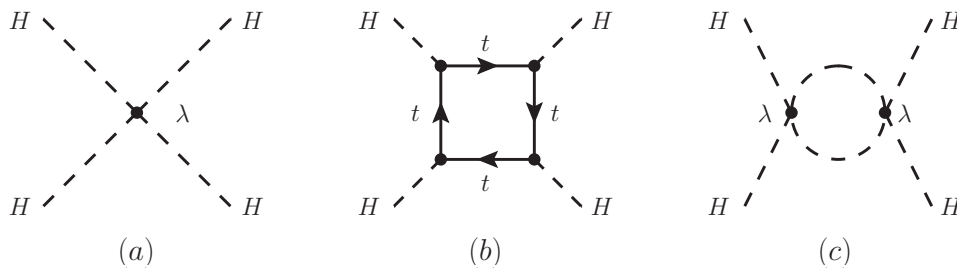


Abbildung 6.2: Feynman-Diagramme aller Beiträge zur quartischen Selbstkopplung des Higgs-Bosons.

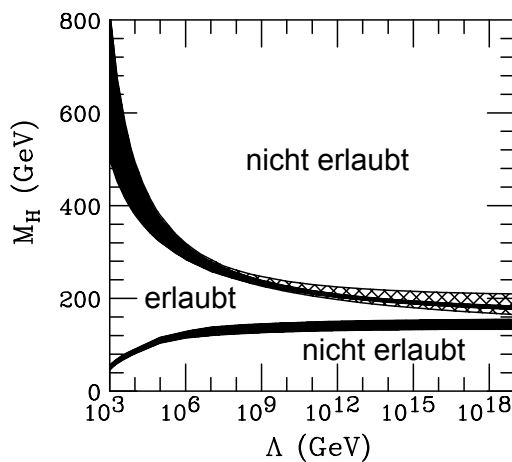


Abbildung 6.3: Obere und untere Schranken auf die Masse des Higgs-Bosons als Funktion einer Energieskala Λ , bis zu der das Standardmodell gültig bleibt (nach [Ham97]).

der Top-Quark-Masse m_t lassen sich im Rahmen des SM ebenfalls Schranken auf die Higgs-Masse bestimmen. In Schleifenkorrekturen zu m_W und m_Z treten sowohl Top-Quarks als auch Higgs-Bosonen auf, wie in Abb. 6.4 gezeigt. Dabei hängt die Korrektur quadratisch von m_t ab, aber nur logarithmisch von m_H . Gleichzeitig besitzen die beiden Korrekturen unterschiedliche Vorzeichen, da das Higgs-Teilchen ein Spin-0-Boson ist und das Top-Quark ein Spin-1/2-Fermion. Durch die lediglich logarithmische Abhängigkeit ergeben sich, anders als bei der Top-Masse, keine genauen Vorhersagen der Higgs-Masse, sondern nur ein breites Massenfenster. Das Resultat der Anpassung an elektroschwache Präzisionsdaten wird im sogenannten „Blue-Band-Plot“ zusammengefasst, der in Abb. 6.5 gezeigt ist. Ohne auf direkte Messungen zurückzugreifen, ergibt sich ein Massenfenster von $m_H = 90_{-27}^{+36}$ GeV, das man auch in eine obere Grenze von $m_H < 163$ GeV bei 95% Vertrauensniveau umwandeln kann. Durch Präzisionsdaten wird also eine „leichte“ Higgs-Masse unter ca. 160 GeV bevorzugt. Im folgenden werden weitere Einschränkungen durch direkte Suchen nach dem Higgs-Boson diskutiert.

6.1.3 Higgs-Produktion und -Zerfall

Es gibt eine Reihe von Prozessen, in denen Higgs-Bosonen erzeugt werden können, und ebenso eine Vielzahl von Zerfallsprozessen. Welche dieser Prozesse sich für eine Suche nach Higgs-Bosonen an Collidern eignen, hängt von deren Wirkungsquerschnitt und Verzweungsverhältnis sowie vom erwarteten Untergrund durch andere SM-Prozesse ab. Hier sollen nur die wichtigsten Prozesse diskutiert werden.

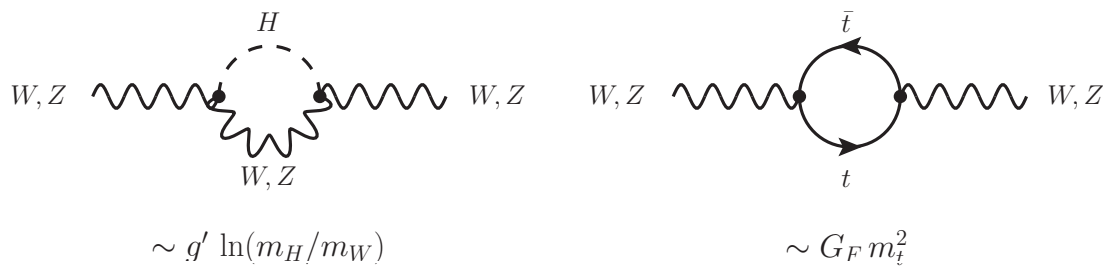


Abbildung 6.4: Führende Schleifenkorrekturen zum W- und Z-Boson-Propagator: Die Higgs-Boson-Schleife (links) hängt logarithmisch von der Higgs-Boson-Masse ab, die Top-Quark-Schleife (rechts) quadratisch von der Top-Quark-Masse.

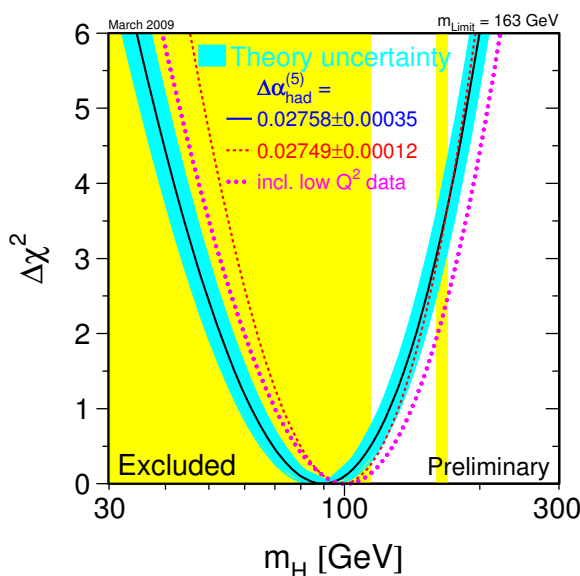


Abbildung 6.5: „Blue-Band-Plot“: Abweichung vom Minimum des χ^2 -Werts einer Anpassung an Präzisionsdaten als Funktion der Higgs-Boson-Masse m_H [LEP]. Die Daten ergeben $m_H = 90^{+36}_{-27}$ GeV bzw. $m_H < 163$ GeV (95% Vertrauensniveau). Aufgrund direkter Suchen sind $m_H < 114,4$ GeV und $160 \text{ GeV} < m_H < 170$ GeV mit einem Vertrauensniveau von 95% ausgeschlossen.

Produktion von Higgs-Bosonen an Collidern

Bei LEP wurden Higgs-Suchen bei Schwerpunktsenergien von bis zu $\sqrt{s} = 209$ GeV durchgeführt. Der dominierende Produktionsprozess im interessanten Massenbereich ab etwa $m_H = 100$ GeV ist die „Higgs-Strahlung“ $e^+e^- \rightarrow Z^* \rightarrow ZH$, bei der ein Higgs-Boson zusammen mit einem Z-Boson erzeugt wird. Bei $\sqrt{s} = 209$ GeV konnten so Higgs-Massen von bis zu $\sqrt{s} - m_Z \approx 118$ GeV untersucht werden.

An Hadron-Collidern sind weitere Produktionsprozesse möglich, eine Übersicht der relevanten Feynman-Diagramme ist in Abb. 6.6 gezeigt. Der dominante Kanal an beiden Collidern ist die Gluon-Gluon-Fusion, gefolgt von der assoziierten Produktion mit einem W- oder Z-Boson oder einem $t\bar{t}$ -Paar und der Vektorboson-Fusion. Abb. 6.7 zeigt die Wirkungsquerschnitte für diese Prozesse am Tevatron und am LHC.

Zerfallskanäle des Higgs-Bosons

Das Higgs-Boson koppelt an alle Fermionen proportional zu ihrer Masse und an alle Eichbosonen proportional zum Quadrat ihrer Masse. Die einzelnen Zerfallskanäle haben

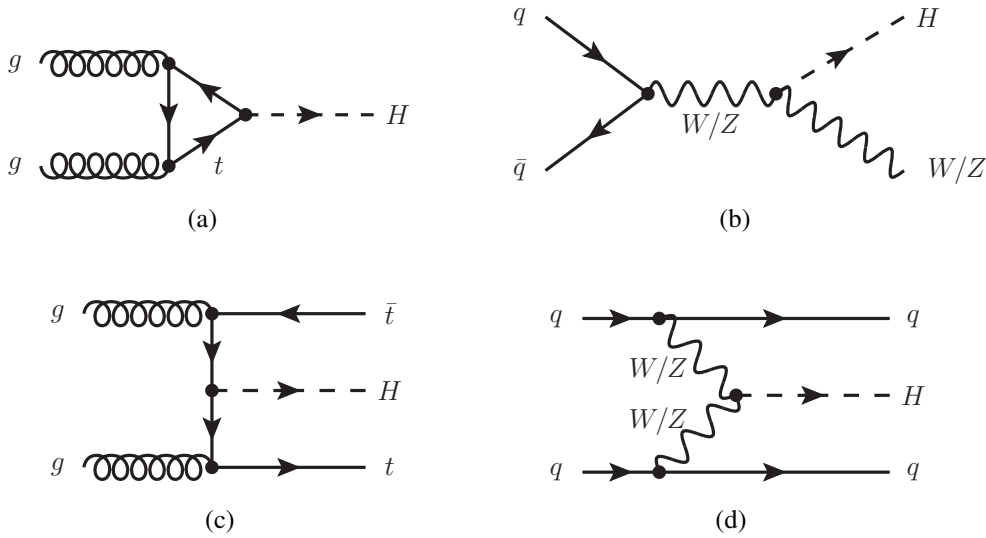


Abbildung 6.6: Feynman-Diagramme für Higgs-Boson-Produktion an Hadron-Collidern. (a) Gluon-Gluon-Fusion. (b) Assoziierte Higgs-Produktion mit W/Z -Boson („Higgs-Strahlung“). (c) Assoziierte Higgs-Produktion mit $t\bar{t}$. (d) Vektorboson-Fusion mit W/Z -Boson.

im SM folgende Kopplungsstärken:

$$H \rightarrow f\bar{f} : \quad g_{f\bar{f}H} = \frac{m_f}{v} \quad (6.3)$$

$$H \rightarrow W^+W^- : \quad g_{WWH} = \frac{2m_W^2}{v} \quad (6.4)$$

$$H \rightarrow ZZ : \quad g_{ZZH} = \frac{2m_Z^2}{v} \quad (6.5)$$

Dabei ist $v = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2}$ der Vakuumerwartungswert des Higgs-Feldes. Die Verzweigungsverhältnisse für Higgs-Zerfälle im SM sind in Abb. 6.8 dargestellt. Ein Zerfall in ein (reelles) Teilchenpaar $X\bar{X}$ ist kinematisch nur erlaubt, wenn $m_H > 2m_X$ erfüllt ist. Damit ergibt sich eine Abhängigkeit der bevorzugten Zerfallskanäle von der Higgs-Masse. Für $m_H < 135$ GeV dominiert daher der Zerfall $H \rightarrow b\bar{b}$, für $m_H \geq 135$ GeV der Zerfall $H \rightarrow W^+W^-$. Aufgrund von Interferenzeffekten trägt dieser auch schon unterhalb der Massenschwelle von etwa 160 GeV zum Zerfall bei. Die Zerfallskanäle $H \rightarrow ZZ$ und $H \rightarrow t\bar{t}$ werden erst bei höheren Energien relevant.

6.1.4 Direkte Higgs-Suchen

Higgs-Suche bei LEP

Die Higgs-Suche bei LEP I blieb erfolglos, so dass Higgs-Bosonen mit einer Masse von weniger als etwa 65 GeV ausgeschlossen werden konnten. Erst LEP II (1996–2000) konnte in den interessanten Bereich jenseits von $m_H = 100$ GeV vorstoßen. Die Paare von Higgs- und Z-Bosonen aus $e^+e^- \rightarrow HZ$ erlauben dabei die Tabelle 6.1 gezeigten Signaturen. In diesen Kanälen tragen hauptsächlich die Vierjet-Produktion in der QCD sowie die elektroschwache Produktion von WW - und ZZ -Paaren zum Untergrund bei.

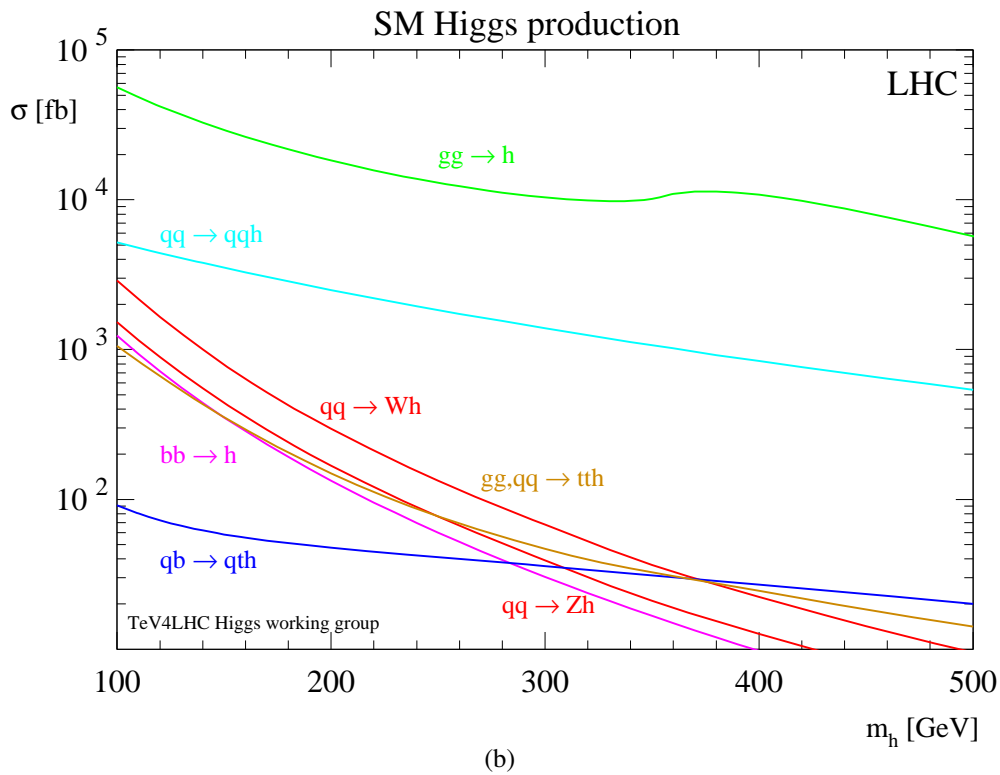
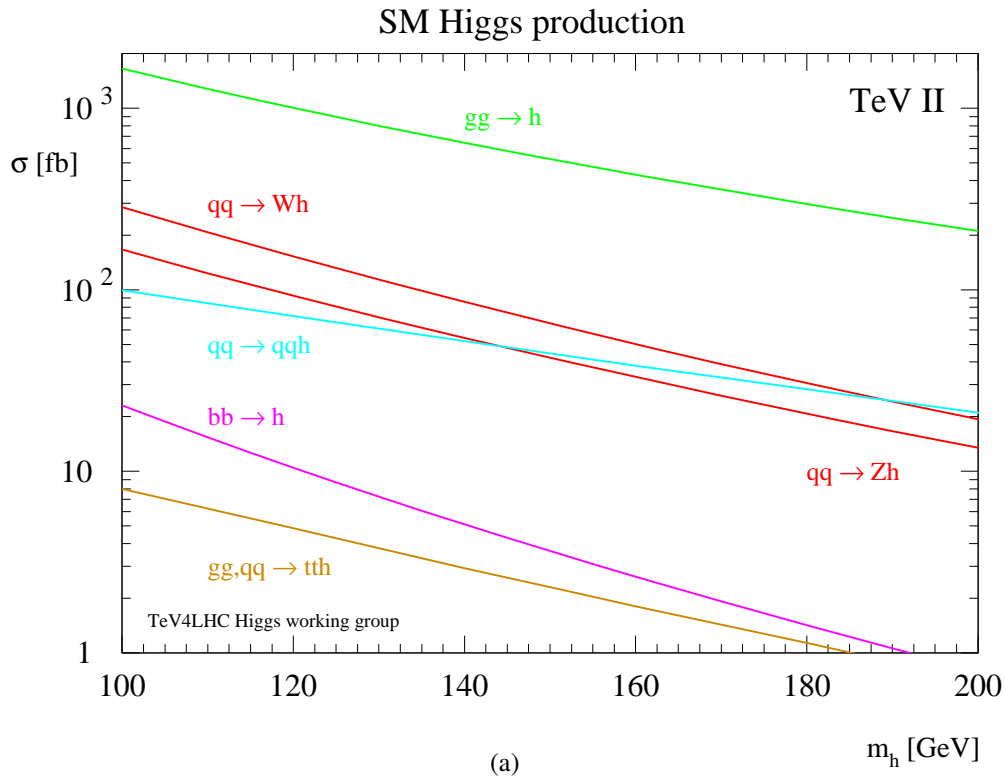


Abbildung 6.7: Wirkungsquerschnitte für die Higgs-Boson-Produktion im Standardmodell [TeV]. (a) Tevatron Run II. (b) LHC. In beiden Fällen dominiert die Gluon-Gluon-Fusion $gg \rightarrow H$.

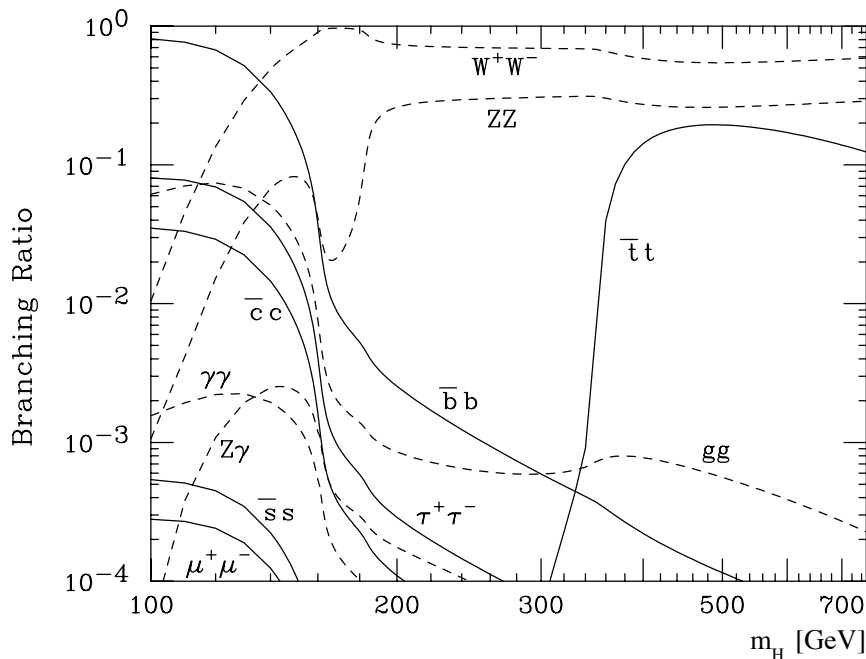


Abbildung 6.8: Vorhergesagte Verzweigungsverhältnisse für Higgs-Boson-Zerfälle im Standardmodell [Ams08]. Der dominante Kanal für kleine Higgs-Boson-Massen ist $H \rightarrow b\bar{b}$, für große Massen dominiert $H \rightarrow W^+W^-$.

Tabelle 6.1: Ereignissignaturen im Prozess $e^+e^- \rightarrow HZ$ bei LEP.

Higgs-Zerfall	Z-Zerfall	Signatur
$H \rightarrow b\bar{b}$	$Z \rightarrow q\bar{q}$	4 Jets, 2 davon mit B -Hadronen
$H \rightarrow \tau^+\tau^-$	$Z \rightarrow q\bar{q}$	2 Jets und 2 Tau-Leptonen
$H \rightarrow b\bar{b}$	$Z \rightarrow \tau^+\tau^-$	2 B -Jets und 2 Tau-Leptonen
$H \rightarrow b\bar{b}$	$Z \rightarrow \nu\bar{\nu}$	2 B -Jets und fehlende Energie
$H \rightarrow b\bar{b}$	$Z \rightarrow e^+e^-/\mu^+\mu^-$	2 B -Jets und 2 Leptonen

Am Ende der LEP-II-Datennahme im Jahr 2000 hat allein das ALEPH-Experiment einen signifikanten Überschuss von 4-Jet-Ereignissen beobachtet, der mit einem Higgs-Signal vereinbar war. Eines dieser Ereignisse ist in Abb. 6.9 gezeigt. Wenn man die Ergebnisse aller vier Experimente kombiniert, erhält man kein signifikantes Higgs-Signal. Die Wahrscheinlichkeit, dass die beobachteten Ereignisse allein vom Untergrund stammen, ist 9%. Somit konnten Higgs-Massen von $m_H < 114,4 \text{ GeV}$ mit 95% Vertrauensniveau bei LEP ausgeschlossen werden [LEP03]. Per Konvention spricht man von „Evidenz“, wenn die Untergrundhypothese mit mehr als 3σ (Gaußsche Wahrscheinlichkeit $\approx 2,7 \cdot 10^{-3}$) und von „Entdeckung“, wenn die Untergrundhypothese mit mehr als 5σ (Wahrscheinlichkeit $\approx 5,7 \cdot 10^{-7}$) ausgeschlossen werden kann.

Higgs-Suche am Tevatron

Die Suche nach dem Higgs-Boson wurde ab 2001 mit Run II des Tevatron weitergeführt. Am Tevatron kann man den Vorteile des großen zugänglichen Energiebereich an einem Hadron-Collider nutzen, hat aber auch mit den typischen experimentellen Schwierig-

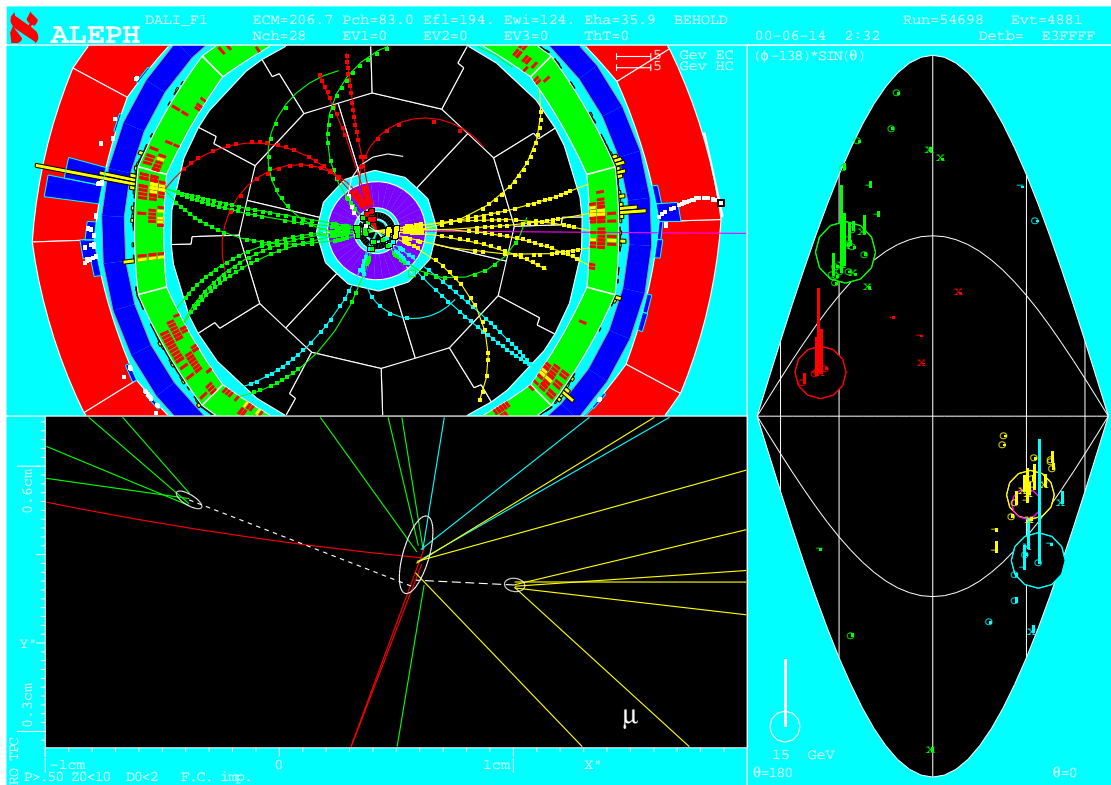


Abbildung 6.9: „Event Display“ eines Kandidaten für den Prozess $ee \rightarrow HZ \rightarrow b\bar{b}q\bar{q}$ beim ALEPH-Experiment. Das Ereignis umfasst vier Jets, von denen zwei als B -Jets identifiziert werden konnten.

keiten wie hohen Untergrundraten zu kämpfen. Am Tevatron werden Daten in allen in Abb. 6.6 gezeigten Produktionskanäle analysiert. Eine gute Trennung vom Untergrund gelingt dabei insbesondere in der assoziierten Produktion mit W - und Z -Bosonen. Im folgenden werden die Endzustände, die am Tevatron untersucht werden, kurz beschrieben:

- $H \rightarrow b\bar{b}$: Dieser Endzustand ist wie bei LEP gut über B -Tagging selektierbar. Wenn er jedoch nicht in assoziierter Produktion erzeugt wird, leidet er unter sehr großem Untergrund durch Jetproduktion mittels QCD.
- $H \rightarrow \tau^+\tau^-$: Dieser Zerfall ist ähnlich schwierig vom QCD-Untergrund zu trennen wie $H \rightarrow b\bar{b}$.
- $H \rightarrow W^+W^-$: Für den Massenbereich um die doppelte W -Masse ($m_H \approx 160 \text{ GeV}$) ist dieser Kanal der sensitivste. Man untersucht insbesondere den Fall, in dem beide W -Bosonen leptonisch zerfallen und erwartet zwei geladene Leptonen und fehlende transversale Energie als Signatur. Aufgrund der Spin-0-Natur des Higgs-Bosons kann man die Signatur von Untergründen wie elektroschwacher WW -Produktion und dem Zerfall $t\bar{t} \rightarrow WbWb$ unterscheiden.
- $H \rightarrow \gamma\gamma$: Der Zerfall des Higgs-Bosons in zwei Photonen besitzt nur ein Verzweigungsverhältnis von etwa 10^{-3} . Er manifestiert sich aber als (kleines) Signal in der invarianten $\gamma\gamma$ -Masse über einem Kontinuum von Photonpaaren aus anderen Quellen und erlaubt so eine Rekonstruktion der Higgs-Masse. Dieser Kanal wurde am Tevatron bereits untersucht, wird aber erst durch die höhere Kollisionsenergie und

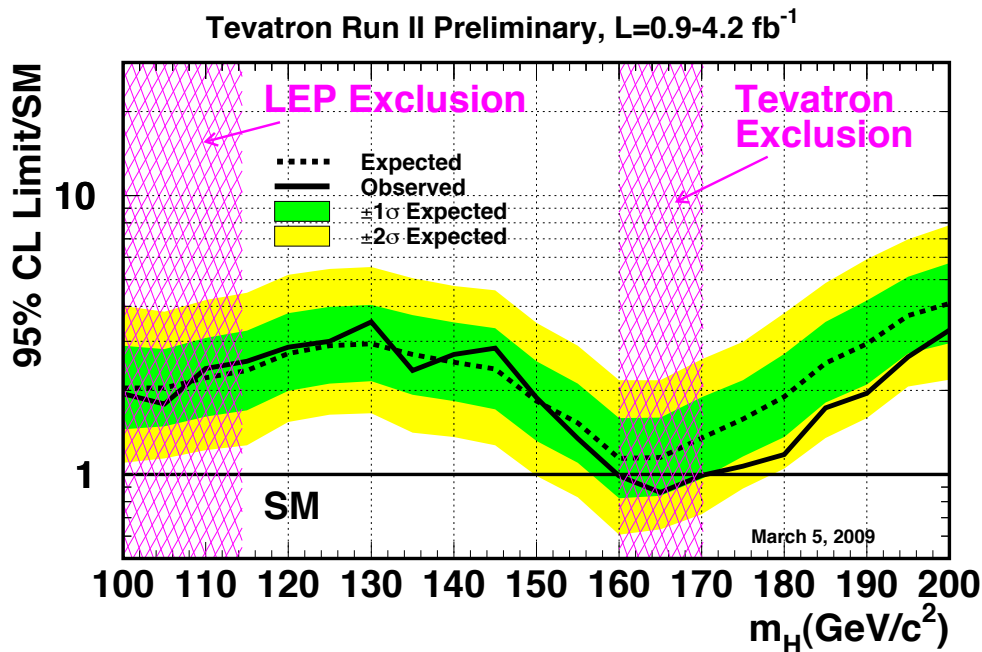


Abbildung 6.10: Vergleich der beobachteten Ausschlussgrenze auf den Wirkungsquerschnitt für SM-Higgs-Produktion mit den Vorhersagen des SM als Funktion der Higgs-Masse [TEV09]. Erreicht die beobachtete Ausschlussgrenze einen Wert von 1, wird die SM-Higgs-Produktion für die entsprechende Higgs-Masse ausgeschlossen. Die gestrichelte Linie gibt die erwartete Schranke und die farbigen Bänder deren Unsicherheit an. Die LEP-Experimente schließen $m_H < 114,4 \text{ GeV}$ und die Tevatron-Experimente $160 \text{ GeV} < m_H < 170 \text{ GeV}$ aus.

die verbesserte Photonrekonstruktion bei den LHC-Experimenten konkurrenzfähig werden.

Erst in den Jahren 2008/2009 gelang es den Tevatron-Experimenten zum ersten Mal, die Ausschlussgrenzen von LEP zu verbessern und ein SM-Higgs-Boson mit $160 \text{ GeV} < m_H < 170 \text{ GeV}$ mit 95% Vertrauensniveau auszuschließen. Um die dazu notwendige Sensitivität zu erreichen, mussten Analysen von mehr als 20 (50) unterschiedlichen Endzuständen im CDF-(DØ)-Experiment kombiniert werden [TEV09]. Die Ausschlussgrenzen von LEP und Tevatron als Funktion der Higgs-Masse sind in Abb. 6.10 gezeigt.

Ausblick: Higgs-Suche am LHC

Aufgrund der höheren Schwerpunktsenergie gegenüber dem Tevatron erhöht sich am LHC der Wirkungsquerschnitt für Higgs-Boson-Produktion um einen Faktor 30–50. Die dominanten Produktionskanäle sind ähnlich wie beim Tevatron Gluon-Gluon-Fusion, assoziierte Produktion und Vektorboson-Fusion, wobei auch die assoziierte Produktion mit $t\bar{t}$ -Paaren relevant wird. Am LHC werden neben den oben diskutierten noch weitere Zerfallskanäle des Higgs-Bosons zugänglich, insbesondere der „goldene Kanal“ $H \rightarrow ZZ^{(*)} \rightarrow 4\ell$. Dieser Kanal ist für $130 \text{ GeV} < m_H < 1 \text{ TeV}$ vielversprechend, da vier geladene Leptonen, insbesondere Myonen, eine sehr saubere Signatur bilden, mit der sich die Higgs-Masse genau über die invariante Masse des Endzustandes rekonstruieren lässt.

Insgesamt kann am LHC der komplette erlaubte Massenbereich des SM-Higgs-Bosons bis zu etwa 1 TeV experimentell abgedeckt werden kann. Der Bereich leichter Higgs-Massen ($110\text{ GeV} < m_H < 140\text{ GeV}$), der durch theoretische Vorhersagen und die Messungen an LEP und Tevatron bevorzugt ist, wird beim LHC aufgrund großer Untergründe nur schwer zugänglich sein. Trotz der großen Produktionsrate werden einige Jahre Datennahme erforderlich sein, um das Signal eines SM-Higgs-Boson zu etablieren.

6.2 Das Higgs-Boson in Erweiterungen des Standardmodells

6.2.1 Modelle mit zwei Higgs-Doublets

Das Higgs-Feld im SM stellt den einfachsten Mechanismus dar, um spontane Symmetriebrechung (SSB) und Fermionmassen zu erzeugen. In vielen Erweiterungen des SM, insbesondere in der Supersymmetrie, gibt es einen erweiterten Higgs-Sektor. Eine mögliche Erweiterung besteht in der Einführung eines zweiten $SU(2)$ -Doublets (engl.: two Higgs doublet model, 2HDM), so dass eines zur Massenerzeugung der up-artigen Fermionen und eines zur Massenerzeugung der down-artigen Quarks, anstatt von $\tilde{\Phi}$ in Gleichung (2.70), benutzt wird:

$$\Phi_u := \begin{pmatrix} \phi_u^+ \\ \phi_u^0 \\ \phi_u^- \end{pmatrix}, \quad \Phi_d := \begin{pmatrix} \phi_d^0 \\ \phi_d^- \end{pmatrix}. \quad (6.6)$$

Nach wie vor werden drei Freiheitsgrade des Higgs-Sektors für die SSB benötigt, so dass fünf physikalische Higgs-Teilchen übrig bleiben,

- zwei geladene Higgs-Bosonen H^\pm ,
- ein CP-ungerades neutrales Higgs-Boson A ,
- zwei CP-gerade neutrale Higgs-Bosonen H („schwer“) und h („leicht“).

Somit ergibt sich im Higgs-Sektor im Prinzip auch die Möglichkeit der CP -Verletzung. Der zentrale freie Parameter in einem 2HDM ist das Verhältnis der Vakuumerwartungswerte der beiden Higgs-Doublets

$$\tan \beta := \frac{v_u}{v_d}. \quad (6.7)$$

6.2.2 Supersymmetrische Modelle

Supersymmetrie (SUSY) ist eine Symmetrie zwischen den Materieteilchen (Fermionen) und den Kraftteilchen (Bosonen), in gewisser Weise also die „letzte fehlende Symmetrie“ im Universum. In SUSY-Modellen gibt es zu jedem Spin-1/2-Fermion ein Spin-0-Boson („Squarks“ und „Sleptonen“) und zu jedem Spin-1-Boson ein Spin-1/2-Fermion („Gluinos“, „Charginos“ und „Neutralinos“). Da bisher noch keines dieser Partnerteilchen entdeckt wurde, kann die SUSY keine exakte Symmetrie in der Natur sein, und es muss einen Mechanismus geben, der SUSY-Brechung hervorruft.

Im allgemeinen besitzen SUSY-Modelle mehr als 100 freie Parameter, daher betrachtet man zunächst einfachere Modelle mit weniger als 10 freien Parametern. In der

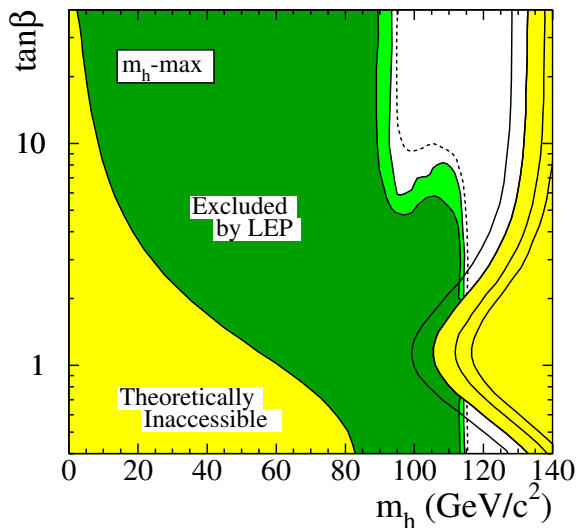


Abbildung 6.11: LEP-Ausschlussgrenzen für die Masse des leichteren neutralen Higgs-Boson h im MSSM als Funktion von $\tan\beta$ [Ams08]. Erlaubte Massenbereiche finden sich fast nur bei großen $\tan\beta$ und in einem kleinen Fenster zwischen $m_h = 100$ GeV und $m_h = 135$ GeV.

einfachsten supersymmetrischen Erweiterung des SM (engl.: minimal supersymmetric standard model, MSSM) wird für den Higgs-Sektor ein 2HDM verwendet. Eine sehr interessante Vorhersage des MSSM ist eine obere Schranke für die Masse des leichteren der beiden neutralen Higgs-Bosonen h :

$$m_h < m_Z |\cos(2\beta)|. \quad (6.8)$$

Diese Massenschranke ist „direkt“, beruht also nicht nur auf theoretischen Überlegungen zum Hochenergieverhalten der Theorie an der Planck-Skala. Bei LEP II wurden Higgs-Massen kleiner als die Z-Boson-Masse auch für supersymmetrische Modelle ausgeschlossen. Im Moment kann das MSSM (noch) dadurch „gerettet“ werden, dass sich die Massenschranke durch Strahlungskorrekturen auf bis zu $m_h < 135$ GeV verschiebt.

6.2.3 Suche nach den MSSM-Higgs-Bosonen

Die Suche nach Higgs-Bosonen in supersymmetrischen Theorien wie dem MSSM ist ein aktives Forschungsgebiet, sowohl bei LEP als auch beim Tevatron und zukünftig am LHC. Die Vielzahl der Modellparameter und möglichen Produktions- und Zerfallskanäle übersteigt den Rahmen dieser Vorlesung. Die Higgs-Suchen laufen ähnlich ab wie im Fall des SM, und bisher wurden keine Anzeichen auf MSSM-Higgs-Bosonen gefunden. Abb. 6.11 zeigt beispielhaft die bei LEP erreichten Ausschlussgrenzen für die Masse m_h des leichteren neutralen Higgs-Bosons im MSSM in verschiedenen CP-erhaltenden Szenarien.

Physik massiver Neutrinos

Im Standardmodell (SM) existieren Neutrinos nur als masselose linkshändige Teilchen bzw. rechtshändige Antiteilchen. Seit den späten 1990er Jahren wurde, beginnend mit Super-Kamiokande [Fuk98], durch eine Vielzahl von Experimenten überzeugende Evidenz für die Existenz von Flavor-Oszillationen im Neutrinosektor geliefert. Solche Übergänge zwischen Neutrinos unterschiedlichen Flavors sind nur möglich, wenn die Neutrinos eine Masse besitzen. In diesem Kapitel soll kurz die Theorie der Neutrinomasse und der Neutrino-Oszillationen diskutiert sowie Experimente zu deren Nachweis vorgestellt werden.

7.1 Neutrinomassen und Neutrino-Oszillationen

7.1.1 Oszillationsgleichung

Im Folgenden wird der Formalismus für Neutrino-Oszillationen kurz eingeführt. Die korrekte quantenmechanische Behandlung der Oszillationen mittels Wellenpaketen ist derzeit in der Diskussion, siehe z. B. [Lip06]. Folgende Herleitung vermeidet dabei die strittigsten Punkte.

Die PNMS-Matrix

Neutrino-Oszillationen haben denselben physikalischen Ursprung wie Oszillationen im Quarksektor: die Neutrino-Masseneigenzustände, d. h. die physikalischen Teilchen, sind nicht gleich den Flavor-Eigenzuständen, also den Eigenzuständen der schwachen Wechselwirkung.¹ Damit sind Masseneigenzustände $|ν_i\rangle$ ($i = 1, 2, 3$) Linearkombinationen der Flavor-Eigenzustände $|ν_α\rangle$ ($α = e, ν, τ$):

$$|ν_i\rangle = \sum_{\alpha} U_{\alpha i} |ν_{\alpha}\rangle. \quad (7.1)$$

¹Beispielsweise ist der Flavor-Eigenzustand $ν_{\mu}$ derjenige, aus dem in der Wechselwirkung mit einem W -Boson ein Myon entsteht.

Dabei sind $U_{\alpha i}$ Elemente einer unitären Matrix U analog zur CKM-Matrix im Quarksektor, der Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata-Matrix (PMNS-Matrix) [Pon68, Mak62]. Dabei ist derzeit nicht klar, welcher Mechanismus den Neutrino-Oszillationen zugrunde liegt, denn auch der Mechanismus der Massenerzeugung für Neutrinos ist noch ungeklärt. Wie später gezeigt wird, dominieren in der PMNS-Matrix nicht die Diagonalelemente, so dass keinem der $|v_i\rangle$ ein dominanter Neutrino-Flavor zugeordnet werden kann. Es kommt im Gegenteil zu beinahe maximaler Mischung zwischen $|v_1\rangle$ und $|v_2\rangle$ sowie $|v_2\rangle$ und $|v_3\rangle$. Drückt man die PMNS-Matrix mit Euler-Winkel θ_{ij} („Mischungswinkeln“) aus, ergibt sich $\theta_{12}, \theta_{23} \lesssim 45^\circ$. Im Prinzip könnte es mehr als drei Masseneigenzustände geben, so dass eine oder mehrere Linearkombinationen nicht an das W -Boson des SM koppeln, sogenannte „sterile Neutrinos“ ν_s .

Oszillationsamplitude

Die quantenmechanische Amplitude einer Oszillation $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ ist gegeben durch

$$A(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \langle \nu_\beta | \nu_\alpha \rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* e^{-im_i \tau_i} U_{\beta i}. \quad (7.2)$$

Dabei ist m_i die Masse des $|v_i\rangle$ und τ_i seine Eigenzeit. Im Laborsystem ist $m_i \tau_i = E_i t - p_i L$, wobei E_i und p_i Energie und Impuls des Neutrinos sind. L Der Abstand zwischen Neutrinoquelle und -detektor ist mit L bezeichnet, und t ist die Zeit, um den Abstand L zurückzulegen. Absolute Phasen sind in der Quantenmechanik nicht messbar, daher spielen für die Oszillationen nur die relativen Phasen zwischen den Masseneigenzuständen $|v_i\rangle$ und $|v_j\rangle$ eine Rolle:

$$\delta\phi_{ij} = (p_i - p_j)L - (E_i - E_j)t. \quad (7.3)$$

In Experimenten wird t nicht gemessen, daher ersetzt man

$$t = \frac{L}{\bar{v}} \quad \text{mit } \bar{v} = \frac{p_i + p_j}{E_i + E_j}, \quad (7.4)$$

wobei \bar{v} die mittlere Geschwindigkeit von $|v_i\rangle$ und $|v_j\rangle$ ist. Damit ergibt sich für die relative Phase

$$\delta\phi_{ij} \approx \frac{p_i^2 - p_j^2}{p_i + p_j} L - \frac{E_i^2 - E_j^2}{E_i + E_j} L \approx (m_j^2 - m_i^2) \frac{L}{2E} =: \Delta m_{ji}^2 \frac{L}{2E}, \quad (7.5)$$

wobei im letzten Schritt der mittlere Impuls der hochrelativistischen $|v_i\rangle$ und $|v_j\rangle$ gleich der Strahlenergie E gesetzt wurde. Damit werden die für die Oszillationen relevanten relativen Phasen korrekt beschrieben, wenn man für die Amplitude ansetzt:

$$\langle \nu_\beta | \nu_\alpha \rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* e^{-im_i^2 L/(2E)} U_{\beta i}. \quad (7.6)$$

Oszillation zwischen zwei Neutrino-Flavors

Im Fall zweier Neutrino-Flavors ist U gegeben durch

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (7.7)$$

mit dem Mischungswinkel θ . In diesem Fall berechnen sich die Oszillationswahrscheinlichkeiten zu ($\alpha \neq \beta$):

$$\begin{aligned} |\langle \nu_\alpha | \nu_\beta \rangle|^2 = |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha \rangle|^2 &= \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\Delta m_{ij}^2 \frac{L}{2E}\right) \\ &= \sin^2(2\theta) \sin^2\left(1,27 \Delta m_{ij}^2 [\text{eV}^2] \frac{L[\text{km}]}{E[\text{GeV}]}\right), \end{aligned} \quad (7.8)$$

$$|\langle \nu_\alpha | \nu_\alpha \rangle|^2 = |\langle \nu_\beta | \nu_\beta \rangle|^2 = 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\Delta m_{ij}^2 \frac{L}{2E}\right). \quad (7.9)$$

Die Wahrscheinlichkeiten für Oszillation und Nicht-Oszillation hängen also von drei Parametern ab, dem Mischungswinkel $\sin^2(2\theta)$, der Massendifferenz zwischen den beteiligten Neutrino-Flavors Δm_{ij}^2 und dem Verhältnis aus Abstand zwischen Quelle und Detektor L und Neutrinoenergie E . Bei einer Strahlenergie von $E = 1 \text{ GeV}$ wäre etwa bei einer Massendifferenz von $\Delta m_{ij}^2 = 10^{-3} \text{ eV}^2$ das Maximum der Oszillation bei $L \approx 1200 \text{ km}$, man muss also sogenannte „Long-Baseline-Experimente“ bauen, bei denen Quelle und Detektor etwa 1000 km voneinander entfernt sind.

Im Fall von drei Flavours kann man die Neutrinomischung wie die Quarkmischung mit drei Euler-Winkeln und einer Phase beschreiben. Zusätzlich können noch zwei Phasen $\alpha_{1,2}$ entstehen, falls Neutrinos ihre eigenen Antiteilchen sind, wie in Abschnitt 7.1.2 diskutiert. Durch die Phasen ist wie bei der Quarkmischung die Möglichkeit der CP -Verletzung gegeben, falls die Phasen und der Mischungswinkel θ_{13} von Null verschieden sind. Insgesamt ist die PMNS-Matrix in der Standardparametrisierung dann

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13}e^{i\alpha_1/2} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta}e^{i\alpha_2/2} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}, \quad (7.10)$$

mit $c_{ij} := \cos \theta_{ij}$ und $s_{ij} := \sin \theta_{ij}$.

7.1.2 Neutrinomassen als Erweiterung des Standardmodells

Oszillationen zwischen zwei Neutrino-Flavors $|\nu_i\rangle$ und $|\nu_j\rangle$ sind nur möglich, wenn es eine Massendifferenz Δm_{ij}^2 zwischen den Masseneigenzuständen gibt. Dies bedeutet, dass mindestens eine der Massen ungleich Null sein muss, was im SM nicht erlaubt ist. Das SM muss daher um Massenterme für Neutrinos erweitert werden.

Dirac-Massenterme

Man kann ins SM zusätzlich rechtshändige Neutrinos und linkshändige Antineutrinos einführen, die Singulets bezüglich der Eichgruppe $SU(2)_L \times U(1)_Y$ sind. Rechtshändige Neutrinos gehen so keine Wechselwirkung mit den W - und Z -Bosonen ein und sind somit ein Beispiel für sterile Neutrinos. Damit lassen sich sogenannte „Dirac-Massenterme“ der Form

$$\mathcal{L}_{\text{Dirac}} = -m^D \bar{\nu} \nu = -m^D (\bar{\nu}_R \nu_L + \bar{\nu}_L \nu_R) \quad (7.11)$$

schreiben. Diese Kopplung ist analog zu der für die anderen Fermionmassen im Standardmodell und kann mithilfe des Higgs-Mechanismus als Yukawa-Kopplung ein-

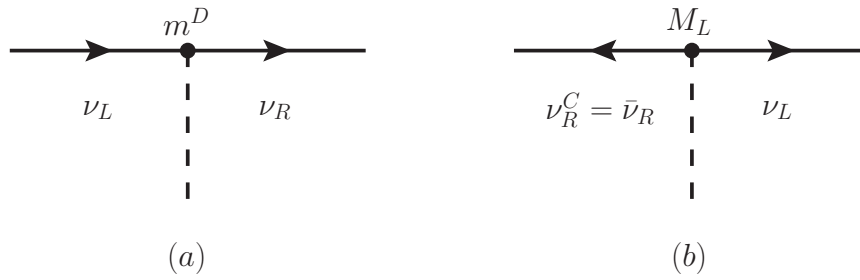
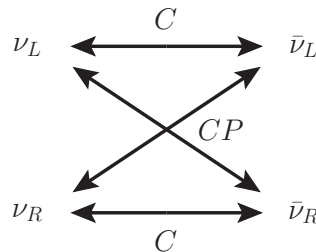


Abbildung 7.1: Diagrammatische Darstellung der Massenerzeugung bei Neutrinos. (a) Dirac-Masse: Kopplung zwischen links- und rechtshändigen Teilchen. (b) Majorana-Masse: Kopplung zwischen Teilchen und Antiteilchen (verletzt Leptonzahlerhaltung).

geführt werden. Sie ist wie bei den geladenen Fermionen eine Kopplung zwischen links- und rechtshändigen Teilchen, wie in Abb. 7.1 (a) gezeigt.

Majorana-Massenterme

Im SM liefert eine Anwendung der Ladungskonjugation C auf Neutrinos Zustände, die nicht existieren. So wird aus einem linkshändigen Neutrino ein linkshändiges Antineutrino. Erst durch die kombinierte CP -Operation entsteht ein rechtshändiges Antineutrino:



In obiger Skizze werden dann die sich diagonal gegenüberliegenden Zustände miteinander identifiziert: $\nu_L \equiv \nu_R^C$ und $\nu_R \equiv \nu_L^C$. Teilchen mit dieser Eigenschaft bezeichnet man als „Majorana-Teilchen“. In diesem Fall kann man zur Lagrangedichte des SM folgende Majorana-Massenterme hinzufügen:

$$\mathcal{L}_{\text{Majorana}} = -\frac{1}{2}M_L(\bar{\nu}_L\nu_R^C + \bar{\nu}_R^C\nu_L) - \frac{1}{2}M_R(\bar{\nu}_R\nu_L^C + \bar{\nu}_L^C\nu_R) \quad (7.12)$$

Diese Kopplungen beschreiben direkte Übergänge zwischen Neutrinos und Antineutrinos, und die Leptonzahl wäre nicht erhalten, siehe Abb. 7.1 (b). Solche Wechselwirkungen können nicht durch den Higgs-Mechanismus des SM beschrieben werden. Ein direkter Test der Majorana-Natur der Neutrinos über die Suche nach neutrinolosen Doppel-Betazerfällen wird in Abschnitt 7.2.3 diskutiert. Man kann nun Dirac- und Majorana-Massenterme wie folgt zusammenfassen:

$$\mathcal{L}_\nu = -\frac{1}{2}(\bar{\nu}_L \quad \bar{\nu}_L^C) \begin{pmatrix} M_L & m^D \\ m^D & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_R^C \\ \nu_R \end{pmatrix} + \text{h.c.} \quad (7.13)$$

Mit diesem Ansatz kann man nun die geringe Masse der Neutrinos erklären. Man diagonalisiert die Massenmatrix unter der Annahme, dass für die linkshändige Majorana-Masse $M_L = 0$ gilt und die rechtshändige Majorana-Masse viel größer als die Dirac-Masse ist: $M_R \gg m^D$. Damit sind die beiden Eigenwerte der Matrix, also die Massen der physikalischen Neutrinos

$$m_L \approx \frac{(m^D)^2}{M_R}, \quad m_H \approx M_R. \quad (7.14)$$

Dies bezeichnet man als „Seesaw-Mechanismus“ (engl. seesaw = Wippe): dadurch, dass die größere Masse m_H sehr groß wird, bleibt m_L sehr klein. Die größere Masse m_H ist dann auch nicht im Widerspruch zu Messungen der Zahl der leichten Neutrino-Flavors bei LEP (Abschnitt 3.2.4). Die Masse der Flavor-Eigenzustände ist dann die Linearkombination

$$m_{\nu_\alpha}^2 = \sum_i |U_{\alpha i}|^2 m_i^2. \quad (7.15)$$

7.2 Evidenz für Neutrinomassen und Neutrino-Oszillationen

7.2.1 Übersicht

Um das im letzten Abschnitt eingeführte Bild massiver Neutrinos, ggf. Majorana-Neutrinos, zu testen, gibt es derzeit drei Hauptstrategien: direkte Massenbestimmung, Nachweis der Majorana-Natur und Nachweis von Oszillationen. Nach heutigem Stand stammen die sensitivsten Resultate von Oszillationsmessungen, diese werden aber durch die anderen Strategien sinnvoll ergänzt. Insgesamt ergibt sich folgendes Bild:

- Aus direkten Messungen mit dem Betazerfall von Tritium gibt es eine obere Schranke auf die Masse des Antielektronneutrinos: $m_{\bar{\nu}_e} < 2,2 \text{ eV}$.
- Die Majorana-Natur der Neutrinos konnte in Experimente mit neutrinolosen Doppelbetazerfällen noch nicht zweifelsfrei nachgewiesen werden.
- Aus Experimenten zu Neutrino-Oszillationen ergeben sich zwei unterschiedliche Typen von Oszillationen mit unterschiedliche Massendifferenzen zwischen den Masseneigenzuständen der Neutrinos, die sich in guter Näherung durch separate Zwei-Flavor-Oszillationen zwischen $|v_1\rangle$ und $|v_2\rangle$ sowie zwischen $|v_2\rangle$ und $|v_3\rangle$ beschreiben lassen [Ams08]:

$$\Delta m_{\text{atm}}^2 \approx \Delta m_{23}^2 = 2,43(13) \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2, \quad \sin^2(2\theta_{23}) > 0,92 \quad (7.16)$$

$$\Delta m_{\odot}^2 \approx \Delta m_{12}^2 = 7,59(21) \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2, \quad \sin^2(2\theta_{12}) = 0,87(3) \quad (7.17)$$

Dabei stammen die Resultate (7.16) von atmosphärischen Neutrinos und Neutrinos, die an Beschleunigern erzeugt wurden, und die Resultate (7.17) aus Sonnen- und Reaktor-Neutrinos. In beiden Fällen ist die Mischung fast maximal. Dies steht im Gegensatz zur Quarkmischung, bei der ein Flavor der dominante Anteil eines Masseneigenzustandes ist.

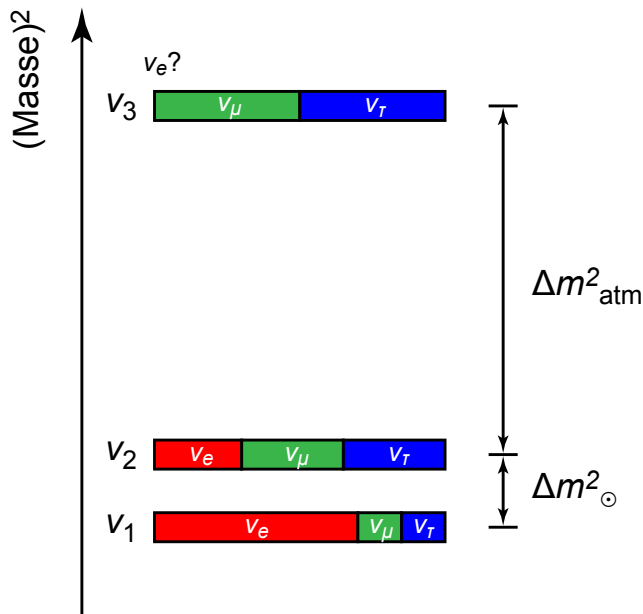


Abbildung 7.2: Mögliches Neutrino-Massenspektrum. Die drei Masseneigenzustände sind jeweils Mischungen aus den Flavor-Eigenzuständen ν_e , ν_μ und ν_τ (nach [Ams08]).

- Die Massenhierarchie im Neutrino-sektor ist unbekannt. Sie könnte wie in Abb. 7.2 „normal“ sein: $m_{\nu_1} < m_{\nu_2} < m_{\nu_3}$. Es ist auch möglich, dass die Massenhierarchie in der Natur „invertiert“ ist: $m_{\nu_3} < m_{\nu_2} < m_{\nu_1}$.

Die wichtigsten Resultate von Messungen zu Neutrino-Oszillationen sind in Abb. 7.3 zusammengefasst. Im folgenden sollen einige Schlüsselmessungen diskutiert werden, die zu diesem Bild geführt haben.

7.2.2 Direkte Messungen der Neutrinomasse

Man kann die Neutrinomasse aus dem Endpunkt des Elektronenspektrums im radioaktiven Betazerfall bestimmen. Der differentielle Wirkungsquerschnitt als Funktion der Elektronenenergie ist dann wie folgt von der Neutrinomasse abhängig:

$$\frac{d\sigma}{dE_e} \sim (E_e + m_e)(E_0 - E) \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_{\bar{\nu}_e}^2} \quad (7.18)$$

Dieser funktionelle Zusammenhang ist in Abb. 7.4 gezeigt. Für die Untersuchung des Endpunkts E_0 ist der Betazerfall des Tritium ${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + e^- + \bar{\nu}_e$ ideal, denn Tritium besitzt eine kurze Halbwertszeit von 12,3 Jahren und eine geringe Endpunktsenergie $E_0 \approx 18,6 \text{ keV}$. Gleichzeitig handelt es sich um einen übererlaubten Zerfall $0^+ \rightarrow 0^+$ (vgl. Abschnitt 4.3.1), so dass hadronische Unsicherheiten im Betazerfall reduziert sind.

Bis zum Jahr 2000 haben Experimente in Mainz und Troitsk auf diese Weise Grenzen auf die Masse des Elektronantineutrinos gewonnen. Das Messprinzip beruht auf der Integration des Energiespektrums um den Endpunkt herum. Dazu benutzt man elektrostatische Filter mit magnetischer adiabatischer Kollimation, wie in Abb. 7.5 gezeigt. Die Elektronen, die beim Tritium-Beta-Zerfall isotrop emittiert werden, werden durch ein inhomogenes Magnetfeld adiabatisch geleitet so geleitet, dass sie einen parallelen Elektronenstrahl bilden. Der Elektronenstrahl wird gleichzeitig durch ein elektrostatisches Feld abgebremst, so dass nur die Elektronen oberhalb einer bestimmten Energieschwelle zum Detektor gelangen. Die beiden Experimente konnten die Masse des $\bar{\nu}_e$ auf

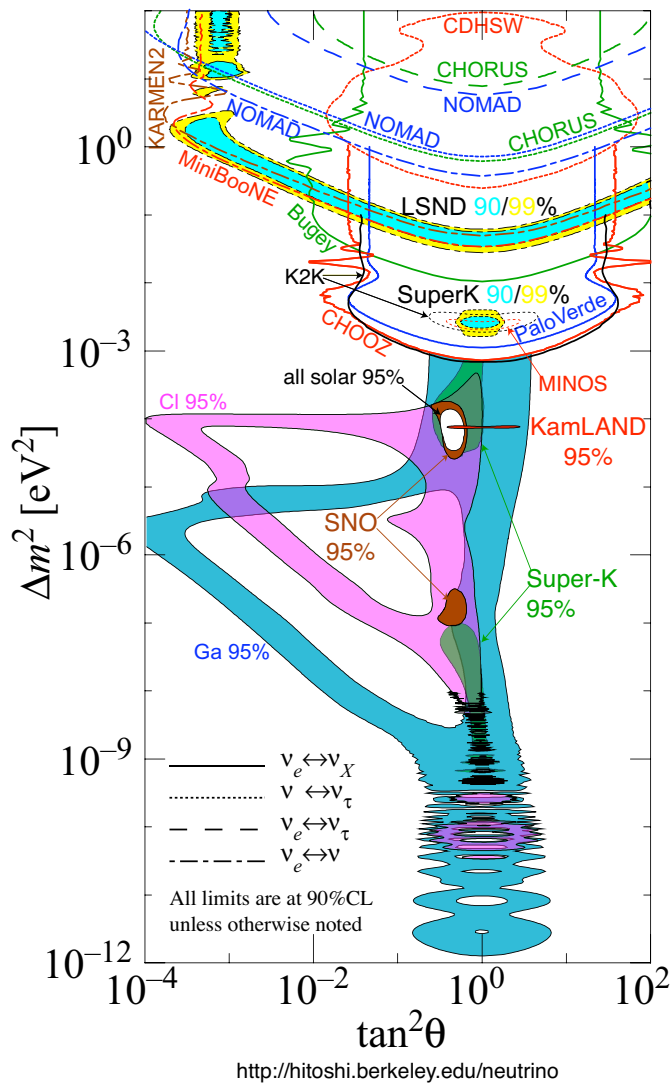


Abbildung 7.3: Messungen der Neutrino-Mischungsparameter Δm^2 und $\tan^2 \theta = \sin^2(2\theta)/(4 \cos^2 \theta)$ (häufig anstatt $\sin^2(2\theta)$ gezeigt) [Mur].

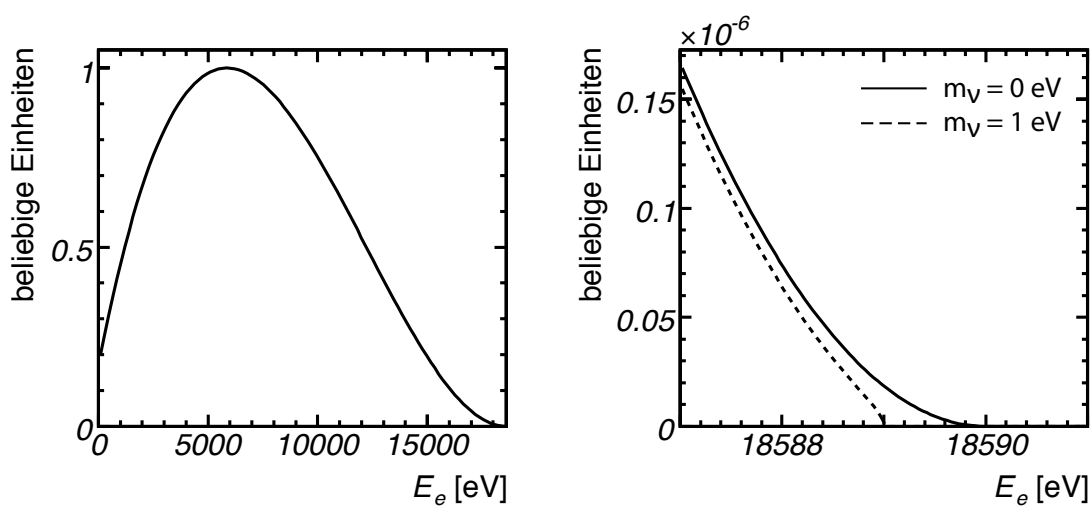


Abbildung 7.4: Energiespektrum für Elektronen aus dem Betazerfall nach Gleichung (7.18). Das volle Spektrum (links) muss noch mit der Fermi-Funktion korrigiert werden, die die Abbremsung des Elektronen durch Coulomb-Wechselwirkungen im Atomkern beschreibt. Der Endpunkt des Spektrums (rechts) ändert sich in Abhängigkeit von der Neutrinomasse.

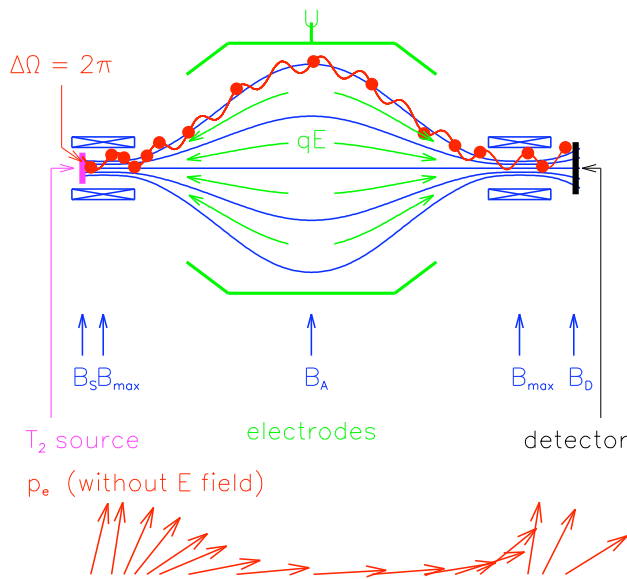
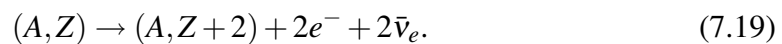


Abbildung 7.5: Prinzip eines elektrostatischen Filters mit magnetischer adiabatischer Kollimation zur Messung des Endpunktes des Elektron-Energiespektrums beim Betazerfall von Tritium [Ang04].

$m_{\bar{\nu}_e} < 2,2 \text{ eV}$ beschränken [Wei99, Lob99]. Ab dem Jahr 2012 soll am Forschungszentrum Karlsruhe die Datennahme mit dem KATRIN-Experiment beginnen, mit dem eine Massenschranke von $m_{\bar{\nu}_e} < 0,2 \text{ eV}$ erreicht werden soll [Ang04].

7.2.3 Suche nach Majorana-Neutrinos

Die Majorana-Natur des Neutrinos kann nachgewiesen werden durch Prozesse, bei denen es Übergänge zwischen Neutrinos und Antineutrinos gibt, wie in Abb. 7.1 (b) gezeigt. Ein solcher Zerfall ist der neutrinolose Doppelbetazerfall ($0\nu\beta\beta$). Doppelte Betazerfälle treten bei Elementen mit Kernladungszahl Z auf, bei denen die Bindungsenergie des Elements mit $Z + 2$ größer ist, z. B. ${}^{76}\text{Ge} \rightarrow {}^{76}\text{Se} + 2e^- + 2\bar{\nu}_e$, oder allgemein



Wenn Neutrinos Majorana-Teilchen sind, ist auch der neutrinolose Zerfall



möglich. Dieser Prozess ist auf Quarkniveau in Abb. 7.6 gezeigt.² Da es sich um einen Zweikörperzerfall handelt, besitzen die Elektronen kein kontinuierliches Energiespektrum, sondern eine feste Energie, die sich experimentell als Linie im Energiespektrum zeigt. Die Herausforderung für Experimente zu $0\nu\beta\beta$ liegt in der Unterdrückung des Untergrunds durch natürliche Radioaktivität, kosmische Strahlung. Daher werden diese Experimente unterirdisch und mit hochreinen Doppelbeta-Isotopen bei Temperaturen im Bereich von Millikelvin durchgeführt.

Im Jahr 2004 hat ein Teil der Heidelberg-Moskau-Kollaboration, die ein Germanium-Experiment betrieben hat, Evidenz für $0\nu\beta\beta$ -Zerfälle gemeldet [KK04], die aber unter Experten umstritten sind. Durch Messungen mit dem CUORICINO-Experiment im Gran-Sasso-Untergrundlabor, wo nach $0\nu\beta\beta$ -Zerfällen von ${}^{130}\text{Te}$ gesucht wird, scheinen diese Messungen größtenteils widerlegt zu sein [Arn08]. Da der

²Ein ähnlicher Prozess wäre auch durch rechtshändige schwache geladene Ströme möglich.

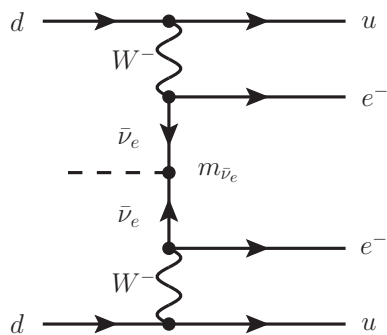


Abbildung 7.6: Feynman-Diagramm für neutrinolosen Doppelbetazerfall auf Quarkniveau. Wenn Neutrinos Majorana-Teilchen sind, induziert die Neutrinomasse den leptonzahlverletzenden Übergang zwischen Teilchen und Antiteilchen.

$0\nu\beta\beta$ -Zerfall durch einen Kopplung aufgrund der Majorana-Masse der Neutrinos hervorgerufen wird, erwartet man, dass die Zerfallswahrscheinlichkeit proportional ist zur mittleren Masse der Majorana-Neutrinos:

$$\langle m_\nu \rangle := \left| \sum_i U_{ei}^2 m_{\nu_i} \right| \quad (7.21)$$

Aus der Nichtbeobachtung von $0\nu\beta\beta$ -Zerfällen kann man Schranken auf $\langle m_\nu \rangle$ gewinnen. Von COURICINO stammt das derzeit beste Resultat, eine modellabhängige Schranke von $\langle m_\nu \rangle < 0,19-0,68$ eV [Arn08].

7.2.4 Atmosphärische Neutrinos

Neutrinos aus kosmischen Schauern

Atmosphärische Neutrinos werden in kosmischen Schauern erzeugt. Die kosmische Strahlung besteht zu etwa 99% aus Protonen. Wenn diese auf die Erdatmosphäre treffen, entsteht durch die Wechselwirkung mit den Luftmolekülen ein hadronischer Schauer, wie in Abb. 7.7 gezeigt. In diesem Schauer werden Pionen, Kaonen und weitere Hadronen erzeugt, die auf dem Weg durch die Atmosphäre zerfallen. Die Neutrinos werden dann in folgender Zerfallskette produziert:

$$p + N \rightarrow \pi^\pm, K^\pm \rightarrow \mu \nu_\mu \rightarrow e \nu_e \bar{\nu}_\mu \nu_\mu. \quad (7.22)$$

Die so produzierten Neutrinos besitzen Energie zwischen 0.1 GeV und etwa 10 TeV. Da kosmische Schauer in der Atmosphäre isotrop erzeugt werden³ und die Neutrinos die Erde praktisch ungehindert durchdringen können, kann man Neutrinos „von oben“ mit Flugstrecken von etwa 15 km und Neutrinos „von unten“ vergleichen, die den vollen Erddurchmesser von 12800 km durchlaufen haben, siehe Abb. 7.8.

Wasser-Cherenkov-Detektoren: Beispiel Super-Kamiokande

Wasser-Cherenkov-Detektoren eignen sich gut zur Analyse atmosphärischer Neutrinos. Man installiert – zur Abschirmung gegen direkte kosmische Strahlung mehr als 1000 m unter der Erde – große Wassertanks, die von Photomultipliern umgeben sind.

³Die Ablenkung der hauptsächlich geladenen kosmischen Strahlung durch das Erdmagnetfeld führt zu einer Ost-West-Asymmetrie.

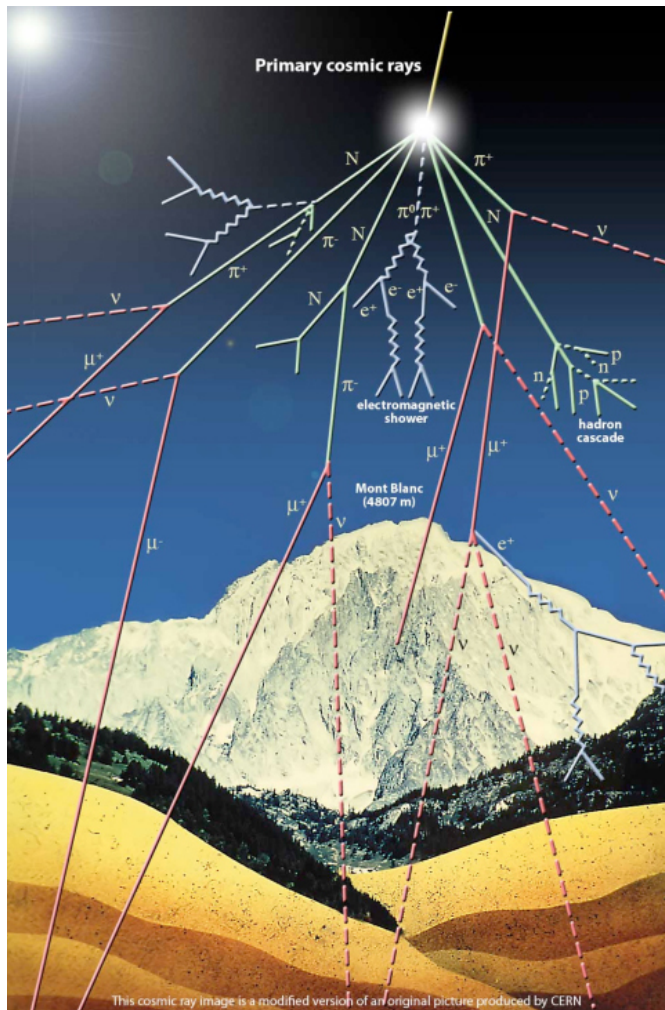


Abbildung 7.7: Schematische Darstellung eines kosmischen Schauers. Neutrinos werden in Zerfällen von Pionen und Myonen produziert [UDE].

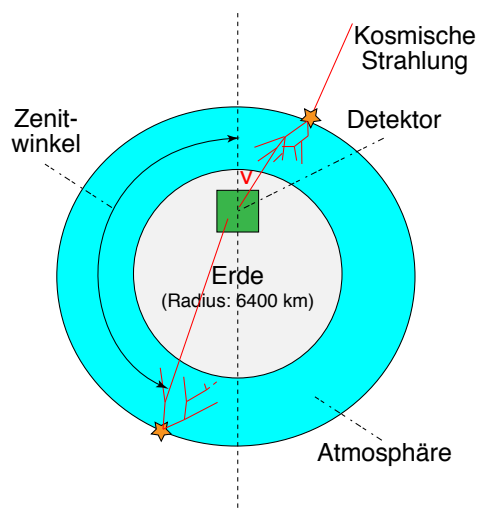


Abbildung 7.8: Nachweis atmosphärischer Neutrinos. Neutrinos, die in der Atmosphäre oberhalb des Detektors entstehen, legen viel kürzere Wege zum Detektor zurück als Neutrinos „von unten“. Im Fall von Neutrino-Oszillationen erwartet man eine Abhängigkeit der Zählrate vom Zenitwinkel.

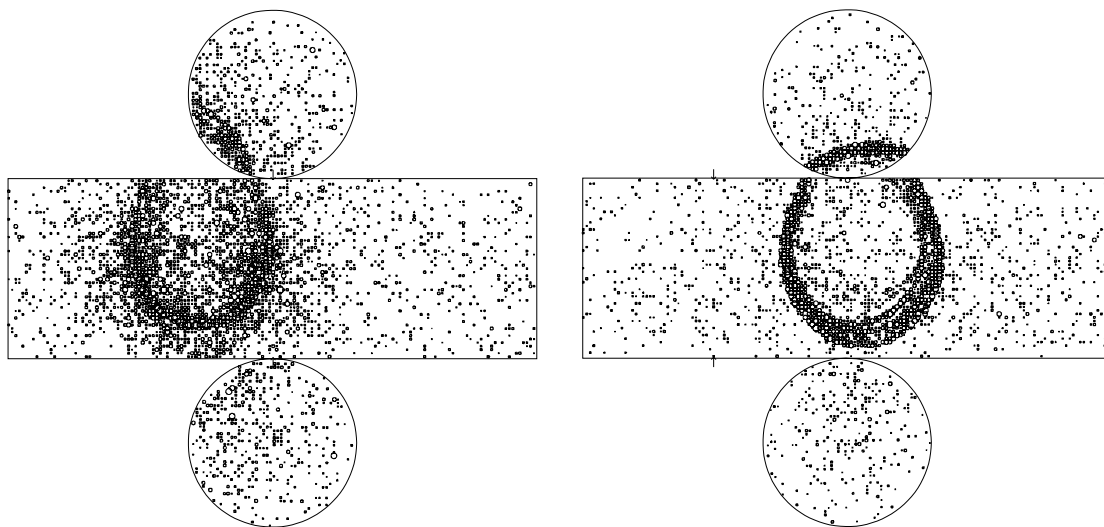


Abbildung 7.9: Cherenkov-Ringe zum Nachweis von (a) Elektronen und (b) Myonen im Super-Kamiokande-Detektor [Ash05].

Der Super-Kamiokande-Detektor („Super-K“) in der Kamioka-Mine in Japan beinhaltet 50.000 m^3 Wasser. Die Neutrinos wechselwirken durch den geladenen Strom $\nu + N \rightarrow \ell + X$ innerhalb des Wassertanks. Die erzeugten Leptonen (Elektronen oder Myonen) deponieren Teile ihrer Energie oder ihre Gesamtenergie im Tank. Leptonen aus Wechselwirkungen von Neutrinos mit mehr als 10 GeV im Gestein außerhalb des Tanks können ebenfalls im Tank nachgewiesen werden. Die Leptonen geben Teile ihrer Energie als Cherenkov-Licht unter einem charakteristischen Winkel ab. Wie in Abb. 7.9 gezeigt, kann man durch die so entstandenen Ringe Elektronen von Myonen unterscheiden. Der Elektronring ist durch den entstehenden elektromagnetischen Schauer verschmiert, während der Myonring klar gezeichnet ist.

Bei Super-K wurden verschiedene Analysen zu Neutrino-Oszillationen durchgeführt. Insbesondere wurde die Zahl der elektron- und der myonartigen Wechselwirkungen als Funktion des Zenitwinkels analysiert und mit Simulationsrechnungen verglichen. Dies ist in Abb. 7.10 gezeigt. Es zeigt sich eine klare Abweichung von der Hypothese, dass keine Neutrino-Oszillationen stattfinden. Die Daten stimmen am besten mit den Erwartungen für ν_μ - ν_τ -Oszillationen mit $\sin^2 2(\theta_{23}) > 0,92$ und $1,5 \cdot 10^{-3} < \Delta m_{23}^2 < 3,4 \times 10^{-3}$ überein [Ash05].

7.2.5 Beschleunigerneutrinos

Wie in Abschnitt 1.4.3 diskutiert, erzeugt man Neutrinos an Beschleunigern, indem man einem Protonstrahl auf ein festes Target lenkt. Im Zerfall von Pionen entstehen ν_μ mit typischen Energien zwischen 1 GeV und 20 GeV , im selben Bereich wie atmosphärische Neutrinos. Um besonders sensitiv auf Neutrino-Oszillationen im interessanten Δm^2 -Bereich zu sein und systematische Unsicherheiten zu reduzieren, konstruiert man heute Paare von Detektoren derselben Bauweise.

Ein Beispiel für dieses Konzept ist der MINOS-Detektor am NuMI-Neutrinostrahl [MIN], der in seiner Bauweise dem in Abb. 3.12 gezeigten CDHS-Detektor ähnelt. Ein kleinerer „Nahdetektor“ ist bei Fermilab installiert, etwa 1 km

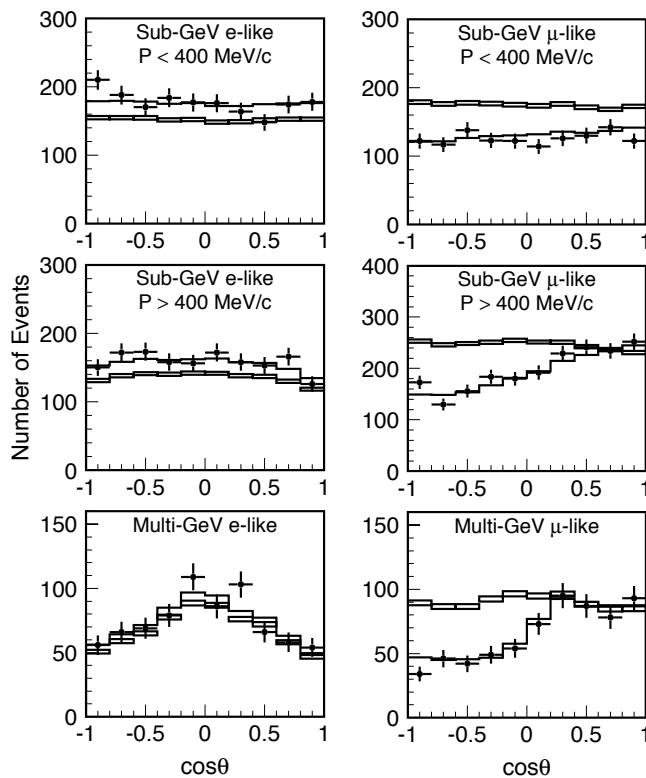


Abbildung 7.10: Zenitwinkelverteilung für elektron- und myonartige Ereignisse in drei verschiedenen Energiebereichen bei Super-Kamiokande [Ash05]. Die Daten folgen der ν_μ - ν_τ -Oszillationshypothese (durchgezogene Linie) und sind nicht vereinbar mit einer Simulation, die keine Oszillationen annimmt (Kästchen).

vom Target entfernt, ein größerer „Ferndetektor“ steht etwa 735 km entfernt in der Soudan-Mine in Minnesota. Die Detektoren sind segmentierte Eisen-Kalorimeter mit Magnetfeld, mit denen man Neutrinos sowohl über geladene Ströme $\nu_\mu + \text{Fe} \rightarrow \mu^- + X$ als auch über neutrale Ströme $\nu_\mu + \text{Fe} \rightarrow \nu_\mu + X$ nachweisen kann. In Abb. 7.11 ist die Zahl der Neutrinoereignisse im MINOS-Ferndetektor als Funktion der rekonstruierten Neutrino-Energie gezeigt. Die beobachteten Zählraten entsprechen den Erwartungen für ν_μ - ν_τ -Oszillationen und sind inkompatibel mit der Hypothese, dass keine Neutrino-Oszillationen stattfinden. Eine Anpassung an die Messdaten resultiert in $\sin^2(2\theta_{23}) > 0,90$ und $\Delta m_{23}^2 = 2,43(13) \times 10^{-3}$ [Ada08], in hervorragender Übereinstimmung mit Resultaten von atmosphärischen Neutrinos.

7.2.6 Sonnenneutrinos

Das SSM

In der Sonne werden ständig Neutrinos durch Fusion von Wasserstoff zu Helium produziert. Dabei laufen in der sogenannten pp -Kette eine Reihe von Prozessen ab, die in Tabelle 7.1 zusammengefasst sind. Neutrinos entstehen dabei in der pp -Fusion, sowie in den ${}^7\text{Be}$ -, ${}^8\text{B}$ -, pep - und hep -Reaktionen. Das Standardmodell der Sonne (engl.: solar standard model, SSM) fasst die wichtigsten Effekte der Sonnenphysik zusammen und kommt so zu Vorhersagen für den Fluss von Sonnenneutrinos aus obigen Prozessen auf der Erde, wie in Abb. 7.12 gezeigt. Für die Detektion von Sonnenneutrinos sind insbesondere die ${}^8\text{B}$ -Neutrinos interessant, da sie auch bei Energien jenseits von 2 MeV auftreten und so in vielen Detektoren nachweisbar sind. Dieser Energiebereich liegt deutlich niedriger als bei atmosphärischen oder Beschleunigerneutrinos. Das SSM umfasst auch Reaktionen der Neutrinos in der Sonne, die zu Neutrino-Oszillationen führen

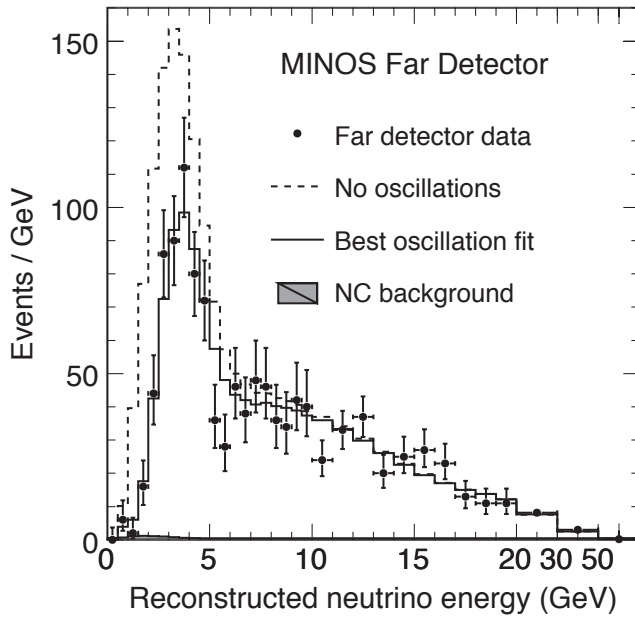


Abbildung 7.11: Energieverteilung der nachgewiesenen Neutrinos im MINOS-Ferndetektor [Ada08]. Das Resultat entspricht den Erwartungen für ν_μ - ν_τ -Oszillationen.

können, wie den im folgenden Abschnitt beschriebenen MSW-Effekt.

Der MSW-Effekt

Die in Abschnitt 7.1.1 eingeführten Neutrino-Oszillationen finden im Vakuum statt. In Medien mit hoher Elektronendichte können die Oszillationen aber auch durch die Wechselwirkung mit dem Medium hervorgerufen werden. Alle Neutrino-Flavors unterliegen im Medium Vorwärtsstreuung mittels neutraler Ströme (Z-Boson-Austausch). Diese Wechselwirkung ist für alle Neutrino-Flavors gleich und erzeugt daher keine Oszillationen. Die Elektron-Neutrinos besitzen jedoch zusätzlich Wechselwirkungen über geladene Ströme (W-Boson-Austausch) mit den Elektronen im Medium. Bei passender Elektronendichte werden so Neutrino-Oszillationen im Medium hervorgerufen. Dieser Mikheev-Smirnov-Wolfenstein-(MSW-)Effekt [Mik85, Wol78] ist besonders in der Sonne relevant.

Man kann das Zusammenspiel von Vakuum-Oszillationen und MSW-Effekt in guter Näherung mit einer Schrödinger-Gleichung für den Zustand (ν_e, ν_x) beschreiben, wobei ν_x eine Linearkombination von ν_μ und ν_τ ist. Der Hamiltonoperator setzt sich dann aus einem Vakuum- und einem MSW-Teil zusammen:

$$H = H_V + H_M = \frac{\Delta m_{12}^2}{4E} \begin{pmatrix} -\cos(2\theta_{12}) & \sin(2\theta_{12}) \\ \sin(2\theta_{12}) & \cos(2\theta_{12}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} V_M & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (7.23)$$

Dabei ergibt sich das Potenzial für die Elektronstreuung V_M aus der Mittelung über einzelne Neutrino-Streuprozesse mit der Hamiltondichte

$$\mathcal{H}_M = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_e) (\bar{e} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e) \Rightarrow V_M = \langle \mathcal{H}_M \rangle = \sqrt{2} G_F n_e, \quad (7.24)$$

wobei n_e die Dichte der Elektronen im Medium ist. Der MSW-Effekt ist besonders groß, wenn die beiden Diagonalelemente von H gleich groß sind, also wenn die Resonanzbedingung gilt:

$$\sqrt{2} G_F n_e = \frac{\Delta m_{12}^2}{2E} \cos(2\theta_{12}). \quad (7.25)$$

Tabelle 7.1: Kernfusion in der Sonne: vollständige Proton-Proton-Kette. Neutrinos entstehen bei der pp -Fusion, sowie bei den ${}^7\text{Be}$ -, ${}^8\text{B}$ -, pep - und hep -Reaktionen.

Name	Reaktion
Wasserstofffusion	${}^1\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^2\text{H} + e^+ + \nu_e$
Deuteriumfusion	${}^2\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$
pp -Reaktion I	${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^1\text{H} + {}^1\text{H}$
pp -Reaktion II	${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma$ ${}^7\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7\text{Li} + \nu_e$ ${}^7\text{Li} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^4\text{He}$
pp -Reaktion III	${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma$ ${}^7\text{Be} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^8\text{B} + \gamma$ ${}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + e^+ + \nu_e$ ${}^8\text{Be} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^4\text{He}$
pep -Reaktion	${}^1\text{H} + e^- + {}^1\text{H} \rightarrow {}^2\text{H} + \nu_e$
hep -Reaktion	${}^3\text{He} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + e^+ + \nu_e$

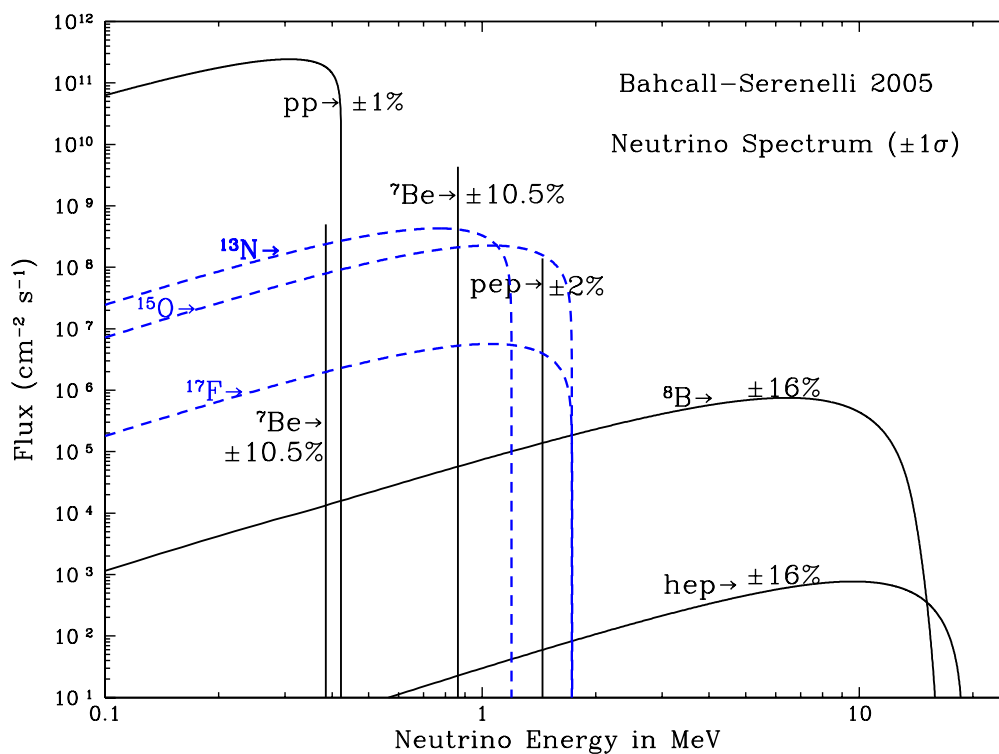


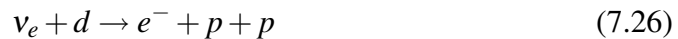
Abbildung 7.12: Vorhersage des Standardmodells der Sonne für den Neutrinofluss als Funktion der Neutrinoenergie für verschiedene Produktionsprozesse für Sonnenneutrinos [Bah05].

Wie im Fall der Flavor-Oszillationen im Quarksektor können dann selbst kleine Nicht-diagonalelemente zu großen Oszillationen führen. Es wird allgemein angenommen, dass der MSW-Effekt der dominante Effekt für Oszillationen bei Sonnenneutrinos ist. Auf dem Weg vom Zentrum der Sonne durchlaufen die Neutrinos Schichten unterschiedlicher Elektronendichte, so dass die Resonanzbedingung irgendwann auf dem Weg erfüllt ist.

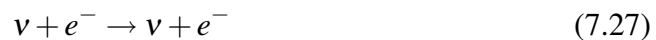
Beispiel: Sudbury Neutrino Observatory

Das Sudbury Neutrino Observatory (SNO) ist ein Wasser-Cherenkov-Detektor, der für den Nachweis von ${}^8\text{B}$ -Neutrinos aus der Sonne geeignet ist. Er ist mit etwa 1000 Tonnen Deuterium („schweres Wasser“, D_2O) gefüllt. Damit können ${}^8\text{B}$ -Neutrinos auf drei verschiedene Arten mit dem Detektormaterial wechselwirken:

- Geladener Strom (charged current, CC) mit Deuteron (nur für ν_e):



- Elastische Streuung (elastic scattering, ES) mit Elektronen (dominiert von ν_e , Wirkungsquerschnitt für ν_μ und ν_τ etwa 6.5 mal kleiner):



- Desintegration des Deuterons mittels neutralem Strom (neutral current, NC, gleich für alle drei Neutrino-Flavors):



Damit kann man den Fluss von ν_e , ν_μ und ν_τ unterscheiden. Der Nachweis von ν_μ und ν_τ von der Sonne ist dann die experimentelle Signatur für das Auftreten von Flavor-Oszillationen.

Nach der anfänglichen Datennahme mit D_2O wurde in Phase II des SNO-Experiments dem schweren Wasser 2000 kg NaCl hinzugefügt. Durch das Kochsalz konnte die Sensitivität auf ${}^8\text{B}$ -Neutrinos noch weiter erhöht werden, denn es erhöht sich sowohl die Wahrscheinlichkeit für Neutroneneinfang als auch die Energie der dabei emittierten Photonen, so dass NC- und CC-Prozesse besser unterscheidbar sind. Das Resultat von SNO Phase II ist in Abb. 7.13 gezeigt. Der gemessene Fluss von ${}^8\text{B}$ -Neutrinos stimmt sowohl mit dem SSM als auch mit Ergebnissen für ES von Super-K gut überein.

In einer dritten Phase wurde das Kochsalz wieder entfernt, und ${}^3\text{He}$ -gefüllte Proportionalzähler wurden installiert. So konnten NC-Prozesse durch Neutronenabsorption in ${}^3\text{He}$ nachgewiesen werden. Dadurch werden die Korrelationen unter den Neutrinoflussmessungen reduziert [Aha08]. Für die Zukunft ist geplant, das schwere Wasser durch Flüssigszintillator zu ersetzen (SNO+). Dadurch würde die Neutrino-Energieschwelle gesenkt, so dass weitere Klassen von Sonnenneutrinos nachweisbar wären. Durch Hinzufügen eines Doppelbeta-Isotops wären auch Suchen nach $0\nu\beta\beta$ durchführbar.

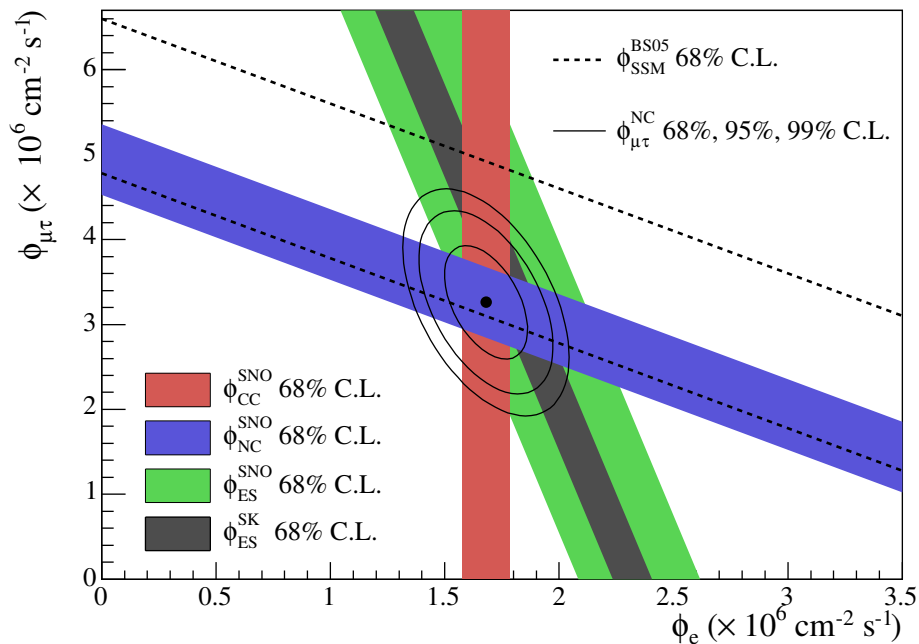


Abbildung 7.13: Gemessener Fluss von ν_μ und ν_τ aufgetragen gegen den Fluss von ν_e [Aha05]. Das Vorhandensein eines ν_μ - und ν_τ -Flusses zeigt, dass die Neutrinos nach ihrer Produktion in der Sonne einer Flavor-Oszillation unterliegen. Die Ergebnisse sind konsistent mit Messungen von Super-K sowie dem SSM.

7.2.7 Reaktorneutrinos

Neutrinos aus der Kernspaltung

In Kernkraftwerken werden große Mengen von $\bar{\nu}_e$ im Prozess der Kernspaltung und deren Folgeprozessen produziert. Nach der Spaltung von ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu oder ^{241}Pu wandeln sich bei den Spaltprodukten sechs Neutronen durch Betazerfall in Protonen um, so dass sechs $\bar{\nu}_e$ mit Energien bis zu 9 MeV entstehen. Der genaue Neutrinofluss hängt von den Details des verwendeten spaltbaren Materials ab, kann aber mit bis zu 4% Genauigkeit bestimmt werden. Wie bei Sonnenneutrinos sind die typischen Energien der Reaktorneutrinos viel geringer als die bei atmosphärischen oder Beschleunigerneutrinos.

Beispiel: KamLAND

Der KamLAND-Detektor (Kamioka Liquid scintillator Anti-Neutrino Detector) in der Kamioka-Mine in Japan ist konstruiert worden, um die Oszillation von $\bar{\nu}_e$ aus 55 japanischen Kernkraftwerken zu untersuchen. Die Kraftwerke sind im Mittel etwa $L_0 = 180$ km vom Detektor entfernt. KamLAND testet damit dieselben Oszillationsparameter wie Sonnenneutrinoexperimente. Der KamLAND-Detektor besteht aus einem sphärischen Tank mit 1000 Tonnen Flüssigszintillator, der in einen Wasser-Cherenkov-Detektor eingebettet ist, um Untergrund zu reduzieren. Die $\bar{\nu}_e$ werden durch den inversen Betazerfall

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n \quad (7.29)$$

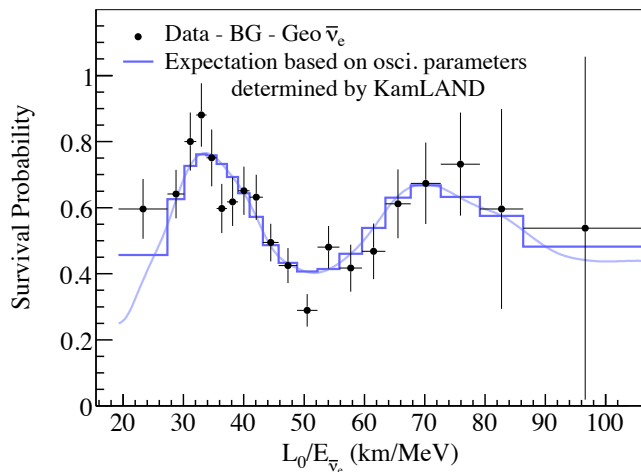


Abbildung 7.14: Wahrscheinlichkeit für $\bar{\nu}_e$ in KamLAND, auf dem Weg vom Produktionsort zum Detektor nicht in andere Neutrino-Flavors zu oszillieren [Abe08]. Als Funktion des Verhältnisses von mittlerem Abstand und Neutrinoenergie $L_0/E_{\bar{\nu}_e}$ ist die Oszillation deutlich zu erkennen.

nachgewiesen. Dabei wird – wie bei der Neutrino-Entdeckung durch Reines und Cowan – das Positron durch Paarvernichtung und das Neutron durch Photonen aus dem zeitverzögerten Neutroneneinfang. Das Szintillationslicht wird mit Photomultipliern nachgewiesen. Abb. 7.14 zeigt die Wahrscheinlichkeit, ein $\bar{\nu}_e$, das bei der Kernspaltung entsteht, bei KamLAND auch als $\bar{\nu}_e$ nachzuweisen. Als Funktion von $L_0/E_{\bar{\nu}_e}$ zeigt sich ein klar oszillatorisches Verhalten. Daraus ergeben sich die Oszillationsparameter $\Delta m_{12}^2 = 7,58^{+0,21}_{-0,20} \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$ und $\tan^2 \theta_{12} = 0,56^{+0,14}_{-0,09}$ [Abe08], in hervorragender Übereinstimmung mit den Resultaten der Untersuchung von Sonnenneutrinos.

7.2.8 Offene Fragen

Das Phänomen der Neutrino-Oszillationen ist seit den späten 1990er Jahren experimentell etabliert worden. In diesem relativ jungen Forschungsgebiet sind jedoch einige sehr interessante Fragen noch ungelöst [Ams08]:

- *Welche Masse haben Neutrinos?*
Die absolute Massenskala für Neutrinos kann nur aus direkten Messungen der Masse bestimmt werden. Möglicherweise kann diese Frage mit dem KATRIN-Experiment beantwortet werden.
- *Gibt es sterile Neutrinos?*
Bisher hat nur das LSND-Experiment am Los Alamos National Laboratory Evidenz für Oszillationen in sterile Neutrino-Flavors [Ath96]. Das MiniBooNE-Experiment bei Fermilab wurde gebaut, um dieses Resultat zu bestätigen oder zu widerlegen. Bisherige MiniBooNE-Resultate deuten darauf hin, dass das LSND-Resultat falsch gewesen sein muss.
- *Sind Neutrinos Majorana-Teilchen?*
Die Majorana-Natur von Neutrinos kann nicht im SM erklärt werden. Die Resultate der derzeitigen $0\nu\beta\beta$ -Experimente sind nicht eindeutig. Neue Generationen von Experimenten sind gerade in der Entwicklung oder im Aufbau. Da Majorana-Neutrinos die Leptonzahl verletzen, könnten sie eine wichtige Rolle in der Kosmologie spielen.
- *Ist der Mischungswinkel θ_{13} ungleich Null?*
In der PNMS-Matrix sind CP -verletzende Beiträge proportional zu $\sin \theta_{13}$. Wenn

θ_{13} , also die Beimischung von $|v_e\rangle$ zum Masseneigenzustand $|v_3\rangle$, ungleich null ist, ist somit CP -Verletzung im Neutrinosektor möglich.

- *Ist Hierarchie der Neutrinomassen in der Natur normal oder invertiert?*

In vielen vereinheitlichten Theorien erwartet man, dass die Massenhierarchie der Neutrinos der der Quarks ähnelt. Ist dies in der Natur nicht der Fall, könnte dies Hinweise auf die Struktur neuer Physik geben.

Literaturverzeichnis

- [Aal09] T. Aaltonen et al. (CDF-Kollaboration), *First Observation of Electroweak Single Top Quark Production*, arXiv:0903.0885 [hep-ex].
- [Aba95] S. Abachi et al. (D0-Kollaboration), *Observation of the top quark*, Phys. Rev. Lett. **74** (1995), 2632–2637, hep-ex/9503003.
- [Aba08] V. M. Abazov et al. (D0-Kollaboration), *Simultaneous measurement of the ratio $\mathcal{B}(t \rightarrow Wb)/\mathcal{B}(t \rightarrow Wq)$ and the top quark pair production cross section with the DØ detector at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV*, Phys. Rev. Lett. **100** (2008), 192003, arXiv:0801.1326 [hep-ex].
- [Aba09] V. M. Abazov et al. (D0-Kollaboration), *Observation of Single Top Quark Production*, arXiv:0903.0850 [hep-ex].
- [Abe95] F. Abe et al. (CDF-Kollaboration), *Observation of Top Quark Production in $\bar{p}p$ Collisions with the Collider Detector at Fermilab*, Phys. Rev. Lett. **74** (1995), 2626–2631, hep-ex/9503002.
- [Abe08] S. Abe et al. (KamLAND-Kollaboration), *Precision Measurement of Neutrino Oscillation Parameters with KamLAND*, Phys. Rev. Lett. **100** (2008), 221803, arXiv:0801.4589 [hep-ex].
- [Abu06] A. Abulencia et al. (CDF-Kollaboration), *Observation of B_s^0 - \bar{B}_s^0 Oscillations*, Phys. Rev. Lett. **97** (2006), 242003, hep-ex/0609040.
- [Ada08] P. Adamson et al. (MINOS-Kollaboration), *Measurement of Neutrino Oscillations with the MINOS Detectors in the NuMI Beam*, Phys. Rev. Lett. **101** (2008), 131802, arXiv:0806.2237 [hep-ex].
- [AH03] A. Alavi-Harati et al. (KTeV-Kollaboration), *Measurements of Direct CP Violation, CPT Symmetry, and Other Parameters in the Neutral Kaon System*, Phys. Rev. **D67** (2003), 012005, hep-ex/0208007.
- [Aha05] B. Aharmim et al. (SNO-Kollaboration), *Electron energy spectra, fluxes, and day-night asymmetries of ^8B solar neutrinos from the 391-day salt phase SNO data set*, Phys. Rev. **C72** (2005), 055502, nucl-ex/0502021.
- [Aha08] B. Aharmim et al. (SNO-Kollaboration), *An Independent Measurement of the Total Active ^8B Solar Neutrino Flux Using an Array of ^3He Proportional Counters at the Sudbury Neutrino Observatory*, Phys. Rev. Lett. **101** (2008), 111301, arXiv:0806.0989 [nucl-ex].

- [Alb87] H. Albrecht et al. (ARGUS-Kollaboration), *Observation of B^0 - \bar{B}_0 Mixing*, Phys. Lett. **B192** (1987), 245.
- [Alc06] J. Alcaraz et al. (LEP Electroweak Working Group und ALEPH-, DELPHI-, L3-, OPAL-Kollaboration), *A Combination of Preliminary Electroweak Measurements and Constraints on the Standard Model*, hep-ex/0612034.
- [Ama91] U. Amaldi, W. de Boer und H. Fürstenau, *Comparison of grand unified theories with electroweak and strong coupling constants measured at LEP*, Phys. Lett. **B260** (1991), 447–455.
- [Ams08] C. Amsler et al. (Particle Data Group-Kollaboration), *Review of Particle Physics*, Phys. Lett. **B667** (2008), 1.
- [And33] C. D. Anderson, *The Positive Electron*, Phys. Rev. **43** (1933), 491–494.
- [Ang04] J. Angrik et al., *KATRIN Design Report 2004*, 2004, FZKA Scientific Report 7090.
- [Arn83a] G. Arnison et al. (UA1-Kollaboration), *Experimental observation of isolated large transverse energy electrons with associated missing energy at $\sqrt{s} = 540$ GeV*, Phys. Lett. **B122** (1983), 103–116.
- [Arn83b] G. Arnison et al. (UA1-Kollaboration), *Experimental observation of lepton pairs of invariant mass around 95 GeV/c² at the CERN SPS collider*, Phys. Lett. **B126** (1983), 398–410.
- [Arn08] C. Arnaboldi et al. (CUORICINO-Kollaboration), *Results from a search for the $0\nu\beta\beta$ -decay of ^{130}Te* , Phys. Rev. **C78** (2008), 035502, arXiv:0802.3439 [hep-ex].
- [Ash05] Y. Ashie et al. (Super-Kamiokande-Kollaboration), *A Measurement of Atmospheric Neutrino Oscillation Parameters by Super-Kamiokande I*, Phys. Rev. **D71** (2005), 112005, hep-ex/0501064.
- [Ath96] C. Athanassopoulos et al. (LSND-Kollaboration), *Evidence for $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ oscillations from the LSND experiment at the Los Alamos Meson Physics Facility*, Phys. Rev. Lett. **77** (1996), 3082–3085, nucl-ex/9605003.
- [Aub74] J. J. Aubert et al. (E598-Kollaboration), *Experimental Observation of a Heavy Particle J* , Phys. Rev. Lett. **33** (1974), 1404–1406.
- [Aug74] J. E. Augustin et al. (SLAC-SP-017-Kollaboration), *Discovery of a Narrow Resonance in e^+e^- Annihilation*, Phys. Rev. Lett. **33** (1974), 1406–1408.
- [Bag83] P. Bagnaia et al. (UA2-Kollaboration), *Evidence for $Z^0 \rightarrow e^+e^-$ at the CERN $\bar{p}p$ collider*, Phys. Lett. **B129** (1983), 130–140.
- [Bah05] J. Bahcall, *Solar Neutrino Viewgraphs*, 2005, <http://www.sns.ias.edu/~jnb/SNviewgraphs/snviewgraphs.html> (abgerufen: 5. Juli 2009).

- [Ban83] M. Banner et al. (UA2-Kollaboration), *Observation of single isolated electrons of high transverse momentum in events with missing transverse energy at the CERN $\bar{p}p$ collider*, Phys. Lett. **B122** (1983), 476–485.
- [Bec96] A. H. Becquerel, *Sur les radiations émises par phosphorecence*, Compt. Rend. Math. **122** (1896), 420–421.
- [Bet07] S. Bethke, *Experimental tests of asymptotic freedom*, Prog. Part. Nucl. Phys. **58** (2007), 351–386, hep-ex/0606035.
- [Bjo69] J. D. Bjorken und E. A. Paschos, *Inelastic Electron-Proton and γ -Proton Scattering, and the Structure of the Nucleon*, Phys. Rev. **185** (1969), 1975–1982.
- [Bre69] M. Breidenbach et al., *Observed Behavior of Highly Inelastic Electron-Proton Scattering*, Phys. Rev. Lett. **23** (1969), 935–939.
- [Cab63] N. Cabibbo, *Unitary Symmetry and Leptonic Decays*, Phys. Rev. Lett. **10** (1963), 531–533.
- [Cac08] M. Cacciari, G. P. Salam und G. Soyez, *The anti- k_t jet clustering algorithm*, JHEP **04** (2008), 063, arXiv:0802.1189 [hep-ph].
- [CDH] *The CDHS Neutrino Experiment*,
<http://knobloch.home.cern.ch/knobloch/cdhs/cdhs.html>
(abgerufen: 16. Mai 2009).
- [Cha32] J. Chadwick, *Possible Existence of a Neutron*, Nature **129** (1932), 312.
- [Cha05] J. Charles et al. (CKMfitter-Kollaboration), *CP violation and the CKM matrix: Assessing the impact of the asymmetric B factories*, Eur. Phys. J. **C41** (2005), 1–131, hep-ph/0406184.
- [Cho03] S. K. Choi et al. (Belle-Kollaboration), *Observation of a new narrow charmonium state in exclusive $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^- J/\psi$ decays*, Phys. Rev. Lett. **91** (2003), 262001, hep-ex/0309032.
- [Chr64] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch und R. Turlay, *Evidence for the 2π Decay of the K_2^0 Meson*, Phys. Rev. Lett. **13** (1964), 138–140.
- [Ciu01] M. Ciuchini et al., *2000 CKM triangle analysis: a critical review with updated experimental inputs and theoretical parameters*, JHEP **07** (2001), 013, hep-ph/0012308.
- [DOW09] DØ-Kollaboration, *Measurement of the W Boson Mass with 1 fb^{-1} of DØ Run II Data*, DØNote 5893-CONF, 2009.
- [Dav08] M. Davier, S. Descotes-Genon, A. Höcker, B. Malaescu und Z. Zhang, *The Determination of α_s from τ Decays Revisited*, Eur. Phys. J. **C56** (2008), 305–322, arXiv:0803.0979 [hep-ph].
- [Dir28] P. A. M. Dirac, *The Quantum Theory of The Electron*, Proc. Roy. Soc. Lond. **A117** (1928), 610–624.

- [DR75] A. De Rujula und S. L. Glashow, *Is Bound Charm Found?*, Phys. Rev. Lett. **34** (1975), 46–49.
- [Ein05] A. Einstein, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Ann. Phys. **17** (1905), 891–921.
- [Fer34a] E. Fermi, *Tentativo di una teoria dei raggi β* , Nuovo Cim. **11** (1934), 1–19.
- [Fer34b] E. Fermi, *Versuch einer Theorie der β -Strahlen I*, Z. Phys. **88** (1934), 161–177.
- [Fey48] R. P. Feynman, *Space-Time Approach to Nonrelativistic Quantum Mechanics*, Rev. Mod. Phys. **20** (1948), 367–387.
- [Fey49] R. P. Feynman, *Space-Time Approach to Quantum Electrodynamics*, Phys. Rev. **76** (1949), 769–789.
- [Fey58] R. P. Feynman und M. Gell-Mann, *Theory of the Fermi Interaction*, Phys. Rev. **109** (1958), 193–198.
- [Fey69a] R. P. Feynman, *The Behavior of Hadron Collisions at Extreme Energies*, Proc. Third Conference on High-Energy Collisions, Stony Brook, New York, 5-6 Sep 1969.
- [Fey69b] R. P. Feynman, *Very High-Energy Collisions of Hadrons*, Phys. Rev. Lett. **23** (1969), 1415–1417.
- [Fri73] H. Fritzsch, M. Gell-Mann und H. Leutwyler, *Advantages of the Color Octet Gluon Picture*, Phys. Lett. **B47** (1973), 365–368.
- [Fuk98] Y. Fukuda et al. (Super-Kamiokande-Kollaboration), *Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos*, Phys. Rev. Lett. **81** (1998), 1562–1567, hep-ex/9807003.
- [Gei09] H. Geiger und E. Marsden, *On a Diffuse Reflection of the α -Particles*, Proc. Roy. Soc. **A82** (1909), 495–500.
- [Geo99] H. Georgi, *Lie Algebras in Particle Physics*, Perseus, 1999.
- [Gla61] S. L. Glashow, *Partial Symmetries of Weak Interactions*, Nucl. Phys. **22** (1961), 579–588.
- [Gla70] S. L. Glashow, J. Iliopoulos und L. Maiani, *Weak Interactions with Lepton-Hadron Symmetry*, Phys. Rev. **D2** (1970), 1285–1292.
- [Gla79] S. L. Glashow, *Towards a Unified Theory – Threads in a Tapestry*, Nobel Lecture, 8. Dezember 1979, <http://nobelprize.org>.
- [GM53] M. Gell-Mann, *Isotopic Spin and New Unstable Particles*, Phys. Rev. **92** (1953), 833–834.

- [GM64] M. Gell-Mann, *A Schematic Model of Baryons and Mesons*, Phys. Lett. **8** (1964), 214–215.
- [Gol58] M. Goldhaber, L. Grodzins und A. W. Sunyar, *Helicity of Neutrinos*, Phys. Rev. **109** (1958), 1015–1017.
- [Gro73] D. J. Gross und F. Wilczek, *Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories*, Phys. Rev. Lett. **30** (1973), 1343–1346.
- [H1] *H1 Homepage*,
<http://www-h1.desy.de/>
(abgerufen: 21. Juni 2009).
- [Hal84] F. Halzen und A. D. Martin, *Quarks & Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, Wiley, 1984.
- [Ham97] T. Hambye und K. Riesselmann, *Matching conditions and Higgs mass upper bounds revisited*, Phys. Rev. **D55** (1997), 7255–7262, hep-ph/9610272.
- [Has73a] F. J. Hasert et al. (Gargamelle Neutrino-Kollaboration), *Observation of neutrino-like interactions without muon or electron in the Gargamelle neutrino experiment*, Phys. Lett. **B46** (1973), 138–140.
- [Has73b] F. J. Hasert et al., *Search for elastic muon neutrino electron scattering*, Phys. Lett. **B46** (1973), 121–124.
- [Hei32] W. Heisenberg, *Über den Bau der Atomkerne I*, Z. Phys. **77** (1932), 1–11.
- [Hei69] W. Heisenberg, *Der Teil und das Ganze*, Piper, München, 1969.
- [Her77] S. W. Herb et al., *Observation of a dimuon resonance at 9.5-GeV in 400-GeV proton - nucleus collisions*, Phys. Rev. Lett. **39** (1977), 252–255.
- [HER09] H1- und ZEUS-Kollaboration, *Combination and QCD Analysis of H1 and ZEUS Deep Inelastic $e^\pm p$ Scattering Cross Section Measurements*, H1prelim-09-045, ZEUS-prel-09-011.
- [HM] S. Hansmann-Menzemer, *B_s^0 - \bar{B}_s^0 -Oscillations @ CDF II*, DESY Seminar, 13./14. Juni 2006.
- [Jac01] J. D. Jackson und L. B. Okun, *Historical roots of gauge invariance*, Rev. Mod. Phys. **73** (2001), 663–680, hep-ph/0012061.
- [Kaz00] D. I. Kazakov, *Beyond the standard model (in search of supersymmetry)*, hep-ph/0012288.
- [KK04] H. V. Klapdor-Kleingrothaus, I. V. Krivosheina, A. Dietz und O. Chkvorets, *Search for neutrinoless double beta decay with enriched ^{76}Ge in Gran Sasso 1990–2003*, Phys. Lett. **B586** (2004), 198–212, hep-ph/0404088.
- [Kob73] M. Kobayashi und T. Maskawa, *CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction*, Prog. Theor. Phys. **49** (1973), 652–657.

- [Kod01] K. Kodama et al. (DONUT-Kollaboration), *Observation of tau-neutrino interactions*, Phys. Lett. **B504** (2001), 218–224, hep-ex/0012035.
- [Lee56] T. D. Lee und C.-N. Yang, *Question of Parity Conservation in Weak Interactions*, Phys. Rev. **104** (1956), 254–258, erratum: Phys. Rev. **106** (1957) 1371.
- [LEP] *The LEP Electroweak Working Group*,
<http://lepewwg.web.cern.ch/LEPEWWG/>
(abgerufen: 17. Mai 2009).
- [LEP03] LEP-Arbeitsgruppe für Higgs-Suchen, *Search for the standard model Higgs boson at LEP*, Phys. Lett. **B565** (2003), 61–75, hep-ex/0306033.
- [Lip06] H. J. Lipkin, *Quantum theory of neutrino oscillations for pedestrians: Simple answers to confusing questions*, Phys. Lett. **B642** (2006), 366–371, hep-ph/0505141.
- [Lob99] V. M. Lobashev et al., *Direct search for mass of neutrino and anomaly in the tritium beta-spectrum*, Phys. Lett. **B460** (1999), 227–235.
- [Lüd57] G. Lüders, Ann. Phys. **2** (1957), 1.
- [Mak62] Z. Maki, M. Nakagawa und S. Sakata, *Remarks on the unified model of elementary particles*, Prog. Theor. Phys. **28** (1962), 870–880.
- [Mar09] A. D. Martin, W. J. Stirling, R. S. Thorne und G. Watt, *Parton distributions for the LHC*, arXiv:0901.0002 [hep-ph].
- [Mik85] S. P. Mikheev und A. Y. Smirnov, *Resonance enhancement of oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy*, Sov. J. Nucl. Phys. **42** (1985), 913–917.
- [MIN] *MINOS Experiment and NuMI Beam Home Page*,
<http://www-numi.fnal.gov/>
(abgerufen: 8. Juli 2009).
- [Mur] H. Murayama, *Neutrino Physics*,
<http://hitoshi.berkeley.edu/neutrino>
(abgerufen: 10. Juli 2009).
- [Nad08] P. M. Nadolsky et al., *Implications of CTEQ global analysis for collider observables*, Phys. Rev. **D78** (2008), 013004, arXiv:0802.0007 [hep-ph].
- [Nak53] J. Nakato und K. Nishijima, *Charge Independence for V-Particles*, Prog. Theor. Phys. **10** (1953), 581–582.
- [Nie09] U. Nierste, *Three Lectures on Meson Mixing and CKM Phenomenology*, arXiv:0904.1869 [hep-ph].
- [OPA] *The OPAL Collaboration*,
<http://opal.web.cern.ch/Opal/>
(abgerufen: 19. Mai 2009).

- [Pau30] W. Pauli, *Offener Brief an die Gruppe der Radioaktiven bei der Gauvereins-Tagung zu Tübingen*, 1930.
- [Pau55] W. Pauli, *Niels Bohr and the Development of Physics*, p. 30, Pergamon Press, London, 1955.
- [Per75] M. L. Perl et al., *Evidence for anomalous lepton production in $e^+ e^-$ annihilation*, Phys. Rev. Lett. **35** (1975), 1489–1492.
- [Pla01] M. Planck, *Über das Gesetz der Energieverteilung im Normalspektrum*, Ann. Phys. **4** (1901), 553–563.
- [Pol73] H. D. Politzer, *Reliable Perturbative Results for Strong Interactions?*, Phys. Rev. Lett. **30** (1973), 1346–1349.
- [Pon68] B. Pontecorvo, *Neutrino experiments and the question of leptonic-charge conservation*, Sov. Phys. JETP **26** (1968), 984–988.
- [Rei53] F. Reines und C. L. Cowan, *Detection of the Free Neutrino*, Phys. Rev. **92** (1953), 830–831.
- [Roc47] G. D. Rochester und C. C. Butler, *Evidence for the Existence of New Unstable Elementary Particles*, Nature **160** (1947), 855–857.
- [Rut11] E. Rutherford, *The Scattering of α and β Particles by Matter and the Structure of the Atom*, Phil. Mag. **21** (1911), 669–688.
- [Sal68] A. Salam, Proc. 8th Nobel Symposium (Hrsg. N. Svartholm), Almqvist & Wiksell, Stockholm, 1968.
- [Sch48a] J. S. Schwinger, *Quantum Electrodynamics. I: A Covariant Formulation*, Phys. Rev. **74** (1948), 1439.
- [Sch48b] J. S. Schwinger, *Quantum Electrodynamics. II: Vacuum Polarization and Self-Energy*, Phys. Rev. **75** (1948), 651.
- [Sch49] J. S. Schwinger, *Quantum Electrodynamics. III: The Electromagnetic Properties of the Electron: Radiative Corrections to Scattering*, Phys. Rev. **76** (1949), 790–817.
- [Sjö06] T. Sjöstrand, S. Mrenna und P. Skands, *PYTHIA 6.4 Physics and Manual*, JHEP **05** (2006), 026, hep-ph/0603175.
- [Str08] N. Straumann, *Wolfgang Pauli and Modern Physics*, arXiv:0810.2213 [physics.hist-ph].
- [Sud58] E. C. G. Sudarshan und R. E. Marshak, *Chirality Invariance and the Universal Fermi Interaction*, Phys. Rev. **109** (1958), 1860–1860.
- [TEV] *TeV4LHC Higgs Working Group*, <http://maltoni.home.cern.ch/maltoni/TeV4LHC/index.html> (abgerufen: 25. Juni 2009).

- [TEV08] CDF- und DØ-Kollaboration, *Combination of CDF and DØ results on the W boson mass and width*, arXiv:0808.0147 [hep-ex].
- [TEV09] CDF- und DØ-Kollaboration, *Combined CDF and DØ Upper Limits on Standard Model Higgs-Boson Production with up to 4.2 fb⁻¹ of Data*, arXiv:0903.4001 [hep-ex].
- [tH72] G. 't Hooft und M. J. G. Veltman, *Regularization and Renormalization of Gauge Fields*, Nucl. Phys. **B44** (1972), 189–213.
- [Tom46] S. Tomonaga, *On a Relativistically Invariant Formulation of the Quantum Theory of Wave Fields*, Prog. Theor. Phys. **1** (1946), 27–42.
- [UDe] *University of Delaware Antarctic Research*, <http://www.expeditions.udel.edu/antarctica/> (abgerufen: 7. Juli 2009).
- [Wei67] S. Weinberg, *A Model of Leptons*, Phys. Rev. Lett. **19** (1967), 1264–1266.
- [Wei99] C. Weinheimer et al., *High precision measurement of the tritium beta spectrum near its endpoint and upper limit on the neutrino mass*, Phys. Lett. **B460** (1999), 219–226.
- [Wig37] E. Wigner, *On the Consequences of the Symmetry of the Nuclear Hamiltonian on the Spectroscopy of Nuclei*, Phys. Rev. **51** (1937), 106–119.
- [Wol78] L. Wolfenstein, *Neutrino oscillations in matter*, Phys. Rev. **D17** (1978), 2369–2374.
- [Wol83] L. Wolfenstein, *Parametrization of the Kobayashi-Maskawa Matrix*, Phys. Rev. Lett. **51** (1983), 1945.
- [Wu57] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes und R. P. Hudson, *Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay*, Phys. Rev. **105** (1957), 1413–1414.
- [Yan54] C.-N. Yang und R. L. Mills, *Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance*, Phys. Rev. **96** (1954), 191–195.
- [Yuk35] H. Yukawa, *On the Interaction of Elementary Particles*, Proc. Phys. Math. Soc. Jap. **17** (1935), 48–57.
- [Z06] ALEPH-, DELPHI-, L3-, OPAL-, SLD-Kollaboration, *Precision electroweak measurements on the Z resonance*, Phys. Rept. **427** (2006), 257, hep-ex/0509008.
- [Zel02] G. P. Zeller et al. (NuTeV-Kollaboration), *A precise determination of electroweak parameters in neutrino nucleon scattering*, Phys. Rev. Lett. **88** (2002), 091802, hep-ex/0110059.
- [Zwe64] G. Zweig, *An SU(3) model for Strong Interaction Symmetry and its Breaking*, CERN-TH-401, 1964.