EINFÜHRUNG IN DIE QUANTENMECHANIK FREIER ELEMENTARTEILCHEN

KURS: LEHRER-FORTBILDUNG, NOV.-DEZ. 2002
DESY ZEUTHEN

6 VORLESUNGEN: DR. J. BLÜMLEIN.

- EINFÜHRUNG DES GEGENSTANDES
- GRUNDLAGEN DER SPEZIELLEN RELATIVITÄTS-THEORIE UND DER QUANTENMECHANIK
- SCHRÖDINGERFELD
- SKALARE FELDTHEORIE
- MAXWELL-FELD: ABELSCHES EICHFELD
- DIRAC-THEORIE, FERMION FELDER
- NICHT-ABELSCHE KRAFTFELDER

1 EINFÜHRUNG DES GEGENSTANDES:

- WAS SIND ELEMENTARTEILCHEN?
- WELCHER DYNAMIK GENÜGEN ELEMENTARTEILCHEN?

QUANTENTHEORIE ↓ [QUANTENMECHANIK ↓ QUANTENFELDTHEORIE

&

RELATIVITÄTSTHEORIE ↓ SPEZIELLE RELATIVITÄTS-THEORIE]

ALLG. RELATIVITÄTSTHEORIE (NUR BEI GRAVITATION!)

$\Longrightarrow$ DIESER KURS: SPEZIELL RELATIVISTISCHE QUANTENMECHANIK VON TEILCHEN & WELLEN $\Rightarrow$ ELEMENTARTEILCHEN.

WAS SIND ELEMENTARTEILCEN ?

(INDUKTIVE ANNÄHERUNG)

$\Longrightarrow$ MIKROSTRUKTUR DER MATERIE;

"BESTANDTEILE" $\longrightarrow$ "KLEINSTE" BESTANDTEILE.

ATOME — GRIECH. PHILOSOPHIE
DALTON

$\downarrow$

ATOMHÜLLE $\longrightarrow$ ELEKTRONEN (STONEY, 1891

KERN $\longrightarrow$ NEUTRONEN, PROTONEN,
(RUTHERFORD, 1914) $\pi^{\pm,0}$ MESONEN ALS QUANTEN DER KERNKRAFT.

ELEKTRONEN GELTEN HEUTE ALS ELEMENTAR.
(GEHÖRT ZU DEN LEPTONEN)

$\left.\begin{array}{ll} \text{PROTON} & \text{(RUTHERFORD 1914, H-KERN)} \\ \text{NEUTRON} & \text{(CHADWICK 1932)} \\ \pi^{\pm} & \text{(LATTES et al. 1947)} \\ \pi^{0} & \text{(CARLSON, BJORKLAND et al. 1950)} \end{array}\right\}$ SIND NICHT ELEMENTAR!

$\longrightarrow$ DIESE TEILCHEN GEHÖREN ZU DEN HADRONEN.

NEBEN STABILEN KERNEN : BSP: Fe^{56}_{26}

GIBT ES β-RADIOAKTIVE KERNE:

BSP.: β^- $\quad H^3_1 \xrightarrow[\beta^-]{} He^3_2 \quad \tau_{1/2} = 12.1\,a$

β^+ $\quad C^{10}_6 \xrightarrow[\beta^+]{} B^{10}_5 \quad \tau_{1/2} = 19{,}1\,s$

(BECQUEREL, 1896, 99; CHADWICK, 1914)

DER BETA - ZERFALL WIRD DURCH DIE SOG. SCHWACHE KRAFT VERURSACHT!

BEI ELEMENTARTEILCHEN UNTERSCHEIDEN WIR MATERIEFELDER UND KRAFTFELDER

$\longrightarrow$ MATERIEFELDER EMITTIEREN UND ABSORBIEREN KRAFTFELDER $\Longrightarrow$ WECHSELWIRKUNG VON ELEMENTARTEILCHEN.

<u>WAS PASSIERT BEIM β-ZERFALL ?</u>

β^--ZERFALL : BEI NEUTRONENÜBERSCHUSS IM KERN

β^+-ZERFALL : BEI PROTONENÜBERSCHUSS IM KERN.

β^- : $n \rightarrow p \; e^- +$ FEHLENDE ENERGIE

β^+ : $p \rightarrow n \; e^+ +$ FEHLENDE ENERGIE

WAS IST HIER "FEHLENDE" ENERGIE ?

$\Rightarrow$ NEUES TEILCHEN : e-NEUTRINO (LEPTON).

$$\left.\begin{array}{ll} \beta^- : & \bar{\nu}_e \\ \beta^+ : & \nu_e \end{array}\right\} \text{HYPOTHETISCH EINGEFÜHRT: PAULI 1930}$$

NACHWEIS : COWAN et al. 1956.

NEUTRINOS GELTEN ALS ELEMENTAR.

<u>HADRONEN</u>: TEICHEN MIT STARKER WECHSEL-WIRKUNG.

~ HUNDERTE ZUSTÄNDE ERZEUGT.

<u>2 GRUPPEN</u>:

BARYONEN – HADRONEN MIT HALBZAHLIGEM SPIN
$S = 1/2, 3/2$

MESONEN – HADRONEN MIT GANZZAHLIGEM SPIN
$S = 0, 1$

$\Longrightarrow$ ZUSAMMENGESETZE TEILCHEN !

VOLLSTÄNDIGE KLASSIFIKATION MÖGLICH:

<u>QUARK – PARTON – MODELL</u>

GELL-MANN
ZWEIG 1964.

<u>BARYONEN</u>: $|q_1 q_2 q_3\rangle$ ZUSTAND

3 QUARK – BINDUNGSZUSTAND
(GRUNDZUSTAND)

<u>MESONEN</u>: $|q_1 \bar{q}_2\rangle$ ZUSTAND

QUARK-ANTIQUARK BINDUNGSZUSTAND
(GRUNDZUSTAND)

QUARKS WAREN ZUNÄCHST HYPOTHETISCHE MATHEMATISCHE OBJEKTE.

1969 BLOOM et al, BREIDENBACH et al.
WURDEN SIE : BEI KURZEN ABSTÄNDEN !
ALS BAUSTEINE DER HADRONEN NACHGEWIESEN
(TIEF INELASTISCHE STREUUNG).
QUARKS GELTEN ALS ELEMENTAR.

WAS SIND DIE EIGENSCHAFTEN DER QUARKS ?

LADUNG

$|p\rangle = |uud\rangle$ $\qquad Q(p) = +1$

$|n\rangle = |udd\rangle$ $\qquad Q(n) = 0$

$$Q(u) = \frac{2}{3}, \quad Q(d) = -\frac{1}{3}$$

SPIN

$|p\rangle = |\uparrow\uparrow\downarrow\rangle$ $\qquad S(p) = S(n) = \frac{1}{2}$

$|n\rangle = |\uparrow\uparrow\downarrow\rangle$ $\qquad S(u) = S(d) = \frac{1}{2}$

WEITERE HADRONEN: $\quad |\pi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[|u\bar{d}\rangle + |\bar{u}d\rangle\right]$

$$Q[\pi^+] = 0, \quad S[\pi^+] = 0$$

$$|\pi^+\rangle = |\uparrow\downarrow\rangle$$

JEDOCH: $\qquad Q(\Delta^{++}) = +2$

$|\Delta^{++}\rangle = |uuu\rangle$ $\qquad S(\Delta^{++}) = 3/2$

$= |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle$

VERBOTEN NACH PAULIPRINZIP. $\Downarrow$ NEUE QUARK-QUANTENZ.

QUARKS BESITZEN NEBEN:

- GENUS (TYP, FLAVOR) u, d, s, c, b, t
- LADUNG $+2/3$, $-1/3$
- SPIN $1/2$
- MASSE

DIE QUANTENZAHL: "<u>FARBE</u>"

R (RED)
G (GREEN)
B (BLUE)

↓ D.H. QUARKS TRETEN IN 3 VERSCHIEDENEN TYPEN AUF, BEI SONST GLEICHEN QUANTEN=ZAHLEN.

⟶ DIE WECHSELWIRKUNGSFELDER DER <u>ELEMENTAREN</u> STARKEN KRAFT WERDEN GLUONEN GENANNT.

NACHWEIS: 1979 BRANDELIK et al. (DESY), TASSO.

QUARKS UND GLUONEN GENÜGEN DEM <u>CONFINEMENT</u>.

$\Longrightarrow$ BEI GROSSEN ABSTÄNDEN (GRÖSSER ALS CA. EINIGE fm) KOMMEN SIE <u>NUR</u> GEBUNDEN VOR.

MATERIEFELDER UND KRÄFTE (HEUTIGER) ELEMENTARTEILCHEN:

DIE ERSTE FAMILIE:

e^-	ELEKTRON	LEPTONEN	MATERIE-FELDER
ν_e	ELEKTRON NEUTRINO		
u	UP-QUARK	QUARKS	
d	DOWN-QUARK		

KRAFTFELDER:

g (ACHT) GLUONEN : WIRKEN NUR ZWISCHEN DEN QUARKS

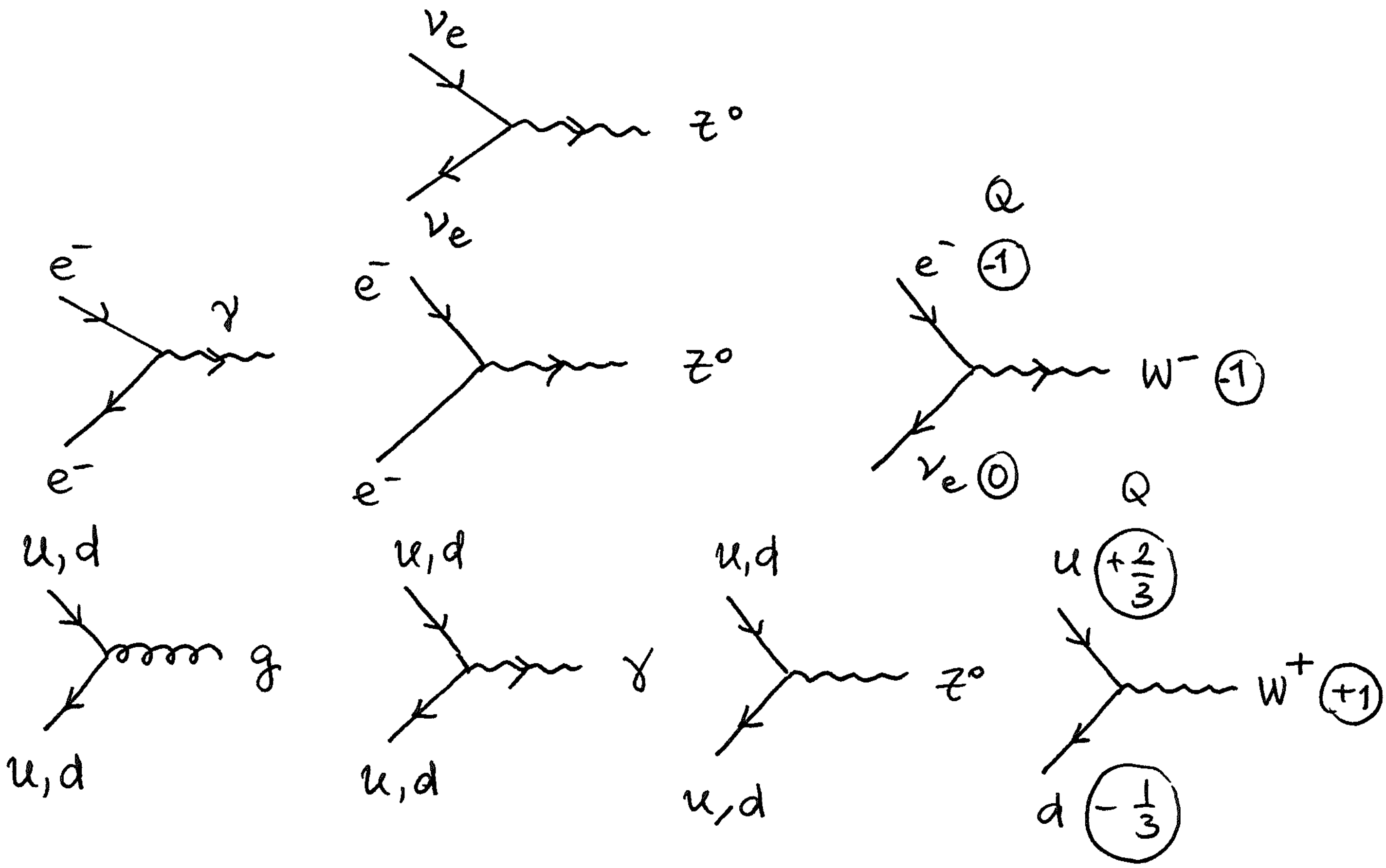
γ PHOTON : WIRKT NUR ZWISCHEN e^-, u, d

$W^\pm, Z^0$ EL.-SCHWACHE EICHBOSONEN : WIRKEN ZWISCHEN ALLE MATERIEFELDERN

↑

VERMITTELN $\beta^\pm$-ZERFALL.

- GLUON-FELDER KÖNNEN AUCH MITEINANDER WECHSELWIRKEN
- $W^\pm, Z^0$ KÖNNEN MITEINANDER WECHSELWIRKEN



1. PERIODE DER MATERIEFELDER = 1. FAMILIE

LEPTONEN: $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L$ $\quad \underbrace{e^-_R \quad \nu_{eR}}$ $\leftarrow$ nur FÜR $m_{\nu_e} \neq 0$ (HEUTE GESICHERT).

$\uparrow$ Doublett (LINKS) $\downarrow$ $\qquad$ $\uparrow$ Singuletts (RECHTS) $\downarrow$

$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$ $\quad \overbrace{u_R \quad d_R}$

$$\boxed{\text{ALLE MATERIEFELDER HABEN MASSEN} \neq 0}$$

HEUTE KENNEN WIR 3 FAMILIEN VON MATERIE FELDERN:

$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \quad e_R \quad \nu_R^e \qquad \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad u_R \quad d_R$ up down

$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L \quad \mu_R \quad \nu_R^\mu \qquad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L \quad c_R \quad s_R$ charm strange

$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L \quad \tau_R \quad \nu_R^\tau \qquad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \quad t_R \quad b_R$ top bottom

ACHT GLUONEN: g QUANTEN D. STARKEN KRAFT
EIN PHOTON : γ LICHTQUANTEN

MASSELOS!

$W^\pm, Z^0$: QUANTEN DER SCHWACHEN KRAFT → MASSIV

m : 80 ... 90 GeV.

EIN WEITERES, NOCH UNENTDECKTES, TEILCHEN DES STANDARDMODELLS:

HIGGS BOSON: SKALAR. (H^0)

ZUSAMMENFASSUNG DER GRUNDTYPEN (AUS HEUTIGER SICHT) ELEMENTARER TEILCHEN:

FERMIONEN: SPIN $\frac{1}{2}$

QUARKS, GELADENE LEPTONEN, NEUTRINOS
$u, d, s \ldots$ e, μ, τ ν_e, ν_μ, ν_τ

BOSONEN: SPIN 0, 1

$\gamma, g, W^\pm, Z^0$ — EICHBOSONEN $(s = 1)$
H^0 — HIGGS SKALAR $(s = 0)$

[$\longrightarrow$ $\pi^{\pm,0}$ MESONEN ALS QUANTEN DER KERN=KRAFT SIND ZUSAMMENGESETZTE TEILCHEN.]

HISTORISCHER ÜBERBLICK IN TABELLENFORM:

1) ENTDECKUNG DER ELEMENTARTEILCHEN
2) NACHWEIS DER FUNDAMENTALEN KRÄFTE
3) GRUNDLEGENDE INNERE SYMMETRIEN
4) UNTERSUCHUNG DER KERN- UND NUKLEON=STRUKTUR : AUFFINDUNG DER QUARK-STRUK=TUR
5) WICHTIGE SCHRITTE IN DER THEORIE DER ELEMENTARTEILCHEN.

Discovery of Elementary Particles:

Matter Fields

Year	Discovery		
1891 1897 1899	e^-	G.J. Stoney J.J. Thomson W. Kaufmann J.J. Thomson	name coined : unit of electricity measurement of m/e measurement of $e \simeq 6.810^{-8}$ esu
1914 1920	p	E. Rutherford	H–particle term: *proton* 1st used
1932	n	J. Chadwick	$\alpha + Be^9 \to C^{12} + n$
1931	e^+	C.D. Anderson	cosmic rays
1936	μ	S.H. Neddermeyer C.D. Anderson	cosmic rays
1947	$\pi^\pm$	C. Lattes et al.	cosmic rays
1947	K^0, Λ	G.D. Rochester, C.C. Butler	cosmic rays
1950	π^0	A.G. Carlson et al. R. Bjorkland et al.	$\pi^- + p \to \pi^0 + n$
1956	ν_e	C.L. Cowan et al.	$\overline{\nu}_e + p \to e^+ + n$
1962	ν_μ	G. Danby et al.	$\nu_\mu + n \to p + \mu^-$ $\overline{\nu}_\mu + p \to n + \mu^+$

Discovery of Elementary Particles:

Matter Fields

Year	Discovery		
1964	Ω^-	V.E. BARNES et al.	$K^- + p \to \Omega^- + K^+ + K^0$
1974	J/ψ	J.J. AUBERT et al. J.E. AUGUSTIN et al.	pN BNL e^+e^- SPEAR
1975 1978	τ	M. PERL et al. R. BRANDELIK et al.	$e^+e^- \to \tau^+\tau^-$, SPEAR 1st mass measurement DASP, DORIS
1977	Υ	S.W. HERB et al.	pN FNAL (400 GeV)
1994 1995	t	F. ABE ET AL., CDF F. ABE ET AL., CDF S. ABACHI ET AL., D0	pp TEVATRON

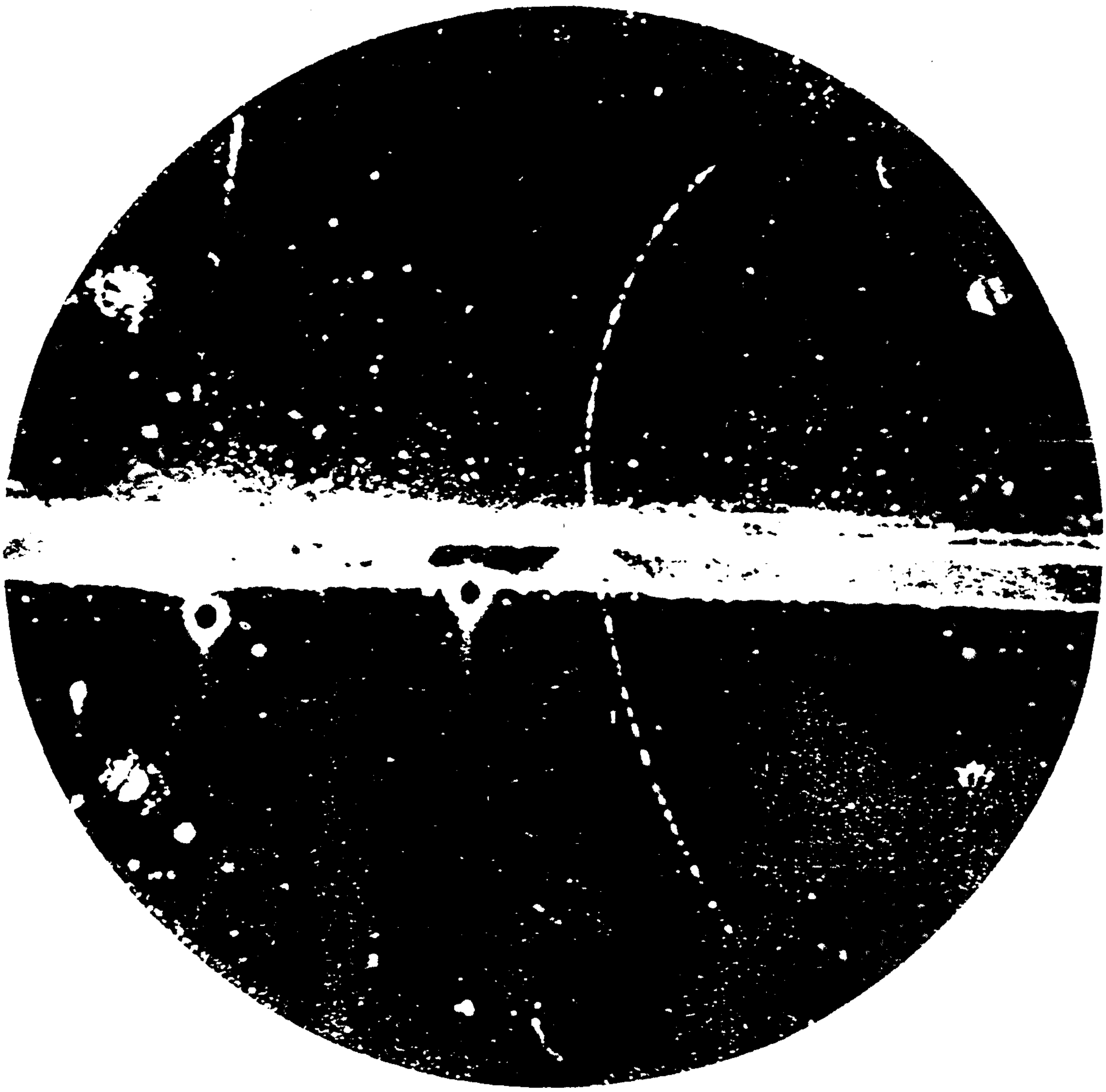


Fig. 1.2: Wilsonkammeraufnahme eines Positrons. Das Teilchen dringt von unten in die Kammer, verliert in der Materialschicht (Mitte) Energie, so daß die Krümmung der Spur stärker wird. Aus Magnetfeldrichtung und Ionisierungsdichte schloß Anderson auf ein positiv geladenes Teilchen mit der Masse des Elektrons [An 33].

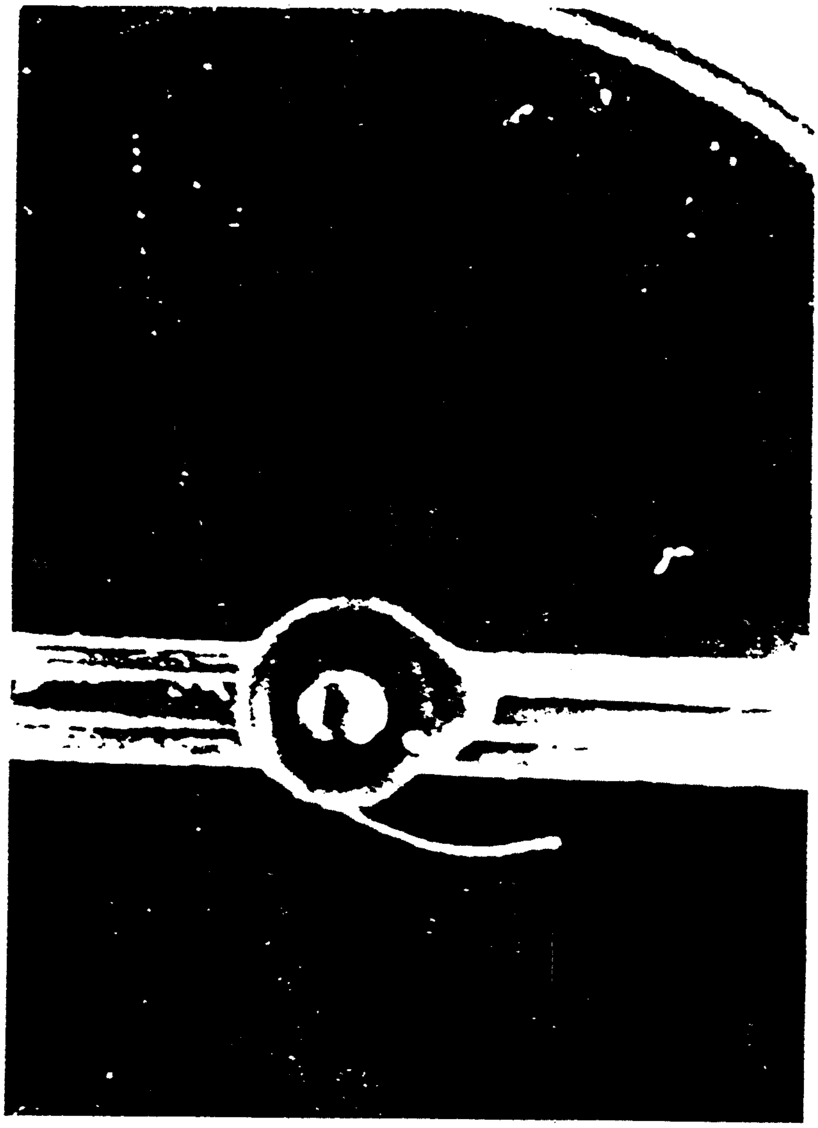


Fig. 1.3: Spur des Myons in der Wilsonkammer. Das Myon dringt von oben ein. Es hat nach Durchdringen von Materialschichten (Zählrohrwände) eine geringere Energie und wird stärker abgelenkt. Die Dichte der Spur ist wesentlich größer als die einer Elektronenspur mit gleichem Krümmungsradius [Ne 38].

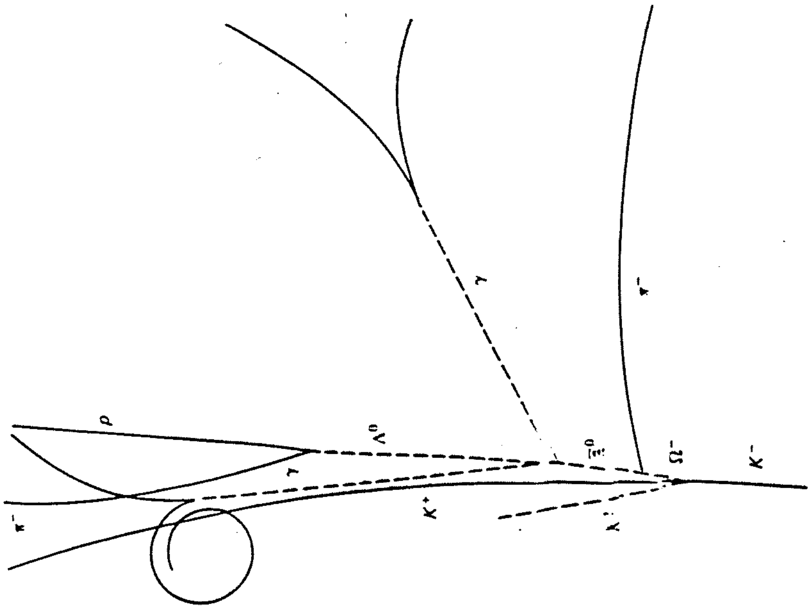
t

te eine überaus
aber das zehnte
Seltsamkeit von
ır jemals in den
solches Teilchen
ie es zu erzeugen
in Aufgabe 1.6
: im Jahre 1964
vie es Gell-Mann

ısthaft daran ge-
) Jahre fand jedes
.en Weges. Einige
ß es nicht biswei-
und dann wieder
lle aufgeführt wa-
oktett. -dekuplett
onmultipletts mit
iegen die Antiteil-
.chen, und zwar in
ilchen des Pi-plus
'i-null und das Eta

ınschaft. Der Acht-
r seine wahre Be-
h denke, es ist ge-
der Teilchenphysik

nte „Löcher" (fehlende
ıdeckt werden würden,
ıre Eigenschaften, und
um – gefunden.



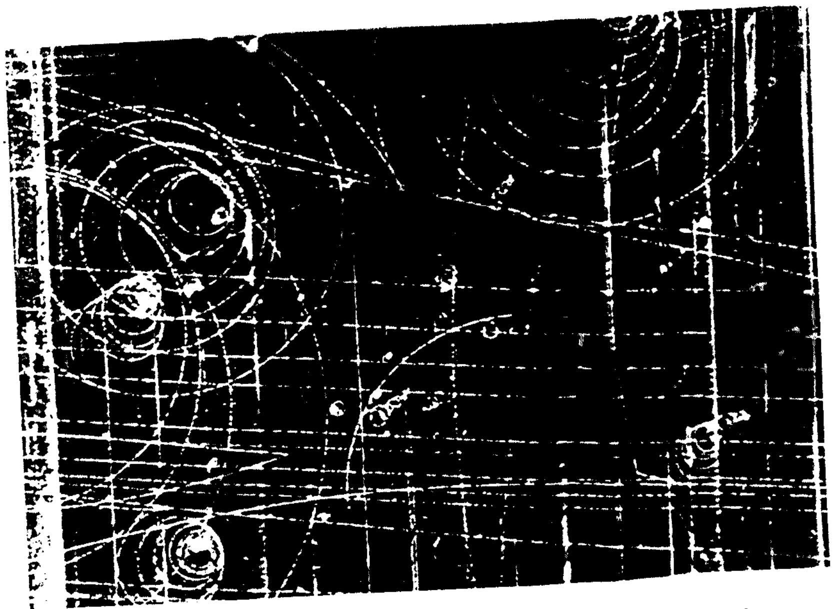
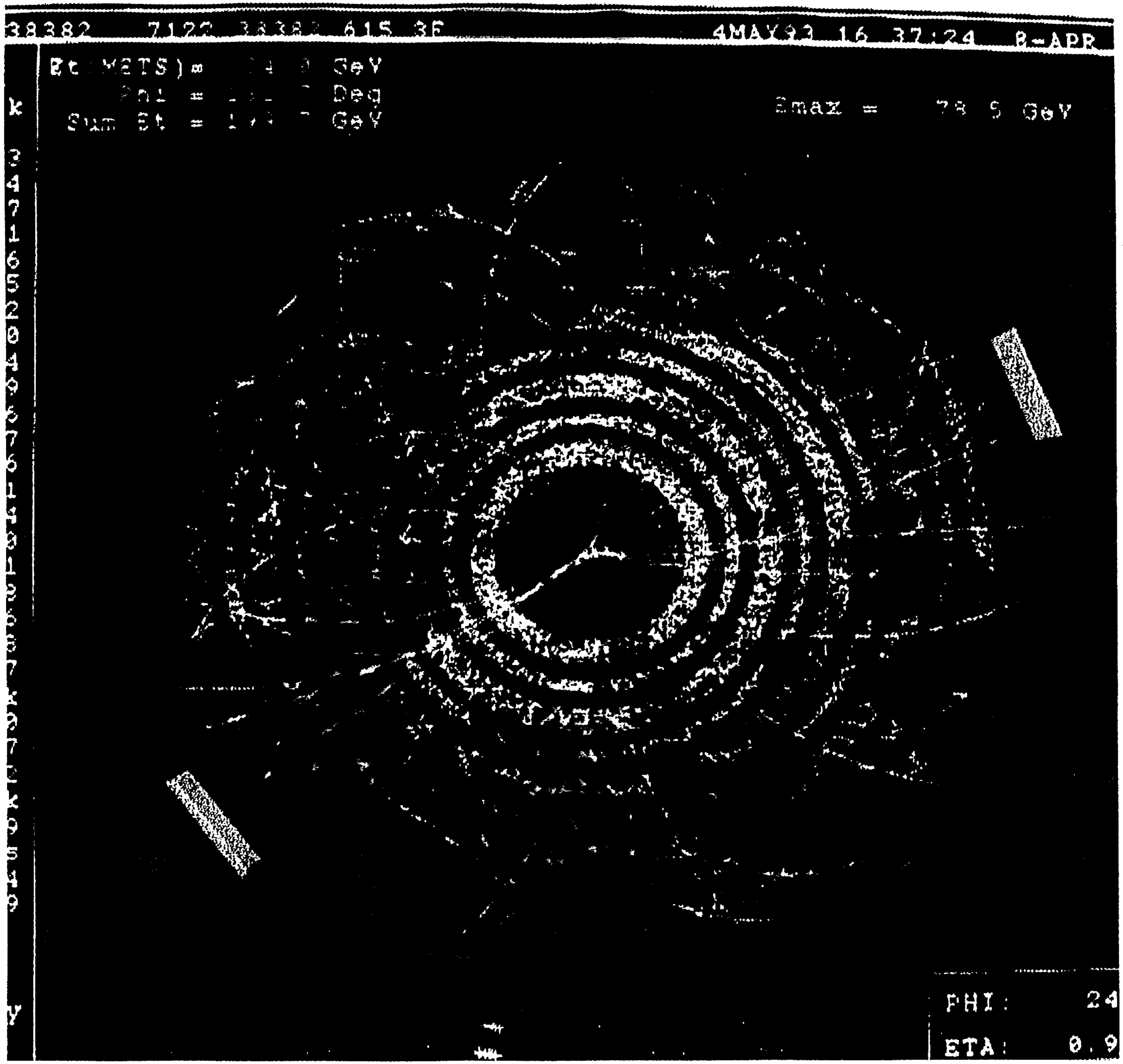
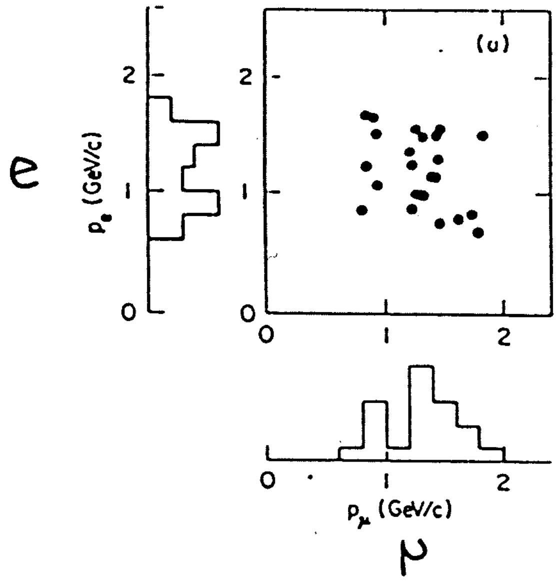


Abbildung 1.10: Die Entdeckung des Ω^-. Die eigentliche Blasenkammeraufnahme ist links gezeigt; ein Liniendiagramm der relevanten Spuren rechts. (Mit freundlicher Genehmigung des Brookhaven National Laboratory.)



4MAY93 16 37:24
GeV
Deg
GeV
GeV
PHI: 24
ETA: 0.9



$\tau^{\pm} \to \nu_\tau e^{\pm} \overset{(-)}{\nu}_e$

$\tau^{\mp} \to \overset{(-)}{\nu}_\tau \mu^{\pm} \overset{(-)}{\nu}_\mu$

$e^+e^- \to \tau^+\tau^-$

Perl et al. 1975 (SIGNATURE)

SPEAR

1^{st}: $m_\tau = 1807 \pm 20$ MeV DASP (DORIS).

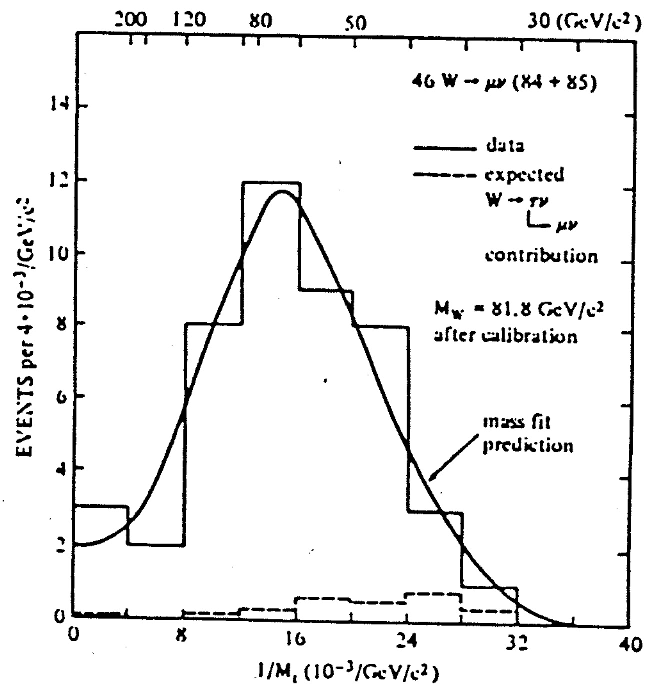
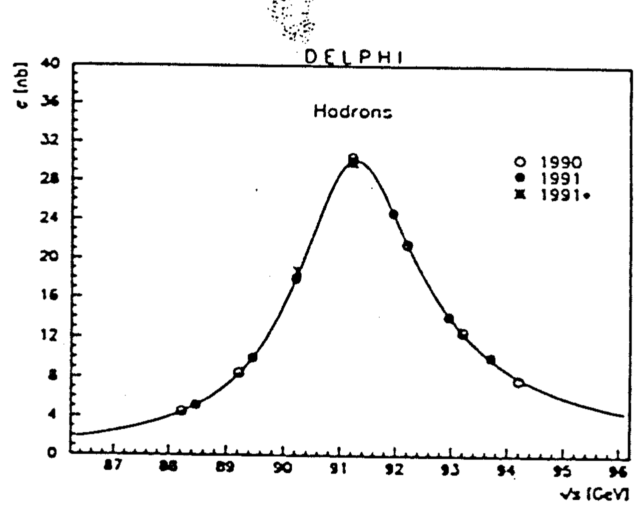


Fig. 4.3.10 Inverse transverse mass distribution for muon-neutrino pairs in UA1. The variable $1/m_T$ is chosen instead of m_T, because the error resulting from momentum resolution is Gaussian in $1/m_T$ and not in m_T.

W's 1984, 85

UA2 statistics

SPP̄S



Z peak, DELPHI

Z → hadrons.

(1992)

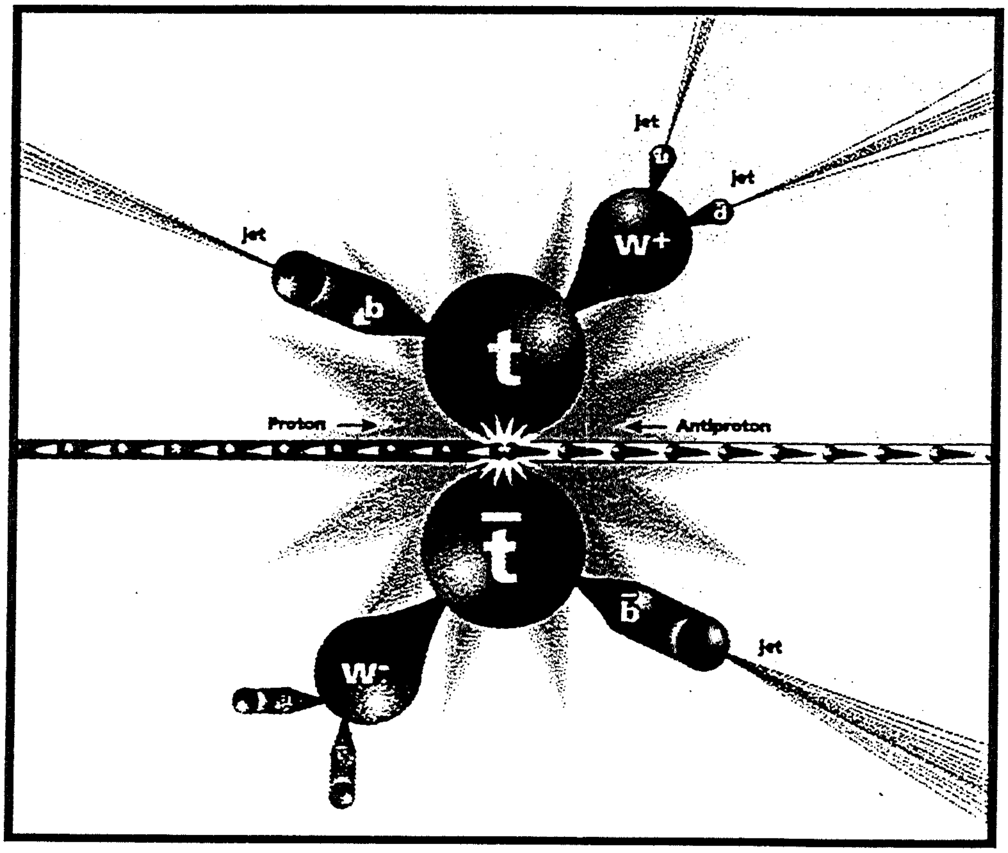
LEP

Discovery of the Top Quark

Collision!

Home[1] - Help[2] - Index[3] - Up(*News Release*)[4]

In this artist's representation of a particle collision, a proton and antiproton collide at nearly the speed of light.



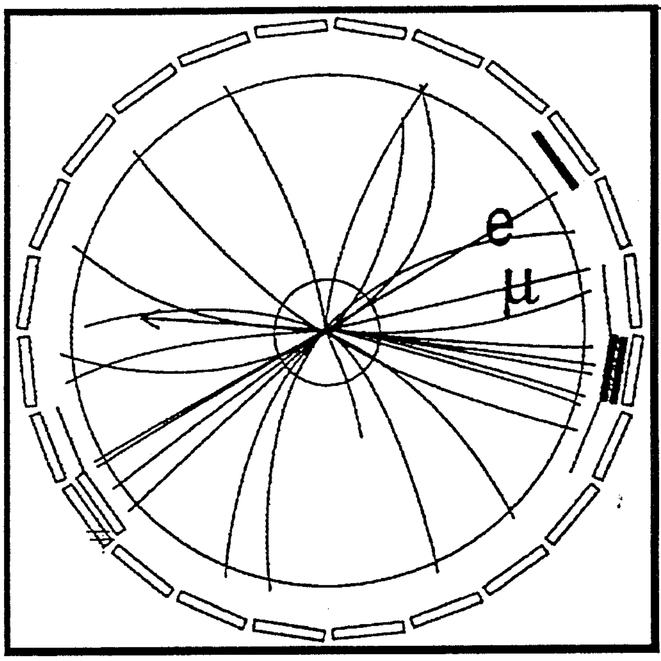
Background Material on the Discovery of the Top Quark[5]

webmaster@fnal.gov

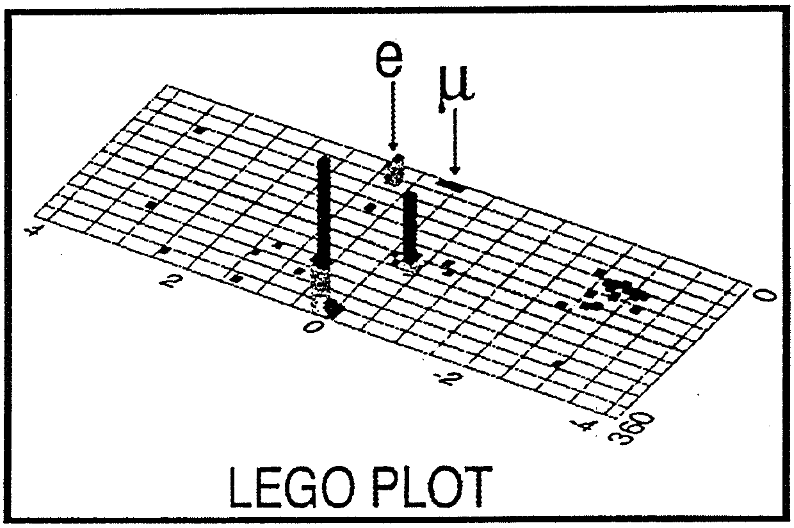
$m_t = 176 \pm 8 \pm 10$ GeV^2 CDF

new: $m_t = 175 \pm 7 \pm 8$ GeV CDF march '96.

1 ../fermilab_home.html
2 ../help.html
3 ../index.html
4 top_news_release.html
5 top95_background.html



A computer simulation of a proton–antiproton collision. The tracks show the paths of different kinds of particles created in the collision.



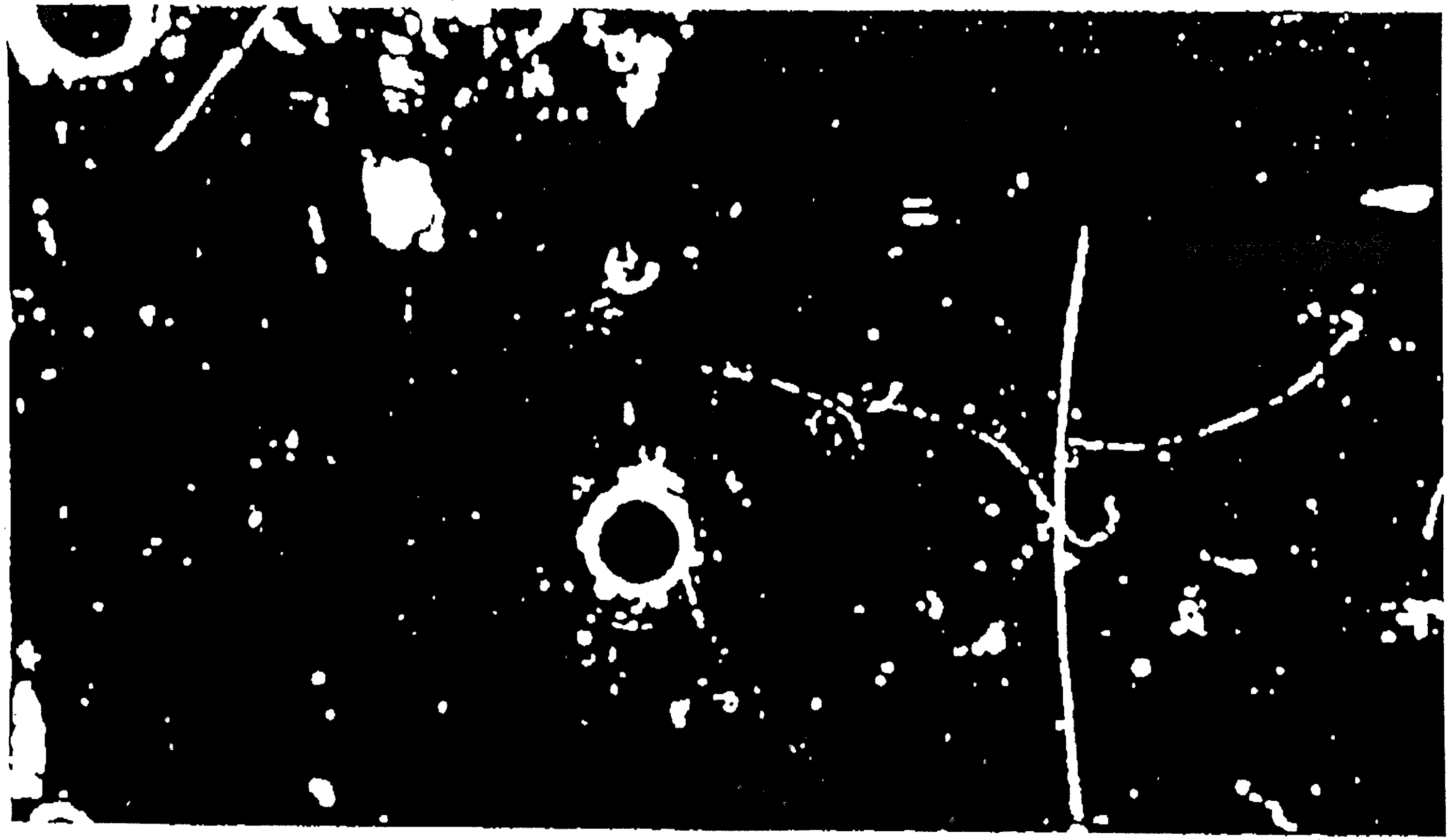
Physicists recognize particles produced in collisions by their electronic signatures, shown graphically by computers. A "lego plot" shows one characteristic signature pattern we expect to see in the decay of a top quark. The height of each lego tower shows the amount of energy detected in each section of a detector's calorimeter.

Although we can't see the top quark itself, we can recognize its signature. Some particles, including top, exist for such a short time before they decay into other particles that we don't actually find their signatures. Instead, we see the signatures of their decay products. A particle we are looking for may have more than one possible way of decaying—top has many decay channels—and thus more than one possible signature.

Physicists keep asking themselves, "Have I thought of all possible backgrounds?"

Towards the Fundamental Forces

Year	Discovery		
1900 1905	γ	P. Villard A. Einstein	γ rays photo–electric effect light quanta
1923/25 1926		A.H. Compton et al. G.N. Lewis	$\gamma e^- \to \gamma e^-$ term: *photon* 1st used
1896 1899 1914	Radioactivity β^-	H. Becquerel J. Chadwick	$K_2UO_2(SO_4)2H_2O$ separated β^- particles continous! β^- spectrum
1973	NC	F.J. Hasert et al.	$\nu_\mu e^- \to \nu_\mu e^-$ GARGAMELLE, CERN
1979	g	R. Brandelik et al.	3 jets in e^+e^- TASSO, DORIS
1983	W, Z	G. Arnison et al. M. Banner et al.	$p\bar{p}$, UA1, CERN UA2



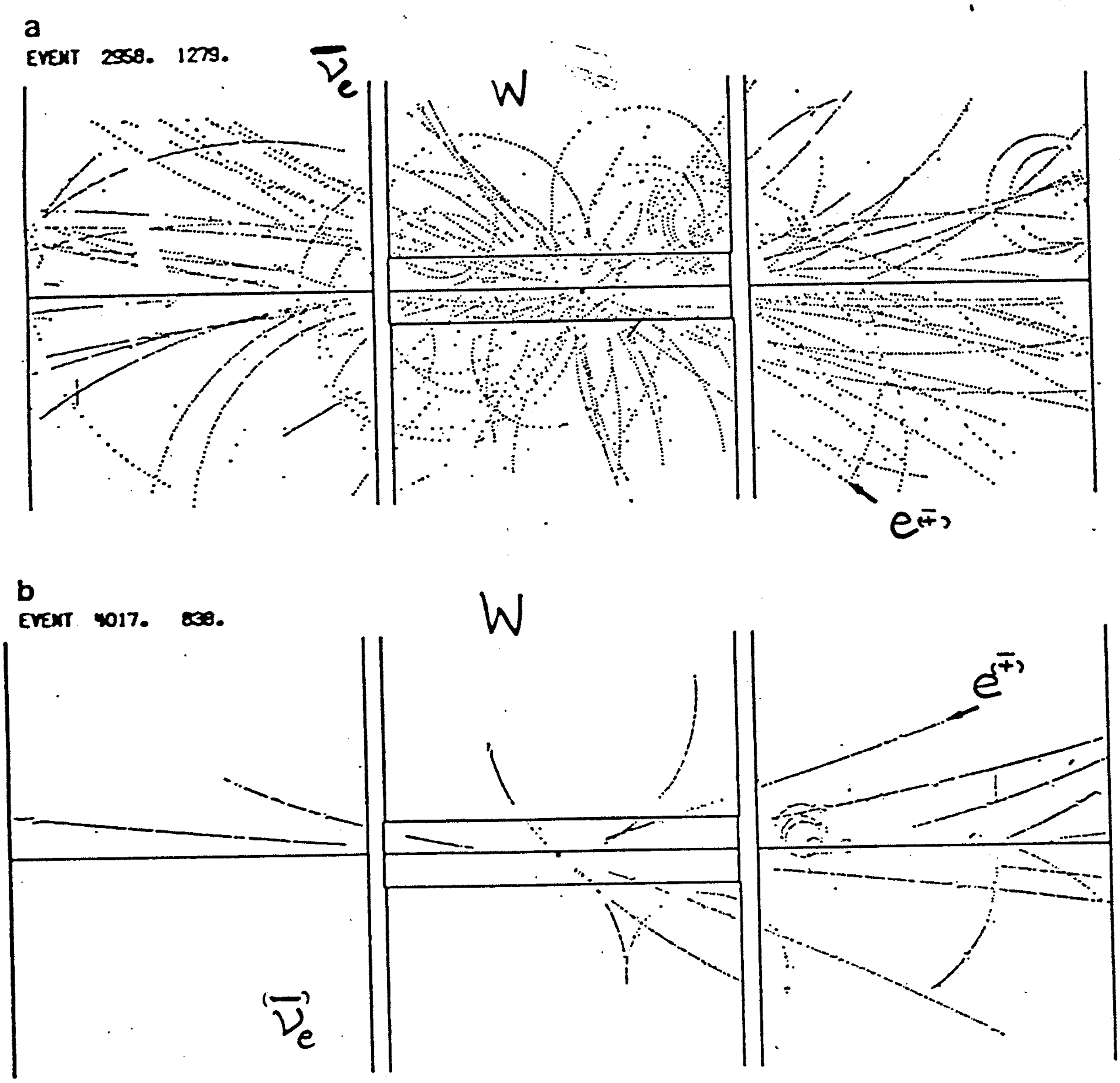


Fig. 6. The digitization from the central detector for the tracks in two of the events which have an identified, isolated, well-measured high-p_T electron: (a) high-multiplicity, 65 associated tracks; (b) low-multiplicity, 14 associated tracks.

UA 1

$\mathcal{C}, \mathcal{P}$ and $\mathcal{CP}$ Violation

Year	Discovery		
1957	$\mathcal{C}, \mathcal{P}$ violation	C.S. WU et al.	Co^{60} decays
1964	$\mathcal{CP}$ violation	J.H. CHRISTENSEN et al.	$K_L^0 \to \pi^+\pi^-$

Study of the Nucleon Structure

Year	Discovery	
1911	Atomic Nuclei	E. Rutherford
1933	anomalous magnetic moment of p	R. Frisch, O. Stern
1933 1940	anomalous magnetic moment of n	R. Bacher L. Alvarz, F. Bloch
late 1950ies	charge distribution inside p and n	R. Hofstadter et al.
1969	scaling of structure functions	E.D. Bloom et al. M. Breidenbach et al.
1970ies	scaling violations	νN and μN experiments
$\sim$ 1975	1st extraction of quark and gluon distributions from DIS data	νN experiments

HOFSTADTER et al.
1950'ies

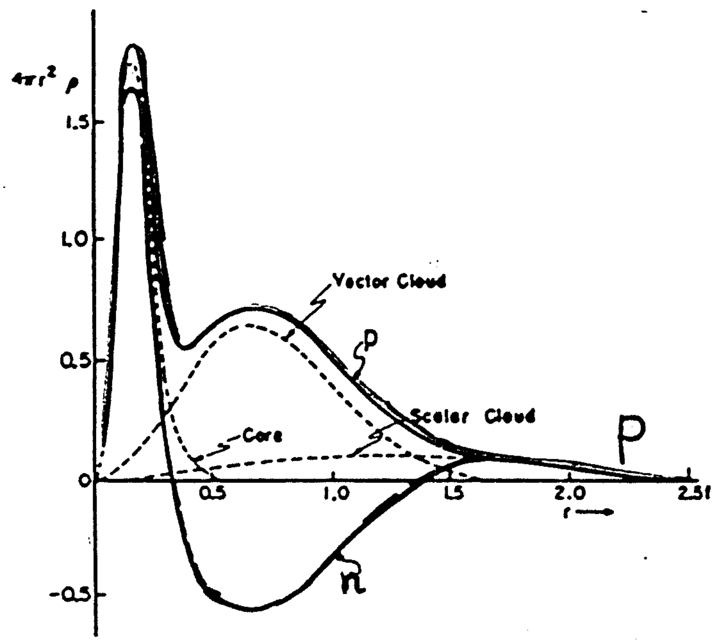
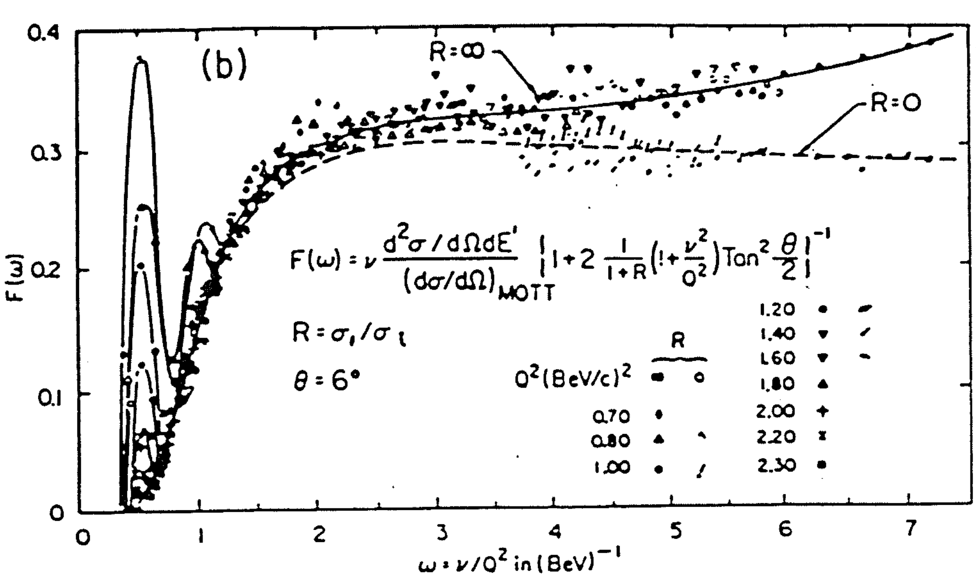


FIG. 4. Charge distribution for the proton and the neutron implied by the form factors shown for the fit (b) in Fig. 2(b).

CHARGE DISTRIBUTION OF NUCLEONS

(OLSON, SCHOPPER & WILSON, 1961)

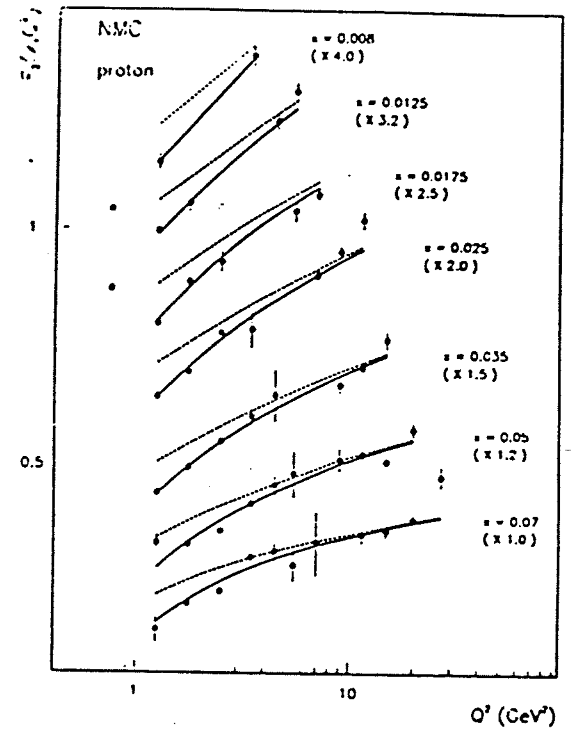


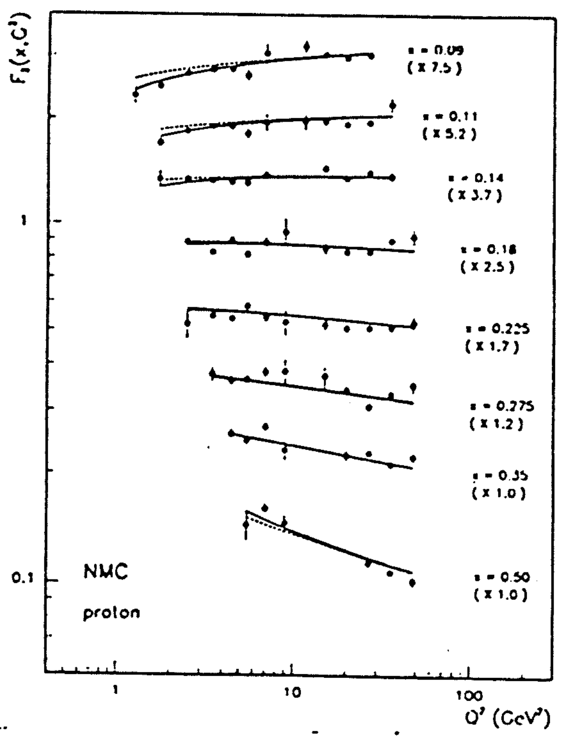
OBSERVATION OF SCALING

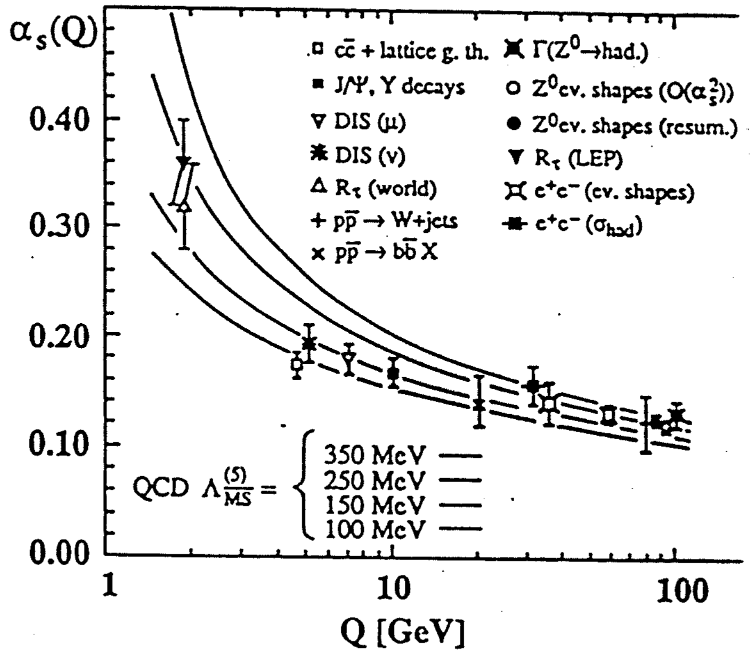
SLAC-HIT

early 1970'ies

FIG. 12. (a) The inelastic structure function $W_2(\nu,q^2)$ plotted against the electron energy loss ν. (b) The quantity $F_1 = \nu W_2(\omega)$. The "nesting" of the data observed here was the first evidence of scaling. The figure is discussed further in the text.







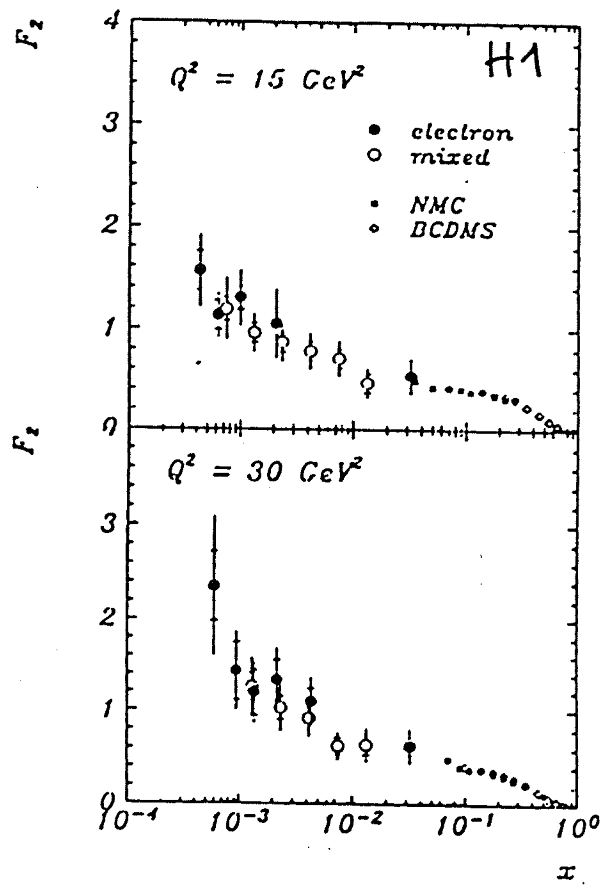
CONFIDENCE IN THE RUNNING OF $\alpha_s(Q)$.

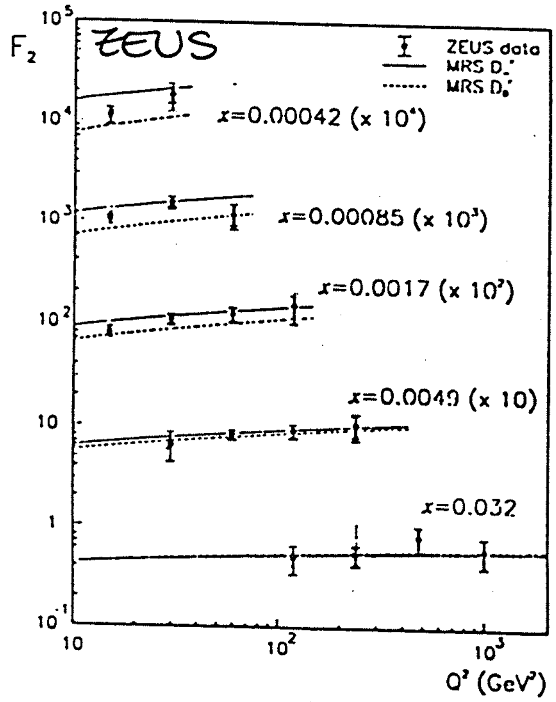
(BETHKE)

NMC 1993:

AN EXAMPLE FOR VARIOUS PRECISE MEASUREMENTS OF SCALING VIOLATIONS

RECENT HERA RESULTS: (AUG. '93)





$F_2 \propto 1/x^{0.5}$

$$\frac{\partial F_2}{\partial \ln Q^2} \approx C(x) \;!?$$

Towards the Standard Model: Development of Particle Theory

Year	Discovery	
1918	Symmetries and conservation laws	E. Noether
1921 1927/29	Electromagentic gauge symmetry	H. Weyl, V. Fock, F. London, H. Weyl
1924/25	Boson statistics	S.N. Bose, A. Einstein
1925 1926	Non–relativistic equation for matter particles	W. Heisenberg E. Schrödinger
1926 1927	Dispersion relations	R. de L. Kronig H.A. Kramers
1925	Exclusion Principle	W. Pauli
1926	Relativistic equation for scalars	O. Klein, E. Schrödinger, V. Fock, Th. de Donder, H. van den Dungen, J. Kudar, W. Gordon
1926	Fermion statistics	E. Fermi, P.A.M. Dirac
1927	Non–relativistic equation for fermions with spin	W. Pauli
1928	Relativistic equation for fermions	P.A.M. Dirac
1929 1931	Anti-particles: Hole theory (still identified as protons) Hole $\equiv$ Positron	P.A.M. Dirac P.A.M. Dirac

Towards the Standard Model: Development of Particle Theory

Year	Discovery	
1929	Lagrangian formulation of Quantum Field Theories	W. Heisenberg, W. Pauli
1930	Neutrino–hypothesis	W. Pauli
1930	Weyl equation (the eq. for free neutrinos)	H. Weyl
1932	n : elementary particle no (p, e)–bound state	D. Ivanenko
1932	Strong isospin	W. Heisenberg
1933	4–Fermion Theory of the β–decay	E. Fermi
1933–35	Calculation of LO processes QED	H.A. Bethe, H.J. Bhabha, G. Breit, H.B.G. Casimir, P.A.M. Dirac, W. Heisenberg, W. Heitler, N. Kemmer, C. Møller, J.R. Oppenheimer, W. Pauli, V. Weisskopf, E. Uehling, C.F. v. Weizsäcker, J.A. Wheeler, E.J. Williams
1934	1st calculation of the electron self–energy	V. Weissskopf
1934	Vacuum polarization and subtraction rules	P.A.M. Dirac
1935	Theory of Meson–Nucleon Interaction μ yet misidentified as π, the quantum of the nuclear force	H. Yukawa

Towards the Standard Model: Development of Particle Theory

Year	Discovery	
1936	1st calculation of $\sigma(\overline{\nu} + p \to n + e^+)$	M. FIERZ
1937	The bad high energy behaviour of is noted.	S. TOMANAGA, H. TAMAKI
1936	Term *renormalization* coined	R. SERBER
1936	Furry's theorem	W.H. FURRY
1936	Bloch–Nordsiek theorem	F. BLOCH, A. NORDSIEK
1936	Field equation for massive vector meson	A. PROCA
1936 1938 1945	Linear (DIRAC–like) field equations for spin 0 and 1, and arbitrary spin	G. PETIAU R.J.DUFFIN, N. KEMMER H.J. BHABHA
1937	Charge conjugation operation	H.A. KRAMERS
1937	Self–conjugate neutrinos	E. MAJORANA
1938	Introduction of pseudoscalars and pseudovectors	N. KEMMER
1938	Postulation of a neutral meson to save charge independence (π^0)	N. KEMMER
1938	Weak Interaction Model with massive charged and neutral bosons	O. KLEIN
1941	Introduction of the term *nucleon*	C. MØLLER
1942/43 1947	Introduction of the 2nd meson π aside the μ–meson	Y. TANIKAWA; S. SAKATA T. INOUE R.E. MARSHAK AND H.A. BETHE
1943	S-matrix theory	W. HEISENBERG

Towards the Standard Model: Development of Particle Theory

Year	Discovery	
1954/55	LSZ formalism	H. Lehmann, K. Symanzik, W. Zimmermann
1955	Gell–Mann–Nishijima relation	M. Gell–Mann, K. Nishijima
1956	P and C–invarinace may be violated in weak interactions.	T.D. Lee and C.N. Yang
1957	Conjecture: CC mediated by vector bosons	J. Schwinger
1958	V–A theory of weak interactions	M. Gell–Mann, R.P. Feynman, E.C.G. Sudarshan, R.E. Marshak J. Sakurai
1958	Goldberger–Treiman relation	M.L. Goldberger, S.B. Treiman
1957/64	Towards $SU(2)_L \times U(1)_Y$	J. Schwinger, S.A. Bludman A. Salam, J.C. Ward
1961 1967/68	$SU(2)_L \times U(1)_Y$	S. Glashow S. Weinberg, A. Salam
1960	PCAC: $\lim_{m_\pi \to 0} \partial_\mu A^\mu = 0$	M. Gell–Mann, M. Levy
1961	Goldstone Theorem	J. Goldstone
1962 1964/66 1964/67 1973	Spontaneous Symmetry Breaking	F. Englert, R. Brout P.W. Higgs G.S. Guralnik, C.R. Hagen, T.W.B. Kibble S. Weinberg
1963	Quark Hypothesis	M. Gell–Mann, G. Zweig

Towards the Standard Model:
Development of Particle Theory

Year	Discovery	
1946	Introduction of the term *lepton*	C. MØLLER, A. PAIS
1947/49	Lamb shift	H. BETHE, J. SCHWINGER
1947/49	Universality of Fermi–theory	B. PONTECORVO, O. KLEIN, G. PUPPI, J. TIOMNO, J.A. WHEELER, T.D. LEE, M. ROSENBLUTH, C.N. YANG
1948	Begin of a systematic study or renormalization	F. DYSON, R.P. FEYNMAN J. SCHWINGER, S. TOMANAGA
1949	QED : Diagrammatic calculus	R.P. FEYNMAN
(1939/40) 1951–58	PTC–theorem	M. FIERZ, W. PAULI J. SCHWINGER, G. LÜDERS, J.S. BELL, W. PAULI, R. JOST, N. BURGOYNE
1953/71	Renormalization Group Equation	E.C.G. STUECKELBERG, A. PETERMAN, M. GELL–MANN, F. LOW, N.N. BOGOLIUBOV, C. CALLAN, K. SYMANZIK, K. WILSON
1953 1957	Lepton number conservation	E.J. KONOPINSKI, H.M. MAHMOUD W. PAULI
1953	Strangeness scheme	M. GELL–MANN T. NAKANO, K. NISHIJIMA
1954	Non-Abelian Gauge Theories	C.N. YANG, R.L. MILLS

Towards the Standard Model: Development of Particle Theory

Year	Discovery	
1963 1973	Quark–mixing	N. Cabibbo M. Kobayashi, T. Maskawa
1964	$SU(4)_{\text{flavor}}$ Charm	studied by various authors J.D. Bjorken, S.L. Glashow
1965 1964/66	Colored quarks	M.Y. Han, Y. Nambu O.W. Greenberg; D. Zwanziger
1967	Fadeev–Popov Ghosts	L. D. Faddev, V.N. Popov
1969 1969/70	Parton model	R.P. Feynman, S. Drell, T. Yan, E. Paschos, J.D. Bjorken
1969	ABJ–anomalies	S.L. Adler, J.S. Bell, R. Jackiw
1969	Scaling of Structure Functions	J.D. Bjorken
1969	$F_2 = 2xF_1$ for $s_q = 1/2$	C.G. Callan, D.J. Gross
1970	GIM–Mechanism	S.L. Galshow, J. Illiopoulos, L. Maiani
1971	Renormalization of Yang–Mills and Spontaneously Broken Y-M QFT's	G. t' Hooft, M. Veltman

Towards the Standard Model: Development of Particle Theory

Year	Discovery	
1966 1972/73	$SU(3)_c$: QCD	Y. Nambu H. Fritzsch, M. Gell–Mann; H. Leutwyler
1973 (1972)	Asymptotic freedom	H.D. Politzer, D.J. Gross F.A. Wilczek, G. 't Hooft
1974	Evolution equations for partons	D.J. Gross; F.A. Wilczek H. Georgi, H.D. Politzer
1974	$SU(5)$: GUT	S. Glashow, H. Georgi
1975	$SO(10)$: GUT	H. Fritzsch, P. Minkowski
1975	BRS-transformation	C. Becchi, A. Rouet, R. Stora
1976	Solution of the $U(1)$–problem	G. 't Hooft
1976	strong CP–violation	C.G. Callen, R. Dashen, D. Gross R. Jackiw, C.Rebbi

② GRUNDLAGEN DER SPEZIELLEN RELATIVITÄTSTHEORIE UND DER QUANTENMECHANIK

- BEWEGUNG FREIER ELEMENTARTEILCHEN WIRD DURCH DIE <u>RELATIVISTISCHE QUANTENMECHANIK</u> BESCHRIEBEN.

  $E \sim m$, $E \gg m$; E-TEILCHEN = QUANTEN.

A) SPEZIELLE RELATIVITÄTSTHEORIE:

NICHT-RELATIVISTISCHE KLASSISCHE PHYSIK:

$v \ll c$, $\hbar \ll S$ (WIRKUNGEN).

$\longrightarrow$ NEWTONSCHE RAUM-ZEIT , $\mathbb{R}^3 \otimes \mathbb{R}^1$

<u>GALILEI-TRANSFORMATION:</u> , $v \to \infty$ MÖGLICH.

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{v}t \qquad m = \text{const.}$$

$$t' = t \qquad \frac{d^2\mathbf{r}'}{dt^2} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$$

<u>MICHELSON-VERSUCH:</u> LICHTGESCHWINDIGKEIT UNABH. VOM INERTIALSYSTEM

$$dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - c^2 dt'^2 \equiv dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2$$

BETRACHTE BEWEGUNG ENTLANG x- ACHSE:

$y' = y \,,\quad z' = z$

$x'^2 - c^2 t'^2 \equiv x^2 - c^2 t^2$

$$\begin{pmatrix} x' \\ ct' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu & \nu \\ \varrho & \sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ ct' &= \frac{ct - \beta x}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{aligned} \quad \beta = \frac{v}{c} \right\} \text{ LORENTZ- TRANSFORMATION.}$$

$\curvearrowright \; v \leqslant c$

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-\beta^2}} \,, \qquad \Delta \ell = x_2 - x_1 = \frac{\Delta \ell'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\underline{\Delta \ell' = \Delta \ell \sqrt{1-\beta^2}} \qquad \text{LÄNGEN-KONTRAKTION}$$

$$ct = \frac{ct' + \beta x'}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \text{ZEIT-DILATATION.}$$

ANALOG: $\quad p_i = \dfrac{m_0 v_i}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad i = 1 \ldots 3$

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$\sqrt{E^2 - \vec{p}^{\,2}} = c^2 m_0$ – LORENTZ – INVARIANTE

$\Vdash\!\!\rightarrow$ BETRAG DES 4er- IMPULSES.

$|\vec{p}| = 0 \;\curvearrowright\; \underline{\underline{E = m_0 c^2}}$

NEWTONSCHE RAUM-ZEIT $\quad v \ll c$

$\downarrow$ $\qquad \forall v$

MINKOWSKI-RAUM-ZEIT

$$\mathbb{R}_3 \otimes \mathbb{R}_1 \longrightarrow \mathbb{R}_4^M$$

$\uparrow$

EUKLIDISCHER $\mathbb{R}_4$ $\qquad$ PSEUDO-EUKLIDISCHER VEKTORRAUM

<u>METRIK:</u>

$$\begin{array}{c} \\ \begin{pmatrix} 1 & & & 0 \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ 0 & & & 1 \end{pmatrix} \end{array} \leftarrow \text{Zeit} \qquad \qquad \begin{pmatrix} 1 & & & 0 \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ 0 & & & -1 \end{pmatrix} \leftarrow \text{Zeit}$$

$$v = (v_0 ; v_1, v_2, v_3)$$

$$v^2 = v_0^2 - \sum_{k=1}^{3} v_k^2$$

$$v_i, v_j \in \mathbb{R}_4^M \Longrightarrow v_i \cdot v_j = \text{LORENTZ-INVARIANT.}$$

$$v_i \cdot v_j := v_i^0 v_j^0 - v_i^1 v_j^1 - v_i^2 v_j^2 - v_i^3 v_j^3$$

$\uparrow$

MINKOWSKI-PRODUKT

- ENERGIE, IMPULS, RAUM- UND ZEITKOORDINATEN SIND <u>NICHT</u> LORENTZ-INVARIANT.
- RUHEMASSEN SIND LORENTZINVARIANT.

NICHT - RELATIVISTISCHER GRENZFALL:

$v \ll c \quad , \beta \ll 1.$

$$x' = (x - vt)\left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right) \approx \underline{\underline{x - vt}}$$

$$t' = \left(t - \frac{v}{c^2}x\right)\left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right) \approx \left(t - \frac{\beta}{c}x\right)\left(1 - \frac{1}{2}\beta^2\right) \approx \underline{\underline{t'}}$$

$$p_i = m_0 v_i \left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right) \approx \underline{\underline{m_0 v_i}}$$

$$E = m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Ruheenergie}}}{m_0 c^2} + \frac{1}{2}v^2 m_0$$

$$\underline{\underline{E_{kin} = \frac{1}{2}v^2 m_0^2}}$$

B) KANONISCHE FORM DER KLASSISCHEN MECHANIK UND KLASSISCHEN FELDTHEORIE.

$\Longrightarrow$ VORAUSSETZUNG FÜR DIE 1. QUANTISIERUNG UND DIE AUFSTELLUNG DER QUANTENMECHANIK.

HAMILTON'S PRINZIP DER KLEINSTEN WIRKUNG:

DIE BEWEGUNGSGLEICHUNGEN EINER PHYSIKALISCHEN THEORIE ERGEBEN SICH DURCH DIE VARIATIONS-BEDINGUNG

$$\delta S = 0$$

FÜR DIE WIRKUNG:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} dt\, L(\phi, \phi_{,\mu}) = \int_{t_1 \ldots t_2} d^4x\, \mathcal{L}(\phi, \phi_{,\mu})$$

L - Lagrange - Funktion; $\mathcal{L}$ - Lagrange - Dichte. t_1, t_2 fest.

$\longrightarrow$ VARIATIONSRECHNUNG

$$\delta S = \int d^4x \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} \delta\phi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{,\mu}} \delta\phi_{,\mu} \right]$$

TOTALE DIVERGENZ:

$$\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{|\mu}} \delta\phi\right)_{|\mu} = \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{|\mu}}\right)_{|\mu} \delta\phi + \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{/\mu}}\right)(\delta\phi)_{|\mu}$$

$$\delta(\phi_{|\mu}) = (\delta\phi)_{|\mu}.$$

$$\int d^4x \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{|\mu}} \delta\phi\right)_{|\mu} = 0 = \int d^4x \left[\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{\mu}}\right)_{|\mu} \delta\phi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{/\mu}} \delta\phi_{|\mu}\right]$$

$$\delta S = \int d^4x \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{|\mu}}\right)_{|\mu}\right] \delta\phi = 0$$

$\downarrow$

<u>BEWEGUNGSGLEICHUNG:</u> (EULER-LAGRANGE)

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi} \equiv \boxed{\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{|\mu}}\right)_{|\mu} = 0}$$

<u>BEISPIEL</u>: MECHANIK DES MASSENPUNKTES.

$$L(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t) = \frac{m}{2} \dot{\mathbf{r}}^2 - V(\mathbf{r}, t)$$

$$\phi = \mathbf{r}, \quad \phi_{|\mu} = \dot{\mathbf{r}}$$

BEWEGUNGSGLEICHUNG: $\frac{\partial L}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}}\right) = 0$

$$= -\vec{\nabla} V(\mathbf{r}, t) - \partial_t\left(\frac{m}{2} 2\dot{\mathbf{r}}\right) = 0$$

$$\underline{m\ddot{\mathbf{r}} = -\operatorname{grad} V(\mathbf{r}, t) = \mathcal{F}(\mathbf{r}, t)}$$

NEWTONSCHE KRAFTGLEICHUNG.

DAS NOETHER – THEOREM:

ERHALTUNGSSÄTZE ALS KONSEQUENZ DER STRUKTUR DER ZUGRUNDE LIEGENDEN RAUM-ZEIT.

4- TRANSLATION:

$$x_\mu \to x_\mu + a_\mu \qquad \delta x_\mu = a_\mu$$

4- ROTATION:

$$\delta x_\mu = \varepsilon^\mu{}_\nu \, x^\nu$$

A) 4 - TRANSLATION:

$$\delta\phi = \phi(x+a) - \phi(x) \approx a^\mu \partial \phi_\mu(x)$$

$$\delta \partial_\mu \phi = a^\nu \partial_\nu \partial_\mu \phi$$

$$\delta \mathcal{L} = a^\mu \partial_\mu \mathcal{L} = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi} \delta\phi + \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi} \delta \partial_\mu \phi$$

$$= \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi} a^\mu \partial_\mu \phi + \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi} a^\nu \partial_\nu \partial_\mu \phi$$

$$= a^\nu \partial_\mu \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi} \partial_\nu \phi \right) = a^\nu \partial_\nu \mathcal{L}$$

$$\curvearrowright \quad \partial_\mu \Big[\underbrace{\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi} \partial_\nu \phi - g^\mu_\nu \mathcal{L}}_{T^{\mu\nu}} \Big] a_\nu = 0$$

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$$

ENERGIE - IMPULS TENSOR (DICHTE)

$$P^\mu := \int d^3x\, T^{\mu 0} \quad \leadsto \quad \frac{d}{dt} P^\mu = 0.$$

INVARIANZ DER BEWEGUNGSGLEICHUNG GEGEN

- ZEITVERSCHIEBUNG $\longleftrightarrow$ ENERGIEERHATUNG
- RÄUML. VERSCHIEBUNG $\longleftrightarrow$ IMPULSERHALTUNG. (3er)

B) ROTATION:

$$\delta\mathcal{L} = \varepsilon^\mu{}_\nu x^\nu \partial_\mu \mathcal{L} = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi}\delta\phi + \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial_\rho\phi}\delta\partial_\rho\phi$$

$$= \partial_\rho\left[\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial_\rho\phi}\delta\phi\right]$$

$$= \partial_\rho\left[\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial_\rho\phi}\varepsilon^\mu{}_\nu x^\nu\partial_\mu\phi\right]$$

WEGEN: $\delta\phi = \varepsilon^\mu{}_\nu x^\nu \partial_\mu\phi$, $\varepsilon_{\mu\nu} = -\varepsilon_{\nu\mu}$ (6 KOMPONENTEN)

$$\varepsilon_{\mu\nu}\partial_\rho\left[\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial_\rho\phi}x^\nu\partial^\mu\phi - x^\nu\mathcal{L}g^{\rho\mu} - \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\partial_\rho\phi}x^\mu\partial^\nu\phi + x^\mu\mathcal{L}g^{\rho\nu}\right] = 0$$

$$\mathbb{M}^{\rho,\mu\nu} := T^{\rho\mu}x^\nu - T^{\rho\nu}x^\mu$$

$$\partial_\rho \mathbb{M}^{\rho,\mu\nu} = 0$$

$\uparrow$ DREHMOM. DICHTE TENSOR

$$M^{\mu\nu} := \int d^3x\, \mathbb{M}^{0,\mu\nu}$$

$$\frac{d}{dt} M^{\mu\nu} = 0$$

- INVARIANZ GEGEN RÄUML. ROTATION

$\longleftrightarrow$ DREHIMPULSERHALTUNG.

$\Longrightarrow$ GILT FÜR ALLE ZU BESPRECHENDEN FELDTHEORIEN.

INTERNE SYMMETRIEN:

$\longrightarrow$ ALLE SYMMETRIEN, DIE NICHT SYMMETRIEN DER RAUM-ZEIT SIND.

WIR ERINNERN UNS AN EINEN FRÜHEREN SCHRITT:

$$\int d^4x \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_\mu} \delta\phi \right)_{|\mu} \equiv 0 .$$

WAS IST

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{|\mu}} \delta\phi \qquad ?$$

WENN $\mathcal{L}$ EINE INTERNE SYMMETRIE BESITZT, SO DASS EIN STROM

$$J^a_\mu := \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{|\mu}} \frac{\delta\phi}{\delta\varepsilon^a}$$

DEFINIERT WERDEN KANN.

$$\partial^\mu J^a_\mu = 0$$

$$Q_a := \int d^3x \, J^0_a \qquad : \qquad \frac{d}{dt} Q_a = 0$$

LADUNGSERHALTUNG FÜR Q_a.

LAGRANGE FORMALISMUS FÜR DAS SCHRÖDINGER-FELD: ABLEITUNG DER SCHRÖDINGERGLEICHUNG

LAGRANGEDICHTE: ES WERDEN 2 SCHRÖDINGER-FELDER $\psi(\mathbf{r},t)$ UND $\psi^* = [\psi(\mathbf{r},t)]^*$ BETRACHTET.

$$\mathcal{L} = -\frac{\hbar^2}{2m^2}\left\{ [\vec\nabla\psi^*\vec\nabla\psi] + \frac{im}{\hbar}\left[\frac{\partial\psi^*}{\partial t}\psi - \psi^*\frac{\partial\psi}{\partial t}\right] + \frac{2m}{\hbar^2}V(\mathbf{r})\psi^*\psi\right\}$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi} = -\frac{\hbar^2}{2m^2}\left[\frac{im}{\hbar}\frac{\partial\psi^*}{\partial t} + \frac{2m}{\hbar^2}V\psi^*\right]$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\vec\nabla\psi} = -\frac{\hbar^2}{2m^2}\vec\nabla\psi^* \quad , \quad \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\partial_t\psi} = \frac{im}{\hbar}\frac{\hbar^2}{2m}\psi^*$$

$$\dot{-}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot\psi}\right) - \vec\nabla\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\vec\nabla\psi}\right) + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi} = 0 \qquad \text{EULER-LAGRANGE-G}$$

$$-\frac{im}{\hbar}\frac{\hbar^2}{2m}\partial_t\psi^* + \vec\nabla^2\frac{\hbar^2}{2m^2}\psi^* - \frac{\hbar^2}{2m}\frac{im}{\hbar}\partial_t\psi^* - V(\mathbf{r})\psi^* = 0$$

$$\boxed{i\hbar\,\partial_t\psi^* = \frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi^* - V(\mathbf{r})\psi^*}$$

$$-i\hbar\,\partial_t\psi = \frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi - V(\mathbf{r})\psi$$

SCHRÖDINGER GLEICHUNG(EN).

DIE LAGRANGE-DICHTE $\mathcal{L}$ IST INVARIANT GEGEN PHASEN-TRANSFORMATIONEN:

$$\tilde{\psi} = \psi e^{i\eta} \quad , \quad \tilde{\psi}^* = \psi^* e^{-i\eta}$$

FÜR INFINITESIMALE TRANSFORMATIONEN GILT:

$$\delta\psi = i\eta\,\psi \quad , \quad \delta\psi^* = -i\eta\,\psi^*$$

$$\delta\psi = [\tilde{\psi} - \psi]_{i\eta \ll 1} .$$

$$\Pi^\nu = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi_{|\nu}} \quad , \quad \Pi = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial_t\dot{\psi}} \quad ; \quad \Pi^\nu = -\frac{\hbar^2}{2m}\,\partial^\nu\psi^*$$

$$\Pi = +\frac{i\hbar}{2}\,\psi^*$$

ES GILT DER ERHALTUNGSSATZ:

$$\left(\Pi^\nu\delta\psi + \Pi^{\nu *}\delta\psi^*\right)_{|\nu} + \frac{\partial}{\partial t}\left(\Pi\delta\psi + \Pi^*\delta\psi^*\right) = 0$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\,i\eta\left(\partial^\nu\psi^*\cdot\psi - \partial^\nu\psi\;\psi^*\right)_{|\nu} + \frac{i\hbar}{2}\,i\eta\left(\psi^*\psi + \psi^*\psi\right)_{|t} = 0$$

$$\curvearrowright \quad \frac{\partial}{\partial t}(\psi^*\psi) + \frac{i\hbar}{2m}\left[\psi^{*|\nu}\psi - \psi^{|\nu}\psi^*\right]_{/\nu} = 0$$

Dies hat folgende Interpretation:

$w = |\psi|^2 = \psi^*\psi$ – WAHRSCHEINLICHKEITSDICHTE (MAX BORN)

$\vec{J} = \frac{\hbar}{2mi}\left[\psi^*\vec{\nabla}\psi - \psi\vec{\nabla}\psi^*\right]$ – WAHRSCHEINLICHKEITS-STROMDICHTE

$\frac{\partial w}{\partial t} + \vec{\nabla}\vec{J} = 0$ ERHALTUNG DER WAHRSCHEINLICHKEIT (ELEKTRONENAUFENTHALT)!

KONSEQUENZ DER PHASENSYMMETRIE!

SPÁTER: EICH – PHASENSYMMETRIE $\longrightarrow$ INDUKTION
DER
WECHSELWIRKUNGEN
!

2 GRUNDLAGEN DER SPEZIELLEN RELATIVITÄTSTHEORIE UND DER QUANTENMECHANIK

- BEWEGUNG FREIER ELEMENTARTEILCHEN WIRD DURCH DIE <u>RELATIVISTISCHE</u> <u>QUANTENMECHANIK</u> BESCHRIEBEN.

$E \sim m$, $E \gg m$; E-TEILCHEN = QUANTEN.

A) <u>SPEZIELLE RELATIVITÄTSTHEORIE:</u>

NICHT-RELATIVISTISCHE KLASSISCHE PHYSIK:

$v \ll c$, $\hbar \ll S$ (WIRKUNGEN).

$\longrightarrow$ NEWTONSCHE RAUM-ZEIT, $\mathbb{R}^3 \otimes \mathbb{R}^1$

<u>GALILEI-TRANSFORMATION:</u>, $v \to \infty$ MÖGLICH.

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t \qquad m = \text{const.}$$

$$t' = t \qquad \frac{d^2\mathbf{r}'}{dt^2} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$$

<u>MICHELSON-VERSUCH:</u> LICHTGESCHWINDIGKEIT UNABH. VOM INERTIALSYSTEM

$$dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - c^2 dt'^2 \equiv dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2$$

BETRACHTE BEWEGUNG ENTLANG x- ACHSE:

$y' = y \,, \quad z' = z$

$x'^2 - c^2 t'^2 \equiv x^2 - c^2 t^2$

$$\begin{pmatrix} x' \\ ct' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu & \nu \\ \varrho & \sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \beta = \frac{v}{c} \\ ct' &= \frac{ct - \beta x}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{aligned}\right\} \text{LORENTZ- TRANSFORMATION.}$$

$\curvearrowright \; v \leq c$

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-\beta^2}} \,, \qquad \Delta \ell = x_2 - x_1 = \frac{\Delta \ell'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\underline{\Delta \ell' = \Delta \ell \sqrt{1-\beta^2}} \qquad \text{LÄNGEN-KONTRAKTION}$$

$$ct = \frac{ct' + \beta x'}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \text{ZEIT-DILATATION.}$$

ANALOG: $p_i = \dfrac{m_0 v_i}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad i = 1 \ldots 3$

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$\sqrt{E^2 - \vec{p}^{\,2}} = c^2 m_0$ — LORENTZ - INVARIANTE

$\Longmapsto$ BETRAG DES 4er- IMPULSES.

$|\vec{p}| = 0 \;\curvearrowright\; \underline{\underline{E = m_0 c^2}}$

NEWTONSCHE RAUM-ZEIT $v \ll c$

$\downarrow$ $\forall v$

MINKOWSKI-RAUM-ZEIT

$$\mathbb{R}_3 \otimes \mathbb{R}_1 \longrightarrow \mathbb{R}_4^M$$

$\uparrow$

EUKLIDISCHER $\mathbb{R}_4$ PSEUDO-EUKLIDISCHER VEKTORRAUM

METRIK:

$$\begin{pmatrix} 1 & & & 0 \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ 0 & & & 1 \end{pmatrix} \leftarrow \text{Zeit} \qquad \begin{pmatrix} 1 & & & 0 \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ 0 & & & -1 \end{pmatrix} \leftarrow \text{Zeit}$$

$$v = (v_0 ; v_1, v_2, v_3)$$

$$v^2 = v_0^2 - \sum_{k=1}^{3} v_k^2$$

$$v_i, v_j \in \mathbb{R}_4^M \Longrightarrow v_i \cdot v_j = \text{LORENTZ-INVARIANT}$$

$$v_i \cdot v_j := v_i^0 v_j^0 - v_i^1 v_j^1 - v_i^2 v_j^2 - v_i^3 v_j^3$$

$\uparrow$

MINKOWSKI-PRODUKT

- ENERGIE, IMPULS, RAUM- UND ZEITKOORDINATEN SIND NICHT LORENTZ-INVARIANT.
- RUHEMASSEN SIND LORENTZINVARIANT.

NICHT-RELATIVISTISCHER GRENZFALL:

$$v \ll c \quad , \quad \beta \ll 1.$$

$$x' = (x - vt)\left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right) \approx \underline{\underline{x - vt}}$$

$$t' = \left(t - \frac{v}{c^2}x\right)\left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right) \approx \left(t - \frac{\beta}{c}x\right)\left(1 - \frac{1}{2}\beta^2\right) \approx \underline{\underline{t'}}$$

$$p_i = m_0 v_i \left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right) \approx \underline{\underline{m_0 v_i}}$$

$$E = m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Ruheenergie}}}{m_0 c^2} + \frac{1}{2}v^2 m_0$$

$$\underline{\underline{E_{kin} = \frac{1}{2}v^2 m_0^2}}$$

B) KANONISCHE FORM DER KLASSISCHEN MECHANIK UND KLASSISCHEN FELDTHEORIE.

$\Longrightarrow$ VORAUSSETZUNG FÜR DIE 1. QUANTISIERUNG UND DIE AUFSTELLUNG DER QUANTENMECHANIK.

HAMILTON'S PRINZIP DER KLEINSTEN WIRKUNG:

DIE BEWEGUNGSGLEICHUNGEN EINER PHYSIKALISCHEN THEORIE ERGEBEN SICH DURCH DIE VARIATIONS-BEDINGUNG

$$\delta S = 0$$

FÜR DIE WIRKUNG:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} dt \, L(\phi, \phi_{,\mu}) = \int_{t_1 \dots t_2} d^4x \, \mathcal{L}(\phi, \phi_{,\mu})$$

L - Lagrange - Funktion; $\mathcal{L}$ - Lagrange - Dichte. t_1, t_2 fest.

$\longrightarrow$ VARIATIONSRECHNUNG

$$\delta S = \int d^4x \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} \delta\phi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{,\mu}} \delta \phi_{,\mu} \right]$$

TOTALE DIVERGENZ:

$$\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{|\mu}} \delta\phi\right)_{|\mu} = \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{|\mu}}\right)_{|\mu} \delta\phi + \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{/\mu}}\right)(\delta\phi)_{|\mu}$$

$$\delta(\phi_{|\mu}) = (\delta\phi)_{|\mu}.$$

$$\int d^4x \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{|\mu}} \delta\phi\right)_{|\mu} = 0 = \int d^4x \left[\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{\mu}}\right)_{|\mu} \delta\phi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{/\mu}} \delta\phi_{|\mu}\right]$$

$$\delta S = \int d^4x \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{|\mu}}\right)_{|\mu}\right] \delta\phi = 0$$

$\curvearrowright$

<u>BEWEGUNGSGLEICHUNG:</u> (EULER- LAGRANGE)

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi} \equiv \boxed{\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{|\mu}}\right)_{|\mu} = 0}$$

<u>BEISPIEL</u>: MECHANIK DES MASSENPUNKTES.

$$L(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t) = \frac{m}{2} \dot{\mathbf{r}}^2 - V(\mathbf{r}, t)$$

$$\phi = \mathbf{r}, \quad \phi_{|\mu} = \dot{\mathbf{r}}$$

BEWEGUNGSGLEICHUNG: $\frac{\partial L}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}}\right) = 0$

$$= -\vec{\nabla} V(\mathbf{r}, t) - \partial_t\left(\frac{m}{2} 2\dot{\mathbf{r}}\right) = 0$$

$$\underline{m\ddot{\mathbf{r}} = -\operatorname{grad} V(\mathbf{r}, t) = \mathcal{F}(\mathbf{r}, t)}$$

NEWTONSCHE KRAFTGLEICHUNG.

DAS NOETHER - THEOREM:

ERHALTUNGSSÄTZE ALS KONSEQUENZ DER STRUKTUR DER ZUGRUNDE LIEGENDEN RAUM-ZEIT.

4- TRANSLATION:

$$x_\mu \to x_\mu + a_\mu \qquad \delta x_\mu = a_\mu$$

4- ROTATION:

$$\delta x_\mu = \varepsilon^\mu{}_\nu \, x^\nu$$

A) 4 - TRANSLATION:

$$\delta\phi = \phi(x+a) - \phi(x) \approx a^\mu \partial \phi_\mu(x)$$

$$\delta \partial_\mu \phi = a^\nu \partial_\nu \partial_\mu \phi$$

$$\delta \mathcal{L} = a^\mu \partial_\mu \mathcal{L} = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi} \delta\phi + \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi} \delta \partial_\mu \phi$$

$$= \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi} a^\mu \partial_\mu \phi + \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi} a^\nu \partial_\nu \partial_\mu \phi$$

$$= a^\nu \partial_\mu \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi} \partial_\nu \phi \right) = a^\nu \partial_\nu \mathcal{L}$$

$$\curvearrowright \quad \partial_\mu \Big[\underbrace{\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi} \partial_\nu \phi - g^\mu_\nu \mathcal{L}}_{T^{\mu\nu}} \Big] a_\nu = 0$$

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$$

ENERGIE - IMPULS TENSOR (DICHTE)

$$P^\mu := \int d^3x \, T^{\mu 0} \quad \rightsquigarrow \quad \frac{d}{dt} P^\mu = 0 .$$

INVARIANZ DER BEWEGUNGSGLEICHUNG GEGEN

- ZEITVERSCHIEBUNG $\longleftrightarrow$ ENERGIEERHATUNG
- RÄUML. VERSCHIEBUNG $\longleftrightarrow$ IMPULSERHALTUNG. (3er)

B) ROTATION:

$$\delta \mathcal{L} = \varepsilon^\mu{}_\nu x^\nu \partial_\mu \mathcal{L} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} \delta\phi + \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\rho \phi} \delta \partial_\rho \phi$$

$$= \partial_\rho \left[\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\rho \phi} \delta \phi \right]$$

$$= \partial_\rho \left[\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\rho \phi} \varepsilon^\mu{}_\nu x^\nu \partial_\mu \phi \right]$$

WEGEN: $\delta\phi = \varepsilon^\mu{}_\nu x^\nu \partial_\mu \phi$, $\varepsilon_{\mu\nu} = -\varepsilon_{\nu\mu}$ (6 KOMPONENTEN)

$$\varepsilon_{\mu\nu} \partial_\rho \left[\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\rho \phi} x^\nu \partial^\mu \phi - x^\nu \mathcal{L} g^{\rho\mu} - \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\rho \phi} x^\mu \partial^\nu \phi + x^\mu \mathcal{L} g^{\rho\nu} \right] = 0$$

$$\mathbb{M}^{\rho,\mu\nu} := T^{\rho\mu} x^\nu - T^{\rho\nu} x^\mu$$

$$\partial_\rho \mathbb{M}^{\rho,\mu\nu} = 0$$

$\uparrow$ DREHMOM. DICHTE TENSOR

$$M^{\mu\nu} := \int d^3x \, \mathbb{M}^{0,\mu\nu}$$

$$\frac{d}{dt} M^{\mu\nu} = 0$$

- INVARIANZ GEGEN RÄUML. ROTATION

$\longleftrightarrow$ DREHIMPULSERHALTUNG.

$\Longrightarrow$ GILT FÜR ALLE ZU BESPRECHENDEN FELDTHEORIEN.

INTERNE SYMMETRIEN:

$\longrightarrow$ ALLE SYMMETRIEN, DIE NICHT SYMMETRIEN DER RAUM-ZEIT SIND.

WIR ERINNERN UNS AN EINEN FRÜHEREN SCHRITT:

$$\int d^4x \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{\mu}} \delta\phi \right)_{|\mu} \equiv 0 .$$

WAS IST

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{|\mu}} \delta\phi \qquad ?$$

WENN $\mathcal{L}$ EINE INTERNE SYMMETRIE BESITZT, SO DASS EIN STROM

$$J^a_\mu := \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_{|\mu}} \frac{\delta\phi}{\delta\varepsilon^a}$$

DEFINIERT WERDEN KANN.

$$\partial^\mu J^a_\mu = 0$$

$$Q_a := \int d^3x \, J^0_a \qquad : \qquad \frac{d}{dt} Q_a = 0$$

LADUNGSERHALTUNG FÜR Q_a.

LAGRANGE FORMALISMUS FÜR DAS SCHRÖDINGER-FELD: ABLEITUNG DER SCHRÖDINGERGLEICHUNG

LAGRANGEDICHTE: ES WERDEN 2 SCHRÖDINGER-FELDER $\psi(\mathbf{r},t)$ UND $\psi^* = [\psi(\mathbf{r},t)]^*$ BETRACHTET.

$$\mathcal{L} = -\frac{\hbar^2}{2m^2}\left\{ [\vec{\nabla}\psi^* \vec{\nabla}\psi] + \frac{im}{\hbar}\left[\frac{\partial\psi^*}{\partial t}\psi - \psi^*\frac{\partial\psi}{\partial t}\right] + \frac{2m}{\hbar^2} V(\mathbf{r})\,\psi^*\psi \right\}$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi} = -\frac{\hbar^2}{2m^2}\left[\frac{im}{\hbar}\frac{\partial\psi^*}{\partial t} + \frac{2m}{\hbar^2} V\psi^*\right]$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\vec{\nabla}\psi} = -\frac{\hbar^2}{2m^2}\vec{\nabla}\psi^* \quad , \quad \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\,\partial_t\psi} = \frac{im}{\hbar}\frac{\hbar^2}{2m}\psi^*$$

$$-\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{\psi}}\right)^{\cdot} - \vec{\nabla}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\vec{\nabla}\psi}\right) + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi} = 0 \quad \text{EULER-LAGRANGE-GL.}$$

$$-\frac{im}{\hbar}\frac{\hbar^2}{2m}\partial_t\psi^* + \vec{\nabla}^2\frac{\hbar^2}{2m^2}\psi^* - \frac{\hbar^2}{2m}\frac{im}{\hbar}\partial_t\psi^* - V(\mathbf{r})\psi^* = 0$$

$$\boxed{i\hbar\,\partial_t\psi^* = \frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi^* - V(\mathbf{r})\psi^*}$$

$$-i\hbar\,\partial_t\psi = \frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi - V(\mathbf{r})\psi$$

SCHRÖDINGER GLEICHUNG(EN).

DIE LAGRANGE-DICHTE $\mathcal{L}$ IST INVARIANT GEGEN PHASEN-TRANSFORMATIONEN:

$$\tilde{\psi} = \psi e^{i\eta} \quad , \quad \tilde{\psi}^* = \psi^* e^{-i\eta}$$

FÜR INFINITESIMALE TRANSFORMATIONEN GILT:

$$\delta\psi = i\eta\,\psi \quad , \quad \delta\psi^* = -i\eta\,\psi^*$$

$$\delta\psi = [\tilde{\psi} - \psi]_{i\eta \ll 1} .$$

$$\Pi^\nu = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_{|\nu}} \quad , \quad \Pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial_t \dot{\psi}} \quad ; \quad \Pi^\nu = -\frac{\hbar^2}{2m}\partial^\nu \psi^* \qquad \Pi = +\frac{i\hbar}{2}\psi^*$$

ES GILT DER ERHALTUNGSSATZ:

$$\left(\Pi^\nu \delta\psi + \Pi^{\nu *}\delta\psi^*\right)_{|\nu} + \frac{\partial}{\partial t}\left(\Pi\,\delta\psi + \Pi^*\delta\psi^*\right) = 0$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} i\eta \left(\partial^\nu\psi^* \cdot \psi - \partial^\nu\psi\,\psi^*\right)_{|\nu} + \frac{i\hbar}{2} i\eta \left(\psi^*\psi + \psi^*\psi\right)_{|t} = 0$$

$$\curvearrowright \quad \frac{\partial}{\partial t}(\psi^*\psi) + \frac{i\hbar}{2m}\left[\psi^{*|\nu}\psi - \psi^{|\nu}\psi^*\right]_{|\nu} = 0$$

Dies hat folgende Interpretation:

$w = |\psi|^2 = \psi^*\psi$ — WAHRSCHEINLICHKEITSDICHTE (MAX BORN)

$\vec{J} = \frac{\hbar}{2mi}\left[\psi^*\vec{\nabla}\psi - \psi\vec{\nabla}\psi^*\right]$ — WAHRSCHEINLICHKEITS-STROMDICHTE

$\frac{\partial w}{\partial t} + \vec{\nabla}\vec{J} = 0$ — ERHALTUNG DER WAHRSCHEINLICHKEIT (ELEKTRONENAUFENTHALT)!

KONSEQUENZ DER PHASENSYMMETRIE !

SPÁTER: EICH – PHASENSYMMETRIE $\longrightarrow$ INDUKTION DER WECHSELWIRKUNGEN !

References

[1] J.D. Bjorken, S.D. Drell, Relativistische Quantenmechanik, BI Mannheim, 1966, Hochschultaschenbuch Nr. 98.

[2] E. Fick, Einführung in die Grundlagen der Quantenmechanik, Geest & Portig, Leipzig, 1968.

[3] A. Papapetrou, Spezielle Relativitätstheorie, DVW, Berlin, 1967.

[4] C. Quigg, Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interactions, Benjamin, New York, 1983.

[5] M.D. Scadron, Advanced Quantum Theory, Springer, Berlin, 1991.

[6] E. Schmutzer, Grundprinzipien der klassischen Mechanik und der klassischen Feldtheorie, DVW, Berlin, 1973.

2) EINIGE GRUNDASPEKTE:

A) • SPEZIELLE RELATIVITÄTSTHEORIE,

B) • KANONISCHER FORMALISMUS, LAGRANGE-FORMALISMUS

ERHALTUNGSSÄTZE,

C) • QUANTENMECHANIK

A) ELEMENTE DER SPEZIELLEN RELATIVITÄTSTHEORIE

NICHTREL. PHYSIK: NEWTONS RAUM-ZEIT

GALILEI-TRANSFORMATION:

$$\vec{x}' = \vec{x} - \vec{v}t \qquad \frac{d^2\vec{x}'}{dt^2} = \frac{d^2\vec{x}}{dt^2}$$

$$t' = t$$

MICHELSON-EXPERIMENT:

C IST INVARIANT IN ALLEN GEGENEINANDER BEWEGTEN BEZUG-SYSTEMEN.

LORENTZ-TRANSFORMATION:

$$dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - c^2 dt'^2 \equiv dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2$$

$$x'^2 - c^2 t'^2 \equiv x^2 - c^2 t^2$$ (BEWEGUNG ENTLANG DER X-ACHSE).

$$\begin{pmatrix} x' \\ ct' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu & \nu \\ \rho & \sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ ct \end{pmatrix}$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad \beta = \frac{v}{c}$$

$$ct' = \frac{ct - \beta x}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$l = x_2 - x_1 = \frac{x_2' - x_1'}{\sqrt{1-\beta^2}} + v\frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1-\beta^2}} = (x_2' - x_1')\frac{1-\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$t_2' - t_1' = \frac{\beta}{c}(x_1' - x_2') \qquad = l_0\sqrt{1-\beta^2}.$$

LÄNGENKONTRAKTION:

EINEM BEOBACHTER ERSCHEINT EIN MASSTAB l_0, DER SICH MIT v RELATIV ZU IHM BEWEGT, VERKÜRZT:

$$\underline{l = l_0 \sqrt{1-\beta^2}}$$

BEISPIEL:

PROTONEN IM BESCHLEUNIGER SIEHT DER PHYSIKER IM LABOR NICHT ALS "KUGELN" SONDERN ALS "ELLIPSOIDE".

ZEITDILATATION:

DIE ZEIT IM BEWEGTEN SYSTEM VERGEHT LANGSAMER ALS IM RUHESYSTEM.

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

BEISPIEL:

μ-LEPTONEN (LANGE SPUREN IN D. FUNKENKAMMER) HABEN EINE LEBENSDAUER VON $2.2 \cdot 10^{-6}$ s.

BEI EINER GESCHWINDIGKEIT VON

$(1-10^{-6})\,c$ LEBEN SIE 707 * LÄNGER

$\tau = 1.5$ ms.

$c := 1$

VIERERVEKTOREN: $(\vec{x}, t) = x_M$

$(\vec{p}, E) = p_M$

VEKTOREN IM <u>MINKOWSKI-RAUM</u>: $\mathbb{R}_{M4}$

WAS ENTSPRICHT DEM SKALARPRODUKT IN DIESEM PSEUDO-EUKLIDISCHEN RAUM?

$$V \in \mathbb{R}_{M4} \; ; \quad V.V = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2 - V_t^2$$

$$x_M x_M = \vec{x}.\vec{x} - c^2 t^2$$

$$P_M . P_M = \vec{p}.\vec{p} - E^2 = -m^2$$

$$\curvearrowright \quad \underline{m = \sqrt{E^2 - \vec{p}^{\,2}}}$$

IM FALLE $|\vec{p}| = 0$

$$\underline{\underline{m = E}} \qquad (E = mc^2)$$

$$E = \sqrt{m^2 + \vec{p}^{\,2}} \approx m\left(1 + \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m^2}\right), \quad |\vec{p}| \ll m$$

$$= m + \frac{1}{2} m \vec{v}^{\,2}$$

NICHTREL. LIMES.

$\longrightarrow$ <u>ANALOG:</u>

$$l = l_0 \left(1 - \frac{v^2}{2c^2}\right) \approx l_0$$

$$\Delta t = \Delta t_0 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) \approx \Delta t_0$$

$$ct' = \frac{ct - \beta x}{\sqrt{1 - \beta^2}} = (ct - \beta x)\left(1 + \frac{\beta^2}{2}\right) \approx ct \rightarrow \underline{\underline{t = t'}}$$

B) LAGRANGE-FORMALISMUS, KANON. FORMAL.

→ SYSTMATISCHE BESCHREIBUNG:
KLASSISCHE MECHANIK, KLASSISCHE FELD-THEORIE.

DIE LAGRANGE-FUNKTION IST:

$$L = L(\underbrace{q_1, \ldots, q_N}_{\text{TEILCHENORTE}}, \underbrace{\dot{q}_1 \cdots \dot{q}_N}_{\text{IMPULSE}}, \underbrace{t}_{\text{ZEIT}})$$

PRINZIP DER KLEINSTEN WIRKUNG:

WIRKUNG: $$S = \int_{P_1}^{P_2} dt \; L(q_1 \cdots q_N, \dot{q}_1 \cdots \dot{q}_N, t)$$

$\forall$ PFADE

$$\underline{\delta S = 0} \quad \rightarrow \quad \text{BEWEGUNGSGL.}$$

WIR WERDEN OBIGEN SACHVERHALT GLEICH ETWAS ALLGEMEINER FÜR FELDER ANSEHEN, DA DIES DIE ANWENDUNGEN I. FOLG. SIND → MECHANIK SPEZIALFALL.

BETRACHTEN:

$$L = \int d^3x\, \mathcal{L}(x)$$

$\mathcal{L}(x)$ HEISST LAGRANGEDICHTE. DIE WIRKUNG IST

$$S = \int d^4x\, \mathcal{L}(x)$$

PRINZIP D. KL. WIRKUNG: $\underline{\delta S = 0}$

δ - VARIATION. $\Rightarrow$ VARIATIONSRECHNUNG.

$$\delta[\mathcal{L}\, d^4x] = (\delta\mathcal{L})\, d^4x + \mathcal{L}\, \delta(d^4x)$$

$$\delta\mathcal{L} = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi}\delta\psi + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi_{|\mu}}\delta\psi_{|\mu} + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x_\nu}\bigg|_{ex.}\delta x^\nu$$

- $\delta\psi_{|\mu} = \partial_\mu\delta\psi - \partial_\nu\psi\,\partial_\mu\delta x^\nu$
- $\delta(d^4x) = \partial_\mu\,\delta x^\mu\, d^4x$

WIR SUBSTITUIEREN:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi_{|\mu}}\delta\psi_{|\mu} = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi_{|\mu}}\partial_\mu\delta\psi - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi_{|\mu}}\partial_\nu\psi\,\partial_\mu\delta x^\nu = \underbrace{\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi_{|\mu}}\delta\psi\right)_{|\mu}}_{\text{totale Divergenz.}} - \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi_{|\mu}}\right)_{|\mu}\delta\psi - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi_{|\mu}}\partial_\nu\psi\,\partial_\mu\delta x^\nu$$

$$\curvearrowright\ \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi}\delta\psi + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi_{|\mu}}\delta\psi_{|\mu} = \underline{\left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi} - \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi_{|\mu}}\right)_{|\mu}\right]\delta\psi} + \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi_{|\mu}}\delta\psi\right)_{|\mu} - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi_{|\mu}}\partial_\nu\psi\,\partial_\mu\delta x^\nu.$$

BETRACHTEN ZUNÄCHST:

$$\delta x_\nu = 0$$

$$\curvearrowright \quad \delta(\mathcal{L}\, d^4x) = \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi} - \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_{,\mu}}\right)_{,\mu}\right] \delta\psi\, d^4x = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi} - \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_{,\mu}}\right)_{,\mu} = 0$$

LAGRANGE'S BEWEGUNGSGLEICHUNG.

BEISPIEL: $\psi = \mathbf{r}, \quad \dot\psi = \dot{\mathbf{r}} = \frac{1}{m}\mathbf{p}$

PUNKTMECHANIK. $\quad \partial_\mu = \partial_t$

$$L(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, t) = \frac{m}{2}\dot{\mathbf{r}}^2 - V(\mathbf{r}, t)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{r}} = -\vec\nabla V(\mathbf{r}, t) \quad , \quad \dot{\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{r}}}\right)} = m\ddot{\mathbf{r}}$$

$$-\operatorname{grad} V(\mathbf{r}, t) - m\ddot{\mathbf{r}} = 0$$

$$\underline{\mathfrak{K} = m\ddot{\mathbf{r}} = -\operatorname{grad} V(\mathbf{r}, t)}$$

Newtonsches Kraftgesetz für einen Massepunkt.

$$\left.\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t}\right|_{ex} = 0 \quad \curvearrowright \quad L = E$$

$$E = \frac{m}{2}\dot{\mathbf{r}} + V(\mathbf{r}, t)$$ – kin. + pot. Energie.

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t}.$$ zeitliche Energieveränderung.

SYMMETRIEN UND ERHALTUNGSSÄTZE

ARTEN VON SYMMETRIEN:

A) SYMMETRIEN DER RAUM-ZEIT

B) INNERE SYMMETRIEN (D.H. SONSTIGE)

A) TRANSLATIONSINVARIANZ DES $\mathbb{R}^3$

— " — DER ZEIT

DREHINVARIANZ IM $\mathbb{R}^3$

B) LADUNGSERHALTUNG DER LADUNGEN FÜR DIE VERSCHIEDENEN KRAFTFELDER.

BENUTZUNG DES LAGRANGE-FORMALISMUS:

$$d^4x' \mathcal{L}'(\psi', \psi'_{|\mu}, x'_\mu) = [\mathcal{L}(\psi, \psi_{|\mu}, x_\mu) + \partial_\mu \Omega_\mu]\, d^4x$$

$$x' = x + \Delta x$$
$$\psi' = \psi + \Delta\psi$$
$$\psi'_{|\mu} = \psi_{|\mu} + \Delta\psi_{|\mu}$$

$\rightarrow$ INFINITESIMALE ÄNDERUNGEN.

$$\hat{L} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi}\Delta\psi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_{|\mu}}\Delta\psi_{|\mu} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_\mu}\Big|_{ex}\Delta x_\mu$$

$$+ \Theta_{\mu\nu}\partial^\mu \Delta x^\nu + \partial_\mu \Delta\Omega^\mu = 0.$$

$$\Theta_{\mu\nu} = \mathcal{L}\, g_{\mu\nu} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_{|\mu}}\, \psi_{|\nu}$$

ENERGIE - IMPULS - TENSOR DER THEORIE.

<u>BEISPIEL</u>: NEWTONSCHE MECHANIK.

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2}\,\dot{\mathbf{r}}^2 - V(\mathbf{r},t)$$

$$\tilde{\Theta}_{44} = \frac{m}{2}\,\dot{\mathbf{r}}^2 - V(\mathbf{r},t) - m\dot{\mathbf{r}}\cdot\dot{\mathbf{r}}$$

$$= -\left[\frac{m}{2}\,\dot{\mathbf{r}}^2 + V(\mathbf{r},t)\right] = -E$$

4,4 - COMPONENTE : METRIK (-1) $\curvearrowright$ $\Theta_{44} = -\tilde{\Theta}_{44} = E.$

<u>ANNAHME</u>: $\left.\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_\mu}\right|_{ex} = 0$ $\downarrow$

<u>R-Z-SYMMETRIEN</u>:

$$\int d^3x\, \hat{\mathcal{L}} = \text{const.}$$

$$\hat{L} = \partial_\mu \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_{|\mu}}\,\Delta\psi + \Theta_{\mu\lambda}\,\Delta x^\lambda + \Delta\Omega^\mu\right] \leftarrow$$ Divergenz des Noetherstromes

$$= \partial_\mu \hat{\mathcal{L}}$$

$$\partial_\mu \hat{\mathcal{L}} = \operatorname{div} \hat{\mathcal{L}} + \partial_t \hat{\mathcal{L}} = 0$$

$$\int d^3x\, \operatorname{div}\hat{\mathcal{L}} = 0 = \underline{\underline{\partial_t \int d^3x\, \hat{\mathcal{L}}}} = \frac{d}{dt}\int d^3x\, \hat{\mathcal{L}}$$

SETZE: $\Delta\psi = \Delta\Omega^{\mu} = 0 \quad , \quad \Delta x^{\lambda} \neq 0.$

$$\theta_{\mu\nu}\,\Delta x^{\nu} = \vec{p}\,\Delta r - E\,\Delta t$$ ← DICHTEN

$$\curvearrowright \quad \frac{d}{dt}\left[\vec{p}\,\Delta\vec{r} - E\,\Delta t\right] = 0$$

individuelle Variation.

$\dot{\vec{p}} = 0$ HOMOGENITÄT DES $\mathbb{R}^3$ TRANSLATIONSINVARIANZ

$\dot{E} = 0$ TRANSLATIONSINV. D. ZEIT (HOMOGENITÄT).

→ DREHIMPULS:

$x'_{\alpha} = x_{\beta}\, C_{\alpha}{}^{\beta}$ $\alpha, \beta = 1 \ldots 3$

$C_{\alpha}{}^{\beta} = \delta_{\alpha}{}^{\beta} + \varepsilon_{\alpha}{}^{\beta}$

$C_{\alpha\beta}\, C^{\beta\gamma} = \delta_{\alpha}{}^{\gamma} \quad \curvearrowright \quad \varepsilon_{\alpha\beta} = -\varepsilon_{\beta\alpha}$

$\theta_{\alpha\beta}\, \varepsilon^{\alpha\beta} = 0$, $\theta_{\alpha\beta}$ MUSS SYMMETRISCH SEIN.

$\partial_{\mu}\left[\theta_{\mu\alpha} x_{\beta} - \theta_{\mu\beta} x_{\alpha}\right] = 0 \qquad \mu \in [1 \ldots 4]$

$$\curvearrowright \quad \int d^3x\, (r \times p) = \text{const}$$

$r \times p = \mathfrak{M}$ – DREHIMPULSERHALTUNG.

→ LADUNGSERHALTUNG: SPÄTER!